SITUATION D'APPRENTISSAGE n^{0}1 :
TRIANGLES

Situation de départ

Le conseil communal de Kata, dès son installation a fait le lotissement de l'un de ses villages DUNIA. Pour la construction des infrastructures d'utilité publique (route, école, marché, terrain de sport, centre de santé, jardins publiques, espaces verts.), il a été prélevé 40% de la superficie initiale de chaque parcelle des propriétaires terriens.

Le conseil communal a fait aménager un jardin public de forme circulaire de 120 m de diamètre. Au centre de ce jardin, un obélisque a été érigé. Bio possédait un terrain rectangulaire de 20 m sur 30 m. A l'issue des travaux de recasement, il lui a été attribué un terrain carré.

Baké, l'une des filles de Bio, se préoccupe de connaître les dimensions de la parcelle attribuée à son père. Par ailleurs, impressionnée par la beauté du nouvel environnement créé au niveau du jardin public, elle se demande quelle peut bien être la hauteur de l'obélisque.

Tâche : Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela tu auras tout au long de cette S.A. ; à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chaque problème posé ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chacun des problèmes
- Améliorer au besoin ta production

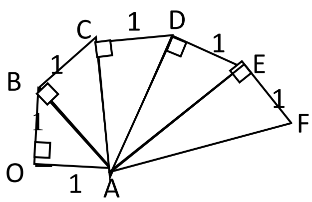
Activité 0 :

1) Lis le texte de la situation de départ
2) Reformule le problème en tes propres termes
3) Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ
4) Evoque des situations similaires

Séquence1 : Nombres réels

Activité 1 : Découverte de l'existence de nombres réels puis la définition de la racine carrée d'un nombre réel positif

Bio possédait un terrain rectangulaire de 20m sur 30m. A l'issue des travaux de recasement ; il lui a été attribué un terrain carré. Baké, l'une des filles de Bio, se préoccupe de connaitre les dimensions de la parcelle attribuée à son père. Dans ses recherches, elle trouve le dessin ci-dessous qui attire son attention et elle cherche à savoir la longueur de l'hypoténuse de chacun des triangles rectangles qui composent ce dessin



Consigne 1:

1) Reproduis le dessin ci-dessus puis propose lui un nom

2) Calcule AB^2 ; AC^2 ; AD^2 ; AE^2 et AF^2

3) Quel est le nombre rationnel qui exprime la longueur de $[AD]$?$[AB]$? $[AC]$?

Consigne 2

1) Calcule :
a- l'aire de la surface du terrain rectangulaire de Bio
b- l'aire de la surface du nouveau terrain attribué à Bio
2) Calcule les dimensions de la nouvelle parcelle de Bio

Activité 2 : Opérations et racines carrées

Soit x et y deux nombres réels positifs. Le but de cette activité est de démontrer que $\sqrt{x} \times \sqrt{y} = \sqrt{x \times y}$ et que $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ pour $y \neq 0$

Consigne

1) a-Calcule $(\sqrt{x} \times \sqrt{y})^2$ et $(\sqrt{x \times y})^2$ puis compare $(\sqrt{x} \times \sqrt{y})^2$ et $(\sqrt{x \times y})^2$
b-Compare alors $\sqrt{x} \times \sqrt{y}$ et $\sqrt{x \times y}$
2) Démontre que $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ pour $y \neq 0$

Activité 3: Faire utiliser ces propriétés

1) a-Ecris la longueur du côté du terrain carré attribué à Bio sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \epsilon \mathbb{R}$ *et* $b \epsilon \mathbb{R}_+$
b-Représente ce côté à l'échelle de $\frac{1}{600}$
c-Construis un segment de longueur $\sqrt{15}$ cm
2) Calcule $\sqrt{\frac{147}{75}}$; $\sqrt{a^5 b^6 c^{30}}$

Activité4 : Calculs avec des racines carrées

Après le lotissement, des amis de Bio se sont retrouvés avec des terrains de différentes formes dont les dimensions sont les suivantes :

- Dine : terrain rectangulaire de dimensions A= $\sqrt{338}$- $\sqrt{8}$+ $\sqrt{50}$ +$\sqrt{32}$- $\sqrt{98}$ et
B= $\sqrt{28}$+ $\sqrt{63}$- $\sqrt{700}$+ $\sqrt{175}$+ $\sqrt{252}$
- Junior : terrain carré de dimension C=$(3\sqrt{2}-4\sqrt{3})^2$
- Dylan : terrain carré de dimension D = $(4+5\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2}-3)(\sqrt{3}+7)$
- Xray : terrain trapézoïdal de dimensions E= $\frac{3}{\sqrt{2}}$; F= $\frac{7+\sqrt{5}}{7-\sqrt{5}}$ et G=$(4\sqrt{3}-3\sqrt{2})(4\sqrt{3}+3\sqrt{2})$

Baké cherche à donner une écriture simplifiée de ces différentes dimensions

Consigne1 : Calcule A et B

Consigne2 : Développe puis réduis C ; D et G

Consigne3 :

a-Multiplie le numérateur et le dénominateur de E par $\sqrt{2}$ puis calcule E

b-Multiplie le numérateur et le dénominateur de F par l'expression conjuguée du dénominateur puis calcule F

Activité5 : Comparaison de nombres réels

Après avoir trouvé l'écriture simplifiée des différentes dimensions précédentes ; Baké cherche à identifier la longueur et la largeur du terrain de Dine puis connaître le signe de A-B

Consigne

1) Compare A et B puis précise la longueur et la largeur du terrain de Dine
2) Etudie le signe de A-B

Activité d'approfondissement :

1) Compare $3\sqrt{2}$ et 4 puis donne le signe de $3\sqrt{2}$-4
2) Etudie le signe de $4\sqrt{5}$-9 et de 1+$\sqrt{2}$

Activité6 : Encadrement de somme ; produit ; différence et quotient

Avec les écritures simplifiées de A et B obtenues ; Baké voudrait donner un meilleur encadrement de A ; B ; A+B ; A-B ; A×B et de $\frac{A}{B}$

Consigne1

1) A l'aide d'une calculatrice ; donne un encadrement de $\sqrt{2}$ et $\sqrt{7}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 3
2) Déduis-en un encadrement de A ; B ; A+B et de A×B par deux nombres décimaux d'ordre 2

Consigne2

1) En utilisant l'encadrement d'ordre 3 de B trouvé ci-dessus ; encadre –B puis $\frac{1}{B}$ par des nombres décimaux d'ordre 3
2) Déduis-en un encadrement de A-B puis de $\frac{A}{B}$ par des nombres décimaux d'ordre 2 (tu utiliseras l'encadrement d'ordre 3 de A

Séquence2 : Valeur absolue

Activité1 : Définition de la valeur absolue d'un nombre réel et de la distance de deux nombres réels puis reconnaissance des types d'intervalles de ℝ

Pour mieux repérer la position des autres infrastructures publiques par rapport à la route ; Baké assimile la route à une droite (D) muni du repère (O ; I). Elle constate que les abscisses de l'école et du marché matérialisés par des points A et B sont respectivement $\sqrt{2}$ et -3$\sqrt{2}$.Baké cherche à connaitre la distance qui sépare l'école du marché et d'autres principes mathématiques qui en découlent

Consigne1

1) Donne la distance à zéro de $\sqrt{2}$ et -3$\sqrt{2}$
2) Quelle est alors la distance qui sépare l'école du marché

Consigne2

1) Trace la droite (D) puis marque les points A et B
2) a-Trace en rouge l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre plus petit que -3$\sqrt{2}$

b-Trace en bleu l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre plus grand que $\sqrt{2}$

c-Trace en vert l'ensemble des points non encore colorié

3-Donne l'abscisse de deux points de l'ensemble tracé en vert

Activité2 : Représentation ; intersection et réunion d'intervalles

Les abscisses des points C ; D et E matérialisant respectivement le terrain de sport ; le centre de santé et le jardin public sur la droite (D) sont -2$\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$ et 5. Baké pose I=$[-2\sqrt{3}; 5[$;J=$]\sqrt{2}; \rightarrow[$

Elle cherche à trouver le plus grand intervalle K contenu dans I et J puis le plus petit intervalle P contenant I et J

Consigne

1) Reproduis la droite (D) puis représente les intervalles I et J
2) Détermine les intervalles K et P
3) Calcule l'amplitude de I puis de K

Activité de réinvestissement

On considère les nombres réels t et d tels que t=1-$\sqrt{3}$ et d=3-2$\sqrt{3}$

1) Détermine le signe de t et de d
2) Calcule t^2 et d^2

b) Ecris plus simplement les réels u et v suivants : u=$\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ et v=$\sqrt{21-12\sqrt{3}}$

3) On donne E=$[-2; 4[$ et F=$\{x \epsilon \mathbb{R}; 2 \leq x \leq 8\}$

a- Traduis à l'aide d'inégalités : $x \epsilon E$

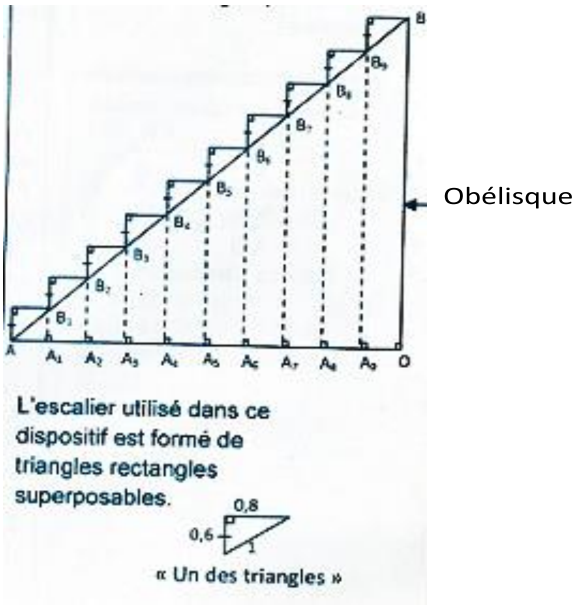
b- Ecris sous formes d'intervalle F

c- Détermine $E \cap F$ puis $E \cup F$

Séquence3 : Propriétés de Thalès relative au triangle

Activité1 : Découverte de la propriété de Thalès

Baké, la fille de Bio s'intéresse au dispositif utilisé par le constructeur pour placer une icône au sommet de l'obélisque ; (voir dessin).



Elle veut déterminer la hauteur de l'obélisque

Consigne

1-a) Calcule la longueur de chacun des segments $[AA_2]$;$[AA_4]$;$[AB_2]$;$[AB_4]$;[AO] et [AB]

b) Déduis-en la hauteur de l'obélisque

2-a) Justifie (A_2B_2) ;(A_4B_4) et (OB) sont parallèles

b) Compare les quotients suivants :

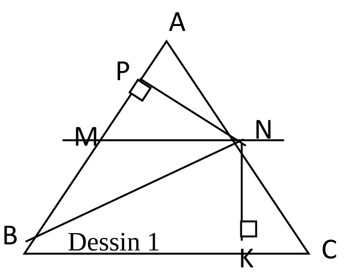
- $\frac{AA_2}{AO}$ et $\frac{AB_2}{AB}$
- $\frac{AA_4}{AO}$ et $\frac{AB_4}{AB}$

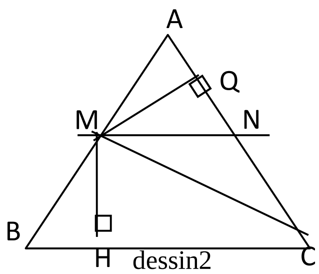
3) Conclus

Activité2 : Démonstration de la propriété de Thalès

ABC est un triangle .M est un point de (AB) et N le point de (AC) tel que (MN)//(BC). Le but de cette activité est de démontrer que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Consigne1 : On suppose que $M\epsilon[AB)$ et $N\,\epsilon[AC)$ (voir figure)





1) Justifie :

a) En utilisant le dessin 1, que : $\frac{aire(AMN)}{aire(ABN)} = \frac{AM}{AB}$

b) En utilisant le dessin 2 que :$\frac{aire(AMN)}{\mathrm{aire}(ACM)} = \frac{AN}{AC}$

c) que aire(BMC)=aire(BNC) puis déduis-en que aire(ABN)=aire(ACM)

2) Conclus

Consigne2 : On suppose que $M\notin[AB)$ et $N\notin[AC)$

1)a- Fais une figure

b- Construis les points M' et N' symétriques respectifs des points M et N par la symétrie centrale de centre A

2)a- Justifie que AM=AM' ;AN=AN' et (BC)//(M'N')

b-Déduis que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Activité2 : Démonstration de la conséquence de la propriété de Thalès

ABC est un triangle. M est un point de (AB) et N un point de (AC) tel que (MN)//(BC).(D) est la droite parallèle à (BC) passant par A ; les points E et F de (D) sont tels que (NE)//(CF)//(AB).Le but de cette activité est de démontrer que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Consigne

1) Fais une figure

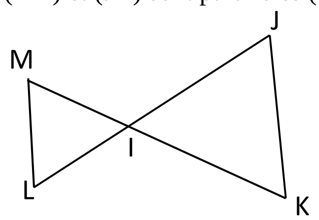
2) a-Justifie que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et que $\frac{AN}{AC} = \frac{AE}{AF}$

b-Justifie que AE=MN et AF=BC

3) Déduis que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Activité d'approfondissement

Les droites (MK) et (JL) sont sécantes en I. Les droites (ML) et (JK) sont parallèles (voir schéma) ;



JK=30 ; IK=24 ; IM=12 ; IL=9 ; détermine LM et IJ

Activité3 : Faire construire une quatrième proportionnelle à partir des trois longueurs x ; y et z

On donne trois segments de longueurs x ; y et z et on veut construire la quatrième proportionnelle t des nombres x ; y et z pris dans cet ordre. Cela revient à construire un segment $[MN]$ tel que $\frac{x}{y} = \frac{z}{t}$

Consigne

1) a-Trace deux demi-droites de même origine M

b-Sur l'une des demi-droites ; marque deux points A et B tels que MA=x et MB=y

c-Sur l'autre demi-droite ; marque le point C tel que MC= z

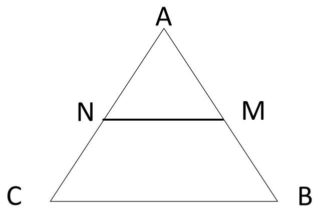
2) a-Trace la parallèle à (AC) passant par B ; elle coupe (MC) au point N

b-Justifie que $\frac{x}{y} = \frac{z}{MN}$

Séquence4 : Triangles semblables

Activité : Définition de deux triangles semblables

A l'approche de la fête de noël ; le conseil communal de Kata a décoré le jardin public afin de rendre la ville plus attrayante. Le dessin ci-dessous est une représentation dans le plan de l'une des faces latérales de l'obélisque matérialisé par le triangle ABC sur laquelle est placée une guirlande parallèlement à sa base. En assimilant le support de la guirlande à une droite (D), elle coupe les côtés $[AB]\ et\ [AC]$ respectivement aux points M et N.



Baké ; ayant vu le plan du décor ; affirme que les triangles AMN et ABC ne sont pas superposables et se demande alors ce qu'on peut dire de ces triangles

Consigne

1) Justifie que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

2) Justifie l'affirmation de Baké

Activité d'approfondissement

ABC est un triangle ;le point I appartient au côté $[AB]$ et est différent de A et de B ;(D) est la droite passant par le point C et parallèle à la droite (AB).La droite passant par I et parallèle à la droite (BC) coupe la droite (AC) au point J et la droite (D) au point K

1) Démontre que les triangles ABC et JCK sont semblables

2) a-Cite les sommets homologues de ces triangles

b-Ecris les rapports de similitude du triangle ABC au triangle JCK

Séquence5 : Trigonométrie

Activité1 : Définitions du cosinus ;du sinus ;de la tangente et de la cotangente d'un angle aigu

Baké s'intéresse à l'angle sous lequel le constructeur est allé au sommet de l'obélisque (voir dessin). Elle cherche à caractériser l'angle $\widehat{SOA}$ (ou sa mesure) par les côtés du triangle SOA

Consigne

1)a-Construis le triangle SOA en prenant OA=3cm et SO=5cm

b-Calcule AS

2)a-Calcule $\frac{OA}{OS}$: $\frac{AS}{OS}$ et $\frac{SA}{AO}$

b) Marque un point M sur $[OS)$ distinct de O et S puis construis le point N, projeté orthogonal de M sur le support de la demi-droite $[OA)$

3)a-Justifie que $\frac{MN}{OM} = \frac{AS}{OS}$; $\frac{ON}{OM} = \frac{AO}{OS}$ et $\frac{MN}{ON} = \frac{AS}{OA}$

b) Que constates-tu ?

