Recherche Opérationnelle - Projet 1 : Emplois du temps

Kylian BERREBI Kévin CARENOU Thibault MEUNIER
Matthieu PERRIER François-Xavier STEMPFEL
Sacha VANLEENE

21 Octobre 2016

1 Introduction

L'algorithme du simplex ne permet pas de résoudre des programmes linéaires en variables entières(PLNE) puisque ce genre de problème n'est pas nécéssairement convexe. L'existence d'un optimum global n'est donc pas une certitude au contraire d'un programme linéaire en variables conbtinues(PLC). C'est pourquoi il est préférable de résoudre le problème d'emplois du temps avec d'autres méthodes s'appuyant sur une résolution de PLNE, ici la fonction inlinprog de Matlab...

2 Constantes

— d = 5, nombre de jours
— t = 4, nombre de créneaux par jour
— c = 2, nombre de promotions
— m = 8, nombre de professeurs

3 Variables

— i, indice de professeur $(1..m)$
— j, indice de promotion $(1..c)$
— k, indice de créneau $(1..d * t)$

4 Contraintes

La première contrainte est sur la binarité des x : $\forall i = 1..m, j = 1..c, k = 1..dt, x_{i,j,k} \in \{0, 1\}$.

4.1 Égalités

1. Mme Droite prof de la première promo uniquement : $\sum_{k=1}^{dt} x_{1,2,k} = 0$
2. M Ellips prof de la deuxième promo uniquement : $\sum_{k=1}^{dt} x_{2,1,k} = 0$
3. M Pascal prof de la première promo : $\sum_{k=1}^{dt} x_{4,2,k} = 0$
4. Mme Dell prof de la deuxième promo : $\sum_{k=1}^{dt} x_{5,1,k} = 0$
5. Mlle Gazelle prof de la première promo : $\sum_{k=1}^{dt} x_{7,2,k} = 0$

6. M Bigceps prof de la deuxième promo : $\sum_{k=1}^{dt} x_{8,1,k} = 0$
7. Mme Droite assure 5 cours par semaine : $\sum_{k=1}^{dt} x_{1,1,k} = 5$
8. M Ellips assure 4 cours par semaine : $\sum_{k=1}^{dt} x_{2,2,k} = 4$
9. Mme Proton assure 3 cours avec la promo 1 et 3 cours avec la promo 2 par semaine : $\sum_{k=1}^{dt} x_{3,1,k} = 3$ et $\sum_{k=1}^{dt} x_{3,2,k} = 3$
10. M Pascal assure 6 cours par semaine : $\sum_{k=1}^{dt} x_{4,1,k} = 6$
11. Mme Dell assure 6 cours par semaine : $\sum_{k=1}^{dt} x_{5,2,k} = 6$
12. M Young assure 3 cours avec la promo 1 et 3 cours avec la promo 2 par semaine : $\sum_{k=1}^{dt} x_{6,1,k} = 3$ et $\sum_{k=1}^{dt} x_{6,2,k} = 3$
13. Les cours de sport ont lieu le jeudi aprés-midi de 14h ‡ 16h : $x_{7,1,15} = 1$, $x_{8,2,15} = 1$, $\sum_{k=1}^{dt} x_{7,1,k} = 1$ et $\sum_{k=1}^{dt} x_{8,2,k} = 1$
14. Le premier créneau du lundi matin est réservé au partiel : $\sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{m} x_{i,j,1} = 0$
15. M Ellips est indisponible le lundi matin : $x_{2,2,2} = 0$
16. Mme Proton est indisponible le mercredi : $\sum_{j=1}^{c} \sum_{k=9}^{12} x_{3,j,k} = 0$

4.2 Inégalités

1. Chaque promo ne doit pas avoir plus d'un cours d'une même matière dans la même journée à l'exception des cours d'informatique où le nombre de cours dans une même journée ne doit pas dépasser deux : $\forall j = 1..c, k = 1..d,$

$$\begin{cases} \sum_{l=0}^{t} x_{1,i,kd+l} + x_{2,i,kd+l} \leq 1 \\ \sum_{l=0}^{t} x_{3,i,kd+l} \leq 1 \\ \sum_{l=0}^{t} x_{4,i,kd+l} + x_{5,i,kd+l} \leq 2 \\ \sum_{l=0}^{t} x_{6,i,kd+l} \leq 1 \\ \sum_{l=0}^{t} x_{7,i,kd+l} + x_{8,i,kd+l} \leq 1 \end{cases} \tag{1}$$

2. Un professeur ne peut avoir deux cours en même temps : $\forall i = 1..m, k = 1..dt, \sum_{j=1}^{c} x_{i,j,k} \leq 1$
3. Une promotion ne peut avoir deux cours en même temps : $\forall j = 1..c, k = 1..dt, \sum_{i=1}^{m} x_{i,j,k} \leq 1$

5 Objectif

Obtenir un emploi du temps respectant les contraintes ci-dessus en minimisant le nombre de trous pour les élèves.

