

**Politechnika
Warszawska**

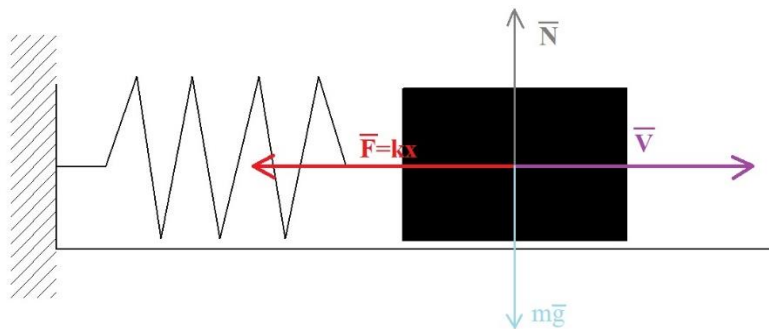
Informatyka II

Układ ze sprężyną o nieliniowej charakterystyce

Giulianna Lunardelli Pezzol:308837

Prowadzący: Michał Stachura

1. Opis programu



Sprężyna o charakterystyce nieliniowej: $k = k_1(1 + k_2 \cdot x^2)$

2. Równania ruchu

Siła wywierana na masę przez sprężynę:

$$F_s = -kx = -k_1(1 + k_2 \cdot x^2)x$$

Równanie ruchu:

$$m\ddot{x} = -k_1(1 + k_2 \cdot x^2)x$$

Równanie to można przekształcić na układ równań pierwszego rzędu:

$$^1 \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \frac{-k_1(1+k_2 \cdot x^2)x}{m} \end{cases}$$

Energia kinetyczna:

$$E_k = \frac{m\dot{x}^2}{2}$$

Energia potencjalna sprężyny:

$$E_p = \int k_1(1 + k_2 \cdot x^2)x \cdot dx = \frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_1 k_2 x^4}{4}$$

Całkowita energia mechaniczna:

$$E = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_1 k_2 x^4}{4}$$

⁵¹ Przekształcony układ równań 1-ego rzędu

3. Metoda obliczeniowa

Układ równań został scałkowany przy pomocy metody Runge-Kutta 4-tego rzędu. Siłą nacisku i siłą grawitacji się redukuje oraz braku tarcie.

