

Diseño y desarrollo de escáner 3D utilizando el método de Moiré

Gilberto Juárez Rangel,^{*} Luis Rodrigo Medina Murúa,[†] and Ricardo Rosas Esquivel[‡]
Tecnológico de Monterrey
(Dated: March 21, 2023)

Keywords: Polarización, Parámetros de Stokes, Retardador de cuarto de onda, Retardador de media onda, Interferómetro de Sagnac, Moiré por proyección, Escáner 3D, Desenvolvimiento de fase.

I. OBJETIVO

En este proyecto, se busca desarrollar un escáner 3D utilizando el método de Moiré por proyección a través del uso de un interferómetro. El proceso consiste en proyectar un patrón de interferencia sobre el objeto a escanear, y capturar imágenes con patrones de interferencia desfasados. A partir de los datos obtenidos, reconstruir la superficie del objeto a través del procesamiento de las imágenes.

II. DESCRIPCIÓN

En este proyecto, se utilizó el interferómetro de Sagnac modificado para generar las franjas necesarias para el método de Moiré por proyección. La elección de este interferómetro se debe a la baja sensibilidad a perturbaciones mecánicas y termodinámicas del ambiente.

Previo al interferómetro de Sagnac modificado, se generó un haz alineado, libre de ruido espacial y colimado. La preparación de este haz se realizó a partir de los elementos ópticos mostrados en el arreglo experimental de la figura 1, previos al retardador de media onda.

Posteriormente, el retardador de media onda se utiliza para controlar el estado de polarización lineal de la luz sin perder la intensidad, cómo sucedería con un polarizador lineal por ley de Malus [1]. Al tener este control en la polarización lineal, podemos aprovechar las características del interferómetro de Sagnac modificado.

El interferómetro de Sagnac modificado, consta en reemplazar un cubo divisor simple, por un cubo divisor polarizador (*C.D.P.*). Además, en la salida del interferómetro se incluye un retardador de cuarto de onda ($R_{\lambda/4}$), seguido de un polarizador lineal (*P.L.*). Esto nos permite generar un patrón de interferencia lineal, capaz de desplazar su fase a partir de la rotación del polarizador lineal.

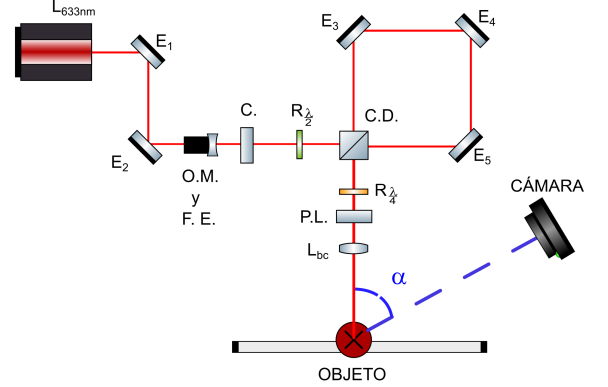


Figure 1: Arreglo experimental para generar un patrón de interferencia lineal a partir del interferómetro de Sagnac modificado. En este arreglo se utilizan las abreviaciones, E_i para indicar los espejos, *O.M.* para el objetivo microscópico, *F.E.* para el filtro espacial, *C.* para el lente colimador, $R_{\lambda/2}$ para el retardador de media onda, *C.D.P.* para el cubo divisor polarizador, $R_{\lambda/4}$ para el retardador de cuarto de onda, *P.L.* para el polarizador lineal y L_{bc} para lente biconvexo.

III. MARCO TEÓRICO

A. Método de Moiré por proyección

Existen diferentes métodos para obtener un mapa tridimensional de la superficie de un objeto. El método que exploraremos a continuación corresponde a la técnica de Moiré por proyección de franjas, esta técnica consta de proyectar un patrón de interferencia para recuperar la diferencia de fase y obtener la información de la superficie del objeto a partir de la captura de distintas imágenes [2].

