

基础算法与技巧

东北育才学校 樊译文

2017年6月

二分查找

给定一个有序数组 a , 每次询问 b 在其中的位置, 强制在线.
其中数组 a 大小 $n \leq 10^6$, 询问数 $q \leq 10^6$.

对于每个询问遍历数组会超时, 考虑使用二分法缩小范围.
总时间复杂度 $O(q \log(n))$.

【poj3122】 Pie

多组测试数据. 有 N 块派, 每块派大小已知, 有 $F + 1$ 个人, 要求给每人分一块相同大小的派(派只能切割不能合并), 求每人得到派的最大面积, 与标准答案绝对误差不超过 10^{-3} 即为正确. 其中 $1 \leq N, F \leq 10^4$.

二分答案, 贪心判断是否可行.

【poj2976】 Dropping tests

多组测试数据. 已知你 n 门课的满分和得分, 你可以至多不选择 k 门课, 使所有被选择的课的得分之和除以所有被选择的课的满分之和最大, 求最大值.

四舍五入输出. 保证答案不病态.

其中 $1 \leq n \leq 1000, 1 \leq k < n$.

二分答案, 将所有课排序, 贪心去掉最不利的 k 个, 判断剩余的是否可行.

【bzoj2732】 [HNOI2012]射箭

给出一个有 N 关的游戏. 每关会在上一关的基础上增加一条与 y 轴平行的线段, 过关要求是找到一条过原点且开口向下的抛物线与所有线段相交(在端点相交也算), 求最多能通过多少关.
其中 $N \leq 10^5$, 所有线段在第一象限, 所有坐标值 $\leq 10^9$.

二分答案. 将限制转化为半平面. 利用半平面交是否为空判断是否可行.

【bzoj2112】Optimal Milking

有 $K + C$ 个结点, K 个是挤奶机, C 个是奶牛. 要求为每个奶牛分配一个挤奶机, 而每个挤奶机只能为 M 个奶牛挤牛奶.

给出各结点之间的距离, 求距被分配挤奶机最远的奶牛到该挤奶机的距离.

其中 $1 \leq K \leq 30$, $1 \leq C \leq 200$, $1 \leq M \leq 15$.

二分答案, 建图, 求最大流. 利用是否满流判断是否可行.

【bzoj2440】 [中山市选2011]完全平方数

多组测试数据. 输入 k , 求第 k 小的不是完全平方数倍数的正整数.

二分答案. 利用莫比乌斯函数求区间内不是完全平方数倍数的正整数数目.

【bzoj2653】middle

有 Q 个询问, 输入 a, b, c, d , 求左端点在 $[a, b]$ 之间, 右端点在 $[c, d]$ 之间的子序列的中位数的最大值, 强制在线.

其中 $1 \leq Q \leq 25000$.

二分答案, 在可持久化线段树上查询.

三分法介绍

三分法是一种用于求单峰函数极值的方法.

【uva10385】 Duathlon

多组测试数据. n 个选手参加比赛. 比赛分为跑步和骑车两项, 但总长固定. 已知每位选手进行每种项目时的速度, 求是否可以通过调整各项目长度使某指定选手获胜. 如果可以获胜还需输出与第二名的耗时差最大值及此时各项目长度.

输出保留两位小数.

其中 $n \leq 20$, $t \leq 100$.

发现指定选手与其它选手中最优者耗时差为单峰函数, 于是可以三分.

【bzoj3330】 [BeiJing2013]分数

要出一道题, 有难度和区分度两个可变量, 求合理设置难度和区分度使分数偏差最小.

由图可知是单峰函数(三维).

三分套三分.

【bzoj3203】 [Sdoi2013]保护出题人

有 n 关, 第 i 关在前一关基础上在最前面增加一个血量为 a_i 僵尸, 与下一僵尸距离为 d , 它距房门距离为 x_i , 所有僵尸移动速度为1. 每关需要设置一个植物, 植物有攻击力 y_i , 即每秒使最近僵尸减少 y_i 血量. 求在通关情况下所有关攻击力之和的最小值. 其中 $1 \leq n \leq 10^5$, 输出保留到整数.

显然每关攻击力都要最小.
可以三分凸壳.

【bzoj3874】 [Ahoi2014]宅男计划

有 N 种食物. 每种食物有价格和保质期, 每购买一次食物(数量不限)要额外付 F 元. 现有 M 元钱, 要求每天一份未过期食物, 求最多能维持多少天.

其中 $1 \leq N \leq 200$, 所有钱数 $\leq 10^{18}$.

先三分后贪心.
三分不易想到.

哈希

哈希算法将输入内容进行映射, 输出映射结果.

对于两个不同的输入内容映射到相同位置, 有多种不同处理方法.

设计良好的哈希算法有利于减少冲突.

【poj3349】 Snowflake Snow Snowflakes

有 n 片雪花, 每片雪花由六个整数描述. 两片雪花相同当且仅当它们的描述旋转或翻转后相同, 求是否有两片相同的雪花.

其中 $0 < n \leq 10^5$.

将每个描述及与其同构的描述进行哈希, 插入哈希表并判断是否有相同的描述.

【poj1077】 Eight

八数码问题, 给定初始局面, 输出任意一组解即可.

方法很多, 哈希是一种可行方法.
此题可用康托展开使其完全没有冲突.

字符串哈希

对字符串进行哈希, 通过比较哈希值可以快速判断两个字符串是否相同.

这是有概率出错的.

【bzoj3574】 [Hnoi2014]抄卡组

多组测试数据. 输入 N 含通配符的字符串, 询问它们是否可能相同.

其中 $N \leq 10^5$, 测试数据组数 = 10, $N \times$ 最长字符串长度 $\leq 2 \times 10^8$.

分类讨论.
用字符串哈希判断字符串是否相同.

状态压缩的动态规划

在状态压缩的动态规划中经常用到位运算.

【hdu4899】Hero meet devil

多组测试数据. 输入一个只含'A','G','C','T'的字符串 S , 求有多少长度为 m 的只含'A','G','C','T'的字符串与该串的最长公共子串长为 i . 对所有 $1 \leq i \leq |S|$ 输出答案.

其中 $|S| \leq 15$, $m \leq 1000$, 测试数据组数 ≤ 5 .