

No.

Date. / /

4.6

给定 $x = \alpha' || \alpha''$, 计算 $h(x) = f(\alpha' \oplus \alpha'')$

构造 $\alpha^* = \alpha'' || \alpha'$, 显然 $\alpha^* \neq \alpha$

但 $h(\alpha^*) = f(\alpha'' \oplus \alpha') = h(x)$

$\therefore h$ 不是第二原像稳定的

4.7 $M=365$

$Q=15$ 时, 准确值 $= 1 - \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \dots \times \frac{365-15+1}{365} \approx 0.2529$

估计值 $= 1 - e^{\frac{-15 \times (15+1)}{2 \times 365}} \approx 0.25$

$\therefore \delta Q = 0.0029$

$Q=16$ 时, 准确值 $= 1 - \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \dots \times \frac{365-16+1}{365} \approx 0.2836$

估计值 $= 1 - e^{\frac{-16 \times (16+1)}{2 \times 365}} \approx 0.28$

$\therefore \delta Q = 0.0036$

...

$Q=30$ 时, 准确值 $= 1 - \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \dots \times \frac{365-30+1}{365} \approx 0.7063$

估计值 $= 1 - e^{\frac{-30 \times (30+1)}{2 \times 365}} \approx 0.6963$

$\therefore \delta Q = 0.01$

\therefore 可见, 随着 Q 增加, 估计值的误差在逐步增大

4.12

(a) 查询 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 得到 $t = h_K(x)$

若 $x_1 \neq x_2$, 则构造 $x' = (x_2, x_1, \dots, x_n)$

$h_K(x') = e_K(x_2) \oplus e_K(x_1) \oplus \dots \oplus e_K(x_n) = t$ 且 $x' \neq x$

$\therefore (x', t)$ 是一个有效的伪造

\therefore 这是一个 $(1,1)$ 假冒者

No.

Date.

(b) ① 若 x_1, \dots, x_n 中至少 2 个不同 (假设 x_1 为不一样的那个)

则与 (a) 同理可构造 (x_2, x_1, \dots, x_n) 与 $(x_2, x_2, x_1, \dots, x_n)$

\therefore 为 (1, 2) 假冒者

② 若 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$

1. 若 n 为偶数, 则 $h_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$

则任意 n 为偶数且 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ 的均满足条件

\therefore 可达到 (1, 2) 假冒者

2. 若 n 为奇数, 则 $h_k(x_1, \dots, x_n) = e_k(x)$

则将 x_1, \dots, x_n 中任意偶数个替换为 y 时, 因偶数个 $e_k(y)$ 进行异或仍为 0

$\therefore h_k(\underbrace{y, \dots, y}_{2k\text{个}}, x_{k+1}, \dots, x_n)$ 的排列均为 $e_k(x)$

\therefore 可达到 (1, 2) 假冒者

\therefore 综上, 可达到 (1, 2) 假冒者, 对任一消息