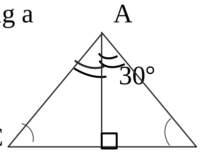
Activité 2 :Faire calculer les rapports trigonométriques d'un angle aigu dans un triangle rectangle connaissant les longueurs des côtés du triangle

ABC est un triangle rectangle en B tel que AC=7,5 et BC=4,5. Calcule les rapports trigonométriques de l'angle$\widehat{ACB}$

Activité 3 : Rapports trigonométriques des angles ayant pour mesures 0° ; 30°;45°; 60° et 90°

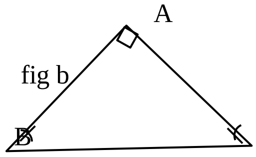
Pour mieux apprécier les différents aspects géométriques liés aux faces latérales de l'obélisque, Baké représente celles-ci par les figures a ;b ;c et d.

fig a



ABC est un triangle équilatéral

fig b



ABC est un triangle rectangle isocèle en A

Fig c

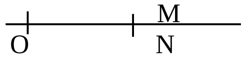
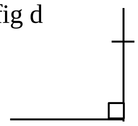


fig d



Elle cherche à déterminer les rapports trigonométriques de quelques angles de ces dessins

Consigne 1

On considère le dessin (a)

1) Justifie que AC=2HC

2) Détermine :

a- cos30° ; sin30° ; tan30° et cotan30°

b- cos60° ; sin60° ; tan60° et cotan60°

Consigne 2

On considère le dessin (b)

1) Justifie que :

a) BC=AC$\sqrt{2}$

b) mes A$\hat{B}$C=45°

2) Détermine cos45°;sin45° ;tan45° et cotan45°

Consigne 3

On considère le dessin ©

1) Donne la mesure en degré de l'angle M$\hat{O}$N

2) Détermine cos0° ;sin0° ;tan0° et cotan0°

Consigne 4

On considère le dessin (d) et N est un point de [OY) tel que les points O et N soient confondus

1) Donne la mesure en degré de l'angle M$\hat{O}$N

2) Détermine cos90° ;sin90° ;tan90° et cotan90°

Consigne 5

En utilisant les résultats précédents ; complète le tableau suivant

angles	0°	30°	45°	60°	90°
Sin					
Cos					
Tan					
cotan					

Activité d'approfondissement

ABC est un triangle rectangle en B tel que
AC=32,5 ; sin$\widehat{A}$ = $\frac{5}{13}$

1) Calcule BC ;cos$\widehat{C}$;cos$\widehat{A}$;tan$\widehat{A}$ et cotan$\widehat{A}$
2) Détermine une valeur approchée de la mesure en degré de l'angle B$\widehat{A}$C à une unité près

Séquence 6 : Triangle rectangle

Activité : Propriétés métriques dans un triangle rectangle

ABC est un triangle rectangle en A ;$[AH]$ la hauteur relative à son hypoténuse. Le but de cette activité est de démontrer que : AC²=BC×HC ; AB×AC=AH×BC ;AB²=BH×BC et AH²=BH×HC

Consigne1

1)a- Démontre que les triangles ABC et HAC sont semblables
b- Ecris les rapports de similitude du triangle ABC au triangle HAC
2) Déduis que :
a- AC²=BC×HC
b- AB×AC=BC×AH

consigne2

1)a- Démontre que les triangles ABC et HAB sont semblables puis écris les rapports de similitude du triangle ABC au triangle HAB
b- Déduis que AB²=BH×BC

consigne3

1)a- Justifie que les triangles HAB et HAC sont semblables puis écris les rapports de similitude du triangle HAB au triangle HAC
b- Déduis que AH²=BH×HC

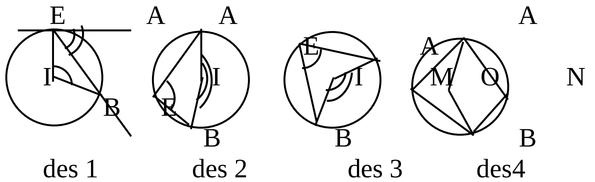
Activité d'approfondissement

1) ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que AB=4cm. H est le projeté orthogonal de A sur (BC)
Calcule BC ; AH ; BH et HC
2) On donne deux segments [AB] et [CD] tels que AB=4 cm et CD=3 cm.
Sans faire de calculs, Construis :
a- Un segment [MN] tel qu'on ait MN=$\sqrt{AB.CD}$
b- Des segments [EF] et [GH] tels que :
i) AB.CD=EF.GH
ii) AB.EF=CD.GH

Séquence7 : Angles et cercles

Activité 1 : Reconnaissance

Pour exploiter le domaine circulaire réservé pour le jardin public ; le conseil communal de Kata a instruit le topographe Enagnon de proposer à la mairie un plan. Voici ce qu'Enagnon a proposé :



des 1 des 2 des 3 des4

Impressionné par les propositions du topographe, Baké cherche à savoir quelques principes mathématiques qui en découlent

Consigne1

1) Marque sur le dessin 4:
a- en rouge un angle dont la mesure est inférieure à 180°
b- en vert un angle dont la mesure est supérieure à 180°
2) Cite sur le dessin 4 :
a- un quadrilatère inscrit dans un cercle
b- un angle dont le sommet est sur le cercle puis l'arc qu'il intercepte
c- un angle au centre qui intercepte le même arc trouvé

Consigne2

1) Précise si l'angle A$\widehat{E}$B est un angle au centre ou inscrit dans le cercle considéré pour chacun des dessins 1 ; 2 et 3
2) Donne l'arc intercepté par l'angle A$\widehat{E}$B puis son angle au centre associé dans chacun des cas ci-après :
a- dessin 1
b- dessin 2
c- dessin 3

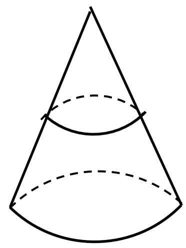
Activité d'approfondissement

ABCD est un quadrilatère inscrit dans un cercle (C) de centre O tel que mes A$\widehat{O}$D=30° et mes C$\widehat{A}$B=45°. Calcule mes B$\widehat{O}$C et mes A$\widehat{C}$D

SITUTION D'APPRENTISSAGE 2 : Configurations de l'espace

Situation de départ

Anani, élève de la classe de 3ème est habitué à voir les agriculteurs de sa région construire des greniers de forme cylindrique en vue de conserver le maïs. L'attention de Anani a été retenue par la façon dont l'agriculteur Sossa a construit son grenier : sur le sol il a tracé un cercle de 2 m de diamètre. Au centre de ce cercle, il a implanté verticalement un pieu de 3,5 m de haut. Une à une, plusieurs perches de même longueur sont disposées sur le cercle et s'appuient par leur extrémité sur un cerceau de 30 cm de rayon dont le centre est au sommet du pieu. L'ensemble est fermé par un chapeau conique. Voici ci-contre une illustration du grenier de Sossa.

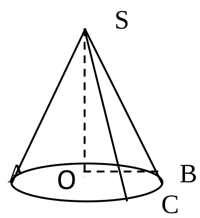


Tâche : Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela tu auras tout au long de cette S.A. ; à :

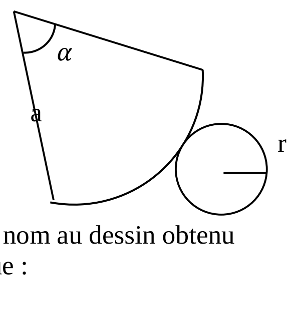
- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chaque problème posé ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chacun des problèmes
- Améliorer au besoin ta production

Activité 0 :
1) Lis le texte de la situation de départ
2) Reformule le problème en tes propres termes
3) Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ
4) Evoque des situations similaires

Séquence 1 : Cône
Activité 1 : Représentation et description d'un cône de révolution
Anani reconnait parfaitement que le chapeau du grenier a la forme d'un cône circulaire droit. Pour avoir une idée de cette forme, Anani fait tourner très rapidement une équerre autour de l'une de ses hauteurs et obtient le dessin suivant :



Consigne
1) Que représente le point S ; les segments $[SB]$; $[SC]$; la droite (OS) et les longueurs a=SA ; r =OB et h=SO pour le cône ?
2) Justifie que $a^2=h^2+r^2$
3) Dessine en perspective le cône représentant le chapeau du grenier à l'échelle de $\frac{1}{50}$ sachant que sa hauteur est 1,05m
Activité 2 : Aire et volume d'un cône de révolution
Anani se propose de fabriquer une maquette du chapeau du grenier ; de déterminer l'aire de la surface de filet nécessaire pour couvrir le chapeau ainsi que le volume de cette partie du grenier. Pour se faire ; il ouvre le chapeau ayant la forme d'un cône et obtient le dessin ci-après



Consgne1
1) Donne un nom au dessin obtenu
2) Justifie que :
a) $\alpha = \frac{360° \times r}{a}$ avec α la mesure de l'angle du secteur circulaire ;r le rayon du disque de base et a l'apothème du cône
b- l'aire de la surface latérale d'un cône de révolution est : $A_l=\pi r a$
c- l'aire de la surface totale d'un cône de révolution est : $A_t=\pi r(a+r)$
3) Donne la formule permettant de calculer le volume d'un cône de révolution en fonction de r et h

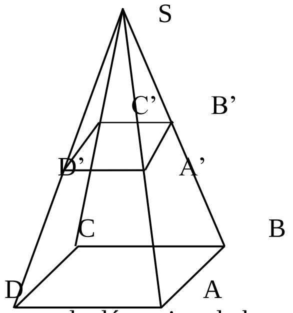
Consigne2
1) Réalise un patron du chapeau à l'échelle de $\frac{1}{50}$ sachant que sa hauteur est 1,05m
2) Indique une méthode de fabrication d'une maquette du chapeau à partir de son patron

Consigne3
1) Calcule l'aire de la surface de révolution du chapeau
2) Calcule le volume d'air que peut contenir ce chapeau

Séquence2 : Sections planes
Activité1 : Section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base et tronc de cône
En réalité, entre la partie du grenier contenant du maïs et le chapeau, il y a une séparation avec du contre-plaqué.
Anani voudrait connaitre la longueur d'une perche, le volume de maïs que peut contenir ce grenier, l'aire de la surface de filet nécessaire pour couvrir cette partie.
Consigne1
1)a- Nomme le grenier de Sossa
b- Représente la partie du grenier contenant du maïs
2) Qu'obtient-on après la section du grenier de Sossa par un plan parallèle à la base ?

Consigne2
Calcule :
1) la hauteur du grenier de Sossa
2) le volume de maïs que peut contenir ce grenier
3) l'aire de la surface de filet nécessaire pour couvrir la partie du grenier contenant le maïs
4) la longueur d'une perche

Activité 2 : Section d'une pyramide régulière par un plan parallèle à la base et tronc de pyramide
Cette année, la récolte promet d'être abondante. Sossa décide de construire un second grenier pour renforcer sa capacité de stockage. Ce second grenier est construit de la même manière que le premier sauf que sa base a la forme d'un carré dont le côté mesure 2m et les faces latérales sont des triangles isocèles. La partie devant contenir le maïs est séparée du chapeau par du contreplaqué situé dans un plan parallèle à la base. Voici une représentation de ce nouveau grenier



Anani se propose de déterminer la hauteur de tout le grenier et le volume de maïs que peut contenir le grenier

Consigne1

1)a- Nomme le nouveau grenier de Sossa

b- Représente la partie devant contenir le maïs

2) Qu'obtient-on après la section du nouveau grenier de Sossa par un plan parallèle à la base ?

Consigne2

Calcule l'échelle de réduction sachant que B'C'=75cm

Consigne3

La hauteur de la partie du grenier devant contenir le maïs est 3,5m ; calcule :

1) la hauteur de tout le grenier

2) le volume du maïs que peut contenir le grenier

SITUATION D'APPRENTISSAGE n^{0}3 : Calcul littéral

Situation de départ

Le conseil communal de Zodji a décidé de faire aménager les abords de la rivière Zo afin de créer sur ses deux rives un espace de jeu. Pour ce faire, il lui faut après nettoyage des deux rives procéder à l'épandage d'un herbicide à raison de 4 litres à l'hectare. Cet herbicide est vendu dans un magasin de la place à 3.500F le tube de un litre. Comlan, fils du comptable de la commune est un élève de la classe de troisième au CEG de Zodji. Des informations qu'il a reçues de son professeur de Sciences Physiques et des agents commerciaux qu'il a rencontrés il ressort que :

- La fabrication de l'herbicide nécessite le mélange de 2 produits A et B qui sont vendus respectivement à 900F la bouteille de un litre et à 5000F le bidon de 5 litres
- Pour être efficace ce mélange doit être constitué d'au moins 40% du produit A et d'au moins 50% du produit B.
- Les deux produits, après achat, doivent passer au contrôle de qualité dans une machine qui ne peut travailler plus de 6 heures par jour.
- Le temps disponible pour le contrôle de qualité ne peut excéder 5 jours.
- Le produit A nécessite 4 min de contrôle par litre et le produit B 15 min de contrôle par bidon.
- Le contrôle d'une bouteille du produit A coûte 90F et celui d'un bidon du produit B coûte 500F.

Avant l'épandage l'herbicide devra être dilué dans de l'eau. Le comptable a le choix entre acheter l'herbicide dans le commerce et le faire fabriquer

Tâche : Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela tu auras tout au long de cette S.A. ; à :

- Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
- Analyser chaque problème posé ;
- Mathématiser chacun des problèmes posés
- Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chacun des problèmes
- Améliorer au besoin ta production

Activité 0 :

1) Lis le texte de la situation de départ

2) Reformule le problème en tes propres termes

3) Formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ

4) Evoque des situations similaires

Séquence 1 : Polynômes

Activité 1 : Notion de polynômes

Comlan, ayant reçu toutes les informations nécessaires pour la fabrication de l'herbicide, constate que le coût en milliers de francs de l'herbicide vérifie la relation définie par $P=-x^3-3x^2+6x+1,3$ avec x le nombre de litres d'herbicide. Il propose alors à son père de la faire fabriquer.

Le comptable voudrait connaître le coût minimal d'un litre de l'herbicide préparé

Consigne1

Soit t le prix d'un litre du produit B

Donne l'expression littérale qui traduit le prix de 5 litres du produit B

Consigne2

1) Donne des exemples de monômes :

- de variables y et de degré 1 ;
- de variables x et de degré 2 ;
- de variables t ; de degré 3 et de coefficient $-\sqrt{10}$

2) a) Cite tous les monômes de P tout en précisant le degré et le coefficient de chacun d'eux

b) Complète la phrase suivante : P est la somme de plusieurs . . .

c) Répond à la préoccupation du comptable puis dis si tu es du même avis que Comlan. Justifie ta position

Activité d'approfondissement

1) On donne $P=3+2x^2-5x+x^{12}-7x^8$ une expression littérale ; justifie que P est un polynôme puis donne son degré

2) Reconnais parmi les expressions suivantes celles qui sont des polynômes :

$H=2-7x^2+x^6-3x^3-5x$; $F=2x-8x^2+3\sqrt{x}$; $G=3|x|$; $I=2$; $J=1-5x^2$

Activité2 : Calculs sur les polynômes
En réalité, la partie aménagée par le conseil communal, a la forme d'un rectangle de dimensions $P=x(2-x)+4x-8$ et $Q=(x-3)-2(x-3)^2+x^2-3x$. Comlan cherche à connaître le périmètre et la superficie du terrain aménagé
Consigne
1) a) Développe, réduis et ordonne P suivant les puissances croissantes de x
b) Développe, réduis puis ordonne Q suivant les puissances décroissantes de x
2) Calcule le périmètre de ce terrain
3) a) Factorise les expressions P et Q
b) Calcule l'aire A de ce terrain puis précise le degré du polynôme A
c) Détermine la valeur de A pour $x=\sqrt{2}$

Activité d'approfondissement
On donne les expressions littérales suivantes :
$T=(\sqrt{3}-2x)^2$; $L=(\sqrt{3}-2x)(\sqrt{3}+2x)$;
$P=(3x-2)(x-1)+2x(x-1)-3x(x-1)$; $R=(\sqrt{2}+3x)^2$;
$F=4x^2-3$
1) Développe, réduis et ordonne T ; L ; P et R
2) Factorise P et F
3) Calcule P pour x=0 ; F pour $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$
Séquence2 : Equations de droite
Activité1 : Equations du premier degré dans ℝ
Après avoir traduit le prix de 5 litres du produit B ; Comlan désire savoir le prix d'un litre du produit B.
Consigne
1) Répond à la préoccupation de Comlan
2) On considère les polynômes suivants :
$F=-x\sqrt{2}-5$ et $G=x+8$
Résous dans ℝ l'équation F=G ; $3x+5=6x-5$; $2x-4=7x-4$ et $x\sqrt{2}+2=\sqrt{2}+x$

Activité d'approfondissement
1) On donne les expressions littérales suivantes :
$S=2x^2+9(x^2+8x)-128$; $Q=4x^2+4x+1$;
$C=9(x+2)^2-4(x-1)^2$ et $T=x^2-2x\sqrt{2}+2$
a) Développe, réduis et ordonne S suivant les puissantes décroissantes de x
b) Factorise S ; Q ; C et T
c) Résous dans ℝ ; dans ℚ puis dans ℤ chacune des équations suivantes : S=0 ; Q=0 ; C=0 et T=0
2) Résous graphiquement dans ℝ chacune des équations suivantes :
$|x-5|=3; |x+\sqrt{7}|=0; \left|x-\frac{7}{3}\right|=-8$

Activité2 : Equations du premier degré dans ℝ × ℝ
Le comptable veut faire fabriquer l'herbicide mais dispose de 9450F.Il voudrait connaitre le nombre de bouteilles du produit A et le nombre de bidons du produit B que l'on peut contrôler en fonction de ses disponibilités financières.