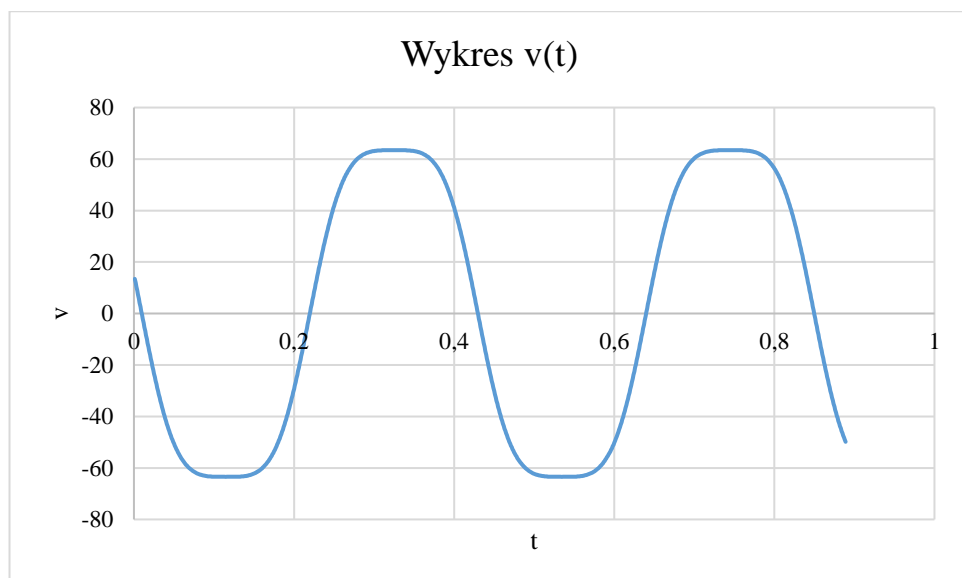
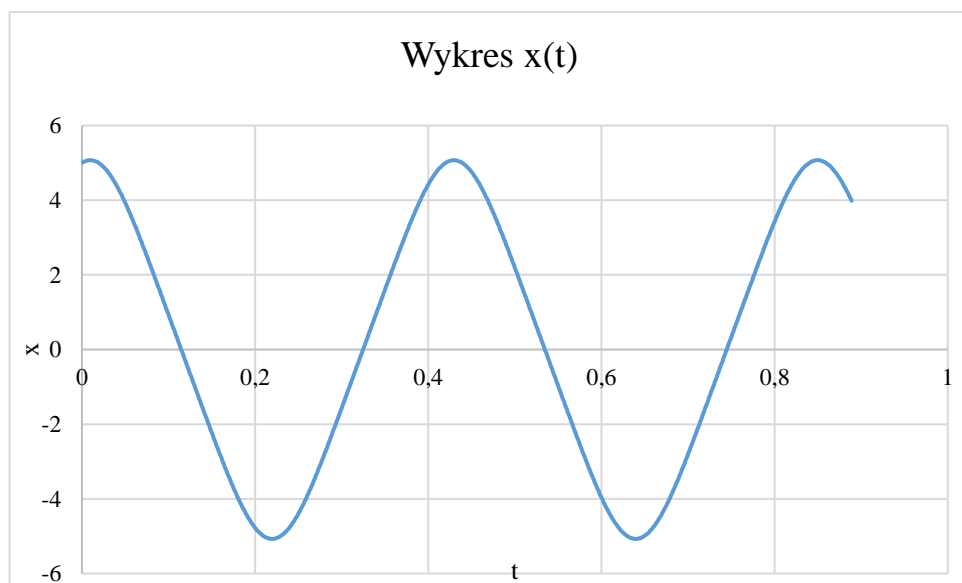
4. Wyniki

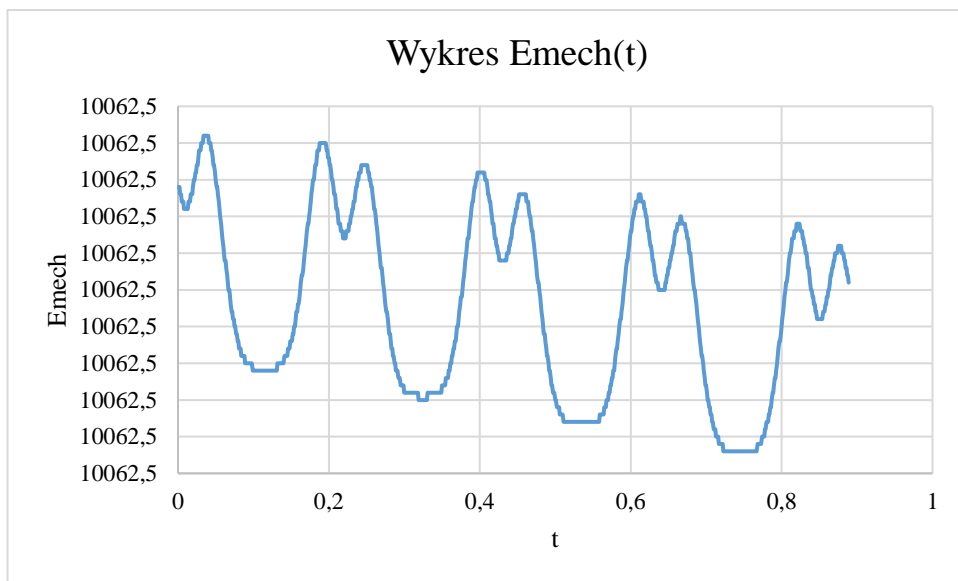
Przeprowadzono symulację dla nieliniowej charakterystyki sprężyny.

