

Московский Авиационный Институт
(Национальный Исследовательский Университет)
Кафедра 806

Лабораторная работа №4
по курсу “Численные методы”

Студент: М.А. Трофимов
Группа: М8О-408Б-18
Преподаватель: Д.Е. Пивоваров
Оценка: _____
Дата: _____
Подпись: _____

Москва, 2021

Постановка задачи

Используя схемы переменных направлений и дробных шагов, решить двумерную начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением $U(x,y,t)$. Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров h_x, h_y, τ .

1.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad a > 0,$$

$$u(0, y, t) = \cos(\mu_2 y) \exp(-(\mu_1^2 + \mu_2^2)at),$$

$$u(\pi, y, t) = (-1)^{\mu_1} \cos(\mu_2 y) \exp(-(\mu_1^2 + \mu_2^2)at),$$

$$u(x, 0, t) = \cos(\mu_1 x) \exp(-(\mu_1^2 + \mu_2^2)at),$$

$$u(x, \pi, t) = (-1)^{\mu_2} \cos(\mu_1 x) \exp(-(\mu_1^2 + \mu_2^2)at),$$

$$u(x, y, 0) = \cos(\mu_1 x) \cos(\mu_2 y).$$

Аналитическое решение: $U(x, y, t) = \cos(\mu_1 x) \cos(\mu_2 y) \exp(-(\mu_1^2 + \mu_2^2)at).$

1). $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1.$

2). $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1.$

3). $\mu_1 = 1, \mu_2 = 2.$

Решение

Данное уравнение решалось с помощью метода различных направлений и метода дробных шагов. Программа писалась в несколько файлов: Progonka.* - заголовочник(.hpp) и исходный файл(.cpp) с методом прогонки, P2D.* - аналогично заголовочный и исходный файлы для класса решателя. main.cpp - основной файл, в котором описывается уравнение, оно решается и выводит необходимую информацию.

Программа поддерживает ключи:

- time - для вывода времени работы программы,
- error - выводит MSE по полученному решению,
hx <x_step> - позволяет задавать шаг сетки по оси OX,
- hy <y_step> - позволяет задавать шаг сетки по оси OY.
- ht <t_step> - позволяет задавать шаг сетки по оси OY.
- ADM или FSM - метод, с помощью которого будет решаться уравнение, если указаны оба ключа, будет использоваться последний.

В случае подачи неправильного ключа выдаётся ошибка и подсказка по использованию.

Все файлы лежат на гитхабе в папке 4lab:

<https://github.com/student31415/Chislaki2/>

Демонстрация работы:

```
schizophrenia@home:~/labs/4kurs/Chislaki2/4lab$ make clean
```

```
rm *.o P2D
```

```
schizophrenia@home:~/labs/4kurs/Chislaki2/4lab$ make -j
```

```
g++ -c main.cpp -o main.o
```

```
g++ -c P2D.cpp -o P2D.o
```

```
g++ -c Progonka.cpp -o Progonka.o
```

```
g++ P2D.o main.o Progonka.o -o P2D
```

