Théorie des langages et automates
Série de TD n°4

Exercice 1

On a la grammaire suivante (en forme de Backus-Naur (BNF) souvent utilisée pour définir la syntaxe des langages de programmation)

<polynome>::= <monome> | <polynome> + <monome>

<monome>:: = <atome> | <monome> * <atome>

<atome> ::= <variable> | <nombre> | <variable> ^ <nombre>

<nombre>::= 2 | 3 | 4 | 7

<variable>::=x | y | z

1. Représenter cette grammaire comme (V,Σ,S, R)
2. Est-ce qu'elle engendre les polynômes 3*x^2+x*y*z^3+7 et 5*x*y+4 ? Si oui, dessiner les arbres de dérivation

Exercice 2

Considérons la grammaire G suivante :
Grammaire G=({S,X},{0,1},R,S) où R={S → 0X, X → ε|S1 }
1. La grammaire G est-elle régulière ? Pourquoi ?
2. Quel est le langage L(G) engendré par cette grammaire ?le montrer.
3. Ce langage est-il régulier ?

Exercice 3

Soit la grammaire G:
S → SS
S → a^2

Montrer que G est ambiguë.

Exercice 4

Soit G la grammaire définie par G=({S},{a,b},R,S) où R={S → ε | a | b | aSa | bSb }.
Montrer que G génère les palindromes sur $\{a,b\}^*$.
Exemples de palindromes: aabbaa, aba, bbb

Exercice 5

Construire un automate à pile acceptant le langage suivant:
$L=\{a^m b^n c^n \mid n,m \geq 0\}$

Exercice 6

Construire un automate à pile acceptant le langage suivant:
$L=\{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

Exercice 7

1. Construire un automate à pile acceptant le langage suivant:

$L=\{ ycy_m \mid y \in \{a,b\}^*\}$($y_m$: chaîne miroir de y)

2. Donner une grammaire générant le langage L et construire à partir de cette grammaire un automate à pile acceptant L.

Donner les différentes configurations de l'automate à pile pour la reconnaissance de la chaîne abbcbba.

Exercice 8

Montrer que le langage suivant n'est pas hors-contexte
$L=\{ a^i \mid i$ est un nombre premier$\}$

Exercice 9

Soit G la grammaire dont l'alphabet est $\{a,b\}$ et dont les productions sont
$S \rightarrow AA$
$A \rightarrow aAa \mid bBb \mid aa \mid bb$
Pour chaque mot w de $\{a,b\}^*$, on note w^R le mot obtenu à partir de w en inversant l'ordre des symboles (image miroir de w).

1. Montrer (par induction) que le language engendré par G est l'ensemble des mots de la forme uu^Rvv^R avec $|u| \geq 1$ et $|v| \geq 0$
2. Montrer que G est ambiguë.
3. Construire un automate à pile reconnaissant L(G).

Exercice 10

A partir de la grammaire G définie par les productions $S \rightarrow + S S \mid x \mid y$, construire un automate à pile reconnaissant L(G).

Analyser la chaîne + x + + x x y à l'aide de cet automate en précisant à chaque étape l'état de l'automate, la chaîne restant à analyser et le contenu de la pile.