

## Examen de Traitement d'Image (1ère session)

Durée : 2h00

Documents, calculatrice et traducteur électronique autorisés

Veillez à justifier soigneusement toutes vos réponses.

### Partie 1

#### 1.1. Restauration d'image

On considère une image  $I_1$  en niveaux de gris sur 8 bits représentant le caractère « F » (voir figure 1). L'image  $I_2$  (voir figure 2) résulte de l'application d'un bruit sur l'image  $I_1$ . Dans cet exercice, on cherche à réduire le bruit présent sur cette image à l'aide de filtres de lissage.

y \ x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	20	20	20	20	20	20	20	20	20
1	20	180	180	180	180	180	180	180	20
2	20	180	180	180	180	180	180	180	20
3	20	180	180	20	20	20	20	20	20
4	20	180	180	20	20	20	20	20	20
5	20	180	180	180	180	180	20	20	20
6	20	180	180	180	180	180	20	20	20
7	20	180	180	20	20	20	20	20	20
8	20	180	180	20	20	20	20	20	20
9	20	180	180	20	20	20	20	20	20
10	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Figure 1: Image  $I_1$

y \ x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	20	20	20	20	20	20	20	20	20
1	20	0	180	180	180	180	180	180	20
2	20	180	180	180	180	180	180	180	20
3	20	180	180	20	20	255	20	20	20
4	20	180	180	20	20	20	20	20	20
5	20	180	180	180	180	255	20	20	20
6	20	180	180	255	180	180	20	0	20
7	20	180	180	0	20	20	20	20	20
8	20	180	180	20	20	20	20	20	20
9	20	180	180	20	20	20	20	20	20
10	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Figure 2: Image bruitée  $I_2$

- Caractériser le bruit présent dans l'image  $I_2$  (type et pourcentage de pixels affectés).
- Pour chacun des 2 filtres suivants, indiquer les **coordonnées** des pixels dont les niveaux sont modifiés après application du filtre sur l'image  $I_2$  ainsi que les **valeurs modifiées** de ces niveaux et **calculer le PSNR** (arrondi à deux décimales) entre l'image  $I_1$  et l'image obtenue après application du filtre sur  $I_2$  :
  - filtre médian de rayon 0.5 (4-voisinage et pixel central),
  - filtre min-max (8-voisinage).

NB : On utilisera une stratégie « miroir » pour traiter les pixels situés sur les bords, et il est rappelé ici que  $\log_{10}(x) = \ln(x) / \ln(10)$ .

c) Conclure sur l'efficacité de ces filtres à réduire le bruit présent dans l'image  $I_2$ .

### 1.2. Évaluation de programmes de tatouage numérique

Un photographe professionnel souhaite vendre en ligne des versions numériques de ses photographies mais ne souhaite pas qu'un acheteur puisse ensuite revendiquer en être l'auteur (droit de paternité). Trois sociétés lui proposent alors de tatouer numériquement ses images avec un identifiant : la présence de l'identifiant dans l'image permettra ainsi de faire valoir la paternité du photographe en cas de litige. Chacune de ces sociétés utilise un programme de tatouage (permettant l'insertion et le décodage) qui lui est propre. Vous êtes en charge de trouver le programme qui serait le mieux adapté à la problématique du photographe. Pour cela, vous n'avez pas accès directement aux codes sources de ces programmes mais vous avez accès aux versions compilées qui comportent chacune deux exécutables :

- i) insertion  
entrées : image, clef secrète, message binaire, PSNR image hôte/image tatouée  
sortie : image tatouée
  - ii) decodage  
entrées : image, clef secrète, longueur du message  
sortie : message binaire
- a) Quelles expériences effectueriez-vous afin de décider du programme le mieux adapté à la problématique du photographe ? Ces expériences devront être décrites le plus précisément possible (valeurs des paramètres, types de traitements, etc.).

## Partie 2

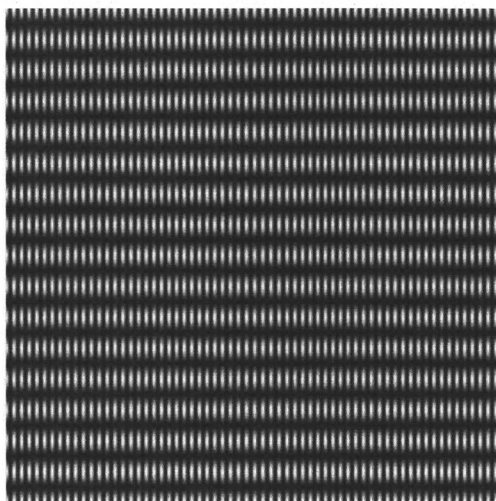


Figure 3: Image utilisée dans la partie 2.

2.1. On considère l'image en niveaux de gris de la Figure 3, de taille 1024x1024 pixels et de résolution 2000 pixels/m. On admettra qu'il y a 16 répétitions du motif suivant l'axe vertical et 64 répétitions suivant l'axe horizontal.

- a) Quelles sont les périodes spatiales horizontale  $T_x$  et verticale  $T_y$  de cette image, en pixels, puis en cm ?

- b) On considère l'image représentant le module de la transformée de Fourier discrète de cette image. Quelles sont les coordonnées dans le plan de Fourier  $[-0.5, 0.5] \times [-0.5, 0.5]$  des pics secondaires (le principal étant en  $(0, 0)$ ) dues à la périodicité de l'image de la Figure 3 ?
- c) Quelles sont leurs coordonnées dans l'image de la transformée de Fourier discrète ?

