

CIRCUITOS DIGITAIS

Simplificação empregando mapa de karnaugh

*Adaptado do
professor Prof.
Edson Moreno*

Introdução

- **Mapa de karnaugh**
 - Emprega conceitos vistos anteriormente
 - Método de simplificação visual
 - Permite reduzir
 - O tamanho do circuito (Propriedades da álgebra booleanas)
 - O número de níveis a serem empregados (Soma de produtos e produtos de soma)
 - Complexidade é reduzida junto

Mapas de karnaugh

Um **mapa de Karnaugh** é a representação gráfica da tabela de verdade de uma função lógica.

		x	
x	0		0
	1		1

		<u>x</u>	
		0	1
y	0	0	2
	1	1	3

		x			
z	xy	00	01	11	10
		0	2	6	4
z	1	1	3	7	5

		x			
zw	xy	00	01	11	10
		0	4	12	8
z	01	1	5	13	9
		3	7	15	11
z	10	2	6	14	10

Mapa de Karnaugh

FIGURE 4-21

A 3-variable Karnaugh map showing product terms.

AB \ C	0	1
00		
01		
11		
10		

(a)

AB \ C	0	1
00	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$
01	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
11	$AB\bar{C}$	ABC
10	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$

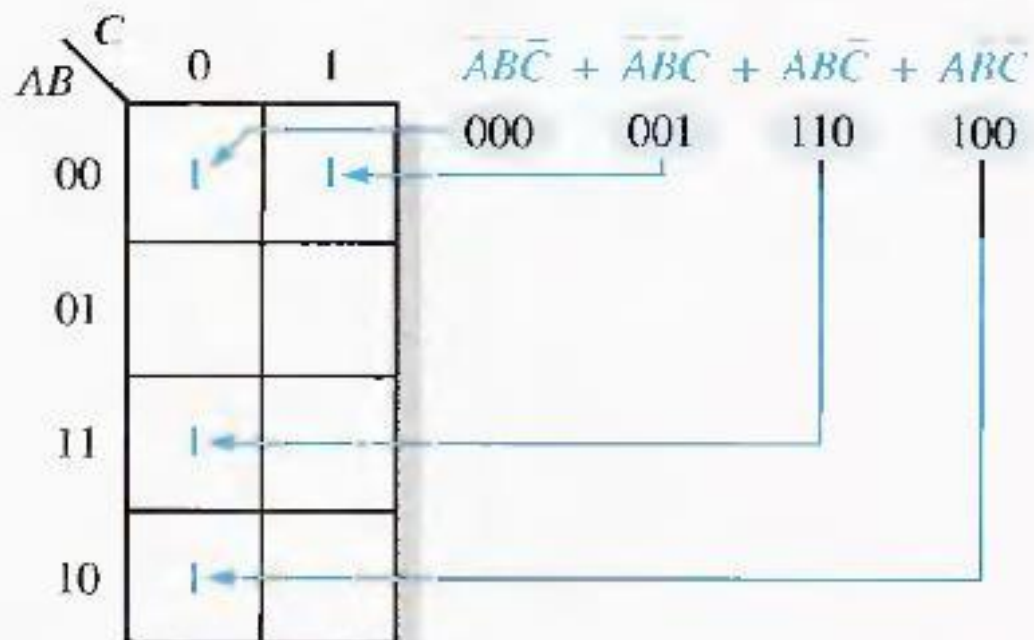
(b)

Como preencher a tabela com a expressão ?
 $a'b'c' + a'b'c + abc' + ab'c'$

Mapa de Karnaugh

► **FIGURE 4-24**

Example of mapping a standard SOP expression.



Como preencher a tabela com a expressão ?
 $a'b'c' + a'b'c + abc' + ab'c'$

Mapa de Karnaugh

AB \ CD				
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

(a)

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$
01	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$
11	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$AB\bar{C}\bar{D}$	$AB\bar{C}D$
10	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$ABC\bar{D}$	$ABCD$

(b)

