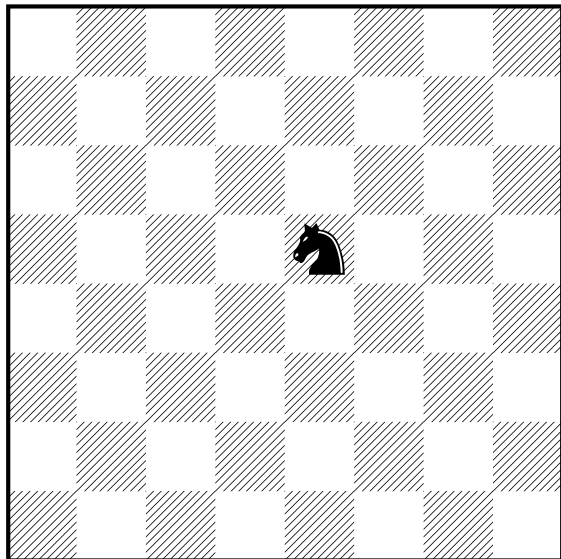
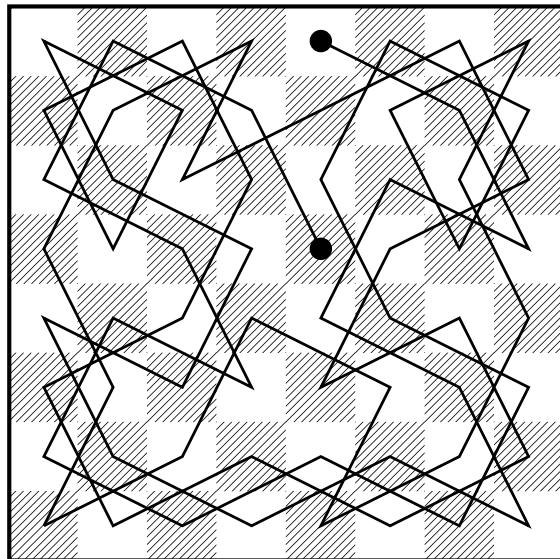


On s'intéresse dans ce travail au problème du cavalier [1]. On dispose d'un échiquier classique (8x8 cases) et l'on souhaite savoir si, pour un cavalier posé sur une case quelconque d'un échiquier, il existe un parcours permettant de visiter toutes les cases sans passer deux fois sur la même.

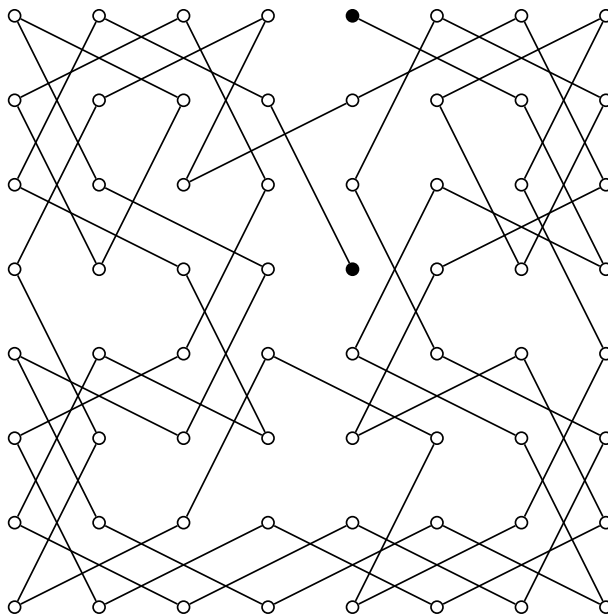
Si l'on considère les cases de l'échiquier comme les sommets d'un graphe non orienté (les arêtes relient les cases accessibles via un mouvement autorisé du cavalier), ce problème revient alors chercher un chemin hamiltonien. Le parcours peut être ouvert ou fermé selon qu'on retourne ou pas à la case de départ. Dans ce dernier cas on parle du problème du "Tour du cavalier" (cycle hamiltonien).



(a) Position de départ



(b) Une solution : chemin hamiltonien



(a) Le graphe associé

Une stratégie possible est de commencer le parcours (en profondeur), en marquant les cases visitées, et de retourner en arrière si le chemin emprunté conduit à une impasse. On parle alors d'algorithme de type "retour sur trace ou retour arrière" [2] (backtracking en anglais).