Consigne1
1) Ecris une équation qui traduit la préoccupation du comptable en prenant pour x le nombre de litres du produit A et pour y le nombre de bidons du produit B
2) Combien d'inconnues se trouvent dans cette équation ?

Consigne2
1) En utilisant l'équation écrite précédemment, trouve y correspondant à chacune des valeurs de x ou de y ci-dessous :
- X = 5
- y = 9

2) Justifie que le couple (105 ; 0) vérifie cette équation
3) Détermine y en fonction de x dans cette équation

Activité3 : Equations cartésiennes de droite
On considère dans ℝ × ℝ l'équation (E) suivante :
(E) : $2x+2y-4=0$. On cherche à représenter dans le plan muni d'un repère, quelques solutions de cette équation
Consigne1
1) Parmi les couples (-1 ;8), (2 ;0), (1 ;7), (1 ;1), (0 ;2), (-1 ;3), (0 ;8) et $(\frac{1}{2};\frac{3}{2})$; trouve ceux qui sont solutions de l'équation (E)
2) a- Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J), place quatre points correspondant aux couples de coordonnées solutions de cette équation
b- Trace la droite passant par deux de ces points
c- Que peux-tu dire des points ainsi placés ?

Consigne2
Le plan est muni du repère orthonormé (O,I,J) ; on donne la droite (D) d'équation : $x-2y+3=0$.
a- Trouve deux couples de coordonnées de deux points E et F de la droite (D)
b- Construis la droite dans le repère (O, I,J)

Activité d'approfondissement
(D) est la droite d'équation : $2x-y+3=0$
Construis dans un repère orthonormé (O,I,J), la droite (D)

Activité4 : Coefficient directeur d'une droite
Comlan ayant découvert toutes ces notions relatives à une équation cartésienne d'une droite, voudrait trouver une autre forme de l'équation cartésienne de droite. Pour cela, il considère la droite (D) d'équation : $2x-y+3=0$
Consigne1
En utilisant l'équation de (D),
a- écris x en fonction de y
b- écris y en fonction de x

Consigne2

Le plan est muni du repère orthonormé (O,I,J) ; on donne(D) est la droite d'équation y=ax+b et $A(x_A ;y_A)$ et $B(x_B ;y_B)$ deux points de (D),
1) a- traduis $A \in (D)$ et $B \in (D)$
b- Justifie que : $x_B \neq x_A$
c- Justifie que $y_B-y_A = a(x_B - x_A)$ et que $a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

Activité d'approfondissement
Le plan est muni d'un repère (O,I,J). On donne A(2 ;1) et B(3 ;-1)
1) Trace la droite (AB)
2) Détermine une équation de la droite (AB)
3) Une droite est telle que son coefficient directeur est égal à -2. Cette droite passe par le point A(2 ;4) Détermine une équation de cette droite

Activité5 : Positions relatives de deux droites
Le plan est muni du repère (O,I,J)
Consigne1
(D) et (D') sont deux droites d'équations respectives y=2x+1 et y=2x-4
1) a- Compare les coefficients directeurs des droites (D) et (D')
b- Construis (D) et (D')
c- Complète la phrase suivante :
« Les droites (D) et (D') sont . . . et ont . . . coefficient directeur »
Consigne2
(D) et (D') sont deux droites d'équations respectives y=2x+1 et y=- $-\frac{1}{2}$x+4
1) a-Calcule le produit de leurs coefficients directeurs
b- Construis les droites (D) et (D') puis précise leurs positions relatives

Activité d'approfondissement
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J).
(D) est la droite d'équation y=3x-2
1-a) Construis la droite (D') parallèle à (D) et passant par le point A(-2 ;-3)
b) Détermine une équation cartésienne de la droite (D')
2-a) Construis la droite (D'') perpendiculaire à (D) et passant par le point A(-2 ;-3)
b) Détermine une équation de la droite (D'')
3) On donne les points B(3 ;1) et D(-1 ;5)
Détermine une équation de la droite (L) parallèle à (BD) et passant par le point D

Séquence3 : Equations et Inéquations
Activité1 : Inéquations du premier degré dans ℝ
L'herbicide doit être utilisé sur une superficie de plus de 20ha à raison de 4 litres à l'hectare. Comlan voudrait une estimation de la quantité d'herbicide à utiliser pour l'épandage
Consigne
1) Sur une superficie de 20ha, détermine la quantité d'herbicide à utiliser.
2) Soit x la quantité d'herbicide à utiliser sur une superficie de plus de 20ha. Donne une inégalité qui traduit cette phrase
3) Ecris sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels x vérifiant cette inégalité

Activité d'approfondissement
Résous les inéquations suivantes dans ℝ
a) 3x+5<6x-5 ; b) 2x-4≥7x-4 ; c) $-x\sqrt{2}-5 \leq x+8$;
d) $x\sqrt{2}+2 > \sqrt{2}+x$

Activité2 : Résolution d'un système d'inéquations du premier degré à une inconnue dans ℝ
On donne dans ℝ les inéquations 2x+3<3x-5 et x+5>4x-1. On veut trouver les nombres réels qui sont solutions à la fois des deux inéquations
Consigne
1) Résous dans ℝ chacune des inéquations ci-dessus
2) Représente sur une même droite graduée l'ensemble des solutions de chacune de ces inéquations puis déduis l'ensemble des nombres réels qui sont solutions à la fois des inéquations

Activité d'approfondissement
Résous dans ℝ chacun des systèmes d'inéquations suivants :
$\begin{cases} 2x-3<0 \\ 3x+5 \geq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 6x+1{,}2>0 \\ x-3<0 \end{cases}$; $\begin{cases} 4-3x \leq 0 \\ x-5 \leq 0 \end{cases}$

Activité3 : Résolution de problèmes se ramenant à une inéquation du premier degré dans ℝ
Un collège se propose d'acheter en gros les manuels de mathématiques de troisième. A cet effet, deux librairies A et B, lui font les propositions suivantes :
-Proposition de A : 2700F par manuel acheté, plus 5200F de frais pour l'expédition des manuels, ceci, quel qu'en soit le nombre.
-Proposition de B : 2600F par manuel acheté, les frais d'acheminement étant à la charge de l'acheteur.
Par ailleurs, pour aller chez les libraires, le comptable du collège doit débourser la somme de 9000F pour frais divers (voyages, repas, et...). Le directeur du collège voudrait savoir le nombre de manuels à partir duquel la proposition de B serait plus avantageuse que celle de A
Consigne
On désigne par x le nombre de manuels achetés
1) Ecris en fonction de x le prix de revient de x manuels avec la librairie A
2) Ecris en fonction de x le prix de revient de x manuels avec la librairie B
3) A partir de quel nombre de manuels la proposition de B est-elle plus avantageuse que celle de A ?

Activité4 : Résolution de problèmes se ramenant à un système d'inéquations dans $\mathbb{R}$

Majoie va acheter des bouteilles de jus de fruits chez son boutiquier habituel. Pour un carton de 12 bouteilles, elle paiera moins de 1440F et pour un carton de 24 bouteilles, elle paiera plus de 2640F. Elle cherche à savoir les prix possibles d'une bouteille de jus de fruits.

Consigne

On désigne par x le prix d'une bouteille de jus de fruits.

1) Traduis les situations ci-dessus par un système d'inéquations du premier degré

2-a) Résous ce système

b) Quels sont les prix possibles d'une bouteille de jus de fruits ?

Activité5 : Résolution d'un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On considère les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives : x+y-7=0 et –x-2y+5=0

Consigne1

1-a) Justifie que les droites sont sécantes.

b) Construis (D_1) et (D_2)

2) Détermine graphiquement le couple de coordonnées du point d'intersection A de ces deux droites

Consigne2 :

On considère le système précédent dont les équations sont notées : (E_1) :x+y-7=0 et (E_2) :-x-2y+5=0

1-a) Ecris x en fonction de y dans (E_1) puis remplace-le dans (E_2)

b) Déduis-en la valeur de y puis celle de x

2) Vérifie que le couple (x ;y) ainsi obtenu, est solution de (E_1) et (E_2)

Consigne3

On considère le système précédent dont les équations sont notées : (E_1) :x+y-7=0 et (E_2) :-x-2y+5=0

1-a) Multiplie chaque membre de l'équation (E_1) par 2 ; tu obtiens une nouvelle équation (E_1')

b) Additionne membre à membre les équations du nouveau système formé par (E'_1) et (E_2) puis détermine la valeur de x.

c) Additionne membre à membre les équations du système formé par (E_1) et (E_2) puis détermine la valeur de y

2) Vérifie que le couple (x ; y) ainsi obtenu, est solution du système $\begin{cases} x+y-7=0 \\ -x-2y+5=0 \end{cases}$

Consigne4

On considère le système précédent dont les équations sont notées : (E_1) :x+y-7=0 et (E_2) :-x-2y+5=0

1-a) Ecris x en fonction de y dans (E_1) et x en fonction de y dans (E_2) puis détermine la valeur de y

b) Ecris y en fonction de x dans (E_1) et y en fonction de x dans (E_2) puis détermine la valeur de x

2) Vérifie que le couple (x ; y) ainsi obtenu, est solution du système $\begin{cases} x+y-7=0 \\ -x-2y+5=0 \end{cases}$

Activité d'approfondissement

On considère les systèmes d'équations suivants :

(S_1):$\begin{cases} 5x+3y-7=0 \\ 3x-7y+8=0 \end{cases}$ (S_2) :$\begin{cases} x-y=7 \\ x+y=3 \end{cases}$

(S_3) :$\begin{cases} 3x-2y=0 \\ -7x+8y-1=0 \end{cases}$ (S_4) :$\begin{cases} 3x-2y=0 \\ 6x-4y-1=0 \end{cases}$

(S_5) :$\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x+6y-15=0 \end{cases}$

1) Résous (S_1) par la méthode de substitution et la méthode de comparaison

2) Résous (S_2) et (S_4) par la méthode graphique

3) Résous (S_3) et (S_5) par la méthode de combinaison

Activité 6 : Résolution de problèmes se ramenant à des systèmes de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Il y a 4 ans, Cami était 6 fois plus âgé que sa sœur Annie. Aujourd'hui, Cami est deux fois plus âgé que sa sœur. Trouve l'âge de chacun d'eux

Activité 7 : Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

La fabrication de l'herbicide nécessite le mélange de deux produits A et B. Les deux produits, après achat, doivent passer au contrôle de qualité dans une machine qui ne peut travailler plus de 6 heures par jour. Le temps disponible pour le contrôle de qualité ne peut excéder 5 jours. Le produit A nécessite 4 min de contrôle par litre et le produit B 15 min de contrôle par bidon. Comlan voudrait traduire ces informations par une inéquation.

Consigne1

On désigne par x le nombre de litres du produit A et par y le nombre de bidons du produit B

1) Fais une mise en équation

2) Réponds à la préoccupation de Comlan

Consigne2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1-a) Construis la droite (D) d'équation x-y-7=0 et place les points O, A, B, C, et E de coordonnées respectives (0 ;0) ; (2 ;-6) ; (-1 ;1) ; (8 ;-3) et (3 ;-4)

b) En combien de parties la droite d'équation x-y-7=0 délimite-t-elle le plan ?

2) On donne l'expression littérale F=x-y-7

a) Calcule F pour chacun des couples de nombres réels ci-dessus puis compare chaque résultat avec zéro

b) Parmi les points ci-dessus, indique ceux dont les coordonnées vérifient F>0 et ceux dont les coordonnées vérifient F<0

3) Un point M de coordonnées (x ;y) dans le plan est tel que x-y-7>0. Complète la phrase suivante : ≪Le point M est dans le demi-plan limité par la droite (D) et contenant les points…… et ….≫

4) Détermine l'ensemble des points dont les coordonnées sont solutions de l'inéquation x-y-7<0

Activité 8: Systèmes d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

On considère le système d'inéquations du premier degré à deux inconnues x et y suivant :

(S) : $\begin{cases} x - y - 7 > 0 \\ x + y - 3 < 0 \end{cases}$

Le but de cette activité est de résoudre graphiquement le système d'inéquations (S).

Consigne

1) Détermine graphiquement l'ensemble des points M(x ;y) du plan tel que :

a) x-y-7>0

b) x+y-3<0

2) Déduis-en l'ensemble des points M(x ;y) du plan tels que x-y-7>0 et x+y-3<0

Activité d'approfondissement

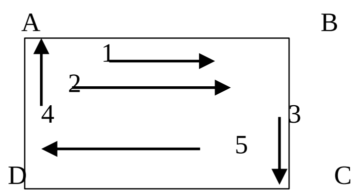
Résous graphiquement chacun des systèmes d'inéquations suivants :

$\begin{cases} 7x - y - 2 > 0 \\ x + 3y - 5 \leq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x - y + 7 > 0 \\ 2x - 2y - 3 < 0 \end{cases}$

Séquence4 : Multiplication d'un vecteur par un réel

Activité1 : Définition du produit d'un vecteur par un réel

Pour faire l'épandage avec rigueur, le technicien fait déplacer de façon uniforme la machine contenant l'herbicide. Le dessin ci-contre indique schématiquement ces déplacements en tenant compte du sens du vent. Comlan se demande comment le technicien a pu procéder pour une si belle réalisation



Consigne1

1) Que te rappellent ces déplacements ?

2) Cite ceux qui ont :

- Une même direction ;
- Une même direction et un même sens
- Une même direction et des sens contraires

Consigne2

1) Parmi les vecteurs $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DB}$ de la figure ci-dessus, cite :

- Ceux qui ont même direction et même sens ;
- Ceux qui sont opposés ;
- Ceux qui sont égaux.

2) Complète les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \cdots ; \ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \cdots ;$$
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \cdots ; \overrightarrow{AB} = \cdots \overrightarrow{BA} ; \ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \cdots$$

Consigne3

1-a) Construis un vecteur $\overrightarrow{MN}$ de 2cm de longueur.

b) Marque un point A et construis le vecteur $\overrightarrow{AB}$ tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MN}$

c) Donne la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$

2-a) Marque un point C et construis le vecteur $\overrightarrow{CD}$ tel que $\overrightarrow{CD} = \left(-\overrightarrow{MN}\right) + (-\overrightarrow{MN})$

b) Compare la direction et le sens des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{MN}$

3-a) Marque un point E et construis le point F tel que $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$

b) Quelle est la longueur du vecteur $\overrightarrow{EF}$

Activité d'approfondissement

Simplifie les écritures suivantes :

$3\overrightarrow{AB}$+$6\overrightarrow{AB}$; $2\overrightarrow{EF}$-$5\overrightarrow{EF}$; $3(4\overrightarrow{CD})$; $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$+$\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

Activité2 : Vecteurs colinéaires

Comlan représente le domaine ABCD ci-dessus par un parallélogramme et cherche à caractériser deux vecteurs qui ont même direction

Consigne1

1) Représente le parallélogramme ABCD puis construis le point B', symétrique de B par rapport à C

2) Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{AD}$ ont la même direction

Consigne2

Cite sur le dessin ci-dessus deux autres vecteurs colinéaires

Activité3 : Vecteurs directeurs d'une droite

Au cours des travaux, le conseil communal décide de mettre des gazons sur un espace triangulaire de la rive. Comlan représente cet espace par le triangle ABC puis place deux points M et N tels que :

$\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{BC}$

Il se demande ce que peut représenter les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ pour la droite (BC)

Consigne

1) Fais une figure

2-a) Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires

b) Que peux-tu dire des points A, M et N ?

