

## Aufgabe 1 & 2

*Quellcode: Aufgabe\_1\_2.java*

Ausgabe im Anhang.

Es lässt sich erkennen, dass die Exponentialdarstellung eine Abweichung im Bereich von  $10^{-17}$  für alle  $x$  ergibt. Zur Verbesserung gibt es zwei weitere Verfahren: Die Berechnung über die Produkt- oder Reihenentwicklung. Dabei erkennt man, dass die Produktentwicklung für  $x \leq 10^{-9}$  mit der in Java verfügbaren Routine übereinstimmt, jedoch vorher teilweise größere Fehler als die Exponentialdarstellung besitzt. Die Reihenentwicklung besitzt dagegen eine relativ hohe Genauigkeit, ihr größter Fehler liegt bei  $2 * 10^{-19}$  für  $x = 10^{-3}$  und sie weicht auch sonst nur für zwei weitere  $x$ -Werte von der vorgegebenen Routine ab.

## Aufgabe 3 (c)

*Quellcode: Aufgabe3.java*

Ausgabe im Anhang.

Bei der Vorwärtsrekursion treten für  $k \geq 18$  bei geraden  $k$  negative Werte auf und der Betrag von  $I_k$  steigt schnell an bis ca.  $4 * 10^{17}$ . Hier liegt offenbar ein Rechenfehler vor, da das Integral nach (a) monoton fallend und immer positiv ist. Dieser Rechenfehler entsteht durch Fehlerfortpflanzung, da der Startwert  $I_0 = e - 1$  schon nicht exakt in Maschinenzahlen dargestellt werden kann. Diese Ungenauigkeit wird in jedem Rekursionsschritt verstärkt und es kommt zu der beobachteten Abweichung. Die Rückwärtsrekursion nimmt als Startwert  $I_6 = 0$  und umgeht so einen anfänglichen Fehler. Dadurch sind die Werte für alle  $k$  auch nah an exakten Werten, bzw. den durch MATLAB berechneten.