4.1. Przypadek nieliniowej sprężyny

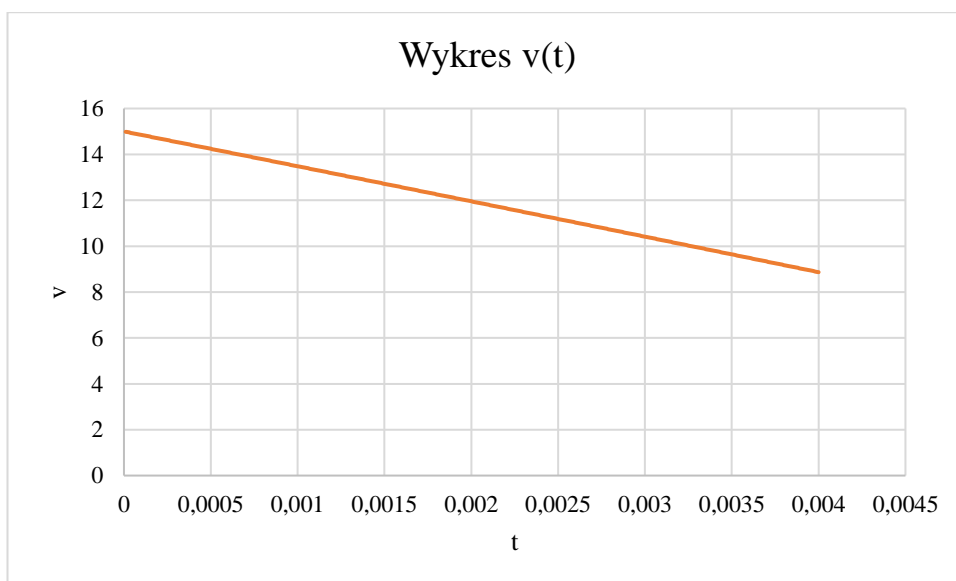
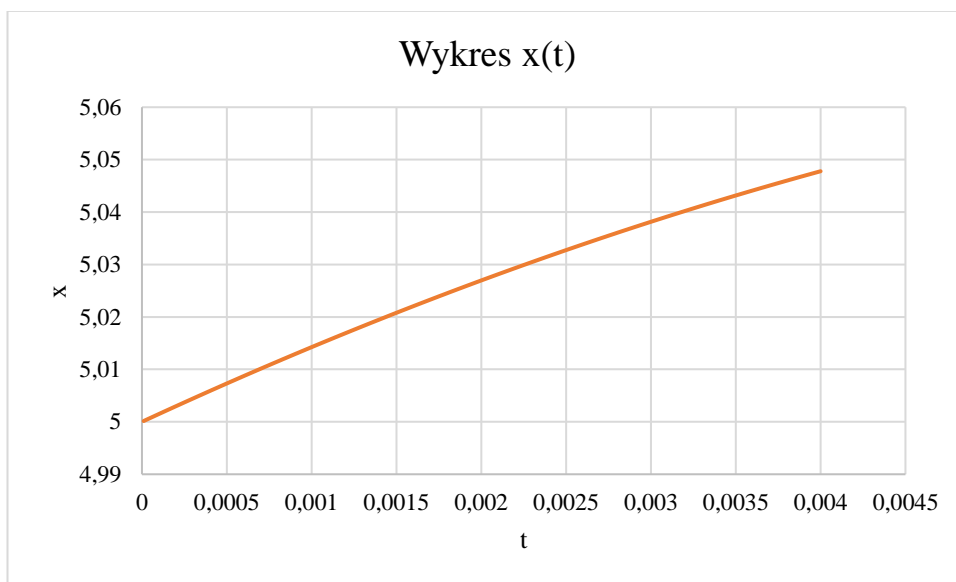
$$m = 5 \text{ kg} \quad x_0 = 5 \text{ m} \quad v_0 = 15 \text{ m/s} \quad k_1 = 10 \quad k_2 = 6$$