3-a) Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

b) Que peux-tu dire droites (MN) et (BC) ?

Activité4 : Vecteurs orthogonaux
Parmi les jeux prévus par le conseil communal, il y figure le football. Un terrain rectangulaire est prévu à cet effet. Comlan représente ce terrain par un rectangle ABCD et identifie deux droites perpendiculaires supports de deux côtés. Il voudrait savoir ce qu'on peut dire des vecteurs directeurs de chacune de ces droites
Consigne
1) Représente le rectangle ABCD
2) Donne deux droites perpendiculaires supports de deux côtés puis un vecteur directeur de chacune de ces droites

Séquence5 : Calculs sur les coordonnées de vecteurs
Activité1 : Faire définir l'abscisse d'un point sur une droite munie d'un repère
Comlan représente le long de la rive par une droite (D) sur une feuille de papier. Il munit cette droite d'un repère (A,B,) et place un point M sur (D). comlan cherche à repérer ce point dans ce repère
Consigne1
1) Fais une figure
2-a) Que peux-tu dire des vecteurs que $\overrightarrow{AM}$ et que $\overrightarrow{AB}$? Justifie ta réponse
b) Justifie qu'il existe un nombre réel x tel que $\overrightarrow{AM} = x.\overrightarrow{AB}$

Activité2 : Faire définir les coordonnées d'un point et d'un vecteur dans le plan muni d'un repère
Comlan représente le plan de la rivière sur une feuille de papier. Il munit ce plan d'un repère (O,I,J) et y place un point M et deux points A et B
Il cherche à exprimer le vecteur $\overrightarrow{OM}$ et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$
Consigne1
1-a) Construis le repère (O,I,J) puis place le point M tel que M n'appartient ni à (OI) ni à (OJ)
b) Marque le point M_1 projeté de M sur (OI) parallèlement à (OJ) et le point M_2 projeté de M sur (OJ) parallèlement à (OI)
2-a) Justifie que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$
b) Déduis-en qu'il existe deux nombres réels x et y tels que $\overrightarrow{OM} = x.\overrightarrow{OI} + y.\overrightarrow{OJ}$

Consigne2
1-a) Construis le repère (O,I,J) puis place les points A et B tels que A et B n'appartiennent ni à (OI) ni à (OJ).
b) Marque les points A_1 et B_1, projetés respectifs des points A et B sur (OI) parallèlement à (OJ)
c) Marque les points A_2 et B_2, projetés respectifs des points A et B sur (OJ) parallèlement à (OI)
d) La parallèle à (OI) passant par A et la parallèle à (OJ) passant par B se coupent en C. Place le point C
2-a) Justifie que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2}$

b) Déduis-en qu'il existe deux nombres réels x et y tels que $\overrightarrow{AB} = x.\overrightarrow{OI} + y.\overrightarrow{OJ}$

Activité d'approfondissement
Le plan est muni d'un repère (O,I,J)
1) Place les points A(2 ;2) ; B(-3 ;-$\sqrt{2}$) puis construis le vecteur $\overrightarrow{AB}$
2) On considère le vecteur $\overrightarrow{CD}(3; -4)$ et le point E(-1 ;2)
Construis le représentant d'origine E du vecteur $\overrightarrow{CD}$

Activité3 : Caractérisation de l'égalité de deux vecteurs connaissant leurs coordonnées
On donne $\overrightarrow{AB}(x_{\overrightarrow{AB}}; y_{\overrightarrow{AB}})$ et $\overrightarrow{CD}(x_{\overrightarrow{CD}}; y_{\overrightarrow{CD}})$ deux vecteurs du plan muni du repère (O,I,J). Le but de cette activité est de caractériser $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
Consigne
Complète la phrase suivante :
Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors on a $\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}} = \cdots \\ y_{\overrightarrow{AB}} = \cdots \end{cases}$

Activité d'approfondissement
Le plan est muni d'un repère (O,I,J). On considère les points A(2 ;2) ; B(-3 ;-$\sqrt{2}$) et C(-4 ;5)
1) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$;$\overrightarrow{AC}$;$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\sqrt{2}.\overrightarrow{AB}$
2) Soit I le milieu du segment [AB]. Calcule les coordonnées du point I
3) Détermine les coordonnées du point K pour que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KC}$

Activité4 : Conditions de colinéarité de deux vecteurs
On donne $\overrightarrow{AB}(x; y)$ et $\overrightarrow{CD}(x'; y')$ deux vecteurs colinéaires du plan muni du repère (O,I,J). Le but de cette activité est de caractériser la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$
Consigne
1) On suppose que $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$. Justifie que xy'-x'y=0
2) On suppose que $\overrightarrow{AB}$ est non nul.
Justifie que xy'-x'y=0

Activité d'approfondissement
1) Dans un repère orthonormé (O,I,J), on considère les points A(-6 ;1), B(-3 ;2), C(-4 ;-4) et D(5 ;-1)
Justifie que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires
2) On donne $\overrightarrow{EF}(3; \frac{1}{4})$ et $\overrightarrow{PQ}(-4; -\frac{1}{3})$ deux vecteurs du plan muni d'un repère (O,I,J).
Démontre que les droites (AB) et (CD) sont parallèles

Activité 5: Faire découvrir la distance de deux points dans un plan muni d'un repère orthonormé
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J).
On donne les points A(x_A ;y_A) et B(x_B ;y_B). On veut calculer la distance AB.

Consigne
1) Place les points A et B dans ce repère
2-a) Place un point C ayant même abscisse que A et même ordonnée que B
b) Exprime les distances AC, BC et AB en fonction x_A ; y_A ; x_B et y_B

Activité d'approfondissement
1) Dans un repère orthonormé (O,I,J), on considère les points A(-6 ;1), B(-3 ;2) et C(-4 ;-4)
Calcule AB et AC
2) On donne $\overrightarrow{EF}(3;\frac{1}{4})$ et $\overrightarrow{PQ}(-4;-\frac{1}{3})$ deux vecteurs du plan muni d'un repère (O,I,J).
Calcule EF et PQ

Activité6 : Faire caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs dont on connaît les coordonnées dans un repère orthonormé du plan
$\overrightarrow{AB}(x;y)$ et $\overrightarrow{CD}$(x' ;y') sont deux vecteurs orthogonaux du plan muni d'un repère (O,I,J). Le but de cette activité est de caractériser l'orthogonalité de ces vecteurs
Consigne
Soit E le point tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AE}$
1) Détermine les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BE}$ en fonction des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$
2) On suppose que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont non nuls.
a) Précise la nature du triangle AEB
b) Justifie que xx'+yy'=0
3) Vérifie que xx'+yy'=0 lorsque l'un au moins des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ est nul

Activité d'approfondissement
Le plan est muni du repère orthonormé (O,I,J). on donne les points A(-1 ;$\frac{2}{3}$), B($\frac{1}{3}$; 2) et $C(4;-\frac{5}{3})$
Justifie que $\overrightarrow{AB}$ est orthogonal à $\overrightarrow{BC}$

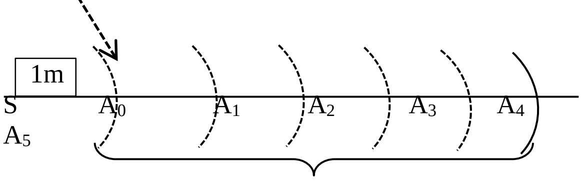
Activité de réinvestissement
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J) ; l'unité de longueur est l'hectomètre
Les points A, B et C sont des points du plan tels que

$$\overrightarrow{OA} = -3\overrightarrow{OI} + 5\overrightarrow{OJ};\ \overrightarrow{BO} = -3\overrightarrow{OJ} - 6\overrightarrow{OI}\ et$$
$$\overrightarrow{OC} = -4\overrightarrow{OJ} - 5\overrightarrow{OI}$$

1) Détermine les coordonnées de chacun des points A, b et C dans ce repère
2-a) Calcule les distances AB, AC et BC
b) Démontre de deux manières différentes que le triangle ABC est rectangle isocèle en A
3-a) Détermine les coordonnées du point H centre du cercle circonscrit au triangle ABC
b) Construis ce cercle

SITUATION D'APPRENTISSAGE N°4 : ORGANISATIONS DES DONNEES
Situation de départ :
Pour préparer une course en pirogue, 115 élèves d'un collège de Cotonou ont entrepris de lancer une commande de T-shirts. En vue d'établir le bon de commande, les élèves ont communiqué leur taille à Sovi leur premier responsable. Selon l'information donnée par le fournisseur, les tailles S, M, L, XL et XXL sont destinées aux personnes mesurant respectivement moins de 160cm, de 160cm à moins de 165cm, de 165cm à moins de 170 cm, de 170 cm à moins de 175 cm, 175 cm et plus. Sovi a voulu mesurer la longueur du trajet de cette course. Il a jeté dans la lagune, à un mètre devant lui un caillou. Il s'est alors formé à la surface de l'eau une succession de rides circulaires concentriques. Sovi s'est intéressé aux positions successives de la première ride.

Point de contact de la pierre avec la surface de l'eau



Positions successives de la première ride formée
Un dispositif lui a permis de consigner dans un tableau les distances SA_0, SA_1, SA_2, SA_3, SA et SA_5 (cf figure) ainsi que les temps correspondants.

Distance SA_i (en m)	1	2	3,5	4	6	7	8,5
Temps t_i (en s) correspondants	0	2	5	6	10	12	15

Kokou, posté au point d'arrivée de la course a noté que la ride observée est parvenue à son niveau au bout de 3 min. Sovi se demande quoi faire pour assurer à chaque élève un t-shirt convenable et comment calculer la longueur du trajet de la course
Tâche : Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras, tout au long de cette S.A., à :
Exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
Analyser chaque problème posé ;
Mathématiser chacun des problèmes posés ;
Opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chacun des problèmes ;
Améliorer au besoin ta production
Activité0
1) Lis le texte de la situation de départ
2) Reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ;
3) Formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ;
4) Reconnaît des situations similaires ;
5) Anticipe éventuellement sur la réponse au problème

Séquence1 : Application linéaire-Application affine

Activité1 :Découverte et Définition d'une application linéaire et d'une application affine
Sovi suppose que la ride observée a une évolution du début de sa formation au point d'arrivée de la course. Il recherche le lien entre les accroissements des distances et les accroissements de temps correspondants d'une part, puis, le lien entre la distance y et le temps x correspondant

Consigne1
1) En exploitant le tableau de la situation de départ, complète le tableau suivant :

A_iA_{i+1}	1	1,5	0,5			
Temps (ti) correspondants		3				

b) Justifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité

Consigne2 :
1) En exploitant le tableau précédent, complète le tableau ci-dessous :

A_0Ai	1	2,5				
Temps correspondants x_i						

2) A l'aide du lien entre la distance y parcourue par la ride et le temps x correspondant,
a) Détermine le rayon R(x) de la ride en fonction du temps x ($R(x)=A_0A_i$)
b) Détermine la longueur de la course à effectuer
c) Justifie que la distance D(x) qui sépare Sovi de l'arrivée de la course est : $\frac{1}{2}x+1$

Activité2 : Détermination et sens de variation d'une application affine
On considère deux applications affines f et g telles que f(1)=5 ; f(-2)=3 ; g(-2)=4 et g(3)=-1

Consigne1
1) Calcule le coefficient et le terme constant de chacune des applications f et g puis f(x) et g(x)
2) Représente graphiquement chacune d'elles dans un repère orthonormé (O, I, J)

Consigne2
1) x_1 et x_2 étant deux nombres réels tels que $x_1<x_2$. Compare $f(x_1)$ et $f(x_2)$ puis donne le signe du coefficient de f
2) x_1 et x_2 étant deux nombres réels tels que $x_1<x_2$ Compare $g(x_1)$ et $g(x_2)$ puis donne le signe du coefficient de g
3) Donne le coefficient de l'application t définie sur $\mathbb{R}$ par t(x)=-2

Activité3 : Détermination d'une application linéaire
Soit f et g deux applications linéaires telles que f(2)=5 et g(x)=-3x
1-a) Détermine f
b) Représente graphiquement f dans un repère orthonormé (O,I,J)
2-a) Complète le tableau suivant :

x	5	-6	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{2}$	-2,5
g(x)					

Activité d'approfondissement
Pour l'acquisition des T-shirts, Sovi a le choix entre les deux options suivantes :
1ère option : 1200F par T-shirt plus un forfait de 5000F pour les frais de livraison.
2ème option 1250F par T-shirt tous frais compris.
1) Pour chacune des deux options exprime le coût y de x T-shirts.
2) On désigne par f et g les correspondances qui à x associent y respectivement dans la première et la deuxième options
a) Reconnais f et g
b) Quel est le sens de variation de f puis de g
c) Représente graphiquement f et g dans le même repère orthonormé (O,I,J). (prendre 1cm pour 10 T-shirts et 1cm pour 10.000F)

Séquence2 : Statistique
Activité1 : Regroupement de modalités en classe de même amplitude
En vue d'établir le bon de commande, certains élèves ont communiqué leurs tailles à Sovi, leur premier responsable.
Les tailles (en cm) communiqués à Sovi se présentent comme suit :
156-162-158-171-167-172-169-167-158-175
164-165-175-162-156-166-167-163-170-170
167-156-163-165-163-175-158-158-157-155
165-171-162-165-159-157-160-160-170-158
159-169-172-166-163-164-173-171-175-161
160-160-159-156-170-161-165-167-166-156
Sovi se demande comment organiser les données en vue de bien établir le bon de commande à adresser au fournisseur

Consigne
1) Quel est l'effectif total de cette série statistique ?
2-a) Complète le tableau ci-dessous en regroupant les modalités en intervalles de la forme [a ; b[, d'amplitude 5 :

Intervalle	[155;160[	[…	…	…	[175;180[	total
Effectif						
Fréquences(%)						

b) Quelle est la classe ayant l'effectif le plus élevé ?

Activité2 : Diagrammes circulaires, diagrammes semi-circulaires et Histogramme
On considère les résultats du tableau de l'activité précédente et on cherche à représenter ces données par un diagramme

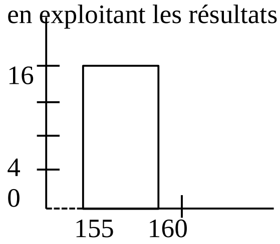
Consigne1

1) Construis le diagramme circulaire de cette série statistique

2) Construis le diagramme semi-circulaire de cette série statistique

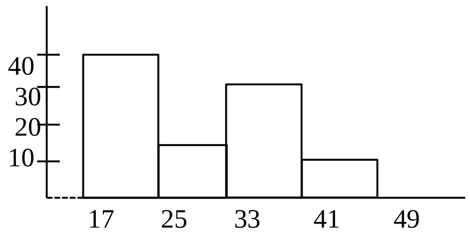
Consigne2

1) Complète la représentation graphique ci-dessous en exploitant les résultats du tableau précédent



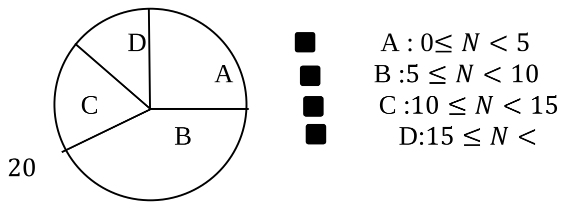
Activité d’approfondissement

1) Exploite la représentation graphique de l’histogramme ci-dessous pour dresser le tableau des effectifs et des fréquences de cette série statistique



2) Ce diagramme résume les résultats de 828 candidats à un examen, suivant leur note N. A, B, C et D désignent les secteurs circulaires qui représentent quatre classes de candidats

Exploite le diagramme circulaire ci-dessous pour dresser le tableau des effectifs et des fréquences de cette série statistique



<u>SA n°1</u> : Configurations de l'espace

<u>Situation de départ</u> : **Le pont de Codji.**

-

Reliant les deux rives d'un fleuve, le pont réalisé par l'ingénieur PIKO est un chef d'œuvre que les pêcheurs contemplent chaque jour. Les travaux ont duré deux ans et une vingtaine de pêcheurs riverains ont été des ouvriers spécialisés en plongée. Sonon, l'un des ouvriers, a du plaisir à raconter à la jeune génération les longues journées de travail sur le chantier.

