

## Exemples et contre-exemples

Si une affirmation est toujours vraie, alors prouvez-la ; et si elle est fausse dans au moins un cas, alors montrez quel est ce cas (fournissez un contre-exemple).

### EXERCICES POUR LA DISCUSSION

1. Présentez un contre-exemple pour chacune des affirmations suivantes.
  - a) Tous les nombres qui sont divisibles par 4 et par 6 sont également divisibles par 24.
  - b) Tous les rectangles sont des carrés.
  - c) Tous les quadrilatères ayant tous leurs côtés égaux sont des carrés.
2. Mikael pense que si la surface du premier rectangle est plus grande que celle du deuxième, et que le périmètre du premier est plus grand que celui du deuxième, alors il est possible de découper le deuxième à partir du premier. A-t-il raison ?
3. Un champignon est considéré comme mauvais s'il contient 10 vers ou plus. Dans une corbeille, il y a 90 mauvais champignons et 10 bons champignons. Est-ce que tous les champignons peuvent devenir bons après que certains vers se déplacent des champignons mauvais vers les champignons bons ?
4. Sélectionnez 24 cellules dans un rectangle de dimensions  $5 \times 8$  et tracez une diagonale dans chaque cellule sélectionnée de sorte que deux diagonales tracées n'aient aucun point commun.
5. Le Baron de Münchhausen prétend qu'il peut, pour un certain  $N$ , réorganiser les chiffres de 1 à  $N$  dans un autre ordre et les écrire tous ensemble sans espaces, de sorte qu'un nombre palindrome à plusieurs chiffres soit obtenu (il se lit de la même manière de gauche à droite et de droite à gauche). Le baron n'est-il pas vantard ?
6. Sur le tableau sont inscrits trois nombres distincts de 1 à 9. À chaque étape, il est autorisé soit d'ajouter 1 à l'un des nombres, soit de soustraire 1 à tous les nombres. Est-il vrai qu'il est toujours possible de parvenir à ne laisser que des zéros sur le tableau en effectuant au plus 23 étapes ?
7. Roma a inventé un théorème : *Si le nombre  $A$  est un carré d'un nombre naturel  $B$  et que chaque chiffre du nombre  $A$  est divisible par 3, alors chaque chiffre du nombre  $B$  est également divisible par 3.* La théorie de Roma est-elle correcte ?