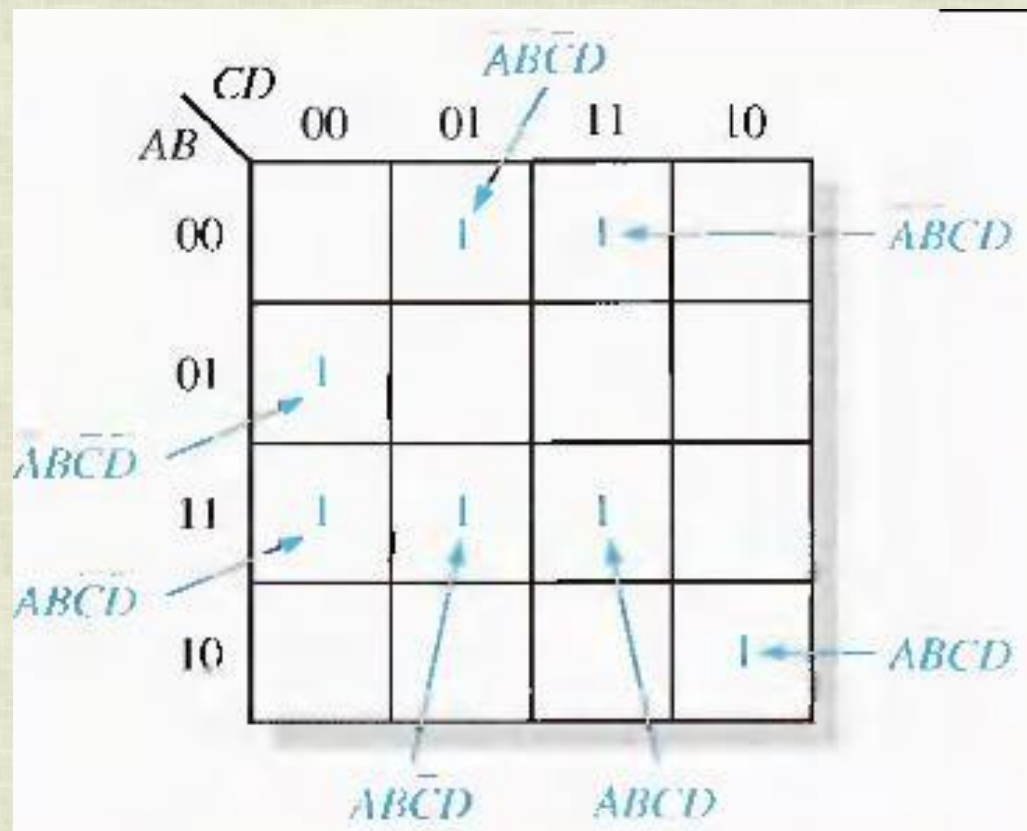
FIGURE 4-22

A 4-variable Karnaugh map.

Como preencher a tabela com a expressão ?

$$a'b'c'd + a'b'cd + a'bc'd' + abc'd' + abc'd + abcd + ab'cd'$$

Mapa de Karnaugh



Como preencher a tabela com a expressão ?

$$a'b'c'd + a'b'cd + a'bc'd' + abc'd' + abc'd + abcd + ab'cd'$$

Tabela Verdade → Karnaugh

FIGURE 4-35

Example of mapping directly from a truth table to a Karnaugh map.

$$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

Inputs			Output
A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

AB \ C	C	
	0	1
00	1	
01		
11	1	1
10	1	

Método de Karnaugh (3 variáveis)

$$f(x, y, z) = \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot y \cdot z + x \cdot z + \bar{y} \cdot z + y \cdot \bar{z}$$

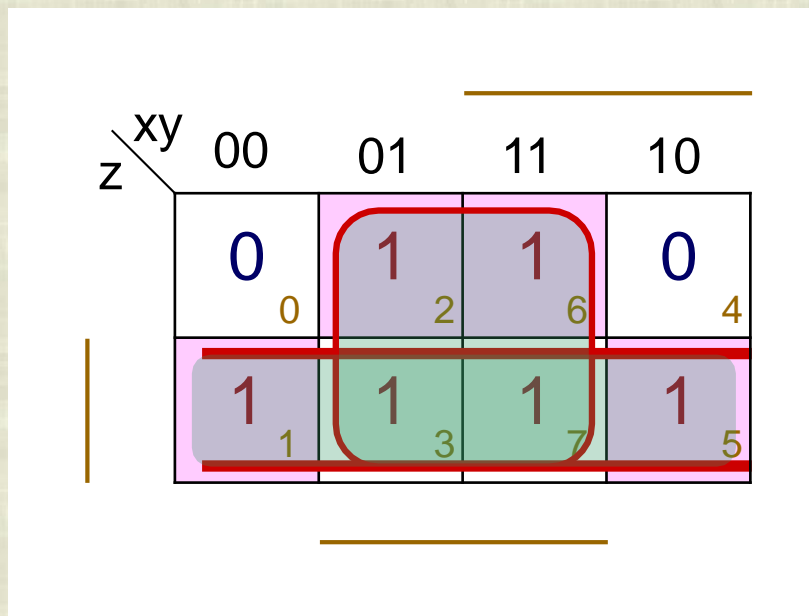
	x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

		xy			
z		00	01	11	10
		0	2	6	4
		1	3	7	5

Método de Karnaugh (3 variáveis)

$$f(x, y, z) = \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot y \cdot z + x \cdot z + \bar{y} \cdot z + y \cdot \bar{z}$$

	x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1



$$f(x, y, z) = y + z$$

Método de Karnaugh (4 variáveis)

	x	y	z	w	$f(x,y,z,w)$
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

		x			
		00	01	11	10
z	zw	00	01	11	10
	00	0	4	12	8
	01	1	5	13	9
	11	3	7	15	11
z	10	2	6	14	10
		y			

Método de Karnaugh (4 variáveis)

	x	y	z	w	f(x,y,z,w)
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

		x			
		00	01	11	10
z	xy	00	01	11	10
	00	0 0	0 4	1 12	0 8
	01	1 1	0 5	1 13	1 9
	11	1 3	0 7	0 15	1 11
w	10	0 2	0 6	1 14	0 10
		y			

$$f(x, y, z, w) = \bar{y} \cdot w + x \cdot y \cdot \bar{w} + x \cdot y \cdot \bar{z}$$

Como Agrupar ?