L'ingénieur PIKO dirigeait simultanément tous les ateliers : il exigeait partout la précision dans les mesures et s'en assurait. La qualité du sol, la qualité du béton, les précisions du dosage, la forme et la qualité des poutres, l'implantation des piliers, le flux et le reflux du cours d'eau; rien n'échappait au contrôle de l'ingénieur PIKO. Les travaux achevés, le pont fut livré à la circulation. Les riverains sont encore fiers de ce pont qui n'a rien perdu de sa solidité des décennies durant.

Sonon s'interroge encore aujourd'hui sur les méthodes et les procédés qui ont permis à l'ingénieur PIKO de réussir ce chef d'œuvre.

<u>Tâche</u>: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A. , à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;
- mathématiser chacun des problèmes posés;
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

<u>Activité0</u>
1) Lis le texte de la situation de départ
2) Reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ;
3) Formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ;
4) Reconnaît des situations similaires ;
5) Anticipe éventuellement sur la réponse au problème

<u>Séquence1</u> : Vecteurs de l'espace, Repérage d'un point de l'espace

<u>Activité</u> : Base de l'ensemble W des vecteurs et repère de l'ensemble des points de l'espace
L'une des poutres supportant certains piliers du pont, a la forme d'un cube. Codjo, fils de Sonon, est intéressé par la configuration de cette poutre. Il la représente par le cube ABCDEFGH d'arête 4cm et identifie quelques vecteurs de l'espace.

<u>Consigne</u>

1) Construis en perspective cavalière le cube ABCDEFGH d'arête 4cm avec le code $\alpha = 60°$ et $k = \frac{1}{2}$

2) Cite, sur ce dessin, des vecteurs colinéaires ; des vecteurs orthogonaux ; des vecteurs coplanaires et des vecteurs non coplanaires.

<u>Activité d'approfondissement</u>

Soit ABCDEFGH un pavé, I le milieu du segment [EH], J et K les points tels que : $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$. On munit l'espace du repère (A, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$)

1-a) Détermine les coordonnées des points I, J, K et G, puis celle des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{GK}$

b) Déduis-en que les points I, J, K et G sont coplanaires

2) Détermine les coordonnées de M, point d'intersection du plan (IJK) et de la droite (DF)

<u>Séquence2</u> : Barycentre de n points pondérés ($n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$)

<u>Activité</u> : Faire définir le barycentre de n points pondérés ($n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$)

Sonon faisait comprendre à son fils Codjo, que l'ingénieur Piko s'est inspiré du système ci-dessous, constitué par une tige AB de masse négligeable portant à ses extrémités deux masses m_A et m_B. Sonon se demande comment doit-on poser la tige sur un pointeau pour qu'elle reste en équilibre lorsqu'on fait varier les masses m_A et m_B

Consigne

1) Ecris la condition d'équilibre de cette tige lorsque le pointeau se trouve en un point G situé entre A et B

2) En physique, dis ce que représente le point G pour ce système

Activité d'approfondissement

Soit ABCD un tétraèdre. I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [CD]. On considère les points P ; Q ; R et S tels que : $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD};$ $\overrightarrow{BR} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$

1) Construis le point G, barycentre des points pondérés (A ;4) ; (B ;4) ; (C ;1) et (D ;1)

2) Justifie que :

a) P est le barycentre des points pondérés (B ;4) et (C ;1)

b) Q est le barycentre des points pondérés (A ;4) et (D ;1)

c) R est le barycentre des points pondérés (B ;4) et (D ;1)

d) S est le barycentre des points pondérés (A ;4) et (C ;1)

3) Démontre que les droites (IJ) ; (PQ) et (SR) sont concourantes

Séquence3 : Représentations paramétriques d'une droite, d'un plan dans l'espace

Activité1 : Représentation paramétrique d'une droite

L'une des bordures de la rive peut être assimilable à une droite (D). Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$), cette droite (D) passe par le point A (x_0 ;y_0 ;z_0) et dirigé par le vecteur $\vec{u}(a; b; c)$ avec a ; b et c des réels non tous nuls. Codjo voudrait déterminer une représentation paramétrique de la droite (D)

Consigne

1) Ecris une caractérisation vectorielle de la droite (D)

2) Soit M(x ; y ; z) un point de l'espace tels que M ∈ (D)

Utilise la caractérisation vectorielle de la droite (D) pour déterminer les réels x ; y et z

Activité2 : Représentation paramétrique d'un plan

La surface plane du cours d'eau est assimilable à une portion d'un plan (P).). Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$), ce plan (P) passe par le point A (x_0 ;y_0 ;z_0) et dirigé par les vecteurs $\vec{u}(a; b; c)$ et $\vec{v}(a'; b'; c')$avec a ; b et c des réels non tous nuls de même que a' ;b' et c'. Codjo voudrait déterminer une représentation paramétrique du plan (P)

Consigne

1) Ecris une caractérisation vectorielle du plan (P)

2) Soit M(x ; y ; z) un point de l'espace tels que M ∈ (P)

Utilise la caractérisation vectorielle du plan (P) pour déterminer les réels x ; y et z

Séquence4 : Equation cartésienne d'un plan- Système d'équations cartésiennes d'une droite
Activité1 : Equation cartésienne d'un plan

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$), on considère le point K(-1 ;0 ;2), les vecteurs $\vec{u}(2; -1; 1)$ et $\vec{v}(-1; 1; -2)$. Soit (Q) le plan passant par le point K et dirigé par les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. On veut déterminer une équation cartésienne du plan (Q)

Consigne

1-a) Détermine une représentation paramétrique du plan (Q)

b) Vérifie que le point B(2 ;-2 ;5) appartient à (Q)

2) En éliminant les paramètres dans la représentation de (Q) trouvée, établis une relation entre les coordonnées x ;y et z d'un point M de (Q)

Activité2 : Systèmes d'équations cartésiennes d'une droite

L'espace est rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$). On considère le point A(1 ;1 ;-1) et le vecteur $\vec{w}(1; -1; 2)$. Soit (D) la droite passant par le point A et dirigé par le vecteur $\vec{w}$. On veut déterminer un système d'équations cartésiennes de (D).

Consigne

1-a) Détermine une représentation paramétrique de la droite (D)

b) Vérifie si le point B(-1 ;0 ;2) appartient à (D)

2-a) En éliminant le paramètre dans la représentation de (D) trouvée, établis trois relations entre les coordonnées x ;y et z d'un point M de (D)

b) Déduis-en trois systèmes de deux équations d'inconnues x ; y et z

Séquence5 : Produit scalaire

Activité1 Extension du produit scalaire à l'espace

Sur le chantier de construction, les ouvriers effectuaient des mouvements de vas et viens. Certains de ces mouvements ont la même direction que des vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de l'ensemble des vecteurs de l'espace. Soit A un point de l'espace. On désigne par B, C les points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et par H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB). Codjo voudrait déterminer $\vec{u}.\vec{v}$

Consigne

1) Justifie qu'il existe au moins un plan contenant les points A, B, c et H

2) Détermine dans ce plan, $\vec{u}.\vec{v}$

Activité2 : Faire définir un vecteur normal à un plan

En considérant le cube ABCDEFGH d'arête 4cm représenté ci-dessus, Codjo désire connaître ce que le vecteur $\overrightarrow{EG}$ représente pour le plan (DBF)

Consigne

Justifie que la droite (EG) est orthogonale au plan (DBF)

Activité3 : Equation cartésienne d'un plan connaissant un point et un vecteur normal à ce plan

La surface plane du cours d'eau est assimilable à une portion d'un plan (P). Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$), ce plan (P) passe par le point A (x_0 ;y_0 ;z_0) et dont un vecteur normal est $\vec{n}(a; b; c)$ où a ;b et c sont des réels tous non nuls. Codjo cherche à déterminer une équation cartésienne du plan (P)

Consigne

Soit M(x ;y ;z) un point de (P)

1) Calcule de deux manières différentes $\overrightarrow{AM}.\vec{n}$

2) Déduis-en une relation entre les réels x ; y et z

Activité4 : Distance d'un point à un plan

En observant le dessin de la situation de départ, Codjo voudrait savoir la distance qui sépare le conducteur de moto à la surface de l'eau. Pour cela, il assimile la surface de l'eau à un plan (P) d'équation cartésienne ax + by + cz + d = 0 où a ;b ;c et d des réels avec (a ;b ;c)$\neq$ (0; 0; 0) puis le conducteur à un point M_0(x_0 ;y_0 ;z_0) dans l'espace rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).

Consigne

1-a) Justifie que $\overrightarrow{M_0H}.\vec{n}$ = -(ax_0 + by_0 + cz_0 + d) où H est le projeté orthogonal de M_0 sur le plan (P) et $\vec{n}(a; b; c)$ un vecteur normal au plan (P)

b) Justifie que $|\overrightarrow{M_0H}.\vec{n}| = M_0H \times \|\vec{n}\|$

2) Déduis que : $M_0H = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

Activité d'approfondissement

L'espace rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$). On considère la droite (D) de représentation paramétrique: $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$ et les points B(2 ; -2 ; 5) et C(-3 ; 1 ; 1)

1) Détermine une équation cartésienne du plan (Q) perpendiculaire à la droite (D) et passant par B

2) Calcule la distance du point C au plan (P)

Activité5 : Distance d'un point à une droite

En observant le dessin de la situation de départ, Codjo désire connaître la distance qui sépare le conducteur de moto à l'une des bordures de la rive. Pour cela, il assimile cette bordure de la rive à une droite (D) de système d'équations cartésiennes : $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{4}$ et le conducteur de taxi au point K(1 ; 2 ; -1) dans l'espace rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).

Consigne

1) Détermine une équation cartésienne du plan (P) passant par K et orthogonal à (D)

2) Détermine une représentation paramétrique de la droite (D)

3) On pose $(D) \cap (P) = \{H\}$

a) Détermine les coordonnées du point H

b) Calcule KH

Séquence6 : Produit Vectoriel

Activité1 : Espace orienté

Prenant appui en un point O d'un pilier, Piko fixe un objet assimilé à un point I sur la surface plane du cours d'eau et pose sa tête au sommet du pilier assimilé à un point K. Il désire placer un autre point J représentant …sur la surface plane du cours d'eau.

Consigne

1) En faisant une esquisse de la situation décrite ci-dessus, dis comment sont les vecteurs $\overrightarrow{OI}$; $\overrightarrow{oj}$ et $\overrightarrow{OK}$

2) Donne le nombre de possibilités que Piko a pour placer le point J

Activité d'approfondissement :

Contexte : Le meilleur dessinateur

Sélectionné pour représenter le Bénin au concours International de Dessin (CID), qui a eu lieu à Paris en France, Mauriane a remporté le premier prix avec le dessin d'une maison TATA composée de quatre cases reliées par un mur de base circulaire. Les expositions du dessin de CID ont eu lieu dans la pyramide de Louvre, grand hall ayant la forme d'une pyramide régulière SABCD de base ABCD. Mauriane a ramené sur la pyramide de Louvre, des informations qui peuvent se traduire comme suit : Dans un repère orthonormé direct $(\Omega, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$ de l'espace orienté pour lequel l'unité de longueur est égale à 11 mètres ;

- Les sommets A, B, C ont pour coordonnées : A(1 ; 2 ; 3), B(-1 ; 0 ; 4) et C(1 ; -1 ; 6)
- L'une des faces latérales est contenue dans le plan (P) d'équation : 22x-20y+4z+6=0
- Le sommet S appartient à l'ensemble (E) des points M de l'espace tels que : $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \wedge \vec{u} = (\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{DM}) \wedge \vec{u}$ où $\vec{u} = \overrightarrow{e_1} - 2\overrightarrow{e_2}$-$2\overrightarrow{e_3}$

Renaud, jeune frère de Mauriane et élève en classe de terminale scientifique, se propose d'utiliser ces informations pour déterminer la hauteur de la pyramide de Louvre et une équation de la base circulaire.

Tâche : Tu es invité(e) à trouver des réponses aux préoccupations de Renaud en résolvant les trois problèmes suivants

Problème

1) Calcule en mètres, la longueur du côté de la base de la pyramide de Louvre.

2-a) Détermine les coordonnées du point D

b) Détermine les coordonnées de l'isobarycentre G des points A, B, C et D

3-a) Démontre que l'ensemble (E) est la droite passant par le point H, milieu du segment [AC] et dirigé par le vecteur $\vec{u}$

b) Ecris une représentation paramétrique de (E).

c) Démontre que S $(\frac{1}{3}; \frac{11}{6}; \frac{35}{6})$.

d) Calcule en mètres la hauteur de la pyramide de Louvre.

4) Calcule :

a) Le volume de la pyramide SABCD

b) L'aire du triangle ABC

c) La distance du point B à la droite (AS)

Contexte :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}$); trois points A, B et C de coordonnées respectives : A(1 ;-2 ;4), B(-2 ;-6 ;5) et C(-4 ;0 ;-3) sont repérés sur le plancher d'un laboratoire de sciences Physiques.

Osée, un élève en classe de terminale scientifique, émerveillé par ce système, désire évaluer la distance entre l'interrupteur et le plancher.

Tâche : tu es invité à assister Osée en résolvant les trois problèmes ci-dessous

Problème

1) Démontre que les points A, B et C ne sont pas alignés puis détermine une équation cartésienne du plan (ABC)

2) a- Détermine une représentation paramétrique de la droite passant par le point O et orthogonale au plan (ABC).

b) Détermine les coordonnées du point O' ; projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC).

c) Déduis-en la distance entre l'interrupteur et le plancher.

3) On désigne par S le projeté orthogonal du point O sur la droite (BC). Soit t le nombre réel tel que $\overrightarrow{BS}=t\overrightarrow{BC}$

a) Démontre que t $=\frac{\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BC}\|^2}$

b) Déduis-en le nombre réel t et les coordonnées du point S.

4) Justifie que ABCO est un tétraèdre puis calcule son volume

SA n⁰2 : Organisation des données

Situation de départ : **Les nombres dans le Fâ.**

Dansou est un brillant élève de terminale D. Cependant, à l'approche de son examen du baccalauréat prévu pour le 18 juin 2007, sa maman lui demande de consulter le fâ, comme il est de coutume dans la famille à l'occasion des événements importants. Il se rend le 14 mars 2007 chez Gouton, un devin du Fâ. Pour réaliser la consultation, Gouton utilise quatre cauris dont les dos sont rognés. Après les rituels d'usage, il jette les quatre cauris sur la surface préparée pour la circonstance. Il obtient trois cauris fermés et un ouvert.

Il reprend l'opération et obtient les quatre cauris fermés. Alors il annonce à Dansou qu'il lui faut faire beaucoup de sacrifices avant d'obtenir le baccalauréat. Il lui demande si le marché de Tokpa qui a une périodicité de 4 jours s'animera l'un des trois jours que durera la composition du bac et quel est, le cas échéant, le jour de la semaine qui correspondra à ce marché.

Entre autres sacrifices, il lui demande de disposer de 1069 citrons qu'il amènera au marché d'Adjarra, conditionnés de la façon suivante :

- avec sept citrons, il constitue un tas.

- avec sept tas, il constitue un filet.

- avec sept filets, il constitue un panier.

Dansou, pris de peur, décide d'aller consulter Adandé, un autre devin du Fâ. Adandé utilise également quatre cauris comme Gouton, après les rituels d'usage. Adandé jette ses quatre cauris une première fois. Il obtient deux cauris ouverts et deux cauris fermés. Il jette une deuxième fois les quatre cauris et en obtient trois ouverts et un fermé. Il dit alors à Dansou qu'au vu des signes obtenus, il réussira son baccalauréat avec une très bonne mention. Dansou se pose alors plusieurs questions.

