FIA 0321 Astrofísica Estelar 2015–2

Profesor: Julio Chanamé
Ayudante: José Fuentes

Trabajo Práctico 2 – Fecha de entrega: 15 de Septiembre del 2015

Ejercicio 1

Considere un gas perfecto con N partículas por unidad de volumen. Las partículas pueden ser átomos neutros, ionizados, o electrones. Sea μ el peso molecular medio de este gas, expresado en unidades de masa atómica, y M_μ el peso de la unidad de masa atómica expresado en gramos. Considere el elemento químico de número atómico Z, cuyo peso atómico es A_Z, y llame X_Z a la fracción *en masa* del mismo contenida en un gramo del gas (note que $\Sigma X_z = 1$). Asuma además que cada átomo del elemento Z contribuye con n_Z partículas libres al gas. Llame N_Z al número de átomos por unidad de volumen del elemento Z en el gas.

Con estas definiciones, reproduzca/deduzca las ecuaciones (2-11) a (2-21) del libro de Clayton.

Ejercicio 2

Resuelva los problemas 2-2 y 2-3 de Clayton.

Ejercicio 3

Valores recientes para la abundancia de elementos químicos en la fotósfera solar se pueden encontrar en el siguiente artículo de Martin Asplund y colaboradores de 2004:

http://arxiv.org/abs/astro-ph/0410214

Dicho artículo utiliza una escala en la que la abundancia de hidrógeno es 12, y la abundancia de un elemento χ cualquiera es $\log(\chi/\text{H}) + 12$ (tal notación es ampliamente usada en estudios del medio interestelar, nebulosas planetarias y regiones HII). Ignorando los elementos que no estén explícitamente indicados en la tabla (debido a su baja abundancia), se pide:

a. Determinar el porcentaje de átomos de la mezcla solar correspondiente a cada uno de los elementos en la tabla ("abundancia por número"). (Por ejemplo, usando números ficticios: 75% de los átomos en la fotósfera solar son átomos de H, 24% átomos de He, etc.)

b. Determinar el porcentaje de masa contenida en la mezcla solar correspondiente a cada uno de los elementos indicados ("abundancia por masa"). (Por ejemplo, usando números ficticios: para cada gramo de materia en la fotósfera solar, 75% – 0.75 g – corresponde a átomos de H, 24% – 0.24 g – a átomos de He, etc.)

c. En astrofísica estelar, se suele utilizar los símbolos X, Y, Z para las abundancias (por masa) de hidrógeno, helio y "metales" (elementos más pesados que el helio), respectivamente. Obtener los valores de X, Y, Z para la fotósfera solar, en base a sus resultados de las partes anteriores, asegurándose que X + Y + Z = 1.

d. Suponer que la composición química del interior solar es igual a la de su fotósfera. (Las abundancias detalladas de los elementos más livianos habrán cambiado con el tiempo debido a las reacciones nucleares que ocurren en el centro del Sol.) Suponiendo, además, ionización completa, evaluar el peso molecular medio de la materia en el interior solar.

e. Verificar si el resultado en la pregunta anterior es consistente con la ecuación 2.15 de Clayton.

Ejercicio 4

Para el caso de contracción uniforme de una estrella compuesta de gas ideal no degenerado, se puede escribir para las coordenadas de cualquier punto al interior estelar después y antes de la contracción: $\mathbf{r_f} = y\mathbf{r_i}$. Encontrar relaciones para la presión, densidad y temperatura finales en función de sus valores iniciales y de los radios final e inicial, R_f y R_i. ¿Cuál de estas variables es la que crece más rápido en una contracción de este tipo?

Ejercicio 5

Considerar una esfera de masa M y radio R. Calcular la energía potencial gravitatoria de la esfera suponiendo los siguientes casos: (a) la densidad es independiente de la distancia al centro, y (b) la densidad aumenta hacia el centro de acuerdo a $\rho(r) = \rho_c(1 - r/R)$. Escriba para ambos casos la presión interna promedio necesaria para que haya equilibrio hidrostático, y determine cómo cambia la presión dentro de la esfera con la distancia al centro.

Ejercicio 6

Resuelva numéricamente las ecuaciones de equilibrio hidrostático (EEH) y de conservación de la masa (ECM), para una ecuación de estado politrópica $P = K\rho^\gamma$, donde P es la presión, K y γ constantes, aproximando los diferenciales de las mismas con diferencias finitas. Solucione el problema de divergencia a infinito para $r \to 0$ en la EEH resolviendo la ECM en forma aproximada cerca del centro (asuma que la densidad ρ es $\rho \sim \rho_c$ =constante cerca del mismo). Normalice las variables usando $R_\odot$, $M_\odot$ y $\rho_{central,\odot}$ antes de resolver numéricamente el sistema para evitar imprecisión numérica. Asuma que la densidad central de la estrella es la densidad central del Sol ($\rho_c = 160$ g cm^{-3}). Utilice un incremento radial normalizado de entre 0.01 y 0.001 en sus soluciones (¿Cambia la solución si cambia el incremento?).

Calcule la solución para los índices politrópicos $n = \frac{3}{2}$, $n = \frac{4}{3}$, y $n = \frac{5}{3}$, compare gráficamente la densidad $\rho(r)$ con la solución completa del modelo solar del archivo sol.dat entregado junto con esta tarea (exprese la solución como ρ/ρ_c en función de $r/R_\odot$ antes de hacer la comparación), y conteste: ¿Cuál es la polítropa que mejor representa la densidad del sol como función de r?

Ejercicio 7

a. Leer las secciones 1 y 2 del capítulo introductorio de *The Virial Theorem in Stellar Astrophysics* de George W. Collins, II, disponible en el servicio ADS (Astrophysics Data System) de NASA/SAO:
http://ads.harvard.edu/books/1978vtsa.book/

Para cada científico mencionado en dicho texto, indicar en 3 líneas en qué área(s) y contexto(s) de sus estudios de licenciatura se los han encontrado. Si es la primera vez que ven a alguno, buscarlo y averiguar al respecto.

b. Presentar una derivación del teorema del virial en su forma más general (es decir, incluyendo el momento de inercia), siguiendo el procedimiento o camino que se le antoje, pero que sea diferente al hecho en clase. Se evaluará en detalle la justificación presentada en cada paso de la derivación, así que no saltarse ninguno.