

10 Гауссовские процессы

Вариант определяется остатком по модулю $3 + 1$.

1. Построить частичные суммы в представлении Винера (в виде тригонометрических сумм) для броуновского движения. Проверить, что полученный процесс имеет независимые нормальные приращения – измерить значения процесса в моменты i/n , найти приращения, построить ЭФР и проверить ее на нормальность.
2. Построить траекторию броуновского движения, i) броуновского моста, ii) броуновской извилины и iii) броуновской экскурсии, используя то, что:
 - фрагмент броуновского движения от 0 до последнего нуля τ_0 совпадает по распределению (после растяжения) с броуновским мостом;
 - фрагмент броуновского движения от τ_0 до 1 совпадает по распределению (после растяжения) с броуновской извилиной.
 - фрагмент броуновского движения от τ_0 до первого нуля после точки 1 совпадает по распределению (после растяжения) с броуновской экскурсией

Под растяжением подразумевается, что траектория растягивается по горизонтали в c раз до длины 1 и по вертикали в \sqrt{c} раз.

3. Исследовать закон арксинуса для i) последнего пересечения нуля ii) момента достижения максимума iii) время выше оси для случайного блуждания с шагами а) $\mathcal{N}(0, 1)$, б) $(1) - 1$, в) $X = \delta\varepsilon$, $\mathbf{P}(\delta = 1) = \mathbf{P}(\delta = -1) = 1/2$, $\mathbf{P}(\varepsilon > x) = 1/x^{7/6}$, $x \geq 1$, где δ, ε предполагаются независимыми.
4. * Исследовать распределение времени, проведенного выше оси броуновским мостом, используя случайное блуждание, возвращающееся в ноль (как эффективно моделировать такое блуждание?).