

Преобразование выражений. Часть II

1 Задачи для обсуждения

1. Пусть $xyz = 1$, найдите $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$
2. Сократите дробь $\frac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}}$
3. Упростите выражение $\sqrt{37 - 5\sqrt{48}}$
4. Упростите выражение $\sqrt{a^2 - 2a + 1 + \sqrt{4a^2 - 12a + 9}}$, если $a \leq \frac{3}{2}$

2 Бонусные задачи

1. Пусть x - произвольное действительное число. Что можно сказать о знаках чисел: $-x; x - 1; 1 - x; x^2; (x - 1)^2; x^3; x^{2n}; x^{2n+1}$ (n - натуральное число)?
2. а) Пусть $a < b$. Верно ли, что $a^2 < b^2$? б) Пусть $a^2 < b^2$. Верно ли, что $a^3 < b^3$?
3. Докажите неравенство $a^2 + b^2 \geq 2ab$. Когда оно обращается в равенство?

3 Домашнее задание

1. Докажите равенство $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} = 2$
2. Докажите равенство $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{2}$
3. Докажите неравенство $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$. (Подсказка: нужно использовать 3 бонусную задачу)