

LISTA 03 - Gabriel Lincoln

1- Se  $x$  é ímpar e  $y$  é ímpar,  $X+Y=2Z$ .  $X$  é ímpar  $\Rightarrow x = 2a+1$

$Y$  é ímpar  $\Rightarrow y = 2b+1$

$$X+Y = 2a+2b+2$$

Colocamos o 2 em evidência

$$X+Y = 2(a+b+1)$$

$$\text{Seja } a+b+1 = z$$

$$X+Y=2z$$

02- Se  $x$  é ímpar e  $y$  é par então  $x+y = \text{ímpar} \Rightarrow x+y = 2z+1$   $X$  é ímpar  $\Rightarrow x=2a+1$

$Y$  é par  $\Rightarrow y=2b$

$$X+Y = 2a+1+2b$$

Colocamos o 2 em evidência  $2(a+b)+1$

$$\text{Sej } a+(b+1) = z$$

$$X+Y = 2z+1$$

Portanto ímpar.

03- Se  $H$  e  $J$  são dois inteiros pares, então  $H*J$  é par. Ex=  $2*4=8$ .

04- Se  $x$  é par e  $y$  é ímpar então  $xy=\text{par} \Rightarrow (xy=2z)$   $X$  é par  $\Rightarrow x=2a$

$Y$  é ímpar  $\Rightarrow y=2b+1$

$$XY = 2a(2b+1) = 4ab+2a \text{ Colocamos o 2 em evidência } 2(2ab+a)$$

$$\text{Seja } 2ab+a = z$$

$$XY=2z$$

05- Se  $x$  e  $y$  são ímpares então  $xy$  é ímpar.  $X=2a+1$

$$Y=2b+1$$

$$X*Y=(2a+1)(2b+1)$$

$$X*Y=4ab+2a+2b+1$$

Colocamos o 2 em evidência

$$X*Y = 2(2ab+a+b)+1$$

$$\text{Seja } (2ab+a+b) = z$$

$$X*Y = 2z+1$$

06- Se  $a|b$ , então  $b = ax$  e  $a|c$ , então  $c = ay$   $b+c = ax+ay \Rightarrow b+c = a(x+y)$ .

$$\text{Ex= } 2|4 \text{ e } 2|6, \text{ onde } 6+4=10 \text{ e } 2|10.$$

07- se  $a|b$  então  $a|(bc)$ . Onde  $b = ax$

$$Bc=(ax*c) \Rightarrow bc=a(x*c) \text{ Seja } xc=y$$

$$Bc=ay$$

Portanto

$$a|Bc$$

$$\text{Ex= } 4|12 \text{ então } 4|(12*3)=9$$

08- Prove que se  $d|a$  e  $d|b$  então  $d|(ax + by)$ .  $d|a$ , onde  $a = kd$  e  $d|b$  onde  $b = Ld$

$$Ax+by=(kdx+Ldy)$$

$$Ax+by=d(kx+Ly)$$

09- Prove que se  $a|b$  e  $c|d$  então  $ac|bd$  Se  $a|b$  então  $b=ax$  Se  $c|d$  então  $d=cy$

$$Bd = ax*cy \Rightarrow ac(xy) \text{ seja } xy=z$$

$$\text{Então } ac|z$$

10- Prove que  $x$  é ímpar se e somente se  $x + 1$  é par. ( $\Rightarrow$ ) Suponhamos  $x$  é ímpar, então  $x+1$  é par.

$$X=2a+1$$

$$X+1=2b$$

$$X=2a+2$$

$$X=2(a+1)$$

$$\text{Seja } a+1=b$$

$$X=2b$$

( $\Rightarrow$ ) Suponhamos  $x+1$  é par, então  $x$  é ímpar.  $X+1=2a$

$$X=2b+1$$

$$X=2a-1, \text{ seja } a=b+1$$

$$X=2(b+1)-1$$

$$X=2b+2-1$$

$$X=2b+1$$

11- Prove que um inteiro é ímpar se e somente se é a soma de dois inteiros consecutivos.

Se  $x$  é um inteiro  $n_1$  e  $x+1$  é um inteiro  $n_2$ , podemos levar em consideração que pelo menos um deles é ímpar seguido de um par ou vice e versa. Seguindo esta lógica podemos levar em consideração o seguinte:

Considere um  $2a$  um par qualquer e um ímpar  $2b+1$  qualquer, somando os 2 temos:

$2a+2b+1 \Rightarrow 2(a+b)+1 \Rightarrow$  fazendo  $(a+b) = x$ , temos  $2x + 1$ , que segundo a definição 1.4 é a fórmula dos ímpares.