

8 Марковские процессы с непрерывным временем

1. Пусть X_t – марковский процесс с непрерывным временем, м.п.и. которого имеет вид

$$Q = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

Найти м.в.п. вложенной цепи, моделировать X_t с помощью вложенной цепи.

2. Пусть X_t – марковский процесс с интенсивностью перехода i^2 из состояния i в $i + 1$. Моделировать процесс и построить его траекторию.
3. В парикмахерскую с тремя парикмахерами приходят клиенты с интенсивностью λ , парикмахеры обслуживают клиентов с интенсивностью μ . Если все парикмахеры заняты, то клиент садится в очередь. Моделировать процесс при а) $\lambda = 1, \mu = 1$, б) $\lambda = 4, \mu = 1$.
4. Моделировать марковский процесс X_t

$$Q = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Найдем стационарное распределение Q и сравним его со стационарными распределениями двух марковских цепей а) вложенной цепи б*) цепи, полученной измерением ЦМ через независимые $\exp(1)$ времена. Для оценки стационарного распределения марковских цепей будем считать долю времени, проведенного цепью в каждом из состояний за длительное время.

5. * В файле `nerve.txt` содержатся промежутки между нервными импульсами, проходящими по нейронам. Основная гипотеза заключается в том, что они независимые экспоненциальные. Построим процесс, который подпрыгивает на 1 через наши промежутки. Проверим, что длительность пребывания в состоянии с начала и до конца такая же как ”остающаяся”. Иначе говоря, возьмем исходную последовательность промежутков и построим ее гистограмму, а также выберем случайные точки на прямой (равномерно на накрытой промежутками части) и для каждой рассмотрим оставшееся время до ближайшего скачка нашего процесса, у полученного набора оставшихся времен построим гистограмму. Будут ли две наших гистограммы похожи (то есть выполнено ли свойство ”новое такое же как старое”? Проверить эти две последовательности на однородность по критерию Манна-Уитни-Уилкоксона.