

Jogo do Grão-Duque da Toscana - Exercício 5

Conta-se que o Grão-Duque da Toscana (séc. XVI) jogava assiduamente com um adversário o seguinte jogo:

- Em cada jogada, um dos jogadores (sejam A e B) lança três dados cúbicos perfeitos e soma as pontuações obtidas. Se a soma das pontuações for 9 (denotado por “soma 9”), o jogador A ganha a jogada e, se a soma das pontuações for 10 (denotado por “soma 10”), será o jogador B a ganhar; caso contrário, ninguém ganha.

O que intrigava o Grão-Duque era que, apesar de 9 e 10 pontos se poderem decompor cada um em 6 maneiras diferentes, o jogador A ganhava com menor frequência do que o jogador B.

Fixando a semente em 2318, simule $n = 38000$ jogadas desse jogo. Reporte o valor da diferença entre as frequências relativas com que a “soma 10” e a “soma 9” são obtidas nessas n jogadas, arredondada a 4 casas decimais.

Nota: caso use a função `sample` na simulação dos lançamentos dos dados, NÃO deverá especificar as probabilidades dos resultados possíveis. Por omissão, estes serão considerados equiprováveis.

Código R

```
# Set seed for reproducibility
set.seed(2318)

# Number of games to simulate
n <- 38000

# Initialize counters
sum_9_count <- 0
sum_10_count <- 0

# Simulate n games
for (i in 1:n) {
  # Roll three dice
  dice1 <- sample(1:6, 1)
  dice2 <- sample(1:6, 1)
  dice3 <- sample(1:6, 1)

  # Calculate sum
  total_sum <- dice1 + dice2 + dice3

  # Count wins for each player
  if (total_sum == 9) {
    sum_9_count <- sum_9_count + 1
  } else if (total_sum == 10) {
    sum_10_count <- sum_10_count + 1
  }
}

# Calculate relative frequencies
freq_sum_9 <- sum_9_count / n
freq_sum_10 <- sum_10_count / n

# Calculate difference
difference <- freq_sum_10 - freq_sum_9
```

```
# Display results
cat("Numero de jogadas simuladas:", n, "\n")
cat("Numero de 'soma 9':", sum_9_count, "\n")
cat("Numero de 'soma 10':", sum_10_count, "\n")
cat("Frequencia relativa 'soma 9':", freq_sum_9, "\n")
cat("Frequencia relativa 'soma 10':", freq_sum_10, "\n")
cat("Diferenca (soma 10 - soma 9):", difference, "\n")
cat("Diferenca arredondada a 4 casas decimais:", round(difference, 4), "\n")
```

Resultados

Solução

Para a simulação de 38000 jogadas do jogo do Grão-Duque da Toscana:

Resultado	Valor
Número de 'soma 9'	4426
Número de 'soma 10'	4779
Frequência relativa 'soma 9'	0.1164737
Frequência relativa 'soma 10'	0.1257632
Diferença (soma 10 - soma 9)	0.009289474

Resposta final: A diferença entre as frequências relativas, arredondada a 4 casas decimais, é 0.0093.

Observação: Como esperado, a frequência relativa da 'soma 10' é maior que a da 'soma 9', confirmando a observação histórica do Grão-Duque.