Cuando nosotros generamos un patrón de interferencia utilizando ondas planas, la irradiancia del campo es proporcional a,

$$I_0 \propto \cos^2(2\theta). \quad (1)$$

Si hacemos un análisis geométrico de la figura 2, podemos encontrar que la profundidad está directamente relacionada con la diferencia de fase que hay entre las

^{*} Dirección de correo electrónico: A01570628@tec.mx

[†] Dirección de correo electrónico: A01283783@tec.mx

[‡] Dirección de correo electrónico: A00829089@tec.mx

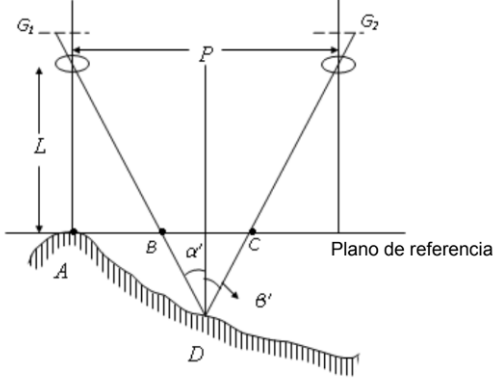


Figure 2: Método de Moiré por proyección de franjas

franjas proyectadas con y sin el objeto. Podemos describir esta relación cómo,

$$z(x, y) = \frac{\phi(x, y)}{2\pi} \frac{a}{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}, \quad (2)$$

dónde $\phi(x, y)$ es la diferencia de fase, a es la longitud de onda de las franjas proyectadas, α es el ángulo en el que se encuentra la cámara y β el ángulo en el que se proyectan las franjas [2]. Por simplicidad, nuestras franjas las proyectamos de manera perpendicular a la superficie, tal que, $\beta = 0$.

1. Obtención de la fase

Para obtener la diferencia de fase de manera experimental, es necesario tomar 4 fotografías con y sin el objeto con un desplazamiento de fase de $\pi/4$ entre cada foto. Esto nos resulta en tener cuatro patrones de interferencia:

$$I_1 \propto \cos^2(\theta), \quad (3)$$

$$I_2 \propto \cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right), \quad (4)$$

$$I_3 \propto \cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sin^2(\theta), \quad (5)$$

$$I_4 \propto \cos^2\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin^2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right). \quad (6)$$

Utilizando estas 4 intensidades podemos resolver el sistema de ecuaciones para θ ,

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{I_2 - I_4}{I_1 - I_3}\right) = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\sin(2\theta)}{\cos(2\theta)}\right). \quad (7)$$

Este proceso puede replicarse para las imágenes con el objeto.

2. Desenvolvimiento de la fase

Cuando nosotros obtenemos la fase a partir de la ecuación 7, se tienen valores entre $-\pi/4$ y $\pi/4$, generando una función diente de sierra cómo se muestra en la figura 3. Debido a que la diferencia de franjas ($\phi/2\pi$) en la ecuación 2 excede valores entre $-\pi/4$ y $\pi/4$, es necesario generar el desenvolvimiento de la fase. Esto se realizó utilizando la librería de *Julia*, *DSP.jl*. Podemos observar el proceso del desenvolvimiento de la fase de sin el objeto en la figura 3.

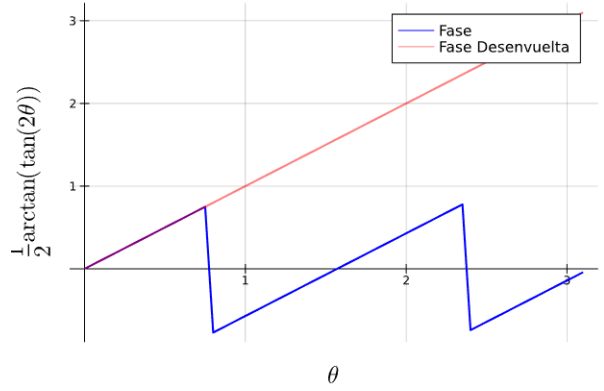


Figure 3: Desenvoltura de fase de la ecuación 7.

