

文章编号:1001-9081(2006)10-2453-04

基于 NSGA-II 的改进多目标遗传算法

陈小庆,侯中喜,郭良民,罗文彩

(国防科学技术大学 航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073)

(gkbatchelor@gmail.com)

摘要:在已有多目标优化算法(NSGA-II)研究和分析的基础上,为加快收敛速度,提高收敛精度,设计了新的初始筛选机制,改进了交叉算子的系数生成,提出了更为合理的排挤机制。通过典型应用函数的计算测试,结果表明:上述改进不仅具有较高的计算效率,而且能够得到分布更为合理的解,且能保持解的多样性分布。

关键词:多目标优化;遗传算法;排挤机制;交叉算子;初始种群

中图分类号: TP18; TP301.6 **文献标识码:** A

Improved multi-objective genetic algorithm based on NSGA-II

CHEN Xiao-qing, HOU Zhong-xi, GUO Liang-min, LUO Wen-cai

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: Based on the study and analysis of NSGA-II algorithm, a new initial screening mechanism was designed, coefficient generating of crossover arithmetic operator was improved and more reasonable crowding mechanism was proposed. In this way, convergence was speeded up and its precision was improved. The testing results by representative applied functions show that with the improvements higher computational efficiency and more reasonable distributed solution can be obtained, and diversified distribution of the solutions can be maintained.

Key words: multi-objective optimization; genetic algorithm; crowding mechanism; crossover arithmetic operator; initial population

0 引言

传统求解多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problem, MOP)的方法有加权法、约束法和混合法等。这些求解方法按某种策略确定多种多目标之间的权衡方式,将多目标问题转换为多个不同的单目标优化问题,并用这些单目标优化问题最优解构成的解集去近似 MOP 的 Pareto 最优集。

近年来,一种求解多目标优化问题的新方法——多目标进化算法(Multi-objective Evolutionary Algorithms, MOEA)引起人们关注。进化算法(Evolutionary Algorithms, EA)不需要事先充分了解各目标的详细信息,而是利用其强大的全局搜索能力,找出可能的优化解,供决策者参考。

MOP 一般不存在单个最优解,而是一个 Pareto 最优集。为了给决策者提供充分的信息,通常要求多目标优化方法能够求得问题的 Pareto 最优集或者近似的 Pareto 最优集。进化算法(EA)对整个群体进行进化操作,着眼于个体的集合。MOP 的 Pareto 最优解一般也是一个集合,这种相似性使得 EA 非常适合于求解 MOP 的 Pareto 最优集。

进化算法包含进化策略(EP)、进化规划(ES)和遗传算法(GA)等多个分支,在多目标进化中应用最多的是 GA,这类算法称为多目标遗传算法。比较有代表性的有 VEGA、HLGA、MOGA、NPGA、NSGA、NAGA-II、MOMOGA^[1,3,5-8]等,VEGA 对目标函数的处理比较简单,但当搜索空间非凸时无

法求得 Pareto 最优解。MOGA 效率较高,但 Pareto 最优解的分布不理想;SPEA 性能优越,但是算法过程十分复杂;NSGA-II 采用简洁明晰的非劣超排序(Non-dominated Sorting)机制,使算法具有逼近 Pareto 最优前沿的能力,采用排挤机制保证得到的 Pareto 最优解具有良好的散布。

本文针对应用 NAGA-II 时发现的搜索过程中单参数劣化的情况,提出了改进的排挤机制,同时,也对第一代子群体的产生和算术交叉算子系数进行了改进。

1 多目标优化基本概念

对于多目标优化问题,其各个目标的最优解一般是各不相同的,各个目标之间相互冲突,不能同时达到最优,这是多目标优化与单目标优化的根本区别。下面简要介绍多目标优化的一些基本概念^[1]。

1.1 多目标优化问题(MOP)

一般的 MOP 包括 N 个决策变量, K 个目标函数, L 个约束条件。目标函数和约束条件是决策变量的函数。以最小化问题为例,可用如下数学模型描述:

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } y &= f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\ \text{Subject to: } g(x) &= (g_1(x), g_2(x), \dots, g_l(x)) \leq 0 \\ \text{Where } x &= (x_1, x_2, \dots, x_N) \in X, X \subset R^N \\ y &= (y_1, y_2, \dots, y_K) \in Y, Y \subset R^K \end{aligned}$$

1.2 目标向量比较

对于任意两个向量 u 和 v , 称 $u = v$, 当且仅当 $\forall i \in \{1,$

收稿日期:2006-04-20;修订日期:2006-07-26 基金项目:国家 863 计划项目(2005AA756050)

作者简介:陈小庆(1982-),男,江苏泰兴人,硕士研究生,主要研究方向:飞行器设计; 侯中喜(1973-),男,陕西宝鸡人,副教授,博士,主要研究方向:计算流体力学、飞行器设计; 郭良民(1980-),男,新疆人,硕士研究生,主要研究方向:计算流体力学; 罗文彩(1975-),男,湖南益阳人,讲师,博士,主要研究方向:飞行器设计。

万方数据

$2, \dots, n\}$, 有 $u_i = v_i$; 称 $u \leq v$ 当且仅当 $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ 有 $u_i \leq v_i$; 称 $u < v$ 当且仅当 $u \leq v$ 且 $u \neq v$ 。

1.3 Pareto 优越 (Pareto dominance)

对任意两个决策向量 a 和 b , 称 a 优越 (dominate) b (记为 $a > b$), 当且仅当 $f(a) < f(b)$; 称 a 弱优越 b (记为 $a \geq b$) 当且仅当 $f(a) \leq f(b)$; 称 a 与 b 无差异 (记为 $a \sim b$) 当且仅当 $f(a) \not\leq f(b) \cap f(a) \not\geq f(b)$ 。

1.4 Pareto 最优 (Pareto optimality)

称决策变量 $x \in X$ 对于集合 $A \subseteq X$ 非劣, 当且仅当 $\exists a \in A: a > x$; 若 x 对 X_f 非劣, 则称 x 是 X_f 中的 Pareto 最优解, 亦称有效解、非优越解或非劣解。

1.5 Pareto 最优集和 Pareto 最优前沿

若 $A \subseteq X_f$, 则 A 中所有的 Pareto 最优解组成的集合 $X_p = p(A) = \{x \in A \mid \nexists a \in A: a > x\}$ 被称为 A 的 Pareto 最优集; 它在目标函数空间的象 $Y_p = f(X_p)$ 被称为 A 的 Pareto 最优前沿 (Pareto front)。

1.6 局部 Pareto 最优性和全局 Pareto 最优性

对任意 $x \in A$, 若存在 x 的一个邻域使得 x 对此邻域非劣, 则称 x 是 MOP 的局部 Pareto 最优解; 若 x 对整个设计容许集 X_f 非劣, 则称 x 是 MOP 的全局 Pareto 最优解。

文献[2]指出, 对于实际的复杂系统 MOP, 不可能精确地求出整个 Pareto 最优集, 为了能够获得 Pareto 最优集的良好近似, 要求多目标优化搜索方法满足如下目标:

1) 求得的近似 Pareto 最优前沿与真正 Pareto 最优前沿的距离应尽可能小;

2) 求得的各个近似 Pareto 最优解应尽量地在近似 Pareto 前沿上分布均匀;

3) 求得的近似 Pareto 最优前沿应具有较广的散布, 各个目标都能在较广的取值范围内被各个近似 Pareto 最优解所覆盖。

常规的 EA 使种群收敛到单个解, 无法满足 Pareto 最优解良好分布和散布的目标, 必须在 EA 中引入专门的多目标处理机制。多目标优化对 EA 的要求体现在两个方面^[2]:

1) 如何进行个体分配适应度和实施选择, 以引导搜索过程使种群向 Pareto 最优集收敛;

2) 如何维持群体多样性以避免“早熟”收敛, 以获得具有良好分布和散布的近似 Pareto 最优前沿。

为了实现多目标搜索的三个目标, 围绕多目标进化算法的两个主要问题, 学者们展开了大量的研究, 提出了多种处理策略, 并形成了许多行之有效的多目标进化算法。MOEAs 中, 对个体适应度分配和选择的方法主要有: 切换目标选择, 归并目标函数、基于 Pareto 优越的选择等; 其中基于 Pareto 优越的方法最为有效, 被广泛采用。而保持群体多样性的方法主要有适应度共享、排挤机制等。