6 Présentation de la Solution

6.1 Présentation de la fonction intlinprog

— La fonction intlinprog de Matlab permet de résoudre ce genre de problème. En effet, elle a pour but de minimiser un problème linéaire en variables entière soumis à certaines contraintes linéaires. C'est effectivement en lien avec notre problème d'emploi du temps puisqu'il contient énormément de contraintes à respecter tout en minimisant les trous qui peuvent apparaître dans sa construction.

— Cette fonction prend plusieurs paramètres en entrée : $(f, intcon, A, b, Aeq, beq, lb, ub)$

1. f est le vecteur des coefficients de la combinaison linéaire des $x_{i,j,k}$ que l'on veux minimiser dans la solution finale. Ici nous voulons minimiser les trous, c'est pourquoi f sera un vecteur composé de 1 et de 0. Les indices à 1 caractérisent un cours en début de la journée (8h/10h) ou à la fin de la journée (16h/18h). Minimiser cela

permet de minimiser les trous puisque ce sont ces créneaux qui sont à l'origine de la création d'un trou dans l'emploi du temps.

2. A et b forment la caractérisation des contraintes d'inégalités dans l'idée d'un système d'équations linéaire $Ax = b$
3. Aeq et Beq forment la caractérisation des contraintes d'égalités dans l'idée d'un système d'inéquations linéaire $Ax = b$
4. lb, ub sont des contraintes sur la solution finale $lb \leq x \leq ub$

6.2 Utilisation de intlinprog

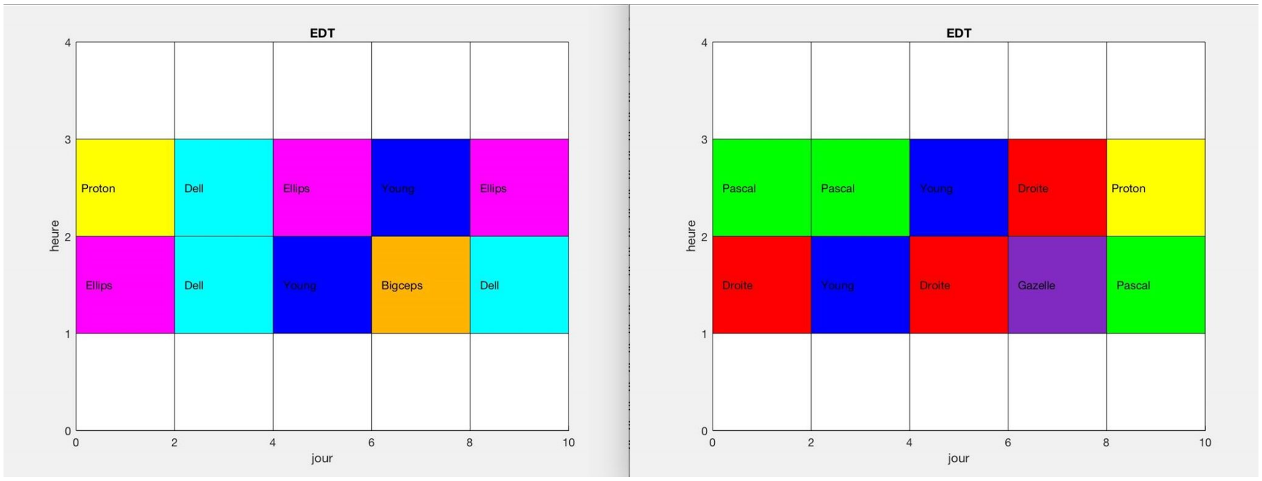
— La partie la plus complexe dans l'utilisation de cette fonction est de structurer les informations pour la fonction et interpréter le vecteur solution.

— Pour l'écriture des contraintes d'égalités et d'inégalités, il nous semblait difficile de les écrire directement sous forme d'une matrice à deux dimensions. Nous avons commencé par écrire les matrices sur la base de 4 dimensions : la contrainte, le professeur, la promotion, le créneau. Ce qui nous fait une matrice de taille $(nb\_contraintes, m, c, d * t)$. Ensuite nous transformons nos matrices en gardant la première dimension intacte (qui est celle qui représente les contraintes) et en mettant les autres dimensions bout à bout.

— La solution finale est un vecteur, afin de mieux l'utiliser on le reshape sous la forme d'une matrice à 4 dimensions de la forme $x = reshape(x, [m, c, t, d])$ qui reprend une structure plus commune d'emploi du temps dans lequel il est facile d'aller lire.

7 Tests

Nous proposons certains tests afn de validé l'efficacité des contraintes utilisées. Afin de tester l'optimisation des trous, nous réduisons le nombre de cours pour chaque groupe par semaine à 10, et le résultat attendu est vérifié : tous les cours ont lieu au deuxième et troisième créneau de la journée. (voir TEST1 dans le programme)



Les autres tests consistent en l'ajout de contraintes qui sont en contradiction avec les contraintes initiales (par exemple imposer un cours à Mme Droite avec le groupe 2, voir TEST2) Le TEST3 teste si le nombre de cours imposé à un professeur est respecté. Si l'on décommente toutes le lignes aucune solution ne sera trouvée. Les TEST4 et TEST5 vérifient que les créneaux pour le sport et le partiel sont vérouillés