Relatório 3º projeto ASA 2024/2025

Grupo: AL018

Aluno(s): Vicente Duarte (109939) e Leonardo Neves (110597)

Descrição do Problema e da Solução

Para calcular a solução usamos um conjunto de variáveis binárias x_{ij} que denotam um pedido que uma criança C_i $(i = 1, \ldots, t)$ efetuou de uma certa fábrica F_j $(j = 1, \ldots, n)$.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & se\ a\ criança\ C_i\ receber\ o\ presente\ da\ fábrica\ F_j \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

O objetivo é maximizar o número de pedidos satisfeitos, ou seja:

$$max \sum_{i=1}^{t} \sum_{F_j \in pedidos\ de\ C_i} x_{ij}$$

Aplicando as restrições seguintes:

- Cada criança só pode ter no máximo um pedido satisfeito

$$\sum_{F_j \in pedidos\ de\ C_i} x_{ij} \leq 1$$

- Cada fábrica tem uma capacidade máxima f_{max} de pedidos a resolver

$$\sum_{pedidos\ de\ C_i \in F_j} x_{ij} \leq f_{max_j}$$

- Cada país P_k $(k = 1, \ldots, m)$ tem que resolver um mínimo de pedidos p_{min_k}

$$\sum_{C_i \in P_k} \sum_{F_j \in pedidos\ de\ C_i} x_{ij} \geq p_{min_k}$$

- Cada país tem um limite de pedidos a exportar p_{max_k}

$$\sum_{F_j \in P_k} \sum_{pedidos\ de\ C_i \in F_j} x_{ij} \leq p_{max_k}$$

Modelação do programa linear

$$max \sum_{i=1}^{t} \sum_{F_j \in pedidos\ de\ C_i} x_{ij}$$

$$\sum_{F_j \in pedidos\ de\ C_i} x_{ij} \leq 1$$

$$\sum_{pedidos\ de\ C_i \in F_j} x_{ij} \leq f_{max_j}$$

$$\sum_{C_i \in P_k} \sum_{F_j \in pedidos\ de\ C_i} x_{ij} \geq p_{min_k}$$

$$\sum_{F_j \in P_k} \sum_{pedidos\ de\ C_i \in F_j} x_{ij} \leq p_{max_k}$$

Relatório 3º projeto ASA 2024/2025

Grupo: AL018

Aluno(s): Vicente Duarte (109939) e Leonardo Neves (110597)

Análise Teórica da Solução Proposta

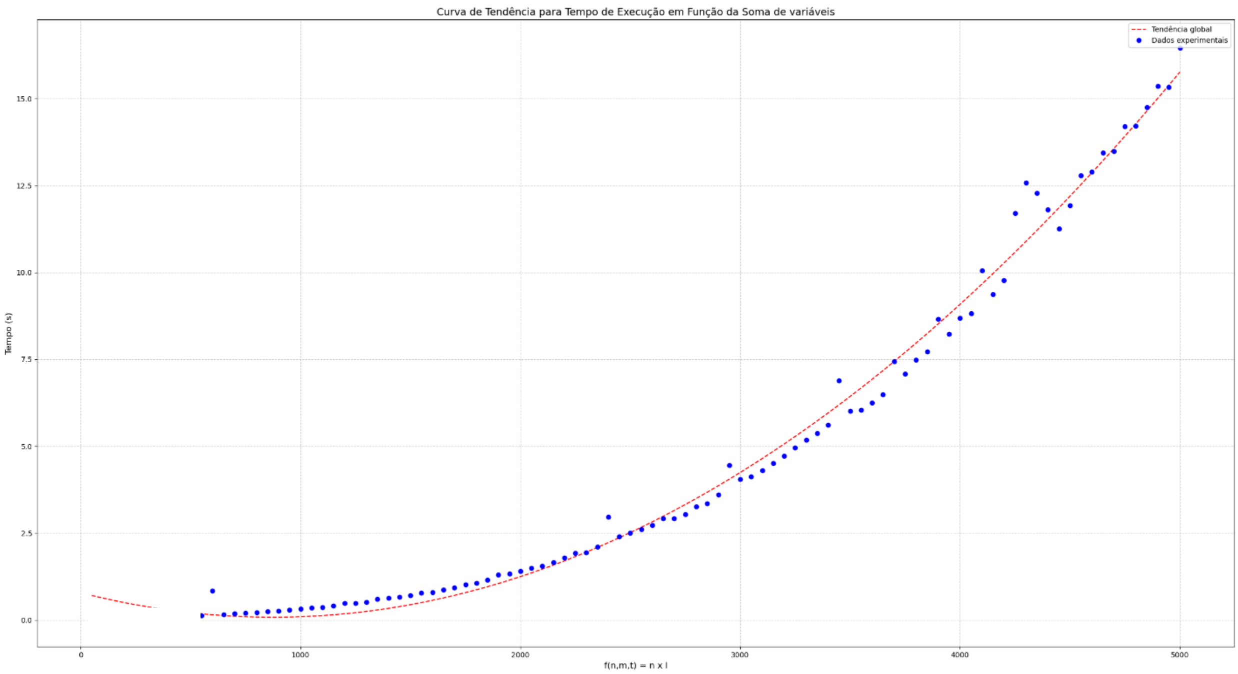
- *Número de variáveis:* Em análise de pior caso, todas as crianças pedem todos os brinquedos possíveis. Portanto, dizemos que o número de variáveis é $O(nt)$.

- *Número de restrições:* $n + 2m + t$, primeiramente temos uma restrição de limite de produção por fábrica n, 2 restrições por país (mínimo de brinquedos a distribuir e máximo de brinquedos a exportar), $2m$, e por último 1 restrição por criança t. Logo $O(n + m + t)$

- *Complexidade do programa linear (número de variáveis + número de restrições):* $O(nt)$ *que resulta de* $O(n + 2m + t + nt) = O(nt)$

Avaliação Experimental dos Resultados

Fez-se um total de i testes, onde $i \in [0{,}100[: i_{a+1} = i_a + 1$, variando incrementalmente as variáveis $n = 10 + i \times 10$, $m = 3 + i \times 10$ e $t = 5 \times n$. O gráfico obtido foi o seguinte:



Verifica-se uma tendência exponencial face à complexidade calculada. Isto deve-se ao facto de o somatório das variáveis em função do tempo refletir o aumento exponencial no número de combinações possíveis à medida que o problema cresce em termos de variáveis e restrições. Este comportamento resulta da natureza combinatória dos algoritmos de otimização, que avaliam múltiplas soluções possíveis para encontrar a solução ótima, fazendo com que o tempo de execução e o número de cálculos aumentem exponencialmente com a complexidade do problema.