Una vez que se obtienen las fases desenvueltas, la diferencia de fase puede recuperarse cómo,

$$\phi = \theta - \theta', \quad (8)$$

dónde θ representa la fase desenvuelta del patrón de franjas sin el objeto, y θ' la fase desenvuelta del patrón de franjas con el objeto.

B. Interferómetro de Sagnac modificado

En el interferómetro de Sagnac modificado, el estado de polarización de entrada al *C.D.P.* está regulada por el $R_{\lambda/2}$. Cuándo el ángulo del $R_{\lambda/2}$ se encuentra en $\pi/8$, asumiendo un estado de polarización inicial horizontal, obtenemos una entrada al *C.D.P.* con polarización diagonal, esto causa que las intensidades por ambas salidas del *C.D.P.* sean iguales, pero, con polarización horizontal y vertical. Esto puede comprobarse utilizando las matrices de Jones.

Para este reporte las matrices de Jones que utilizaremos

son:

$$J_P = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$J_{\lambda/2} = \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$J_{\lambda/4} = \begin{bmatrix} 1 + i\cos(2\theta) & i\sin(2\theta) \\ i\sin(2\theta) & 1 - \cos(2\theta) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

dónde $J_{\{P,\lambda/2,\lambda/4\}}$ representan las matrices de Jones del polarizador lineal [1], retardador de media onda y retardador de cuarto de onda respectivamente.

El *C.D.P.* divide el haz en estados de polarización verticales y horizontales. Cuando los haces interfieren nuevamente en la salida del *C.D.P.* obtenemos los campos:

$$\vec{E}_1 = E_{01}e^{-i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)}\hat{x}, \quad (12)$$

$$\vec{E}_2 = E_{02}e^{-i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)}\hat{y}, \quad (13)$$

$$(14)$$

dónde, $E_{\{01,02\}}$ son la magnitud de los campos, $\vec{k}_{\{1,2\}}$ son los vectores de propagación de ambos haces y ω es la frecuencia del haz. Si nosotros consideramos $E_{01} = E_{02} = E_0$ y sumamos ambos campos, utilizando los vectores de Jones, tenemos que,

$$\vec{E} = E_0 e^{i\omega t} \begin{bmatrix} e^{-i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \\ e^{-i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r})} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Cuando calculamos la irradiancia del campo resultante, los términos exponenciales complejos se cancelan de modo que $I \propto |E_0|^2$. Sin embargo, es posible notar que la interferencia se encuentra presente en la polarización, cómo se puede mostrar en la figura 4 [3].

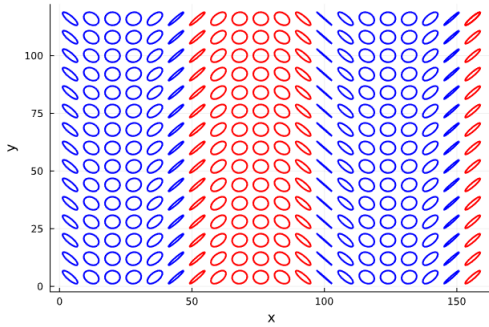


Figure 4: Patrón de interferencia en los estados de polarización locales generado por la interferencia entre haces con polarización vertical y horizontal. La helicidad de los estados de polarización se indica a partir de los colores rojo y azul, que representan positiva y negativa respectivamente.

Por simplificación de los cálculos asumimos que, \vec{k}_1 y \vec{k}_2 son similares y sus componentes perpendiculares al eje z son simétricos con respecto al eje de propagación, es decir,

$$\vec{k}_1 = k_x\hat{x} + k_y\hat{y} + k_z\hat{z}, \quad (16)$$

$$\vec{k}_2 = -k_x\hat{x} - k_y\hat{y} + k_z\hat{z}, \quad (17)$$

dónde $k_z \gg k_x + k_y$. Para simplificar aún más, podemos ajustar el interferómetro de modo que $k_y = 0$.