NSGA-II^[1] 是在 NSGA 的基础上改进得到的一种 MOEA, 其最突出的特点是采用了快速非优越排序和排挤机制。前者驱使搜索过程收敛到 Pareto 最优前沿, 后者则保证了 Pareto 最优解的多样性。优越排序将解集分解为一系列的非优越层, 设 MOP 有 m 个优化目标, 种群有 N 个个体, 若采用常规的优越排序方法, 算法的计算复杂度为 $O(mN^3)$; 采用快速非优越排序后, 算法的计算复杂度可降为 $O(mN^2)$ 。

万方数据

2 算法改进与分析

2.1 第一代子群体的产生

在 NSGA-II 中, 第一代子群体 Q_0 是通过初始种群 P_0 的联赛选择后再进行遗传操作产生的。 Q_n 则是基于 $(Q_{n-1} + P_{n-1})$ 精英群体保留的选择算法。进化算法是一种随机化搜索方法。初始种群 P_0 的产生即可以看作是随机搜索的过程。可以想象, 适当扩大初始种群 P_0 的规模 (搜索范围), 必定可以提高 Q_0 的质量, 从而对初始阶段的进化计算起到积极的作用。当然不能无限制的扩大初始种群的规模, 否则就与纯粹的随机搜索无异了。在本文中, 设种群的规模为 N , 取初始种群规模为 $2N$, 通过选择算子挑选 N 个个体参与以后的进化计算。

在本文算例所取的规模中, 对于测试函数三, 在相同的代数中, 计算结果比原始种群规模计算结果要好, 如图 1 所示。

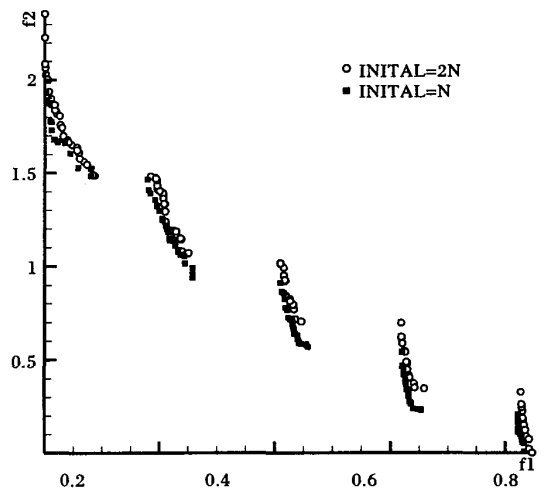


图1 第300代计算结果比较

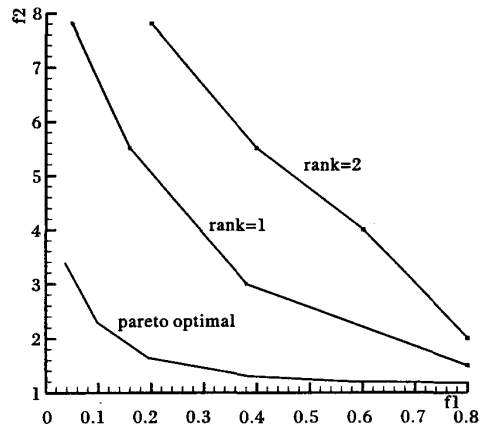


图2 交叉算子系数

2.2 交叉算子的设计

一般采用实数编码的遗传算法, 交叉算子都采用算术交叉:

$$X_A^{t+1} = \alpha X_A^t + (1 - \alpha) X_B^t$$

$$X_B^{t+1} = (1 - \alpha) X_A^t + \alpha X_B^t$$

其中, α 为参数, 可以为常数, 此时称为均匀算术交叉; 若与进化代数相关, 则成为非均匀算术交叉。在交叉运算中, 希望前一代较优 (Pareto rank 较低) 的个体, 在后代个体的基因中占据的比例较大 (图 2); 基于这一想法, 设计了以下交叉算

