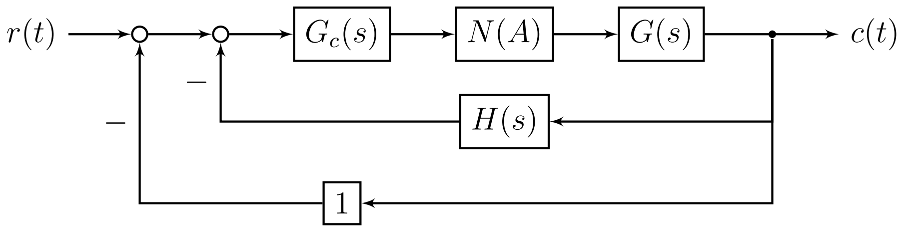
西北工业大学考试试题（卷）评分标准

2018 － 2019 学年 (秋)

开课学院 航天学院　　课程 自动控制理论 II　　学时 32

考试日期 ________　　考试时间 ______ 小时　　考试形式（ 闭 ）（ A ）卷

一、（20 分）已知控制系统结构图如下所示，已知 $G_c(s)=1, H(s)=s, G(s)=\frac{1}{s(s+1)^3}, N(A)=\frac{1}{A+k}$ ，当 $k=1$ 时系统是否稳定、无自振？



答：系统等效开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{1}{s(s+1)^2}$$

计算 Nyquist 曲线与虚轴交点：

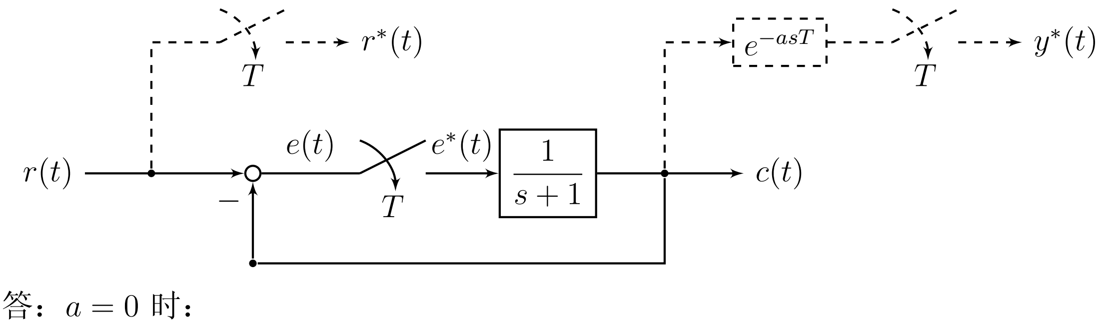
$$\omega_x=1$$
$$G(\omega_x)=-\frac{1}{2}$$

Nyquist 曲线不包围负倒描述函数或与其相交：

$$-\frac{1}{N(A)}<-\frac{1}{2}, A\in(0,\infty)$$
$$-A-k<-\frac{1}{2}$$
$$k>\frac{1}{2}$$

所以 $k=1$ 时系统稳定无自振。

二、（20 分）已知控制系统结构图如下所示，已知 $r(t)=1,(t>0)$ 求解当 $a=0$ 时的 $Y(z)$ 与 $a\in(0,1]$ 时的 $Y(z)$ 。



答：$a=0$ 时：

$$
\begin{aligned}
Y^*(s) &= \frac{[\frac{1}{s+1}]^*}{1+[\frac{1}{s+1}]^*}R^*(s) \\
Y(z) &= \frac{\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}}{1+\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{1}{(2-e^{-T}z^{-1})(1-z^{-1})}
\end{aligned}
$$

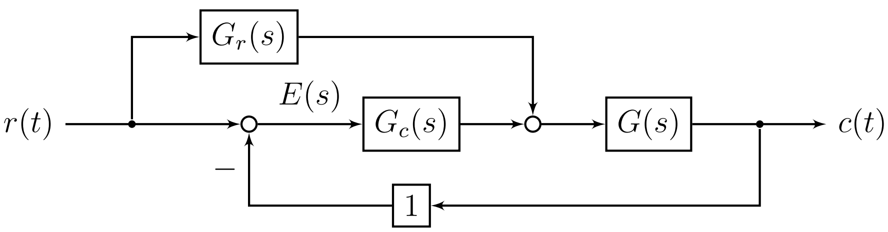
$a \in (0,1]$ 时：

$$
\begin{aligned}
Y^*(s) &= \left[\frac{e^{-aTs}}{s+1}\right]^* \frac{R_T^*(s)}{1+[\frac{1}{s+1}]^*} \\
Y(z) &= \mathcal{Z}\left[\left[\frac{e^{-aTs}}{s+1}\right]^*\right]\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{e^{aT}e^{-T}z^{-1}}{1-e^{-T}z^{-1}}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{e^{aT}e^{-T}z^{-1}}{(1-z^{-1})(2-e^{-T}z^{-1})}
\end{aligned}
$$

其中：

$$
\begin{aligned}
\frac{e^{-aTs}}{s+1} &= \mathcal{L}[e^{-(t-aT)}] \qquad (t \geq aT) \\
\mathcal{Z}[e^{-nT+aT}] &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nT+aT}z^{-n} \\
&= \frac{e^{aT-T}z^-1}{1-e^{-T}z^-1}
\end{aligned}
$$