Si nosotros operamos la matriz de Jones $J_{\lambda/4}$ a un ángulo de $\pi/4$ radianes sobre el vector de Jones del campo resultante, tenemos que,

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\lambda/4} &= \frac{\tilde{A}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-ik_x x} \\ e^{ik_x x} \end{bmatrix} \\ &= \tilde{B} \begin{bmatrix} \cos(k_x x) - \sin(k_x x) \\ \cos(k_x x) + \sin(k_x x) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (18)$$

dónde, \tilde{A} representa la magnitud y fase global $E_0 e^{-i(k_z z - \omega t)}$ y \tilde{B} incluye la fase global añadida por el retardador de cuarto de onda $\tilde{A}(1+i)/\sqrt{2}$. Podemos observar que el efecto del retardador de cuarto de onda a $\pi/4$ radianes es transformar los estados de polarización elípticos a completamente lineales, esto puede observarse en la figura 5.

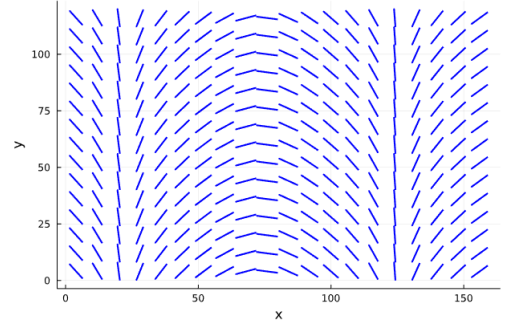


Figure 5: Transformación en los estados de polarización locales causado por un retardador de cuarto de onda a un ángulo de $\pi/4$ radianes.

Si finalmente colocamos un polarizador lineal a un ángulo de 0 radianes, nuestro estado de polarización resulta en,

$$\begin{aligned} \vec{E}_f &= \tilde{B} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(k_x x) - \sin(k_x x) \\ \cos(k_x x) + \sin(k_x x) \end{bmatrix} \\ &= \tilde{B} \begin{bmatrix} \cos(k_x x) - \sin(k_x x) \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (19)$$

Cuando calculamos la irradiancia del campo de salida final, tenemos que,

$$I_f = \left| \tilde{B} \right|^2 \cos^2 \left(2k_x x + \frac{\pi}{4} \right) \quad (20)$$

Si nosotros rotamos el polarizador lineal, por ley de Malus, el cambio en la intensidad en cada punto del espacio equivale a generar un desplazamiento del patrón de interferencia. Esto justifica el proceso de obtención de fase utilizando este arreglo experimental III A 1. Además para amplificar la imagen del patrón de interferencia, se utiliza un lente biconvexo (L_{bc}). El uso de este lente genera una deformación en el patrón de interferencia, sin embargo, para nuestro propósito esta deformación es despreciable y no se toma en cuenta.

IV. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

A. Generación de franjas

La generación de un haz alineado, libre de ruido espacial y colimado, se preparó a través de una serie de elementos ópticos. Inicialmente, se utilizaron 2 espejos y un diafragma para alinear el láser paralelo a la superficie de la mesa hacia una dirección deseada. Posteriormente, se utilizó un objetivo microscopio y un filtro espacial, también conocido como “pinhole”, para obtener un haz libre de ruido espacial. Finalmente, colocamos un lente colimador a la distancia focal de la salida del “pinhole”, en este caso 40 cm. Para verificar la colimación del láser, se utilizó una tarjeta con un círculo marcado de 1 pulgada de diámetro para verificar que el diámetro se mantuviera constante.