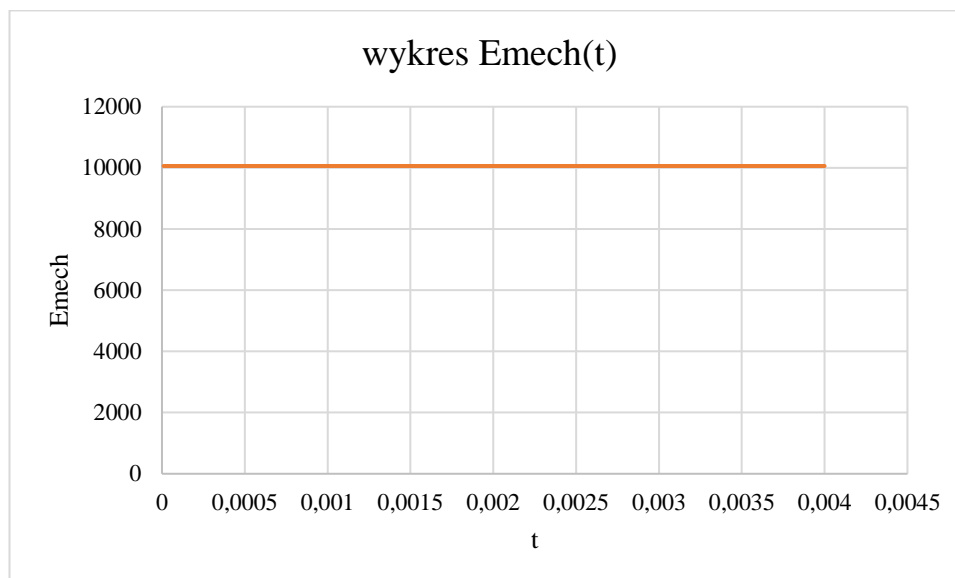
a) Krok całkowania= 0.001





b) Krok całkowania= 0.00001. Przedział czasowy <0, 004>





5. Omówienie wyników

W programie załączyłam niezbędne biblioteki oraz pliki źródłowe i nagłówkowe. Następnie deklaruje prototypy funkcji oraz zmienne globalne: N- wartość N-liczba równań, która w przypadku równa się 2, t0- czas początkowy również krok całkowania $krokc=0.001$ (wybrano go tak żeby program miał największą dokładność w krótkim czasie), m -masa oraz k1 i k2- sprężyny . Użytkownik jest proszony o podanie warunków początkowych x0 , v0 oraz masa, Zmienne są ubezpieczone ponieważ nie mogą być równe zero, k1 i k2 są zabezpieczone warunkiem że nie mogą być mniejsze od zera. Po wpisaniu wartości wyświetla się pytanie o typ wykresu, który użytkownik chce wyświetlić. Program zaczyna działać, otwiera okno graficzne a jednocześnie kalkuluje i rysuje wykres.

Korzystałam z funkcji FILE i otworzyłam plik, żeby zapisać wartości otrzymane po obliczeniu funkcją vrk4 oraz czas który upłynął oraz energię mechaniczną. W pętli while używano t2 jako granice przedziału całkowania, wartość ta jest liczona przez wzór $t_2 = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{k_1}{m}}}{10}$. Następnie wywołano funkcje vrk4 oraz energia, która liczy energię mechaniczną. Używana jest funkcja, w której liczone są prawe stronny równania. Informacje są zapisywane do pliku.

W Excelu stworzyłam wykresy dla funkcji x(t), v(t) i Emech(t). Twierdzenie które mówi, że im mniejszy jest krok całkowania tym większa jest dokładności sprawdza się, jak widać na przykładzie a i b.