TP CPS n° 3. Modélisation et Simulation de Systèmes Contrôlés, lien discret-continu.

1 Préliminaires

Cette séance consiste à modéliser et simuler en discontinu les différentes versions du pendule inversé étudiées en cours et en TD en introduisant les contrôleurs et des perturbations, puis à mesurer l'impact de la position des pôles sur la tolérance aux perturbations.

2 Utilisation de MatLab pour représenter le modèle du pendule inversé contrôlé par une force

L'objectif est de reprendre le modèle du pendule inversé contrôlé par une force réalisé à la fin de la séance précédente pour utiliser une fonction MatLab pour représenter la fonction f telle que :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x, u)$$

Utiliser le bloc MATLAB Function de l'onglet User-Defined Functions de la bibliothèque Simulink.

3 Observation de l'effet des paramètres de simulation

Il s'agit d'étudier l'impact des différents paramètres de simulation, en particulier le pas de simulation, la différence entre pas fixe et pas variable, le type d'algorithme de simulation.

Représenter α, $\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$ et $\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}$ ainsi que la position du pendule inversé en 2 dimensions $x = -l \sin\alpha$, $y = l\cos\alpha$ et l'espace des phases en deux dimensions α, $\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$.

On prendra les valeurs suivantes :

— $g = 9.81$;
— $l = 10$;
— $t_0 = 0$;
— $t_f = 4\pi\sqrt{l/g}$;
— $\alpha_0 = 2\pi/10$;
— $N = 500$;
— $h = (t_f - t_0)/N$;
— Pour $K = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$ (pendule simple non contrôlé)

$$\dot{\alpha}_0 = \sqrt{2(g/l)(1 + \cos(\alpha_0 - \pi))} \pm \varepsilon;$$

— Pour $K = \begin{pmatrix} 20 & 10 \end{pmatrix}$, $\dot{\alpha}_0 = 0$.

4 Modélisation et simulation discrète

L'objectif est de reprendre le modèle du pendule précédent en explicitant la discrétisation du modèle. Utiliser pour cela des opérateurs d'intégration discrete (Discrete-Time Integrator dans l'onglet Discrete de la bibliothèque Simulink). Le pas de simulation peut être soit précisé dans les paramètres de cet opérateur, soit en utilisant un mode de simulation à pas fixe.

Comparer les résultats de simulation entre les modèles discret et continu. Observer en particulier les différences entre une simulation continue à pas fixe, et une simulation discrète avec le même pas.

5 Introduction des capteurs et actionneurs

On suppose maintenant que l'on a accès à l'état que tous les $\Delta t = 25h$. Que se passe-t-il ?

L'état du système est observé par des capteurs qui ne restituent pas forcément l'intégralité des composantes de l'état. Dans notre contexte, il s'agit d'un giroscope qui mesure la vitesse de changement d'angle du pendule $\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$. Pour modéliser le capteur, il faut donc introduire un sous-système qui extrait ces informations de l'état x et reconstruit un état partiel. Pour compenser cette perte d'information, il faut introduire un sous-système prédicteur qui recalcule les informations manquantes à partir des informations disponibles.

Modéliser le capteur et le prédicteur. Vous utiliserez des sous-systèmes pour représenter chaque partie : Environnement physique, Capteur, Prédicteur, Contrôleur, Actionneur.

Simuler le modèle contrôlé ainsi réalisé.

Oberver les différences entre α en sortie du modèle et α reconstruit à partir de $\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$.

6 Construction du modèle hybride

Le contrôleur et le prédicteur seront implantés en logiciel dans le robot Lego, donc sous la forme d'un modèle discret. Le système représentant la physique reste un modèle continu.

Introduire dans le capteur un bloc Zero-Order Hold de l'onglet Discrete de la bibliothèque Simulink. L'état reconstruit en sortie du capteur est ainsi discret.

Modifier le prédicteur pour utiliser des opérateurs discrets.

Simuler le modèle controlé réalisé.

7 Implantation d'un opérateur d'intégration discrète

On demande maintenant de réaliser l'intégration par un schéma d'Euler explicite

$$x_{i+1} = x_i + hf(x_i, u_i),$$

où $h = (t_f - t_0)/N$.