Debido al desconocimiento del estado de polarización inicial del láser, se rotó el retardador de media onda hasta obtener salidas de misma intensidad por el cubo divisor polarizador [4]. Esto asegura que, el estado de polarización del láser a partir del retardador de media onda es diagonal o antidiagonal.

Utilizando el interferómetro de Sagnac modificado, se generó un patrón de interferencia con la forma de la ecuación 20. A partir de la rotación del polarizador lineal, se generaron los patrones de interferencia necesarios para el procesamiento de las imágenes. La relación entre el ángulo de rotación del polarizador lineal y el desplazamiento de las franjas es de 1 : 1, es decir que, para una rotación de $\pi/4$ radianes del polarizador lineal, las franjas se desplazaban por $\pi/4$ radianes.

B. Captura de Imágenes

Para la captura de imágenes se utilizó una cámara Nikon D7000. En la configuración de la cámara, se usó un ISO 100 y un tiempo de exposición fijo de 1/15 s para capturar las fotografías.

Se utilizaron estos parámetros para hacer que las imágenes quedaran lo más nítidas posibles. La cámara se fijó a la mesa para evitar cualquier movimiento involuntario al tomar las imágenes. Además, también se fijó un “foamboard” con la intención de evitar cualquier movimiento entre la captura de imágenes de las franjas con y sin objeto.

C. Análisis numérico

Para realizar el procesamiento de las imágenes tomadas, se utilizó el lenguaje de programación *Julia*. En este procesamiento, se realizó la importación de las imágenes, la recuperación de fase, el desenvolvimiento de fase y la imagen tridimensional de la superficie del objeto a escanear.

1. Recuperación de fase

Para la recuperación de la fase, se aplicaron las operaciones descritas en la ecuación 7, en cada punto de la imagen con y sin el objeto. Utilizando la ecuación 8, recuperamos las fases envueltas con y sin el objeto en un rango de $-\pi/2$ a $\pi/2$.

2. Desenvolvimiento de fase

Para desenvolver la diferencia de fase, se creó un método numérico de desenvolvimiento de fase basado en la transformación discreta de coseno[5] [6]. Nuestro método de desenvolvimiento funcionaba para funciones ideales, sin embargo, al usar los datos experimentales se obtenían resultados no deseados. Debido a esto, se optó por utilizar el método “unwrap”, de la librería *DSP.jl* [7]. Esta función permite desenvolver funciones en múltiples dimensiones, por lo que el desenvolvimiento de nuestra diferencia de fase experimental era más preciso.

3. Visualización de superficie

Finalmente, implementando la ecuación 2 sobre cada punto de nuestros datos, se reescalaron los valores para obtener la superficie tridimensional del objeto. Para obtener el reescalamiento correcto, se midió el ángulo α en radianes mediante la medición de los catetos

utilizando una cinta métrica. Para obtener a , se posicionó una regla en la parte superior de las fotografías y primero se midió de manera empírica el número de píxeles que correspondían a 1 mm. Después tomando en cuenta esta conversión, se obtuvieron el número de píxeles que correspondían a un ciclo completo en el corte transversal del patrón de interferencia.

V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A. Objetos a escanear

Para probar la eficiencia del escáner 3D utilizando el método de Moiré por proyección, obtuvimos los mapas de superficie de una esfera de poliestireno, un timón de LEGO y un borrador de goma en forma de cohete. La imagen tridimensional obtenida en el procesamiento de las imágenes conservó las proporciones de los objetos escaneados, como se puede apreciar en la figura 6.

B. Análisis de errores

Nuestros resultados obtenidos tuvieron un error en los ejes x y y , de aproximadamente 1.75%. Para el eje z de profundidad, se obtuvo un error más notorio de aproximadamente el 2.53%. Además se presentan oscilaciones en la profundidad del objeto. Estas oscilaciones se atribuyen principalmente a las imperfecciones experimentales en las franjas generadas por el interferómetro de Sagnac modificado.