AB \ C	C	
	0	1
00	1	1
01	1	0
11	1	1
10	1	1

AB \ C	C	
	0	1
00	1	0
01	1	0
11	1	1
10	1	0

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	1	1	1

AB \ C	C	
	0	1
00	1	1
01	1	0
11	1	0
10	1	1

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	1
10	1	1	1	0

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	0	1	1
11	1	0	1	1
10	1	0	0	1

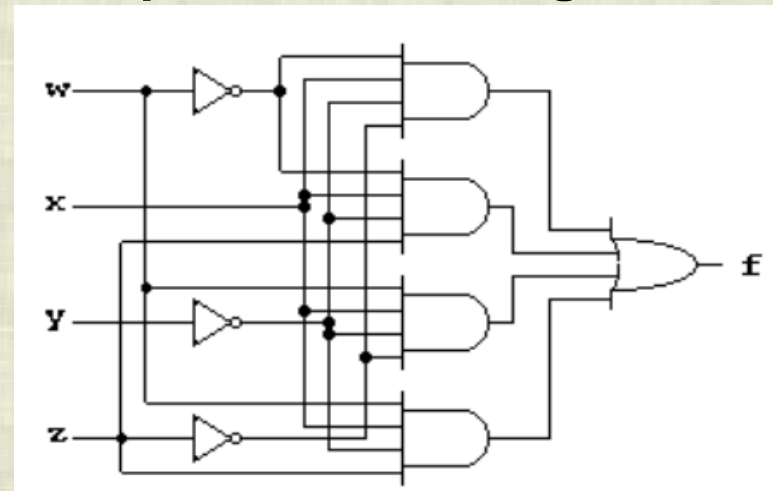
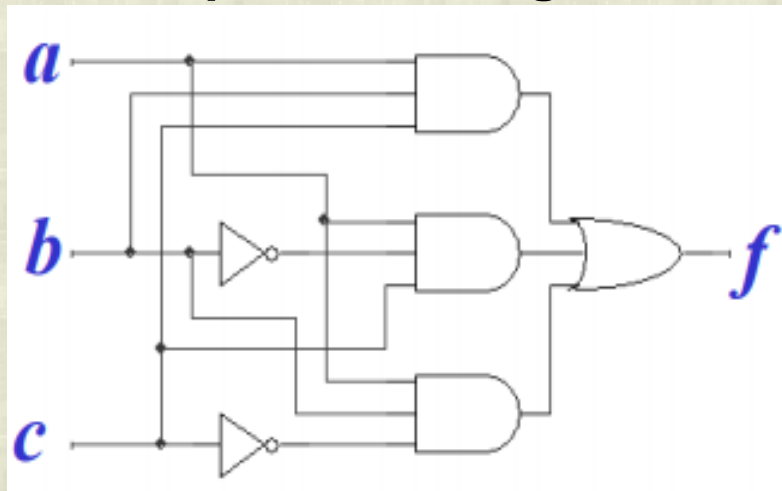
Mapa de Karnaugh

- **Exercício em aula**

- Monte o mapa de Karnaugh para as seguintes expressões e o circuito equivalente das simplificações.
- $A'BC + AB'C + AB'C'$
- $A'BCD' + ABCD' + ABC'D' + ABCD$
- $AC(B'+C)$
- $A'B'C' + A'BC' + A'BC + AB'C' + ABC'$
- $A'B'C' + A'B'C + A'BC + AB'C + ABC$
- Construa a tabela verdade, a expressão e o circuito equivalente para:
 - $S1 = \Sigma(1,2,5,4,7)$
 - $S2 = \Pi(0,7,15,9)$

Exercícios

- **Projetar um circuito simplificado que caracterize um elevador da seguinte forma:**
 - M sinaliza que o elevador está em movimento (1) ou parado (0)
 - O prédio possui 3 andares (A1, A2 e A3)
 - O sistema deve reconhecer a presença do elevador no andar (1) ou não (0)
 - A saída P deve indicar que a porta pode ser aberta (1) sempre que elevador estiver parado em um dado andar.
- **Tente simplificar os seguintes circuitos aplicando karnaugh**



EXERCÍCIOS

Minimizar o circuito que executa a tabela verdade abaixo:

Situação	A	B	C	S
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0