子系数, 让其与每个个体在群体中所处的“等级”挂钩:

$$\alpha = \frac{B.rank}{A.rank + B.rank}$$

在计算初期, α 的变化较大, 随着进化的发展, 种群中个体都趋向于同一 Pareto 前沿面上, α 趋于常值 0.5。

2.3 排挤机制的改进

NSGA-II 的排挤机制是基于目标空间的。在实际计算中, 它可能保留一些极端解, 如图 3 所示。

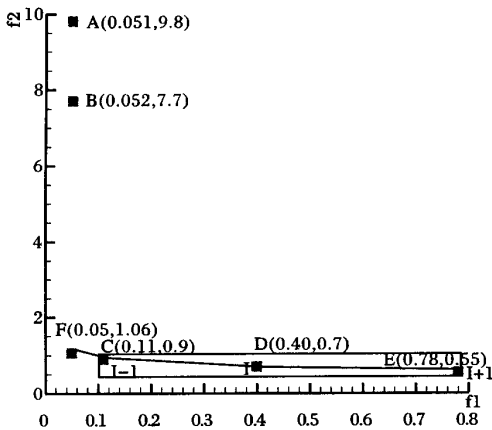


图 3 不合理解及排挤距离示意

从图 3 中可以看出, 一些极端的解 (比如 A, B) 是不可行的, 与 Pareto 前沿差别很大, 进化时占据了空间, 降低了进化效率, 增加了计算成本且收敛不到 Pareto 前沿。原因在于排挤机制不完善导致不可行解得以保存而降低了进化效率。

NSGA-II 的排挤距离定义如图 3 所示, 解 x_i 的排挤距离一般选取围绕其最小矩形的平均边长, 也可选取矩形的对角线长度。本文选取对角线长度为其排挤距离。

在上述定义下, 对于图 3, 解 A、B 与 C、D、E 不属于同一 Pareto 前沿面, 但是确定 Pareto 群体时, 在未出现比 A 和 B 更优的个体 (比如 F) 时, 程序会将它们归到同一“等级”下。根据定义, 解 B 的排挤距离是 8.92; 而解 D 排挤距离是 0.76; 在排挤淘汰的时候, 这样的结果显然是不合理的。传统的小生境排挤机制由于是基于自变量空间内的“距离”而进行排挤, 对之无能为力, 单纯从改进排挤距离出发也十分困难。

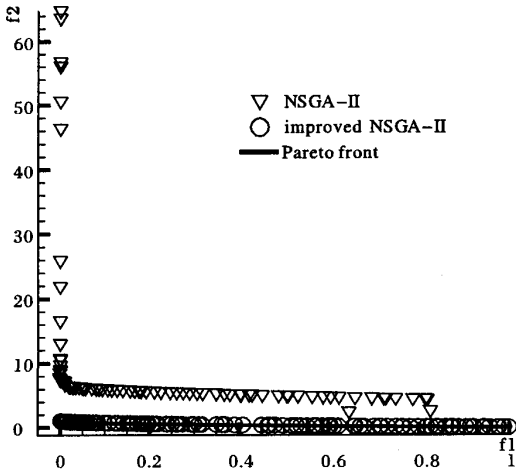


图 4 测试函数 4 计算结果比较

本文中, 基于小生境排挤机制思想提出如下改进: 在确定群体的 Pareto 等级时, 先对群体进行初步筛选, 以尽量减少群万方数据

体中的不合理解的个数; 选一个目标函数为指标, 当任意两个个体中其函数值差绝对值小于预先确定的一个小数时, 比较另一个目标函数, 淘汰比较差的个体。数值试验显示, 这一方法, 提高了群体的多样性, 提高了进化效率。对于算例四和五, 由于其目标函数 2 的变化范围较广, 这就使得进化过程中出现并保留不合理解的概率增加; 采用本文改进排挤机制改进效果尤为明显 (种群规模都取 100, 变异概率 0.05, 交叉概率 0.95, 进化代数取 10000)。

