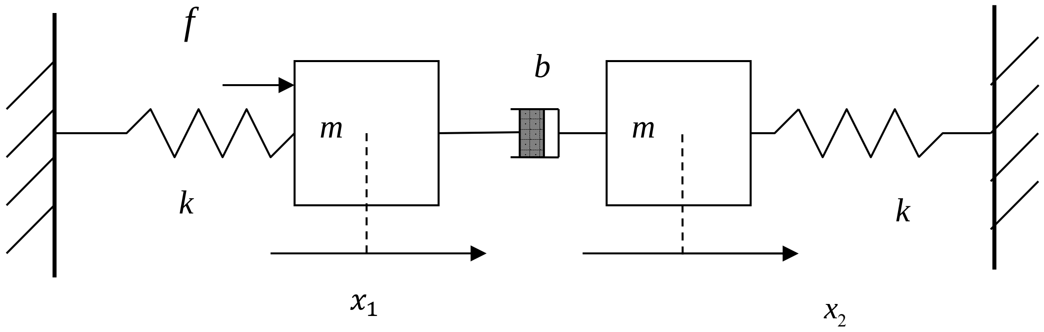
Parte A

1. [punti 4,5] Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

2. [punti 4,5] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



caratterizzato da due molle di costante elastica k e due corpi di massa m accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente b. Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza f e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili x_1 e x_2 (quando il sistema è in quiete $x_1 = x_2 = 0$).

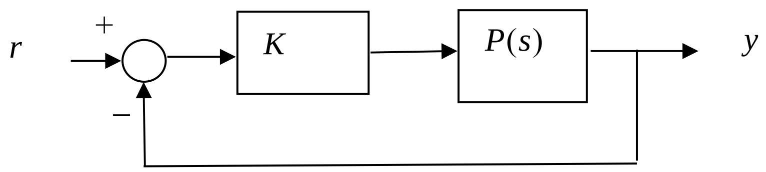
a) Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
b) Determinare l'equazione differenziale che caratterizza il sistema vibrante (denominato Σ) orientato dall'ingresso f all'uscita x_2.
c) Scrivere il polinomio caratteristico e la funzione di trasferimento di Σ.
d) Dimostrare con i metodi e teoremi della tabella di Routh che Σ è **semplicemente stabile** per qualsivoglia valore dei parametri m, k, b (tutti positivi).
e) Giustificare con un ragionamento fisico il motivo per cui Σ, nonostante la presenza di un elemento dissipativo (lo smorzatore viscoso), **non è asintoticamente stabile**.

3. [punti 4,5] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta al gradino unitario $u(t) = 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)^3(s+2)}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

4. [punti 4,5] Sia Σ_d un sistema a tempo discreto descritto dalla funzione di trasferimento $H(z) = \dfrac{b(z)}{a(z)}$ con $a(z)$ e $b(z)$ polinomi coprimi fra loro. Presentare e dimostrare una condizione necessaria e sufficiente (in relazione ai poli del sistema) che assicuri la stabilità asintotica di Σ_d.

Parte B

5. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema retroazionato

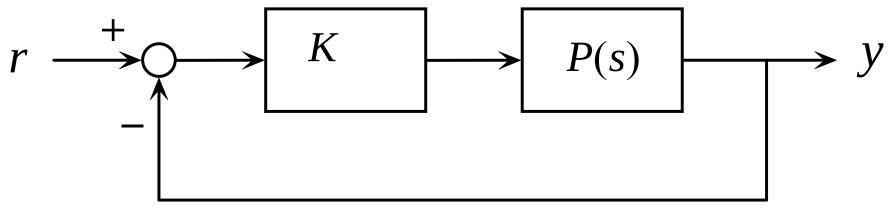


dove $K = 10$ e $P(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$.

a. Determinare il guadagno di anello del sistema retroazionato e tracciarne il diagramma polare. Calcolare in particolare l'intersezione del diagramma con l'asse reale negativo e la corrispondente pulsazione ω_p (pulsazione di fase pi greco).

b. Studiare la stabilità del sistema retroazionato applicando il Criterio di Nyquist. Determinare il margine di ampiezza (M_A) ed il margine di fase (M_F).

6. [punti 4,5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



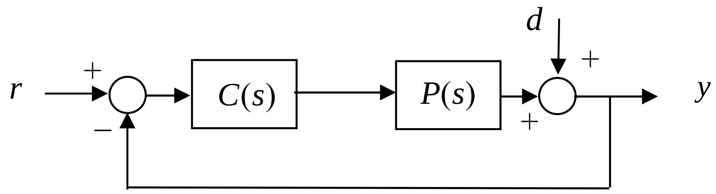
dove $P(s) = \dfrac{1}{s(s+2)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.

b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.

c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_S(K)$.

7. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema



dove $P(s) = \dfrac{9}{s+4}$. Determinare un controllore proprio di ordine minimo $C(s)$ affinché le seguenti specifiche siano soddisfatte:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo composito $d(t) = 7 + 10\cdot\cos(3t+1)$;
2. costante di velocità $K_v = 4$;
3. sistema retroazionato asintoticamente stabile con tre poli dominanti in $-2, -2 \pm j$.

8. [punti 4,5] Sia dato il sistema a tempo discreto definito dall'equazione

$$16y(k+13) - 12y(k+12) + y(k+10) = 16u(k+11) + 16u(k+10),\ k \in \mathbb{Z}$$

ed orientato da $u(k)$ (ingresso) a $y(k)$ (uscita).

1) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.

2) Studiare la stabilità alle perturbazioni del sistema.