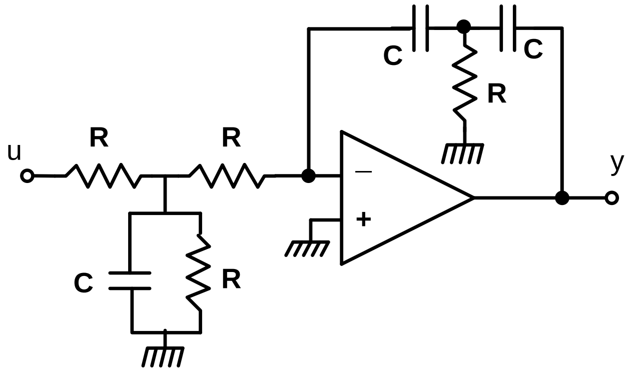
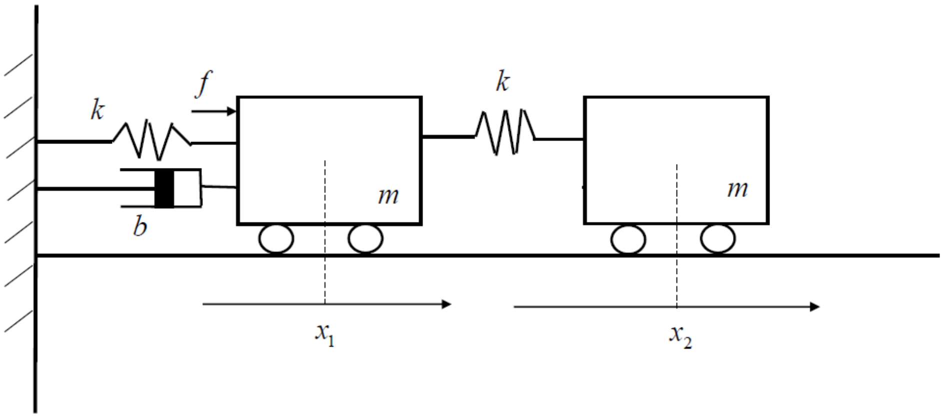
Parte A

1. [punti 6] L'amplificatore operazionale di figura definisce un sistema dinamico orientato da u (tensione all'ingresso) ad y (tensione all'uscita).



Di questo sistema si determinino: 1) la funzione di trasferimento; 2) l'equazione differenziale; 3) gli zeri, i poli e i modi.

2. [punti 5] Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_2 (posizione del carrello di destra). In condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di Σ.

3. [punti 6]

Dimostrare le seguenti proprietà della trasformata di Laplace:

1. $L[Df(t)] = sF(s) - f(0+)$;
2. $L\left[\int_0^t f(v)dv\right] = \frac{1}{s}F(s)$;
3. $L[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}}$.

Parte B

4. [punti 5] Nota la risposta al gradino unitario $g_s(t)$ di un sistema lineare stazionario dedurre la risposta forzata $y_F(t)$ del sistema ad un ingresso forzante $u(t)$.

5. [punti 8] Determinare la risposta forzata $y(t)$ in risposta al gradino unitario $u(t) = 1(t)$ per un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{4}{\left[(s+1)^2+1\right]^2}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità su $\mathbb{R}$ di $y(t)$. [L'esercizio può essere svolto senza uso della calcolatrice. Se nei calcoli appaiono funzioni trigonometriche inverse queste vanno riportate senza valutarle numericamente. Esempio: $\text{arctg}(5)$ non va calcolato.]

6. [punti 6] Un sistema dinamico ha funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1-s}{s^2+2s+1}$. L'ingresso applicato è $u(t) = 0$ per ogni $t \geq 0$ e dell'uscita si conosce che $y(0+) = 2$ e $Dy(0+) = 1$. Determinare $y(t)$ per $t \geq 0$.