

李诗懿

---

# 动态规划选讲

DP 优化  
几类特殊的 DP 问题

---



---

# DP 优化

---

- † 利用数据结构维护：线段树、平衡树、单调队列等
- † 斜率优化
- † 决策单调、四边形优化
- † 1d1d
- † 凸完全单调性



---

# SHOI2008 仙人掌图

---

† 求一棵仙人掌的直径



# 单调队列优化

---

- † 一般形式:  $f[i] = \min\{f[j]\} + a[i] (l[i] < j < r[i])$
- †  $l[i], r[i]$  单调
- † 维护方式: 合法的队头更新  $f[i]$  , 再将  $f[i]$  加入队尾



# hdu 3401 Trade

- † 一个人知道接下来  $T$  天的股市行情，想知道最终他最多能赚到多少钱。对于第  $i$  天，买入单价为  $a_i$ ，卖出单价为  $b_i$ ，买入上限为  $c_i$ ，卖出上限为  $d_i$ 。每次操作后  $W$  天内不能进行操作。并且任何时候手上股票不能超过  $K$  股。规定最初钱无限多，持有股 0 支。
- †  $T, W, K, a_i, b_i, c_i, d_i \leq 2000$



---

# bzoj2096 Pilots

---

- † Tz 设定了一个难度差的最大值，在序列中他想找到一个最长的子串，任意两个难度差不会超过他设定的最大值
- † 求最大的子串长度



# HAOI2007 理想的正方形

---

- † 有一个  $a*b$  的整数组成的矩阵，现请你从中找出一个  $n*n$  的正方形区域，使得该区域所有数中的最大值和最小值的差最小。
- †  $a,b \leq 1000, n \leq 100$



---

---

† 当  $l[i], r[i]$  不单调的时候怎么办?

† 线段树



---

# z oj3349

---

- † 给出一个序列，找出一个最长的子序列，相邻的两个数的差在  $d$  以内。



# 斜率优化

---

- †  $f[i] = a[i] * b[j] + c[j] (j < i)$
- † 维护一个凸包:  $b[j]$  单调用单调队列维护, 不单调用平衡树维护
- † 求解:  $a[i]$  单调则解单调,  $a[i]$  不单调则二分求解



---

# hnoi2008 玩具装箱

---

† 题面略

†  $n \leq 5 \times 10^4$  。



---

# Zjoi2007 仓库建设

---

- †  $n$  个工厂，每个工厂有成品  $p_i$ ，在该处建立仓库的费用为  $c_i$ ，假设每个仓库的容量无限大。
- † 现需要将所有成品运到仓库，只能往编号大的地方运输
- † 一件产品运送 1 个单位距离的费用是 1
- † 问最小费用



# 决策单调性优化

---

- † 就题论题，分析性质
- †  $f[i] = \text{cal}(j) + a[i]$
- †  $i$  单增， $j$  单增



---

# 四边形优化 \*

---



---

# 1d1d 优化 \*

---



---

# 按位 DP

---

- † 求区间  $[A,B]$  之间满足某种性质的个数、最值
- † 思路:  $F[B]-F[A]$
- † 状态:  $f[pos][d][u][last][state]$
- † eg. 单峰数



---

# scoi2009 windy 数

---

- ✚ 求给定区间范围内的，求相邻数位之差绝对值不小于 2 的数的个数



---

# scoi2012 blinker 的仰慕者

---

- † Blinker 有非常多的仰慕者，他给每个仰慕者一个正整数编号。而且这些编号还隐藏着特殊的意义，即编号的各位数字之积表示这名仰慕者对 Blinker 的重要度。现在 Blinker 想知道编号介于某两个值  $A, B$  之间，且重要度为某个定值  $K$  的仰慕者编号和。



# Scoi2011 镜像拆分

- † 一个数表示成两个相互反转的数之和，这个现象称为数的“镜像拆分”
- † 注意，前导 0 是不允许的，所以  $66 = 60 + 06$  不算做合法的镜像拆分。
- † 在  $K$  进制下，对于在  $[A, B]$  区间内的数，其镜像拆分的方案数之和是多少
- †  $2 \leq K \leq 100000$ ， $1 \leq A, B$  的长度  $\leq 100000$



---

# 状压 DP

---



# codeforces580D Kefa and Dishes

- † 共有  $n$  个物品，需要拿走  $m$  个，每个物品有个价值  $w_i$ 。
- † 有  $k$  个规则，拿了  $x_i$  之后接着拿  $y_i$  可以多获得  $v_i$ 。
- † 问获得的最大价值是多少。
- †  $1 \leq m \leq n \leq 18, k \leq n * (n-1)$



---

# 插头 DP

---

- ✦ 轮廓线扫描
- ✦ 对轮廓线上每个格子上的插头进行状压



---

# scoi2011 地板

---

- † 求用 L 型的地板铺满  $n*m$  个格子有坏点的地面的方案数
- †  $n*m \leq 100$



---

# 树形 DP

---

✚ 略



---

# AC 自动机上的 DP

---

✚ 略