Las medidas reales contra las obtenidas pueden observarse en la tabla I

	Real [x, y, z] (mm)	Exp. [x, y, z] (mm)
Esfera	[25.4, 25.4, 12.5]	[25, 25, 12.3]
LEGO	[22.4, 22.4, 6]	[22, 22, 5.82]
Borrador	[16.5, 18.4, 6]	[16.8, 18.8, 5.82]
	Error relativo [x,y,z](%)	
Esfera	[1.6, 1.6, 1.6]	
LEGO	[1.8, 1.8, 3]	
Borrador	[1.875, 2.2, 3]	

Table I: Tabla de medidas reales y obtenidas con el escáner 3D junto con el error relativo.

C. Limitantes

El escaneo de las imágenes resultó tener un error considerablemente bajo, sin embargo, al necesitar 8 fotografías por objeto, su aplicación es poco práctica para

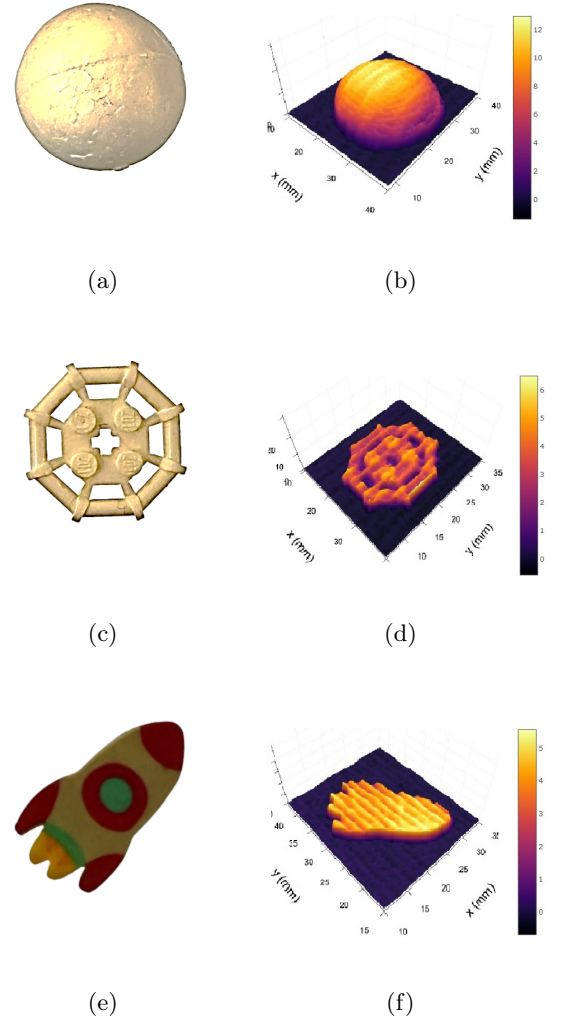


Figure 6: Comparación entre objeto real y la superficie obtenida con el escáner 3D.

aplicaciones más avanzadas. También, las franjas tienen que ser completamente visibles y con un alto contraste, lo cual es difícil de conseguir en un ambiente no controlado como un laboratorio. Las superficies generadas son una limitante, ya que se tendría que agregar algún método que removiera esas oscilaciones en la altura. Se propone utilizar una transformada de Fourier y suprimir la frecuencia de las franjas generadas para hacer un suavizado, sin perder los detalles del objeto.

VI. CONCLUSIONES

El método de Moiré por proyección de franjas es una manera sencilla y práctica para obtener una reconstrucción de la superficie de un objeto. Sin embargo,

notamos que este método es útil para casos muy particulares. Entre estos, es recomendable que el objeto sea de un color claro para poder capturar correctamente los patrones de interferencia. Además, se sugiere que el objeto no sea muy complejo debido a que sólo se recupera la forma del objeto desde un punto de vista.