三、（20 分）已知控制系统结构图如下所示，已知 $G(s) = \frac{1}{s+1}, G_c(s) = 1$ 。若 $G_r(s) = \frac{k_1 s+k_2}{s+1}, r(t) = t, (t > 0, k_2 = 1)$ ，如何选取 k_1 使稳态误差为零？若 $G_r(s) = Ae^{-\theta s}, r(t) = sin(t), (t > 0)$ 如何选取 $A, \theta, (\theta \in (0, 2\pi))$ 使系统稳态输出 $c(t) = sin(t)$ ？



答：当 $G_r(s) = \frac{k_1 s+k_2}{s+1}, r(t) = t, (t > 0)$ 时, 得：

$$
\frac{E(s)}{R(s)} = (1-\frac{k_1 s+k_2}{s+1}\cdot\frac{1}{s+1})\frac{1}{1+\frac{1}{s+1}}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{(s+1)^2-(k_1 s+k_2)}{(s+2)(s+1)} \\
&= \frac{s^2+(2-k_1)s+(1-k_2)}{(s+2)(s+1)} \\
&= \frac{s^2+(2-k_1)s}{(s+2)(s+1)}
\end{aligned}
$$

所以，当 $k_1=2, k_2=1$ 时，

$$
\begin{aligned}
E(s) &= \frac{s^2+(2-k_1)s+(1-k_2)}{(s+2)(s+1)} \cdot R(s) \\
&= \frac{s^2}{(s+2)(s+1)} \cdot \frac{1}{s^2} \\
&= \frac{1}{(s+2)(s+1)} \\
e_{ss} &= \lim_{s \to 0} sE(s) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

当 $G_r(s)=Ae^{-\theta s}, r(t)=sin(t), (t>0)$ 时：

$$
\begin{aligned}
G(j\omega) &= \frac{1}{j\omega+1} \\
G_r(j\omega) &= Ae^{-j\theta\omega} \\
\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} &= \frac{G(j\omega)+G_r(j\omega)G(j\omega)}{1+G(j\omega)} \\
&= \frac{1+Ae^{-j\theta\omega}}{2+j\omega}
\end{aligned}
$$

稳态时，

$$
\begin{aligned}
\left.\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}\right|_{\omega=1} &= \left.\frac{1+Ae^{-j\theta\omega}}{2+j\omega}\right|_{\omega=1} \\
&= \frac{1+Ae^{-j\theta}}{2+j} \\
&= 1
\end{aligned}
$$

得：

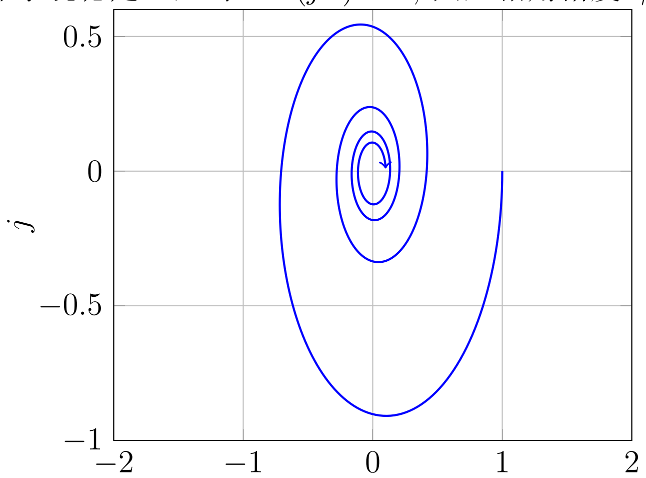
$$
\begin{aligned}
A &= \sqrt{2} \\
\theta &= 2n\pi - \frac{\pi}{4} \\
&= \frac{7\pi}{4}
\end{aligned}
$$

四、（20 分）单位负反馈系统开环传递函数：

$$G(s)=\frac{k}{s+1}\cdot e^{\frac{-3\pi}{4}s}$$

当 $k=1$ 时系统的稳定性如何？相角裕度是多少？若要使系统稳定，实数 k 的范围是什么？
答：

$|G(j\omega)|$ 是 ω 的单调减函数，当 $k=1,\omega=0$ 时，$|G(j\omega)|=1$，Nyquist 曲线不包围 (-1+0j)，闭环系统稳定。此时 $\angle G(j\omega)=0$, 因此相角裕度 $\gamma=180°$。



当 $k>0,\omega=1$ 时, $\angle G(j\omega)=-\pi$，$|G(s)|=\frac{k}{\sqrt{2}}$，因此，当 $0<k<\sqrt{2}$ 时，系统稳定。

当 $-1<k<0$ 时，Nyquist 曲线不包围 (-1+0j)，系统稳定。当 $k<-1$ 时，Nyquist 曲线包围 (-1+0j)，系统不稳定。因此，当 $-1<k<\sqrt{2}$ 时，闭环系统稳定。

五、（20 分）单位负反馈控制系统开环传递函数，

$$G(s)=\frac{20}{s(s+1)(s+5)}$$

串联校正网络：

$$G_c(s)=k\cdot\frac{T_bs+1}{bT_bs+1}\cdot\frac{aT_as+1}{T_as+1}$$

求解参数 b,a,T_a 使校正后系统截止频率不变，稳态性能不变，相角裕度提高约 30° 。（已知 $0<b<a,\frac{1}{T_b}\approx 0$）

答：计算校正前截止频率：

$$|G(s)|=1$$
$$\omega_c=2$$

计算超前校正网络参数：

$$\sin 30°=\frac{a-1}{a+1}$$
$$a=3$$
$$\frac{1}{\sqrt{a}T_a}=\omega_c$$

$$T_a = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

由系统稳态性能不变得：$k = 1$ 。由截止频率保持不变，得：

$$\frac{1}{b} \cdot aT_a\omega_c = 1$$

$$b = \sqrt{3}$$