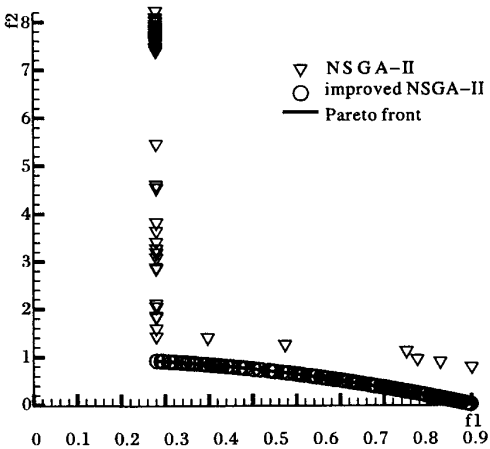


图 5 测试函数 5 计算结果比较

3 测试函数与结果

为测试所提出的改进算法的性能, 本文选取了 Deb 设计的三个典型的多目标函数进行测试^[4]。测试函数的结构以相同的方式组成:

Minimize $T(X) = (f_1(x_1), f_2(X))$
Subject to $f_2(X) = g(x_2, \dots, x_m)h(f_1(x_1), g(x_2, \dots, x_m))$
where $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$

测试函数随 $f_1(x_1), g(X), h(X)$ 三个函数的不同以及变量的个数和取值的不同而不同。它们的 Pareto 解集分别属于凹的、凸的、分段连续的以及在解集空间是不一致性的, 具有一定的代表性。测试函数可参见参考文献[4]。

本文计算选取参数为: 种群规模 100, 交配池规模 220, 交叉概率 0.95, 变异概率 0.05, 预设进化代数为 10000。每个测试函数模拟 10 次, 取所有结果中 Pareto 解作为模拟结果。

测试函数 T_1 到 T_3 以及 T_5 的函数构成相对简单, 运用 NSGA-II 算法既可以获得比较满意的结果, 有一个凹的 Pareto 前沿, 计算结果本文从略。

测试函数 T_4 的 Pareto 前沿和测试函数 T_2 相同, 其 $f_1(x_1) f_2(X)$ 组成特别复杂, 在解空间的分布很不均匀, 一般方法很难准确模拟其 Pareto 前沿。参考文献[4]给出了一般方法对其求解的结果 (图 6), 本文计算结果见图 4。

测试函数 T_6 的 Pareto 前沿也和 ZDT2 相同, 其 $f_1(x_1), f_2(X)$ 组成特别复杂, 尤其是 $f_2(X)$ 在取值范围也比较大解空间的分布很不均匀, 一般方法很难准确模拟其 Pareto 前沿。参考文献[4]给出了一般方法对其求解的结果 (图 7), 本文计算结果见图 5。

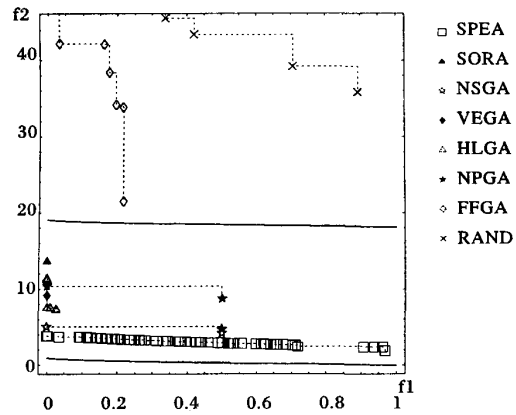


图6 参考文献4中结果

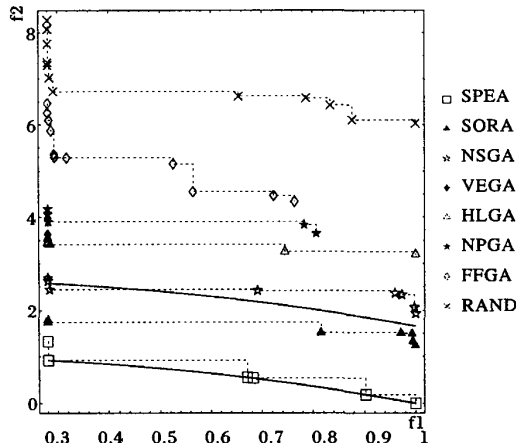


图7 参考文献4中结果

4 结语

论文在分析多目标问题求解方法的基础上,针对 NSGA-II 在求解复杂函数时出现的参数恶化的现象,通过完善其排挤机制,同时,通过改进其交叉算子系数以及第一代子群体的产生方式,使得改进后的算法在逼近性和分布均匀性上都取

得了很好的结果。这表明该算法对多目标问题求解做出了有益的探索,还可以在求解目标更多的问题以及工程实际中作进一步的研究。

参考文献:

[1] DEB K, PRATAP A, AGRAWAL S, *et al.* A Fast and Elitist Multi-Objective Genetic Algorithm: NSGA-II[R]. KanGAL Report No. 200001. India, 2000.

