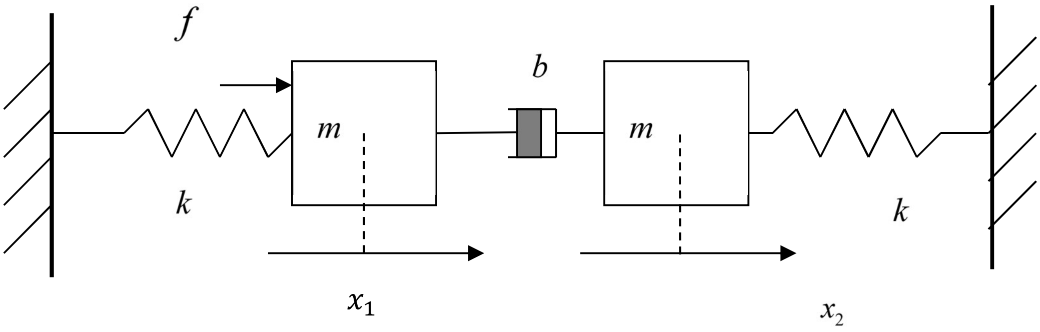
Parte A

1. [punti 4,5] Si presentino e si dimostrino le formule di inversione per la sintesi in frequenza delle reti correttrici. Si esponga inoltre come utilizzare tali formule per la sintesi della rete **anticipatrice** con imposizione del **margine di fase** M_F .

2. [punti 4,5] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



caratterizzato da due molle di costante elastica k e due corpi di massa m accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente b . Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza f e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili x_1 e x_2 (quando il sistema è in quiete $x_1 = x_2 = 0$).

a) Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
b) Determinare l'equazione differenziale che caratterizza il sistema vibrante (denominato Σ) orientato dall'ingresso f all'uscita x_2 .
c) Scrivere il polinomio caratteristico e la funzione di trasferimento di Σ .
d) Dimostrare con i metodi e teoremi della tabella di Routh che Σ è **semplicemente stabile** per qualsivoglia valore dei parametri m, k, b (tutti positivi).
e) Giustificare con un ragionamento fisico il motivo per cui Σ , nonostante la presenza di un elemento dissipativo (lo smorzatore viscoso), **non è asintoticamente stabile**.

3. [punti 4,5] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta alla rampa $u(t) = 2t \cdot 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+2)^3(s+1)}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

4. [punti 4,5] Data un generico segnale a tempo discreto $x(k)$, $k \in \mathbb{Z}$ determinare le trasformate zeta dei segnali ritardati e anticipati di n passi ($n \in \mathbb{N}$), $\mathcal{Z}[x(k-n)]$ e $\mathcal{Z}[x(k+n)]$.

Parte B

5. [punti 4,5] Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento

$$P(s) = 100\frac{1+s}{(s+2)(s+10)}$$

Suggerimenti:

i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;

ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9: $\log_{10} 2 \cong 0{,}30$, $\log_{10} 3 \cong 0{,}48$, $\log_{10} 4 \cong 0{,}60$, $\log_{10} 5 \cong 0{,}70$, $\log_{10} 6 \cong 0{,}78$, $\log_{10} 7 \cong 0{,}85$, $\log_{10} 8 \cong 0{,}90$, $\log_{10} 9 \cong 0{,}95$;

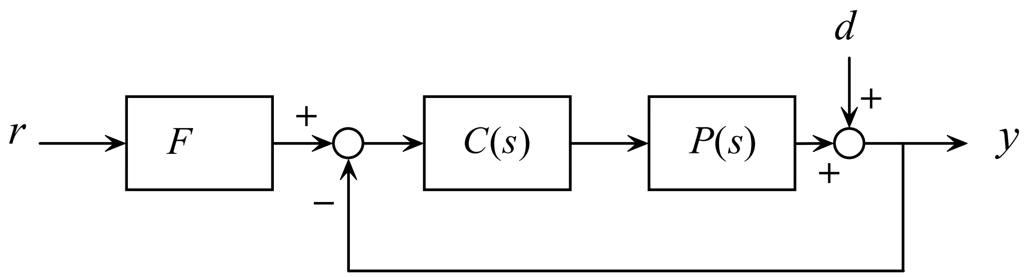
iii) i diagrammi richiesti si ottengono dalla somma dei diagrammi elementari…

6. [punti 4,5] Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K\frac{(s+2)^2}{(s+3)^4} = 0$$

per $K \in [0, +\infty)$, determinandone in particolare gli asintoti.

7. [punti 4,5] Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \dfrac{1}{s+4}$. Determinare un controllore $C(s)$ di ordine 4 (quattro) ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo $d(t) = 7\sin(2t) + 9\sin(t+5)$;
2. sistema retroazionato con poli dislocati in $-1, -2, -3, -5, -6$;
3. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.

8. [punti 4,5] Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ che assicurano la stabilità asintotica del sistema di controllo in figura. Il periodo di campionamento è $T = 0.02$ s e $P(s) = \frac{16}{(s+2)(s+4)}$.