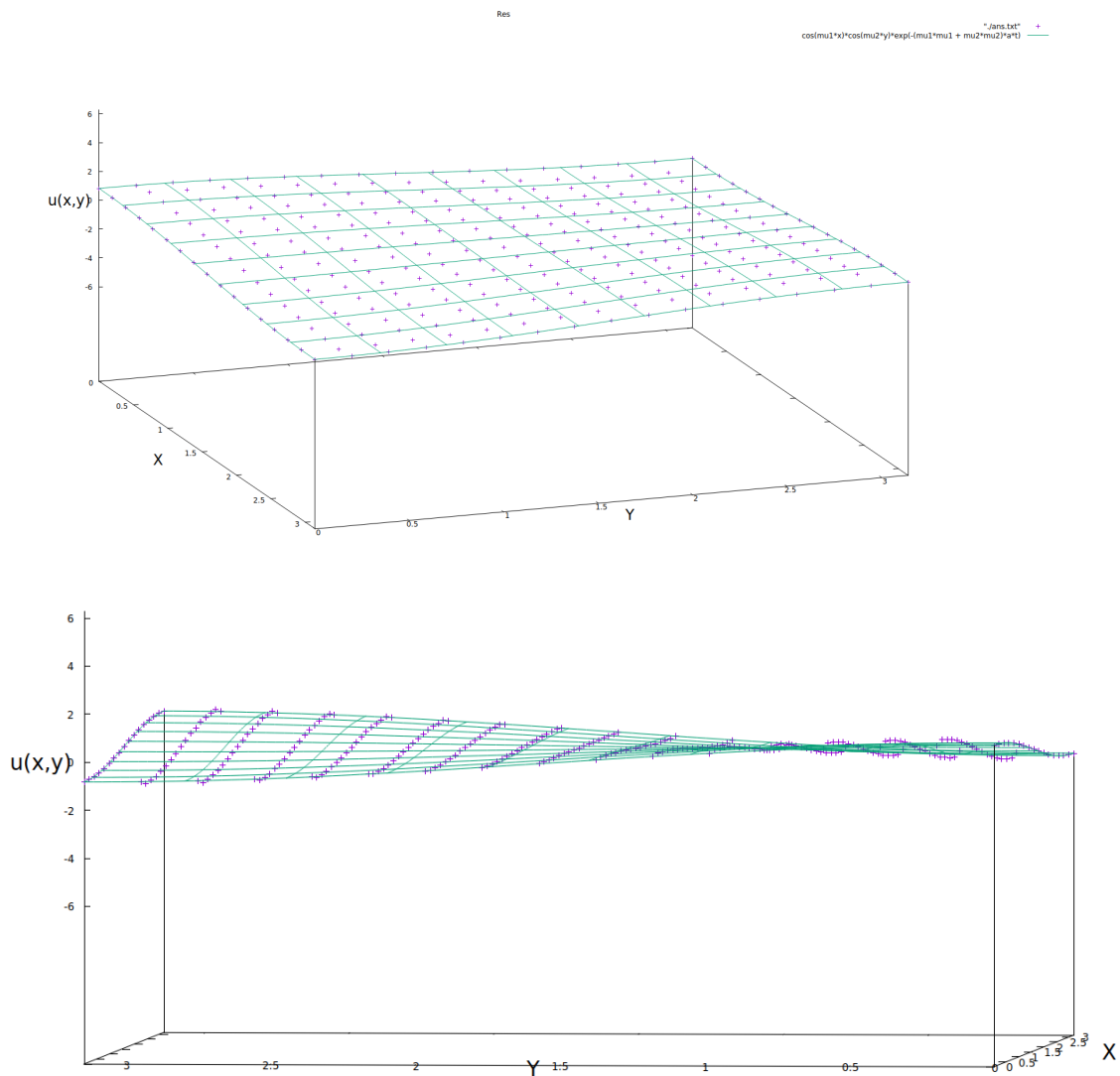
```
schizophrenia@home:~/labs/4kurs/Chislaki2/4lab$ make plot_ans
```

```
./P2D > ans.txt
```

```
gnuplot plot_ans.gpi
```

```
Hit enter to continue
```

```
#rm ans.txt
```



Сравнение результатов работы

| hx | hy | ht | MSE | time, [ms] |
|----------|----------|-------|---------|------------|
| $\pi/16$ | $\pi/16$ | 0.01 | 0.00203 | 6.065 |
| $\pi/16$ | $\pi/16$ | 0.001 | 0.00195 | 51.74 |
| 0.5 | 0.5 | 0.01 | 0.00087 | 1.559 |
| 0.5 | 0.5 | 0.001 | 0.00084 | 6.874 |
| 0.5 | 0.05 | 0.001 | 0.00146 | 71.022 |
| 0.05 | 0.5 | 0.001 | 0.00146 | 70.939 |
| 0.05 | 0.05 | 0.001 | 0.00254 | 661.683 |

Вывод

Как видно, итоговая точность решения достаточно небольшая, но и время работы достаточно маленькое. Очевидно, что сложность обоих методов это $(N \cdot M \cdot K)$, где N - количество точек по оси X , M - количество точек по оси Y , K - количество точек по оси t .