

MODELLI E ALGORITMI PER IL SUPPORTO ALLE DECISIONI

ESERCIZIO 1. (11 punti) Sia data la rete $G = (V, A)$ con

$$V = \{S, 1, 2, 3, 4, D\}$$

e

$$A = \{(S, 1), (S, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (3, D), (4, D)\}$$

con le capacità

$$c_{S1} = 10 \quad c_{S2} = 12 \quad c_{13} = 7 \quad c_{14} = 4 \quad c_{21} = 3 \quad c_{23} = 2 \quad c_{24} = 5 \quad c_{34} = 4 \quad c_{3D} = 12 \quad c_{4D} = 11.$$

Sia data la soluzione

$$x_{S1} = 8 \quad x_{S2} = 4 \quad x_{13} = 7 \quad x_{14} = 4 \quad x_{21} = 3 \quad x_{23} = 0 \quad x_{24} = 1 \quad x_{34} = 4 \quad x_{3D} = 3 \quad x_{4D} = 9.$$

Dopo aver mostrato che tale soluzione è un flusso ammissibile, si parta da essa per determinare il flusso massimo e il taglio minimo per questa rete. Può accadere che tra gli archi del taglio minimo ce ne sia uno non saturo nella soluzione ottima?

ESERCIZIO 2. (6 punti) Si dimostri la correttezza dell'algoritmo greedy per il calcolo dell'albero di supporto a peso minimo.

ESERCIZIO 3. (6 punti) Siano date le classi di problemi P , NP e NP -completi. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **MOTIVANDO LA RISPOSTA**:

- il tempo medio di risoluzione delle istanze di problemi nella classe P è polinomiale ma esistono istanze con tempi di risoluzione esponenziali;
- se un problema NP -completo è trasformabile in tempo polinomiale in un altro problema, allora quest'ultimo è anch'esso NP -completo.
- ogni istanza di problemi NP -completi è risolvibile in un tempo esponenziale rispetto alla sua dimensione;

ESERCIZIO 4. (8 punti) Si indichi la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande **motivando la risposta**.

- (1) Sia E la matrice delle etichette al termine dell'esecuzione dell'algoritmo di Floyd-Warshall. Si supponga che l'algoritmo termini senza aver identificato cicli di lunghezza negativa. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.
 - A:** La presenza di un nella posizione (i, j) della matrice E indica che non esiste un cammino minimo tra i e j .
 - B:** La presenza di k nella posizione (i, j) della matrice E indica che il cammino minimo tra i e j contiene gli archi (i, k) e (k, j) .
 - C:** La presenza del nodo k nella posizione (i, j) della matrice E indica che nel cammino minimo tra i e j , il nodo j è preceduto dal nodo k .
 - D:** Tutte le altre affermazioni sono false.
- (2) Si consideri un problema di assegnamento. Quale delle seguenti affermazioni è falsa.
 - A:** Se aumento di 5 unità il costo di tutti le componenti lungo una riga della tabella dei costi, il valore ottimo del problema aumenta di 5 unità.
 - B:** Se aumento di 5 unità il costo di tutti le componenti lungo una colonna della tabella dei costi, il valore ottimo del problema aumenta di 5 unità.
 - C:** Se aumento di 5 unità il costo di una coppia che fa parte di una soluzione ottima del problema, il valore ottimo del problema aumenta di 5 unità.
 - D:** Se aumento di 5 unità il costo di una coppia che non fa parte di una soluzione ottima del problema, il valore ottimo del problema non cambia.
- (3) Nell'algoritmo MST-1 per la risoluzione dell'albero di supporto a peso minimo sono presenti un insieme U di nodi già fissati e una funzione c . La funzione c associa a ogni nodo al di fuori di U :

A: Il nodo in U a esso più vicino.

B: Il minimo peso tra tutti gli archi che incidono su esso.

C: L'arco a peso minimo tra tutti quelli che incidono su di esso.

D: Nessuna delle altre risposte.

- (4) Si consideri un problema dello zaino con capacità $b = 20$ e i seguenti pesi e valori degli oggetti:

i	1	2	3	4	5
v_i	64	60	32	84	80
p_i	8	10	2	6	8

. Dire quale delle seguenti affermazioni è falsa.

A: L'upper bound al nodo radice è pari a 228.

B: Il lower bound al nodo radice è pari a 196.

C: L'oggetto utilizzato per eseguire l'operazione di branching nel nodo radice è l'oggetto 1.

D: Una delle altre affermazioni è falsa.