

离散数学作业(4.8)

中国人民大学 信息学院 崔冠宇 2018202147

题目 证明下列各推理关系.

1. $\neg P \vee Q, \neg Q \vee R, R \rightarrow S \Rightarrow P \rightarrow S;$

证:

序号	公式	依据
①	$\neg P \vee Q$	假设
②	$P \rightarrow Q$	①; 置换
③	$\neg Q \vee R$	假设
④	$Q \rightarrow R$	③; 置换
⑤	$P \rightarrow R$	② ④; $A \rightarrow B, B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$
⑥	$R \rightarrow S$	假设
⑦	$P \rightarrow S$	⑤ ⑥; $A \rightarrow B, B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$

2. $P \rightarrow Q \Rightarrow P \rightarrow (Q \wedge P);$

证:

序号	公式	依据
①	P	CP规则
②	$P \rightarrow Q$	假设
③	Q	① ②; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$
④	$Q \wedge P$	① ③; $A, B \Rightarrow A \wedge B$

3. $P, P \rightarrow (Q \rightarrow (R \wedge S)) \Rightarrow Q \rightarrow S;$

证:

序号	公式	依据
①	P	假设
②	$P \rightarrow (Q \rightarrow (R \wedge S))$	假设
③	$Q \rightarrow (R \wedge S)$	① ②; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$
④	Q	CP规则
⑤	$R \wedge S$	③ ④; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$
⑥	S	④ ⑤; $A \wedge B \Rightarrow A$

$$4. (P \vee Q) \rightarrow R \Rightarrow (P \wedge Q) \rightarrow R;$$

证:

序号	公式	依据
①	$P \wedge Q$	CP规则
②	P	① ; $A \wedge B \Rightarrow A$
③	$P \vee Q$	② ; $A \Rightarrow A \vee B$
④	$(P \vee Q) \rightarrow R$	假设
⑤	R	③ ④ ; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$

$$5. A \rightarrow (B \rightarrow C), B \rightarrow (C \rightarrow D) \Rightarrow A \rightarrow (B \rightarrow D);$$

证:

序号	公式	依据
①	A	CP规则
②	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	假设
③	$B \rightarrow C$	① ② ; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$
④	B	CP规则
⑤	C	③ ④ ; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$
⑥	$B \rightarrow (C \rightarrow D)$	假设
⑦	$C \rightarrow D$	④ ⑥ ; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$
⑧	D	⑤ ⑦ ; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$

$$6. A \rightarrow \neg B, A \vee C, C \rightarrow \neg B, R \rightarrow B \Rightarrow \neg R;$$

证:

序号	公式	依据
①	$A \vee C$	假设
②	$A \rightarrow \neg B$	假设
③	$C \rightarrow \neg B$	假设
④	$\neg B$	① ② ③ ; $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \Rightarrow C$
⑤	$R \rightarrow B$	假设
⑥	$\neg R$	④ ⑤ ; $\neg B, A \rightarrow B \Rightarrow \neg A$

7. $\neg B, C \rightarrow \neg A, \neg B \rightarrow A, C \vee D \Rightarrow D$;

证:

序号	公式	依据
①	$\neg B$	假设
②	$\neg B \rightarrow A$	假设
③	A	① ② ; $A, A \rightarrow B \Rightarrow B$
④	$C \rightarrow \neg A$	假设
⑤	$\neg C$	③ ④ ; $\neg B, A \rightarrow B \Rightarrow \neg A$
⑥	$C \vee D$	假设
⑦	D	⑤ ⑥ ; $\neg A, A \vee B \Rightarrow B$

8. $\neg(A \vee B) \rightarrow \neg(P \vee Q), P, (B \rightarrow A) \vee \neg P \Rightarrow A$

证:

序号	公式	依据
①	P	假设
②	$(B \rightarrow A) \vee \neg P$	假设
③	$B \rightarrow A$	① ② ; $\neg A, A \vee B \Rightarrow B$
④	$P \vee Q$	① ; $A \Rightarrow A \vee B$
⑤	$\neg(A \vee B) \rightarrow \neg(P \vee Q)$	假设
⑥	$A \vee B$	④ ⑤ ; $\neg B, A \rightarrow B \Rightarrow \neg A$
⑦	$\neg B \vee A$	③ ; 置换
⑧	$(\neg B \vee A) \wedge (A \vee B)$	⑥ ⑦ ; $A, B \Rightarrow A \wedge B$
⑨	$A \vee (B \wedge \neg B)$	⑧ ; 置换
⑩	$A \vee F$	⑨ ; 置换
⑪	A	⑩ ; 置换