2.2. On sous-échantillonne l'image d'un facteur 4 suivant les deux directions (horizontale et verticale).

- a) Quelles seront les nouvelles coordonnées dans le plan de Fourier  $[-0.5, 0.5] \times [-0.5, 0.5]$  des pics secondaires de la transformée de Fourier discrète de l'image sous-échantillonnée ?
- b) Le sous-échantillonnage respecte-t-il encore le théorème de Shannon ?
- c) Dédurre de la question 2.2.a les nouvelles périodes verticale et horizontale de l'image sous-échantillonnée en pixels, puis en cm.

2.3. Reprendre la question 2.2 en considérant un sous-échantillonnage de facteur 10 au lieu d'un facteur 4.

### Partie 3 : Détection de contours par approche du premier ordre.

La figure 4 représente un extrait d'une image en niveaux de gris sur 8 bits (image « Phare » des TP), dont les valeurs sont détaillées sous forme textuelle. On considère en particulier les pixels  $P_1(245,345)$  et  $P_2(243,346)$ , dont les niveaux (respectivement 79 et 88) sont mis en évidence en gras sur la figure.

y\x	242	243	244	245	246	247	248	249
341	113	113	111	112	112	92	86	99
342	111	117	113	107	111	95	95	100
343	99	104	109	114	108	101	97	93
344	78	81	90	104	104	100	99	95
345	86	74	73	<b>79</b>	88	101	103	102
346	89	<b>88</b>	92	87	78	81	78	91
347	92	91	91	91	92	91	78	77
348	96	92	88	89	88	91	95	93

Figure 4: Extrait d'image

y\x	242	243	244	245	246	247	248	249
341	2.2	2.7	2.0	0.3	8.4	11.4	2.8	3.9
342	8.5	4.5	2.6	0.6	6.8	9.2	4.0	1.5
343	18.5	17.1	11.7	3.8	5.9	5.6	2.8	1.6
344	7.0	14.4	19.4	17.2	9.5	1.8	3.5	4.0
345	7.8	4.3	3.6		12.9	11.2	8.8	4.2
346	4.5		8.3	6.5	1.5	5.1	11.3	14.1
347	3.4	1.7	0.8	1.6	4.3	6.8	7.2	0.9
348	2.0	3.4	1.7	1.3	0.9	1.4	5.4	7.7

Figure 5: Norme du gradient

y\x	242	243	244	245	246	247	248	249
341	1	105	130	-63	-179	-178	31	30
342	-58	-72	-151	174	-178	158	68	-15
343	-68	-75	-68	-78	-160	167	153	-12
344	-67	-76	-64	-71	-92	-132	129	60
345	131	128	-5		-63	-68	-85	-62
346	128		89	116	83	-89	-80	-63
347	114	117	-119	130	95	123	117	73
348	141	168	-144	-69	-17	57	97	114

Figure 6: Direction du gradient (°)

On souhaite détecter les points contours dans cette image par une approche similaire à celle de Canny. Pour estimer le vecteur gradient en chaque pixel, on propose d'utiliser les filtres de convolution de Scharr :

$$H_x^{S'} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -10 & 0 & 10 \\ -3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ et } H_y^{S'} = \begin{bmatrix} -3 & -10 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 10 & 3 \end{bmatrix}$$

- a) À quelle famille appartiennent ces filtres et quelles différences présentent-ils avec ceux de Sobel ?
- b) Quelle est la valeur maximale théorique de la norme du gradient de Scharr ? Vous détaillerez le raisonnement en donnant les valeurs (théoriques) des pixels fournissant cette valeur de la norme.
- c) Comment faut-il normaliser ces filtres si l'on souhaite représenter la norme du gradient de Scharr par une image à niveaux de gris sur 8 bits ?
- d) Calculer la norme et la direction du gradient en  $P_1$  et  $P_2$ , en estimant les dérivées partielles grâce aux filtres de Scharr normalisés.

Ces valeurs en  $P_1$  et  $P_2$  complètent celles des figures 5 et 6 qui représentent, pour le même extrait d'image, la norme et la direction du vecteur gradient ainsi calculées (les valeurs ayant été arrondies à la première décimale pour la norme et à l'entier le plus proche pour la direction).

- e) Compléter la figure 7 des maxima locaux de la norme du gradient, en donnant ses valeurs en  $P_1$  et  $P_2$ . Vous expliquerez en détail le raisonnement vous ayant permis d'aboutir à ces résultats.

y\x	242	243	244	245	246	247	248	249
341	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11.4	0.0	3.9
342	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	9.2	4.0	0.0
343	18.5	17.1	0.0	0.0	5.9	0.0	2.8	0.0
344	0.0	0.0	19.4	17.2	0.0	0.0	0.0	4.0
345	0.0	0.0	0.0		12.9	11.2	0.0	0.0
346	4.5		8.3	0.0	0.0	0.0	11.3	14.1
347	0.0	0.0	0.0	0.0	4.3	0.0	0.0	0.0
348	0.0	3.4	1.7	0.0	0.0	0.0	0.0	7.7

Figure 7: Maxima locaux de la norme du gradient

- f) Représenter l'image binaire des points contours, résultat du seuillage par hystérésis des maxima locaux de la norme du gradient (avec un seuil bas égal à 5 et un seuil haut à 15). Quelles remarques pouvez-vous formuler sur le résultat de ce seuillage ?