

# 1 Метод Крамера

Ознакомьтесь с методом Крамера решения систем линейных уравнений по статье из Википедии «Метод Крамера». Разберите приведённый в этой статье пример для матрицы  $3 \times 3$ .

Решите следующие системы методом Крамера:

$$1. \begin{cases} 3x - y &= 11 \\ -2x + y &= -8 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -2x + 6y &= -16 \\ -2x + 3y &= -10 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - 4y &= 3 \\ -x + 2y &= -4 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 4x + 9y - 2z &= -11 \\ -4x - 9y + 4z &= 3 \\ 2x + 6y - 2z &= -6 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x + 4y - 3z &= -4 \\ -2y + 3z + t &= -3 \\ 3x + 4y + 2t &= -11 \\ 2x + 4y - 3z + t &= -3 \end{cases}$$

# 2 Комплексные числа

Любое комплексное число представляется в виде  $a + ib$ , где  $a$  и  $b$  — действительные числа и  $i^2 = -1$ . Ознакомьтесь с темой «Комплексные числа» более подробно по моей лекции. Комплексные числа можно складывать и умножать как многочлены, заменяя  $i^2$  на  $-1$ . Для деления воспользуемся приёмом умножения на сопряжённое. Рассмотрим пример:

$$\frac{7 + 4i}{2 + 3i} = \frac{(7 + 4i)(2 - 3i)}{(2 + 3i)(2 - 3i)} = \frac{14 - 13i - 12i^2}{2^2 - (3i)^2} = \frac{26 - 13i}{4 + 9} = \frac{26 - 13i}{13} = 2 - i.$$

Вычислите следующие выражения:

$$6. \frac{7 + 22i}{5i - 4}.$$

$$7. \frac{8 + i}{(i + 1)^2 + 3} + \frac{2}{1 - i}.$$

$$8. \frac{9 + 7i}{\frac{i-30}{2i-7} + 1}.$$

$$9. \frac{20 + 50i}{\left(\frac{-17+i}{i+3} - i\right)^2 + 12i}.$$

$$10. \frac{5i - 7}{\frac{\frac{i-5}{17i-9}-2i}{i+6} + 3 - i}.$$

Вычислите модуль и аргумент комплексного числа:

$$11. z_1 = \sqrt{3} + 3i.$$

$$12. z_2 = \sqrt{3} - i.$$

Пользуясь формулой Муавра вычислите следующие степени чисел из двух предыдущих примеров:

$$13. z_1^{14}.$$

$$14. z_2^{42}.$$

Решите следующие системы метом Крамера:

$$15. \begin{cases} -(1+3i)x + (i-3)y &= -15 - 15i \\ -(3+i)x - (1-2i)y &= -18 + i \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} (4i-8)x + (4+3i)y &= 23i - 11 \\ -(3+i)x + (1+2i)y &= 4i - 8 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} (6i-3)x + (2+3i)y - (1+7i)z &= -4 - 39i \\ (2-4i)x - (7+4i)y + (2+4i)z &= 11 + 33i \\ (i-3)x + (5i-1)y + (1-3i)z &= 13 - 19i \end{cases}$$