Tâche: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A., à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;
- mathématiser chacun des problèmes posés;
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

Activité0
1) Lis le texte de la situation de départ
2) Reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ;
3) Formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ;
4) Reconnaît des situations similaires ;
5) Anticipe éventuellement sur la réponse au problème

Séquence1 : Système d'équations linéaires
Activité1 : Résolution de système d'équations linéaires par la méthode de pivot de GAUSS
Chez le devin Gouton, le serviteur informe Dansou que son patron reçoit 40 personnes par jour dont des béninois, des sénégalais et des togolais. Mais s'il reçoit :

- Le double du nombre des béninois ajouté au nombre des sénégalais diminué du celui des togolais alors le nombre total de ses visiteurs par jour est 29
- Le double du nombre des sénégalais ajouté au nombre des togolais diminué de celui des béninois alors le nombre total de ses visiteurs par jour est 22

Dansou, se basant sur ces informations, voudrait connaître le nombre de visiteurs béninois, sénégalais et togolais reçus par Gouton par jour.

Consigne
1) Résous par la méthode de Pivot de Gauss chacun des systèmes suivants :

(S1) : $\begin{cases} x+y+z+t=-1 \\ 4x+3y+2z+t=-5 \\ 8x+4y+2z+t=-8 \\ 32x+12y+4z+t=-30 \end{cases}$ et

(S2) : $\begin{cases} x+y+z=40 \\ 2x+y-z=29 \\ -x+2y+z=22 \end{cases}$

2) On désigne respectivement par x ; y et z les nombres de béninois, de sénégalais et de togolais reçus par Gouton
a) Traduis la situation ci-dessus par un système d'équations linéaires à trois inconnues
b) Précise alors le nombre de clients de chaque nationalité reçus par Gouton.

Séquence 2 : Nombres complexes
Activité 1 : Définition d'un nombre complexe par sa forme algébrique
Dansou, épris de peur par les conclusions des devins, se met au travail. Il est confronté à la résolution de l'équation $x^2+1=0$.
Consigne
1) Justifie que l'équation $x^2+1=0$ n'admet pas de solutions dans ℝ
2) On pose $i^2=-1$
Détermine alors les valeurs de x pour lesquelles l'équation $x^2+1=0$

Activité2 : Opérations dans ℂ
Soit z et z' deux nombres complexes tels que
z = a + ib et z' = a' + ib' avec a ; a' ; b et b' des réels. Le but de cette activité est de faire quelques opérations avec ces nombres
Consigne
Justifie que :
1) z + z'= a + a' +i(b + b')
2) z.z' = aa'-bb' +i(ab' + a'b)
3) Si $z\neq 0$ c'est-à-dire (a ;b)$\neq (0;0)$ alors

$$\frac{1}{z}=\frac{a}{a^2+b^2}-i\frac{b}{a^2+b^2}$$

Activité d'approfondissement
On considère les nombres complexes suivants :
$Z_1=-1+3i$; $z_2=2+5i$ et $z_3=1+i$
Calcule z_1+z_2 ;$z_1.z_3$; $z_1{}^5$

Activité3 : Représentation géométrique par un point ou par un vecteur un nombre complexe
On considère dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u},\vec{v}$) les points A(1 ; 2), B(-1 ; 3) et le vecteur $\vec{k}(2;3)$.
Consigne
Place les points A et B puis construis le vecteur $\vec{k}$

Activité d'approfondissement
Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u},\vec{v}$)
Place dans ce repère les points A(1+i) ; B(2+3i) ; D($-\frac{1}{2}-i$) et le vecteur image $\vec{w}(-1+2i)$

Activité4 : Conjugué d'un nombre complexe et interprétation géométrique
On considère les nombres z_1 et z_2 tels que z_1 = a+ib et z_2 = a – ib avec a et b des nombres réels. Le but de cette activité est de trouver la relation qui lie z_1 et z_2 ainsi que leurs points images respectifs M_1 et M_2 de z_1 et z_2
Consigne
1) Détermine Re(z_1) ; Re(z_2) ; Im(z_1) et Im(z_2) puis dis ce que tu constates
2) Place dans le plan complexe muni du repère orthonormé (O, $\vec{u},\vec{v}$) les points images M_1 et M_2 puis dis ce que tu constates
Activité d'approfondissement
Ecris sous forme algébrique les nombres complexes z_1 et z_2 tels que $z_1=\frac{5-i}{3+2i}$ et $z_2=\frac{2+i}{i-3}$
Activité5 : Module d'un nombre complexe
Dansou considère le nombre complexe z = a+ib avec a et b des réels et désigne par M le point image de z dans le plan complexe muni du repère orthonormé (O, $\vec{u},\vec{v}$). Il cherche alors une relation entre OM et $\sqrt{z\bar{z}}$
Consigne1
1) Place le point image M de z dans le plan complexe puis calcule la distance OM
2) Calcule $\sqrt{z\bar{z}}$
3) Compare OM et $\sqrt{z\bar{z}}$
Consigne2
On considère les nombres complexes z_1 et z_2 tels que z_1 = 1+2i et z_2 = 2-3i
Calcule le module de z_1 et z_2

Activité d'approfondissement
Soit z_1 et z_2 tels que $z_1=-\sqrt{3}+i$ et z_2 = 1+i
Calcule le module de $z_1z_2{}^3$ et $\frac{z_1}{z_2}$

Activité6 : Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul
Soit z nombre complexe non nul et M son image dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{u},\vec{v}$). Soit θ une mesure de l'angle orienté $(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$ et r = $|z|$ avec z = a + ib où a et b des réels.
On cherche à écrire z en fonction de r et θ
Consigne1
1) Place M dans le plan complexe (O, $\vec{u},\vec{v}$)
2) Détermine cos θ et sin θ en fonction de a ; b et r
3) Déduis que z = r(cos θ + isin θ)
Consigne2
On considère les nombres complexes z_1 et z_2 tels que z_1 = 1+i et $z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$
Ecris sous forme trigonométrique z_1 et z_2
Cosigne3
On considère les nombres complexes z_1 et z_2 précédentes

1-a) Ecris sous forme trigonométrique z^2_1 et $\frac{z_1}{z_2}$
b) Ecris sous forme algébrique $\frac{z_1}{z_2}$ puis déduis les valeurs exactes de cos $\frac{5\pi}{12}$ et de sin$\frac{5\pi}{12}$

Activité7 : Forme exponentielle d'un nombre complexe non nul
Soit z un nombre complexe non nul de module r et dont un argument de z est θ. On veut donner une autre écriture de z en fonction de r et θ
Consigne1
1) Donne la forme trigonométrique de z
2) On pose $e^{i\theta} = cos\theta + isin\theta$
Donne une autre écriture de z en fonction de r et θ

Consigne2
On considère les nombres complexes z_1 et z_2 tels que $z_1 = 1+i$ et $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
Ecris sous forme exponentielle z_1 et z_2

Cosigne3
On considère les nombres complexes z_1 et z_2 précédentes
1) Ecris sous forme exponentielle z^2_1 et $\frac{z_1}{z_2}$
2) Linéarise $cos^4\theta + sin^4\theta$

Activité8 : Racines carrées et racines $n^{ième}$ d'un nombre complexe non nul avec $n \geq 3$
Les quatre cauris jetés par Adandé, peuvent être assimilable aux points A ; B ; C et D dont les affixes, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u}, \vec{v}$), sont respectivement 1 +i ; 2i ; -2 + 2i et -4 -4i. Dansou voudrait savoir s'il existe une relation entre ces affixes

Consigne1 : Racines carrées d'un nombre complexe non nul
Calcule $(1 + i)^2$ puis compare z_A^2 et z_B

Consigne2 :
Détermine les racines carrées de -5+12i

Consigne3 : Racines $n^{ième}$ d'un nombre complexe non nul, avec $n \geq 3$
1) Calcule $(1+i)^3$ et $(1+i)^5$
2) Compare
a) z_A^3 et z_C
b) z_A^5 et z_D

Cosigne4
Détermine les racines $4^{\text{-ièmes}}$ de $2(-1+i\sqrt{3})$

Activité d'approfondissement
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u}, \vec{v}$). On considère les points A, B et C d'affixes respectives $\frac{3}{2} + i$; $\frac{7}{2} + \frac{3}{2}i$ et $3 + \frac{7}{2}i$ puis le polynôme $P(z) = iz^3-(2+i) z^2 + (-1-i) z - 6i+2$
1-a) Place les points A, B et C dans le repère
b) Donne la nature précise du triangle ABC
2) Résous dans ℂ les équations (E_1) : $iz^2-iz-3-i = 0$ et (E_2) : $z^2-2iz-2 = 0$
3-a) Justifie P(Z) = 0 admet une solution imaginaire pure que tu préciseras
b) Résous dans ℂ l'équation P(z) = 0

Séquence3 : **Limites et continuité**
Actiité1 : Calcul de limites
Les voies menant chez les devins Adandé et Gouton sont assimilables à des portions des courbes des fonctions f et g définies respectivement par $f(x) = \frac{-2x^3+x+1}{x^2+x-2}$ et $g(x) = \sqrt{x^2 - x + 1} + 2x$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O,$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$).
Dansou est curieux de savoir le comportement de ces fonctions pour des valeurs de x
Consigne1
Détermine les limites de f aux bornes de son ensemble de définition

Consigne2
Calcule : a) $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2 - x + 1} + 2x\right)$
b) $\lim_{x\to-3} \frac{\sqrt{|x^2-9|}}{x+3}$; c) $\lim_{x\to-\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x)$
d) $\lim_{\substack{x\to0 \\ >}} \frac{2+\sin x}{x}$
Activité2 : Prolongement par continuité en un point et continuité sur un intervalle
La trajectoire décrite par l'un des cauris utilisé par Gouton après le jet, peut est assimilable à une portion de la courbe de la fonction f définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \; si \; x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x+1}{x+2} \; si \; x < 0 \end{cases}$$
Dansou cherche à connaître le comportement de f au voisinage de 0
Consigne1
1-a) Détermine le domaine de définition D de f
b) Vérifie si 0 ∈ D
2) Calcule la limite de f en 0

Consigne2
Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{x-1}$
1) Justifie que g admet un prolongement par continuité h en 1
2) Définis h

Consigne3
Etudie la continuité de f et g en tout point de leurs ensembles de définition respectifs

Activité d'approfondissement
Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O,$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$)
On considère les fonctions f et g définies respectivement par $f(x) = x^3+x-1$ et $g(x) = x^2+2x-3$
1-a) Démontre que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution x_0 appartenant à]0 ;1[
b) Encadre x_0 dans un intervalle d'amplitude 10^{-1}

2- Etudie les variations de g

3) Soit la fonction h : $\begin{matrix}]-1;+\infty[\to g(]-1;+\infty[) \\ x \mapsto g(x) \end{matrix}$

a- Détermine J = g($]-1;\ +\infty[$)

b) Justifie que h est une bijection

c) Détermine la bijection réciproque h^{-1} de h

d) Etablis le tableau de variation de h^{-1}

Activité3 : Fonction racine n-ième, $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

Les différentes trajectoires empruntées par les cauris utilisées par Gouton, sont assimilées à des courbes de la fonction f_n de $\mathbb{R}_+$ vers $\mathbb{R}_+$ définie par $f_n(x) = x^n$ où n est un entier naturel non nul. Dansou voudrait déterminer la bijection réciproque de f_n

Consigne1 : Fonction racine n-ième, $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

Justifie que la fonction f_n admet une bijection réciproque

Consigne2 : Approfondissement

Calcule $\sqrt[5]{32}$ et $\sqrt[3]{343}$

Consigne3 : Puissance d'exposant rationnel d'un nombre réel strictement positif

Soit $p \in \mathbb{Z}^*, q \in \mathbb{N}^*, k \in \mathbb{Z}^*\ et\ x \in \mathbb{R}_+^*$

1) En remarquant que $\frac{kp}{kq} = \frac{p}{q}$, justifie que

$[(\sqrt[kq]{x})^{kp}]^q = [(\sqrt[q]{x})^p]^q$

2) Déduis que $\left(x^{\frac{1}{kq}}\right)^{kp} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$

Consigne4 : Approfondissement

Calcule $(125)^{\frac{2}{3}}$ et $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{200}}$

Séquence4 : Dérivabilité- Etude de fonctions

Activité1 : Dérivabilité à gauche-dérivabilité à droite en x_0 et point anguleux

Les voies menant chez les devins sont assimilées à des portions des courbes (C) et (C') représentations graphiques respectives des fonctions f et g dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}$). Les fonctions f et g sont définies par

$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+x-2}{x+1}, & si\ x < 1 \\ f(x) = (x-1)\sqrt{x+1}, & si\ x \geq 1 \end{cases}$ et

$\begin{cases} g(x) = x^2 - x - 1, si\ x > -1 \\ g(x) = \frac{4x+3}{x},\ \ si\ x < -1 \\ g(-1) = 1 \end{cases}$

Dansou voudrait étudier la dérivabilité de f en 1 et celle de g en -1

Consihne1

1) Etudie la dérivabilité de f à gauche en 1

2) Etudie la dérivabilité de f à droite en 1

Consigne2 : Approfondissement

1) Ecris les équations des demi-tangentes à la courbe (C) de f

2) Etudie la dérivabilité de g en -1

Consigne3

Soit h la fonction définie par

$\begin{cases} h(x) = x - \sqrt{x+2},\ \ si\ x \geq -2 \\ h(x) = \frac{x-1}{x+1},\ \ si\ x < -2 \end{cases}$

1) Etudie la dérivabilité de h en -2 puis interprète géométriquement les résultats obtenus

2) Etudie la dérivabilité de h en tout point de son ensemble de définition puis détermine h'(x) pour tout élément de son ensemble de dérivabilité

Activité2 : Fonction dérivée d'ordre n ($n \in \mathbb{N}^*$) d'une fonction n fois dérivable

Après le jet des cauris par Adandé, la trajectoire de l'une d'elles, peut être assimilée, dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}$), à la courbe représentative de la fonction f définie par

f(x) = $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 3x + 4$. Dansou voudrait déterminer quelques fonctions dérivées de f

Consigne

1) Calcule f '(x) ; f ''(x) pour tout x élément de leur ensemble de dérivabilité de f et de f ''

2) Calcule la dérivée de f '' notée $f^{(3)}$

Consigne2

Soit g la fonction définie par g(x) = sin (2x+1)

Calcule g'(x) ; g''(x) ; $g^{(3)}(x)$ et $g^{(4)}(x)$

Activité3 : Développement limité d'ordre n d'une fonction dérivée au voisinage de 0, $n \in \{1; 2; 3\}$

L'une des voies menant au domicile de Gouton a une trajectoire curviligne. Cette trajectoire est assimilable, dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), à la courbe représentative de la fonction f définie par f(x) = sin(x). Dansou voudrait déterminer les réels a_0 ; a_1 ; a_2 et a_3 tels que

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + x^3\varepsilon(x)$ avec

$\lim_{x\to 0} \varepsilon(x) = 0$

Consigne1

1) Détermine les réels a_0 ; a_1 ; a_2 et a_3 sachant que

$a_0 = f(0);\ a_1 = \frac{f'(0)}{1!};\ a_2 = \frac{f''(0)}{2!}\ et\ a_3 = \frac{f^{(3)}(x)}{3!}$

2) Donne la nouvelle expression de f(x)

Consigne2

1) Donne le développement limité à l'ordre 2 de la fonction cosinus

2) Utilise ce résultat pour justifier que

$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

Activité4 : Etude des fonctions irrationnelles

Contexte : Le marabout Ladji

Ladji est un marabout malien qui aime prédire l'avenir. A la veille des examens de baccalauréat de cette année scolaire, il est intéressé à savoir si les résultats en série D seraient catastrophiques ou non. Le mystérieux cauris lancé qui devrait tout décrire à eu à faire une trajectoire qui est une portion de la courbe représentative de la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = (1-x)\sqrt{1-x^2} & si\ x \leq 1 \\ f(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{x} & si\ x > 1 \end{cases}$$

(Γ) est la courbe représentative de la fonction f

7) a- Etudie les variations de la fonction $g: \begin{array}{l} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto 2x^3 - 2x^2 - 1 \end{array}$

b- Justifie que l'équation g(x) = 0 admet dans R une solution unique α et que 1,28 < α < 1,3

c- Détermine le signe de g sur ℝ

8) a- Justifie que l'ensemble de définition D de f est D = [-1 ; + ∞ [

b- Calcule les limites de f aux bornes de D

c- Etudie la continuité de f en 1.