Consideramos que nuestros resultados fueron exitosos principalmente por la notable reconstrucción de objetos complejos, como fue en el caso del timón de LEGO. Sin embargo, consideramos que para la mejora de este método pueden implementarse medidas más exhaustivas en el arreglo experimental que mejoren el patrón de interferencia que se proyecta sobre el objeto. Además, cómo se menciona en la sección VC, se podrían implementar métodos como la transformada de Fourier o redes neuronales, que nos permitan limpiar las franjas que se observan en las superficies reconstruidas.

VII. REFLEXIÓN

En este reto pudimos familiarizarnos con las funcionalidades de los interferómetros y poner a prueba los resultados obtenidos. También, nos permitió exponernos ante los errores de medición y la dificultad de montar y alinear físicamente los elementos ópticos necesarios. En este reto, tuvimos que seleccionar un interferómetro con las características necesarias para generar patrones de interferencia que se pudieran desplazar de manera arbitraria. Esto reforzó los conceptos necesarios para la obtención de fase, desenvolvimiento, y procesamiento de las imágenes. En general, el desafío nos permitió aplicar nuestros conocimientos teóricos en un entorno práctico y aprender más sobre el funcionamiento y uso de los interferómetros para aplicaciones en la ingeniería y ciencia.

REFERENCES

- [1] E. Hecht, *Optics* (Pearson Education India, 2012).
- [2] J. L. Valin-Rivera, E. Gonçalves, P. Vinícius-Soares, G. de Almeida Milito, F. Palacios-Fernández, G. F. Palacios-Roque, J. O. Ricardo-Pérez, and M. Valin-Fernández, *Ingeniería Mecánica* **20**, 22 (2017).
- [3] D. Gossman, P.-G. Benjamin, *et al.*, *American Journal of Physics* **84** (2016).
- [4] ThorLabs, "wpq05m-633 Ø1/2" zero-order quarter-wave", (2018), "https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=WPQ05M-633".
- [5] D. C. Ghiglia and L. A. Romero, *J. Opt. Soc. Am. A* **11**, 107 (1994).
- [6] Firman, "2d weighted phase unwrapping," (2023).
- [7] JuliaDSP, "Util - utility functions - "unwrap",".