[2] ZITZLER E. Evolutionary Algorithms for Multi-objective Optimization: Methods and Applications[D]. A dissertation submitted to the Swiss Federal Institute of Technology Zurich for the degree of Doctor of Technical Sciences. 1999.

[3] SCHAFER JD. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms[A]. In Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications[C]. Pittsburgh, PA., 1995.

[4] 黄邵. Web 服务组合的形式化建模与相容性分析[D]. 长沙:湖南师范大学, 2006.

[5] ZITZLER E, DEB K, THIELE L. Comparison of Multi-objective Evolutionary Algorithms: Empirical Results[J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 173 - 195.

[6] HAJELA P, LIN C-Y. Genetic Search Strategies in Multi-criterion Optimal Design[J]. Optimization, 1992, (4): 99 - 107.

[7] FONSECA CM. Multi-objective Genetic Algorithms with Application to Control Engineering Problems[D]. Department of Automatic Control and Systems Engineering. The University of Sheffield, UK, 1995.

[8] HORN J, NAFPLIOTIS N, GOLDBERG DE. A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization[A]. In Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation[C]. Piscataway, NJ. IEEE, 1994. 82 - 87.

[9] DAVID A. VAN VELDTHUIZEN, LAMONT GB. Multi - objective Evolutionary Algorithms: Analyzing the State-of-the-Art[J]. Evolutionary Computation. 2000, 8(2): 125 - 147.

[10] SRINIVAS N, DEB K. Multi-Objective Function Optimization Using Non-dominated Sorting Genetic Algorithm[J]. Evolutionary Computation. 1995, 2(3): 221 - 248.

(上接第 2452 页)

于结构的票据定位技术。特征点提取和票据分类的实验结果如图 4,实验结果见表 1。

表1 票据定位效果表

测试总数(T)	正确分类(C)	拒绝识别(R)	定位出错原因	
			扫描(S)	程序(P)
3860	3650	95	53	39

定义票据的定位准确率和可靠性:

准确率 = $\frac{C}{T} * 100\%$; 可靠性 = $\frac{C + R}{T} * 100\%$

计算得到:

准确率 = $\frac{3650}{3860} * 100\% = 95.15\%$;

可靠性 = $\frac{3650 + 95}{3860} * 100\% = 97.6\%$

5 结语

本文中提出的基于结构的票据定位技术,利用票据主边框上交点的个数和相对位置作为票据分类的依据。这种票

据定位方法与票据是否为手写或印刷无关。从这种意义上讲,该技术是非常通用。特别是在中国,票据种类非常多,并且使用频繁,这种基于结构的票据定位在票据自动识别上有较大的应用价值。

参考文献:

[1] SMITHIES S, NOVINS K, ARVO J. A Handwriting-based Equation Editor[A]. Process of Graphic Interface(GL) 99[C]. June 1999. 84 - 90.

[2] CHOU PA. Recognition of equations using a two - dimensional stochastic context-free grammar[J]. Proceedings SPIE Visual Communications and Image Processing IV, November 1989, 11: 852 - 863.

[3] LAM L, LEE S-W, SUEN CY. Structural Classification and Relaxation Matching of Today Unconstrained Handwriting Zip-code Number [J]. Pattern Recognition, 1988, 1(21) : 19 - 23.

[4] 叶晨洲. 车辆牌照字符识别[J]. 上海交通大学学报, 2000, 5 (34): 88 - 92.

[5] 韩永强, 李世祥. 基于线处理的子图像定位算法[J]. 计算机与现代化, 1998, 2: 10 - 12.

[6] 马洪波. 手写票据识别预处理算法研究[D]. 吉林大学, 2000.