9) a- Etudie la dérivabilité de f en -1 et en 1. Interprète géométriquement les résultats obtenus (on écrira les équations des demi-tangentes éventuelles à (Γ)

b- Justifie que

$\forall\ x\ \in]1;+\infty[$, f '(x) = $\frac{g(x)}{x^2}$;

$\forall x \in]-1;1[$, f '(x) = $\frac{2x^2-x-1}{\sqrt{1-x^2}}$

c-Etudie le sens de variation de f.

10) a- Dresse le tableau de variation de f sur D.

b- Démontre que f(α) = $\frac{3}{2\alpha} - \alpha$ et que – 0,15 < f(α) < - 0,10

c- Justifie que pour tout x élément de]1, + ∞[; (Γ) coupe l'axe des abscisses en un unique point dont l'abscisse β vérifie $\frac{3}{2} < \beta < \frac{7}{4}$

11) On pose I = [α ; + ∞[et on considère la fonction :

$$\varphi: \begin{array}{l} I \longrightarrow f(I) \\ x \longmapsto \varphi(x) = f(x) \end{array}$$

a) Justifie que φ est une bijection. On note φ^{-1} la bijection réciproque de φ. (Γ′) est la courbe représentative de φ^{-1}.

b) Précise l'ensemble de continuité K de φ^{-1}.

c) Justifie que le point R($\frac{9-5\sqrt{3}}{3}$; $\sqrt{3}$) est un point de (Γ′) puis calcule $(\varphi^{-1})'(\frac{9-5\sqrt{3}}{3})$

12-a) Etudie les branches infinies de la courbe (Γ) de f

b) Construis dans un même repère orthonormé (O, $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) les courbes (Γ) et (Γ′)

Activité5 : Etude de fonction trigonométrique

L'allure de l'une des tensions émises par un groupe électrogène peut être assimilable dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) à la courbe représentative (C) de la fonction numérique h de variable réelle x définie de ℝ vers ℝ par h(x) = $\frac{2+\cos x}{2-\cos x}$.

8) Détermine l'ensemble de définition D de h

9-a) Démontre que h est périodique de période 2π

b) Justifie que h est paire

10-a) Démontre que $\forall\ x \in\ \mathbb{R}$; $h'(x) = \frac{-4\sin(x)}{(2-\cos x)^2}$

b) Etudie le sens de variation de h et dresse son tableau de variation sur [0 ;π]

c) construis la courbe représentative (C) de h sur [-2π ; 2π].

Activité6 : Etude de la fonction $x \mapsto \sqrt[n]{x}$; $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

On considère la fonction fn définie par:

$$f_n: \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \sqrt[n]{x} \,;\, n \in \mathbb{N}^* - \{1\} \end{array}$$

On désigne par (Cn) la courbe représentative des fonctions fn dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath},\vec{\jmath}$).

1) Détermine le domaine de définition de fn suivant les valeurs de n

2) On suppose que n est pair

a) Justifie que fn n'est pas dérivable en 0

b) Etudie les variations de fn

3) On suppose que n est impair

a) Etudie la parité de fn

b) Explique comment peux-tu déduire le tracé de la courbe (Cn) de fn

4) Construis dans le même repère les courbes (C_2) et (C_3)

Activité 7 : Etude de la fonction $x \longmapsto x^r$; $r \in \mathbb{Q}$

On considère la fonction $g: \begin{array}{l} \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R} \\ x \mapsto x^r ; r \in \mathbb{Q} \end{array}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

1) Etudie les variations de g

2) Construis la courbe (C) de g

Séquence 5 : Primitives

Activité1 : Définition d'une primitive de fonctions continues sur un intervalle

Les différentes trajectoires décrites par les cauris utilisés par Adandé sont assimilables, dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), aux portions des allures des fonctions f et F définies par f(x) = 2x-3 ; F(x) = x² - 3x +5 et G(x) = x²-3x-1.

Dansou se demande s'il peut exister une relation entre les fonctions f et F définies sur ℝ.

Consigne1

1) Justifie que f est continue sur ℝ

2) Justifie que F est dérivable sur ℝ puis calcule F' (x) pour tout réel x

3) Dis ce que tu constates

Consigne2

Justifie que G est une primitive de f sur ℝ

Activité2 : Faire utiliser la propriété ci-dessus

Soit h la fonction définie par h(x) $\frac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}}$

Consigne
Justifie que h admet de primitives sur un intervalle I à préciser

Activité3 : Approfondissement
1) Dans chacun des cas suivants, détermine une primitive de la fonction f sur l'intervalle K
a) f(x) = $4x^3-5x^2-1$ K = ℝ
b) f(x) = $\frac{x(2x^2+1)}{\sqrt{x^4+x^2+1}}$ K = ℝ
c) f(x) = x + $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ K =]0 ;+∞[
2) Dans chacun des cas suivants, détermine la primitive F de la fonction f sur l'intervalle K qui vérifie les conditions indiquées
a) f(x) = 3sinx – 4cosx K = ℝ et $F(\pi) = -1$
b) f(x) = $\frac{2x-3}{(2x^2-6x+11)^3}$ $K = \mathbb{R}\ ;\ F(0) = 1$
c) f(x) = $-\frac{1}{cos^2x} + sinx\ \ K =]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[;\ \ F(0) = 1$

Séquence6 : Fonction logarithme népérien
Activité1 : Définition de la fonction logarithme népérien
Lors du jet des cauris par Adandé, Dansou constate que la vitesse v de chaque cauris est inversement proportionnelle au temps t.
Dansou se demande alors quelle peut être la loi horaire d'un tel mouvement
Cosigne1
1) Détermine v(t) en fonction du temps t sachant qu'à l'instant t = 1 ; v(t) = 0
2) Justifie que la fonction v admet au moins une primitive sur]0 ; +∞[

Consigne2
Calcule A en fonction de ln2 :
A= ln8 + ln$\frac{1}{16}$ + ln$\sqrt{2}$ + ln($2\sqrt{2}$) + ln$\frac{\sqrt{2}}{2}$
Activité2 : Représentation graphique de la fonction ln
On considère la fonction ln définie par :
ln :$\begin{matrix}]0;+\infty[\rightarrow\mathbb{R} \\ x\mapsto lnx\end{matrix}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)
Consigne1
1) Etudie les variations de ln
2) Etudie les branches infinies de (C) puis construis (C)

Consigne2
Justifie que ln est bijective

Activité3 : Equations et Inéquations logarithmiques
Résous dans ℝ les équations et inéquations suivantes
a) $\ln(x^2-4x+5) = 0$;
b) ln(2x+1)+ln(3-x) = ln3+ln(1-3x) ;
c) ln(3x+2)≤ ln(x-1)

Activité4 : Calculs de limites
Soit la fonction f :$x \mapsto$ ln | $\frac{x}{x+1}$ |
1) Détermine l'ensemble de définition D de f
2) Calcule les limites de f aux bornes de D
3) Détermine la fonction f ' de f

Activité de réinvestissement
Soit la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = \frac{x}{lnx} & si\ x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$
1- Etudie la continuité et la dérivabilité de f en 0
2- Etudie les variations de f
3) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).
Construis (C)

Activité5 : Fonction logarithme décimal
Soit g la fonction définie par g(x) = $\frac{lnx}{ln10}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J). Le but de cette activité est d'étudier la fonction g
Consigne
1) Etudie les variations de g
2) Construis (C)

Séquence7 : Fonction exponentielle népérienne
Activité1 : Résolution d'équations et d'inéquations
Résous les équations et inéquations suivantes
a) $e^{x^2} = e^{x+2}$; b) $e^{x+2} = 3$;
c) $2e^{2x} - 5e^x + 2 > 0$

Activité 2 : Calculs de limites
Calcule les limites suivantes
a) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3e^x-2}{5e^x+3}$; b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\ln(1+e^x)}{e^x}$;
$c)\ \lim_{x\to+\infty}(x - e^x)$

Activité3 : Représentation graphique de la fonction exp
On considère la fonction exp définie par :
exp: $\begin{matrix}\mathbb{R}\rightarrow]0;+\infty[\\ x\mapsto e^x\end{matrix}$ et on désigne par (C) la courbe représentative de la fonction exp dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)
Consigne
1) Etudie les variations de exp
2) Etudie les branches infinies de (C) puis construis (C)

Activité d'approfondissement
Soit f la fonction définie
par :$\begin{cases} f(x) = 1 - e^{-\frac{1}{x^2}}, si\ x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$
1) Etudie la continuité et la dérivabilité de f en 0
2) Etudie les variations de la fonction f et trace sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

Séquence8 : Fonctions Exponentielles-Fonctions puissances

Activité1 : Définition de la puissance d'exposant réel d'un nombre réel strictement positif
Soit a un nombre réel strictement positif et α un nombre réel quelconque.
Consigne
On suppose que α est un nombre rationnel. Justifie que $a^{\alpha} = e^{\alpha \ln a}$

Activité2 : Définition de la fonction exponentielle de base a ; a ∈ $\mathbb{R}_+^*$
On considère la fonction f définie par f$(x) = a^x$
Consigne
Justifie que $\forall\, x \in \mathbb{R}; f(x) = e^{x \ln a}$

Activité3 : Etude et représentation de la fonction exp_a
On considère la fonction exp_a définie par $exp_a(x) = a^x$
Consigne
1) Etudie suivant les valeurs de a les variations de exp_a
2) On désigne par (C_a) le courbe représentative de la fonction exp_a dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)
a) Etudie suivant les valeurs de a les branches infinies à la courbe (C_a) de la fonction exp_a
b) Construis $(C_{\frac{1}{2}})$ et $(C_{\frac{3}{2}})$ dans un même repère

Activité4 : Définition de la fonction puissance d'exposant réel α
Soit f_α: $\begin{matrix} \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}_+^* \\ x \mapsto x^{\alpha} \end{matrix}$ où α est un nombre réel
Consigne
Justifie que $\forall\, x \in \mathbb{R}_+^*;\ f_\alpha(x) = e^{\alpha \ln x}$

Activité d'approfondissement
Soit la fonction f définie par
$\begin{cases} f(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}};\ si\ x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)
1-a) Détermine l'ensemble de définition de f
b) Démontre que f est continue en tout point de cet ensemble
c) Etudie la dérivabilité de f en 0
2) Achève l'étude des variations de f puis trace (C)

Séquence 9 : Calcul intégral
Activié1 : Définition de l'intégrale d'une fonction sur un intervalle
Soit f une fonction continue sur un intervalle K, F et G deux primitives de f sur K, a et b deux éléments de K
Consigne1
Justifie que G(a) – G(b) = F(a) – F(b)
Consigne2 : Approfondissement
Calcule les intégrales suivantes

I = $\int_1^2 \left(x - \frac{1}{3}x^2\right) dx\ ; J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin x^2 dx$;

$$K = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx \ et\ l = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$$

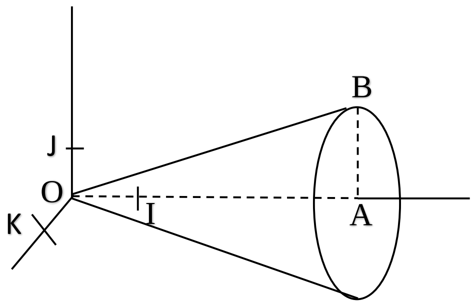
Activité2 : Utilisation de propriétés
Calcule à l'aide d'une intégration par parties les intégrales suivantes
I = $\int_1^2 \ln t dt \ \ et\ J = \ \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$

Activité3 : Calcul d'aire
Soit la fonction f définie par f(x) = 2- e^{-x} et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) unité graphique :1cm
1) Etudie les variations de f
2-a) Etudie les branches infinies de (C)
b) Construis (C)
3) Calcule en cm^2, l'aire du domaine délimité par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 1

Activité4 : Calcul de valeur approchée d'une intégrale
1) Détermine une valeur approchée de
A =$\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ en utilisant la méthode des trapèzes en subdivisant l'intervalle [0 ;1] en cinq intervalles de même amplitude
2) Donne un encadrement de B = $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\ dx$ en partageant l'intervalle [0 ;1] en cinq intervalles de même amplitude avec la méthode des rectangles

Activité5 : Calcul de volume
Soit la fonction g :$x \mapsto \sqrt{1 - e^{-2x}}$. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) d'unité graphique 3m, on désigne par (C) la courbe représentative de g
1) Calcule le volume V(α) de la configuration engendrée par une rotation autour de l'axe des abscisses par la courbe représentative (C) de g et limitée par l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \ln 2$ et $x = \alpha$ ($0 < \alpha < \ln 2$)
2) Calcule $\lim\limits_{\substack{\alpha \to 0 \\ >}} V(\alpha)$

Activité6 : Volume d'un cône de révolution
Soit h la hauteur (h$\neq$ 0) d'un cône de révolution de rayon r .
Choisissons comme origine du repère le sommet O de ce cône et pour axe (OI).(voir figure)



Le but de cette activité est de retrouver la formule permettant de calculer le volume d'un cône de révolution de hauteur h et de rayon r

Consigne

1) Détermine en fonction de r et h une équation de la droite (OB)

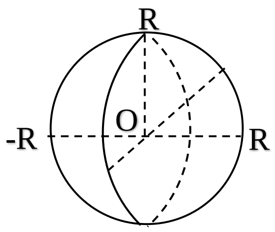
2) Soit (E) l'ensemble des points M(x ;y) du plan tels que $0 \leq x \leq h \; et \; 0 \leq y \leq f(x)$ où f est la fonction de représentation graphique (OB)

Exprime en fonction de h et r le volume V engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses du domaine (E)

Activité7 : Volume d'une boule

Soit R le rayon d'une boule de centre O.

Choisissons comme origine du repère le centre de la boule. Voir figure



La section de la boule par le plan parallèle à (YOZ) d'abscisse x (-R$\leq x \leq R$) est un disque de centre O et de rayon $\sqrt{R^2 - x^2}$

Le but de cette activité est de retrouver la formule permettant de calculer le volume d'une boule de rayon R

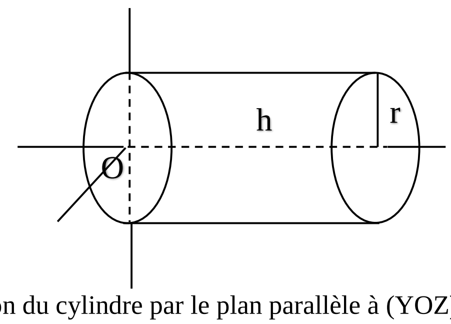
Consigne

Soit (E) l'ensemble des points M(x ;y) du plan tels que $-R \leq x \leq R \; et \; 0 \leq y \leq f(x)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$

Exprime en fonction de R le volume V engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses du domaine (E)

Activité8 : Volume d'un cylindre

Soit h la hauteur (h≠ 0) d'un cylindre de rayon r . Choisissons comme origine du repère le centre O de l'une des bases de ce cylindre et pour axe (OI). voir figure



La section du cylindre par le plan parallèle à (YOZ) d'abscisse x (0$\leq x \leq h$) est un disque de centre O et de rayon r

Consigne

Soit (E) l'ensemble des points M(x ;y) du plan tels que $0 \leq x \leq h \; et \; 0 \leq y \leq f(x)$ où f est la fonction définie par $f(x) = r$

Exprime en fonction de h et r le volume V engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses du domaine (E)

Activité9 : Fonction définie par une intégrale

Soit F la fonction de]0 ;+∞[vers ℝ définie par

F(x) = $\int_1^x \frac{e^t}{t} dt$

Consigne

1) Détermine l'ensemble de définition D de F

2) Etudie le sens de variation de F

3) Calcule une valeur approchée de F(2) en utilisant la méthode des rectangles en subdivisant l'intervalle [1 ;2] en 5 intervalles de même amplitude

Séquence10 : Equations différentielles linéaires à coefficients constants

Activité1 : Notion d'équation différentielle

Les différents chemins suivis par Dansou pour se rendre chez les devins sont assimilables aux courbes représentatives des fonctions f et g définies par

$$f(x) = e^{4x} \; et \; g(x) = \sin(5x)$$

Consigne

1) Calcule la dérivée f ' de f et démontre que, pour tout nombre réel x, on a : f '(x) - 4f(x) = 0

2) Calcule la dérivée seconde g'' de g et démontre que, pour tout nombre réel x, on a : g''(x)+25g(x) = 0

Activité2 : Equations de types y' = f(x) et y'' = g(x)

On considère les équations (E_1) : y' = -6x² et (E_2) : y'' = e^{-3x}

Consigne

1) Résous sur ℝ chacune des équations (E_1) et (E_2)