VIII. APPENDIX A: JULIA CODE

```
using Plots
using LaTeXStrings
using Images
using DSP
using ImageFiltering
using Statistics
using LinearAlgebra
plotly()
# -----PARAMETERS-----#

height = 2801
width = 2551
gil_path = "C:/Documentos/Studying/Clases/
6toSemestre/LabOptica/Lab0/pikas/Fotos_Martes_14/"
roy_path = "/Users/roymedina/Lab0/pikas/
Fotos_Viernes_10_2/"
IM_PATH = gil_path

# Crop parameters
x1_ref=300
x2_ref=3100
y1_ref=1150
y2_ref=3700

x1_im = x1_ref
x2_im = x2_ref
y1_im = y1_ref
y2_im = y2_ref

#----- PIXEL TO MM.-----#

mm = 41
676/mm
a = 130
a = a/mm
# -----IMPORT IMAGES-----#
ref1 = Float64.(Gray.(load(IM_PATH*"DSC_0378.JPG")))
#ref1[300:700,2450:2550]
#plot(Float64.(ref1[1632,2463:2545]))
ref2 = Float64.(Gray.(load(IM_PATH*"DSC_0377.JPG")))
ref3 = Float64.(Gray.(load(IM_PATH*"DSC_0376.JPG")))
ref4 = Float64.(Gray.(load(IM_PATH*"DSC_0375.JPG")))
# -----IMPORT REFERENCES-----#

im1 = Float64.(Gray.(load(IM_PATH*"DSC_0371.JPG")))
im2 = Float64.(Gray.(load(IM_PATH*"DSC_0372.JPG")))
im3 = Float64.(Gray.(load(IM_PATH*"DSC_0373.JPG")))
im4 = Float64.(Gray.(load(IM_PATH*"DSC_0374.JPG")))

# -----CROP IMAGES-----#
include("crop.jl")
im1 = crop(im1,x1_im,x2_im,y1_im,y2_im)
im2 = crop(im2,x1_im,x2_im,y1_im,y2_im)
```



```
im3 = crop(im3,x1_im,x2_im,y1_im,y2_im)
im4 = crop(im4,x1_im,x2_im,y1_im,y2_im)
```

```
# -----CROP REFERENCES-----#
```

```
ref1 = crop(ref1,x1_ref,x2_ref,y1_ref,y2_ref)
ref2 = crop(ref2,x1_ref,x2_ref,y1_ref,y2_ref)
ref3 = crop(ref3,x1_ref,x2_ref,y1_ref,y2_ref)
ref4 = crop(ref4,x1_ref,x2_ref,y1_ref,y2_ref)
```

```
im1 = imresize(im1, (height, width))
im2 = imresize(im2, (height, width))
im3 = imresize(im3, (height, width))
im4 = imresize(im4, (height, width))
```

```
size = 3
```

```
include("noise_supp.jl")
```

```
im1_n = noise_supp(im1,size)
im2_n = noise_supp(im2, size)
im3_n = noise_supp(im3, size)
im4_n = noise_supp(im4, size)
```

```
ref1_n = noise_supp(ref1, size)
ref2_n = noise_supp(ref2, size)
ref3_n = noise_supp(ref3, size)
ref4_n = noise_supp(ref4, size)
```

```
#Crop lost information
```

```
crp = 450
```

```
im1_n = im1_n[crp:end-crp, crp:end-crp]
im2_n = im2_n[crp:end-crp, crp:end-crp]
im3_n = im3_n[crp:end-crp, crp:end-crp]
im4_n = im4_n[crp:end-crp, crp:end-crp]
```

```
ref1_n = ref1_n[crp:end-crp, crp:end-crp]
```

```
ref2_n = ref2_n[crp:end-crp, crp:end-crp]
ref3_n = ref3_n[crp:end-crp, crp:end-crp]
ref4_n = ref4_n[crp:end-crp, crp:end-crp]
```

```
#Obtención de fase
```

```
phii = (1/2)*atan.((-im2_n+im4_n),(im1_n-im3_n))
```

```
phis = (1/2)*atan.((-ref2_n+ref4_n),(ref1_n-ref3_n))
```

```
#Desenvolvimiento de fase
```

```
phiui = unwrap(i,dims = 1:2,range = pi)
```

```
phius = unwrap(s,dims = 1:2,range = pi)
```

```
phiut = (us.-minimum(us))-(ui.-minimum(ui))
```

```
heatmap(ut)
```

```
#Reescalamiento y ligero suavizado
```

```
theta = atan(10.5/35.8)
```

```
phiu_n = imfilter(ut, Kernel.gaussian(3))
```

```
phiu_n = phiu_n.*(maximum(ut)/maximum(u_n))
```

```
h = ((1:length(u_n[:,1]))-1)./mm
```

```
w = ((1:length(u_n[1,:]))-1)./mm
```

```
z = u_n.*(a/(2*pi*tan()))
```

```
heatmap(w, h, abs.(z), xlims = (5, 35),
        ylims = (10, 40), aspect_ratio = :equal)
```

```
u = surface(w, h, z, xlims = (5, 35),
            ylims = (10,40),camera = (45,45),
            aspect_ratio = 1)
```

```
plot3d!([5, 35],[0,0],[0,0], lc = :black,
        legend = false)
```

```
plot3d!([0, 0],[10,40],[0,0], lc = :black,
        legend = false)
```

```
plot3d!([0, 0],[0,0],[0,30], lc = :black,
        legend = false, xlabel = "z (mm)")
```

```
xlabel!("x (mm)")
```

```
ylabel!("y (mm)")
```