Proposer un algorithme de type **DFS** avec **backtracking** permettant de déterminer s'il existe un parcours hamiltonien au départ d'une case quelconque. Si oui le représenter graphiquement sur l'échiquier.

Donner une solution pour un cavalier positionné comme sur la figure (3).

Pouvez-vous déterminer l'existence d'autres solutions (en partant d'autres positions) sans faire tourner votre

programme [3].

Donner un tour du cavalier (cycle hamiltonien) pour des échiquiers de 6×6 et 8×8 et des cavaliers positionnés comme sur les figures 4.

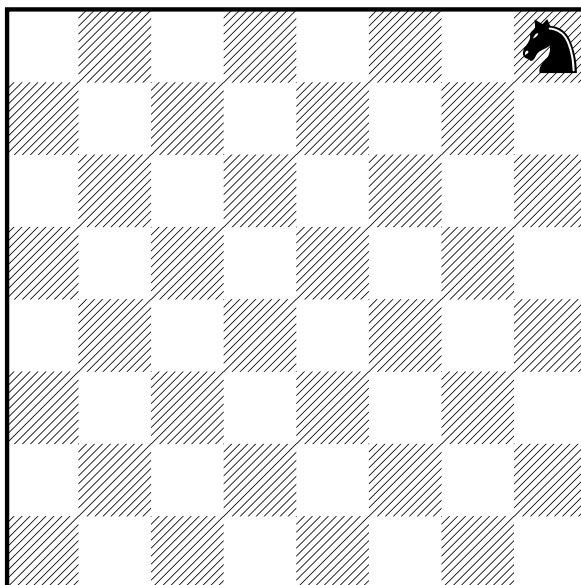
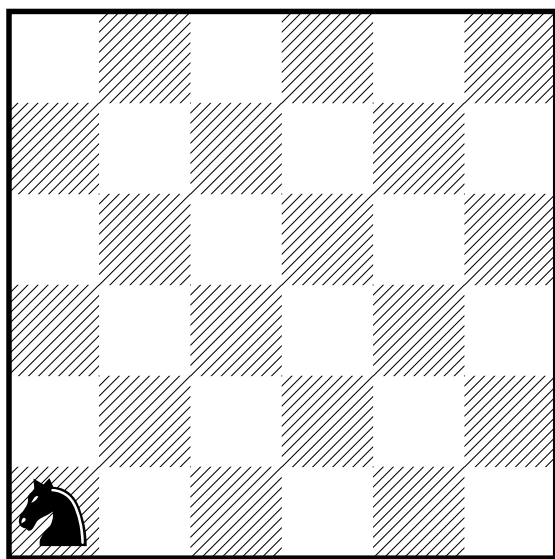
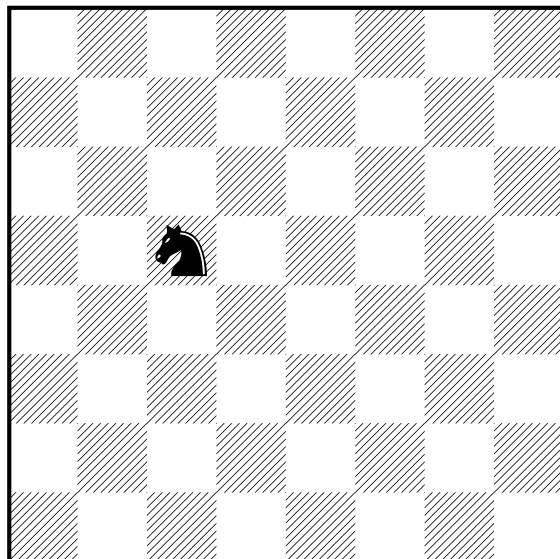


FIGURE 3 – Position de départ, recherche d'un chemin



(a) Position de départ, recherche d'un tour



(b) Position de départ : recherche d'un tour

FIGURE 4 – Recherche d'un tour du cavalier

Qu'en est-il s'il l'on considère des échiquiers de taille, 3×3 , 4×4 ou de taille quelconque $m \times n$? Pour aller plus loin, on pourra consulter [4].

Références

- [1] https://fr.wikipedia.org/wiki/Probl%C3%A8me_du_cavalier
- [2] https://fr.wikipedia.org/wiki/Retour_sur_trace.
- [3] https://fr.wikipedia.org/wiki/Isomorphisme_de_graphes
- [4] <https://klein.mit.edu/~rstan/papers/knight.pdf>