2) Détermine la solution de (E_2) vérifiant y(0) = $\frac{10}{9}$ et y'(0) = $\frac{5}{3}$

Activité3 : Equation du type ay'+by = 0

On considère l'équation différentielle

(E) : y'+$\frac{1}{2}y = 0$

Consigne

1) Résous sur ℝ l'équation (E)

2) Détermine la solution de (E) qui prend la valeur 1 en ln4

Activité4 : Définition de l'équation caractéristique de l'équation différentielle ay''+by'+cy = 0

On considère l'équation différentielle ay''+by'+cy = 0 ;($a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$). Soit r un nombre réel et y la fonction : $x \longmapsto e^{rx}$

Consigne

1) Calcule les fonctions dérivées y' et y'' de y

2) Justifie alors que ar²+br + c = 0

Activité5 : Résolution des équations du type ay' + by = f(x) et ay'' + by' + cy = g(x) où f et g sont des fonctions continues

1) Soit à résoudre sur ℝ l'équation différentielle (E_1) : y'+2y = cosx.

a) Détermine deux nombres réels p et q tels que la fonction g : x⟼ $pcosx + qsinx$ soit solution de (E_1)

b) Soit f une fonction dérivable sur ℝ. Démontre que f + g est solution de (E_1) si et seulement si f est solution de l'équation différentielle (E_2) : y'+2y = 0

c) Résous (E_2) et en déduis les solutions sur ℝ de (E_1)

2) Soit à résoudre sur ℝ l'équation différentielle :
(E) :y''- 2y'+5y = e^{-2x}

a) Détermine un nombre réel m tel que la fonction g : $x \longmapsto me^{-2x}$ soit solution de cette équation

b) Soit f une fonction deux fois dérivable sur ℝ. Démontre que f + g est solution de (E) si et seulement si f est solution de l'équation différentielle (E') : y''-2y' +5y = 0

c) Résous (E') et en déduis les solutions sur ℝ de (E)

d) Détermine la solution h de (E) vérifiant h(0) = 0 et h'(0) = 1

Séquence11 : Probabilités

Activité1 : Calculs de probabilités

Au marché Tokpa, Dansou est intéressé par un jeu fait sur place. Ce jeu consiste à lancer un dé cubique numéroté de 1 à 6 et on observe le numéro tiré Dansou tente de s'imaginer les résultats possibles et sa chance de gagner au jeu

Consigne1 : Vocabulaire des probabilités

Cite les résultats possibles qu'on peut obtenir

Consigne2 : Définition de la probabilité

1) Donne la chance d'apparition de l'évènement {2}

2) Donne la chance d'apparition de l'évènement :

a) « Obtenir un nombre pair »

b) L'évènement certain

c) L'évènement impossible

Consigne3 : Approfondissement

On lance un dé pipé, dont les faces sont numérotées de 1 à 6, et on note le numéro tiré. La probabilité d'apparition d'un nombre pair est le double de la probabilité d'apparition d'un nombre impair et les probabilités d'apparition de deux nombres de même parité sont égales.

1) Calcule la probabilité d'apparition de chaque face de ce dé

2) Détermine la probabilité d'apparition d'un nombre inférieur ou égal à 4

Consigne4 : Définition de deux évènements équiprobables pour une probabilité donnée

1) Donne la probabilité d'apparition de chaque numéro du dé observé par Dansou

2) Dis ce que tu constates

Consigne5 : Approfondissement

Un sac contient dix boules indiscernables au toucher dont six rouges et quatre noires. On tire simultanément, au hasard, trois boules du sac et on note leurs couleurs.

Calcule la probabilité de chacun des évènements suivants :

a) A « les trois boules tirées contiennent au moins une rouge »

b) B « les trois boules tirées contiennent exactement deux noires »

Activité2 : Définition de la probabilité conditionnelle d'un évènement A sachant qu'un évènement B est réalisé

Une classe de terminale scientifique est constituée de 45 élèves dont 9 filles et 36 garçons. On demande des volontaires pour former une équipe de football mixte. On obtient 3 filles et 30 garçons.
Parmi les 45 élèves, on choisit un (ou une) au hasard.

Consigne1

Calcule la probabilité de chacun des évènements suivants :

a) « l'élève choisi est une fille »

b) « l'élève choisi est un volontaire »

c) « l'élève choisi est une fille volontaire »

Consigne2

Parmi les élèves, on choisit une fille au hasard. Calcule la probabilité de l'évènement « la fille choisie est une volontaire »

Consigne3 : Approfondissement

Une usine de conditionnement de café abrite deux machines qui travaillent en chaîne. Les fèves de café décortiquées et séchées passent dans la $1^{ère}$ machine pour torréfaction, la $2^{ème}$ machine a alors pour fonction de moudre les fèves de café grillées. Des experts ont estimé à :

- 0,002 la probabilité pour que la $1^{ère}$ machine tombe en panne
- 0,003 la probabilité pour que la $2^{ème}$ machine tombe en panne
- 0,6 la probabilité pour que la $2^{ème}$ machine tombe en panne lorsque la $1^{ère}$ est e n panne

Calcule

a) La probabilité pour que les deux machines tombent simultanément en panne

b) La probabilité pour que la $1^{ère}$ machine tombe en panne lorsque la $2^{ème}$ est en panne

Activité3 : Variable aléatoire

Une urne contient 3 boules rouges et 4 boules bleues. On tire deux boules simultanément et au hasard. On gagne 100F par boule rouge tirée.
Soit X la somme gagnée en francs. On veut déterminer les gains possibles et leurs probabilités respectives.

Consigne1
1) Détermine les valeurs possibles prises par X
2) Pour chaque valeur de X, calcule la probabilité correspondante

Consigne2 : Approfondissement
On lance deux dés non pipés, dont les faces sont numérotées de 1 à 6, et on désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque lancer associe la valeur absolue de la différence des nombres obtenus.
1-a) Donne les valeurs possibles de X
b) Détermine la loi de probabilité de X
2) Définis la fonction de répartition de X et trace sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)
3) Calcule l'espérance mathématique et l'écart type de X

Activité4 : Définition d'une épreuve et d'un schéma de Bernoulli
Adandé constate que pour les consultations, chacun des devins a utilisé des cauris. Il se demande combien de possibilités dont on dispose après le lancer de chaque cauris. En fait, le cauri est un coquillage présentant deux faces, l'une bombée (ou dos) et l'autre fendue (ou fente). Pour que le cauri puisse tenir en équilibre aussi bien sur le dos que sur la fente, on rogne artificiellement le dos pour l'aplatir. D' après une étude statistique, lorsqu'on lance un cauri, la probabilité d'obtenir le dos est : $\frac{3}{5}$
Consigne1
1) Dis le nombre de possibilités qu'obtient-on après le lancer d'un cauris
2) Calcule la probabilité d'obtenir la fente

Consigne2 : Approfondissement
On lance cinq fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée et on désigne par X la variable aléatoire, qui associe à ces dix lancers le nombre de piles obtenu.
1) Détermine la loi de probabilité de X
2) Calcule l'espérance mathématique et la variance de X

Séquence12 : Suites numériques
Activité1 : Démonstration par récurrence
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite de terme général :
$$u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$$
Consigne
1) Démontre que pour tout entier naturel p supérieur ou égal à 2, on a : $\frac{1}{p^2} \leq \frac{1}{p-1} - \frac{1}{p}$
2-a) Démontre que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \leq 2 - \frac{1}{n}$
b) Déduis-en que la suite (u_n) est bornée

Activité2 : Approfondissement
Soit (u_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3} \end{cases}$$
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)
1-a) Trace la courbe représentative de la fonction f : $x \longmapsto \sqrt{2x+3}$
b) Déduis une représentation graphique sur (OI) des 4 premiers termes de la suite (u_n)
c) Conjecture la limite de cette suite
2) Démontre par récurrence que :
a) $\forall n \in \mathbb{N}, -1 \leq u_n \leq 3$
b) la suite (u_n) est croissante
3) Déduis que cette suite est convergente et détermine sa limite

Séquence13 : Statistique
Activité1 : Tableau linéaire et tableau à double entrée
Lors de la dernière évaluation sommative dans la classe de Dansou, les 8 élèves de son groupe de travail ont obtenu les notes en PCT et en Maths suivantes :

	A	B	C	D	E	F	G	H
Notes PCT	10	9	10	12	14	10	12	10
Notes Maths	8	11	9	13	12	12	13	8

Dansou se pose un certain nombre de questions relatives à la liaison éventuelle que peut y avoir entre les notes de PCT et Maths obtenues par un élève de son groupe
Consigne1 : Tableau linéaire et interprétation
1) Remplis le tableau suivant des notes de PCT et de Maths obtenues par un élève du groupe

	A	B	C	D	E	F	G	H
X								
Y								

X désigne les notes en PCT et Y celles en maths
2) Donne le nombre d'élèves qui pnt obtenu 10 en PCT et en Maths

Consigne2 : Tableau à double entrée
Mx et My désignent respectivement les ensembles des modalités des variables statistiques X et Y
1) Détermine chacun des ensembles Mx et My
2) Détermine les séries statistiques (x_i ; n_i) et (y_j ; n_j) respectivement liés aux ensembles X et Y

Consigne3 : Lecture d'un tableau à double entrée
1) En remarquant que 2 représente le nombre d'élèves ayant obtenu 10 en PCT et 8 en Maths, remplis le tableau suivant

y_j \ x_i	9	10	12	14	total
8		2			
9					
11					
12					
13					
total					8

2) En utilisant le tableau, précise le nombre d'élèves qui ont obtenu 14 en PCT et 11 en Maths

Activité2 : Nuage de points associé à une série statistique à deux caractères
Le plan est muni d'un repère orthogonal (O ; I ; J)
On considère la série statistique (x_i ; y_j ; n_{ij}) de la consigne3 précédente et on cherche à construire les points M_{ij} de coordonnées (x_i ; y_j) pour n_{ij} non nuls
Consigne
Construis dans ce repère, ces points M_{ij}

Activité3 : Point moyen d'un nuage de points
On considère les séries marginales (x_i ; n_i) et (y_j ; n_j) établies dans la consigne1 et on cherche à calculer les moyennes $\bar{x}$ et $\bar{y}$ respectives de chacune de ces séries
Consigne
Calcule $\bar{x}$ et $\bar{y}$

Activité4 : Ajustement linéaire
Dans l'hôpital de Gbadagba, on a relevé pour chacune des 10 naissances d'une journée, l'âge x de la mère et le poids y du nouveau-né. On obtient le tableau ci-après

X	22	18	18	26	20	20	16	22	20	18
Y	3	2,4	2,6	3,2	3	2,8	2,4	3	2,8	2,6

1-a) Présente ces données dans un tableau à double entrée
b) Etablis les séries marginales associées aux caractères X et Y
c) Représente le nuage de points associé à cette série à deux caractères dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J)et détermine le point moyen G du nuage
2-a) Détermine la covariance de cette série et son coefficient de corrélation linéaire puis interprète le résultat obtenu
b) Détermine une équation de la droite de régression de y en x puis celle de x en y
3) On partage la série en deux parties d'effectif égaux
a) Calcule les coordonnées de G_1 et G_2 points moyens respectifs des nuages partiels ainsi obtenus
b) Détermine une équation de la droite (G_1G_2) et représente cette droite dans le repère (O, I, J)
c) Vérifie que G appartient à la droite (G_1G_2)
4) En supposant que cette tendance d'accoucher se maintient, détermine le poids du nouveau-né d'une mère de 24 ans qui vient d'accoucher à Gbadagba
a) à l'aide de la droite de régression de y en x
b) à l'aide de la droite (G_1G_2)

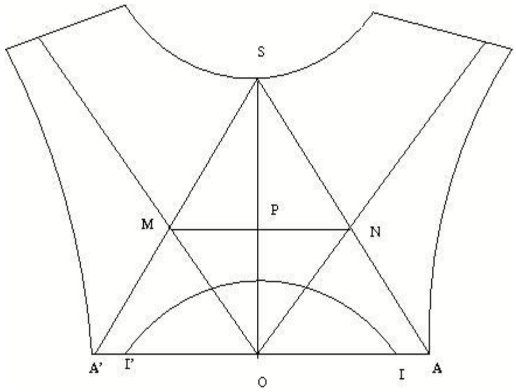
Activité d'objectivation
- fait le point des savoirs construits ;
- exprime comment les savoirs ont été construits ;
- identifie les réussites et les difficultés rencontrées ;

Dégage au besoin des possibilités d'amélioration

SA n^{0}3 : Lieux géométriques dans le plan

Situation de départ. La coupe d'une tenue.

Codjo est un élève en classe terminale. Son frère aîné Adotévi, un étudiant, l'envoie chez son couturier pour la confection d'un gilet. Il dessine la coupe du gilet sur une feuille de papier et la lui remet avec le tissu. Impressionné, Codjo désire savoir les principes mathématiques ayant guidé son frère dans la réalisation de ce dessin.



Tâche: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A. , à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;
- mathématiser chacun des problèmes posés;
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

Activité0
1) Lis le texte de la situation de départ
2) Reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ;
3) Formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ;
4) Reconnaît des situations similaires ;
5) Anticipe éventuellement sur la réponse au problème

Séquence : Application des nombres complexes aux transformations du plan
Activité1 : Ecriture complexe d'une transformation plane
En observant le dessin de la situation de départ, Codjo constate que :

- le point N est l'image du point M par la translation du vecteur $\overrightarrow{OA}$
- le point N est l'image du point M par une certaine rotation r
- le point N est l'image du point M par une certaine homothétie h

Consigne1 : Ecriture complexe d'une translation
On suppose que dans le plan complexe (O, $\vec{u}, \vec{v}$), le vecteur $\overrightarrow{OA}$ a pour affixe b ;les points M et N ont respectivement pour Affixes z et z'
1) Traduis la phrase suivante : « le point N est l'image du point M par la translation du vecteur $\overrightarrow{OA}$ »
2) Déduis-en z' en fonction de z

Consigne2 : Ecriture complexe d'une rotation
On suppose que dans le plan complexe (O, $\vec{u}, \vec{v}$), r est la rotation de centre S d'affixe w et d'angle α ; les points M et N ont respectivement pour Affixes z et z'
1) Traduis la phrase suivante : « le point N est l'image du point M par la rotation r »
2) Déduis-en z' en fonction de z

Consigne3 : Ecriture complexe d'une homothétie
On suppose que dans le plan complexe (O, $\vec{u}, \vec{v}$), h est l'homothétie de centre P d'affixe w et rapport k ($k \neq 0$) ; les points M et N ont respectivement pour Affixes z et z'
1) Traduis la phrase suivante : « le point N est l'image du point M par l'homothétie h »
2) Déduis-en z' en fonction

Consigne4 : Approfondissement
Le plan complexe est muni d'un repère (O, $\vec{u}, \vec{v}$)
1) h est l'homothétie de rapport 2 et de centre I d'affixe 1+i. A est le point d'affixe -1-2i
a) Donne l'écriture complexe de h
b) Calcule l'affixe du point A' image du point A par h
2) Les points A et B ont pour affixes respectives 5-3i et 3-5i. Détermine l'écriture complexe de la translation qui transforme A en B
3) r est la rotation de centre Ω d'affixe $-1+\frac{1}{2}i$ et d'angle $\frac{3\pi}{4}$. A est le point d'affixe 2-i
a) Donne l'écriture complexe de r
b) Calcule l'affixe du point A' image du point A par r

Activité d'approfondissement
Le plan complexe est muni d'un repère (O,$\vec{u}, \vec{v}$)
1) Soit s_1 la transformation du plan qui à tout point M(x ; y) associe le point M'(x(; y') tel que :

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x - y\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} \\ y' = x\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}y - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

a) Détermine l'affixe z' du point M' en fonction de l'affixe z du point M
b) Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de s_1
2) Soit A le point d'affixe $z_1 = 1$ et le point B d'affixe $z_2 = -1$
a) Détermine l'écriture complexe de la similitude s_2 du plan telle que $s_2(A) = O$ et $s_2(B) = B$
b) Précise la nature et les éléments caractéristiques de s_2
3) Soit T_1 la transformation du plan dont l'écriture complexe est : $z' = \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$ et T_2 la transformation d'écriture complexe $z' = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
a) Détermine l'écriture complexe de l'application $T = T_2 \circ T_1$ et précise ses éléments caractéristiques
b) Détermine l'image par T du cercle (C) de centre A et de rayon 2