## **FORMULARIO**

Approssimante di Padè ( <b>1°</b> ordine) $e^{-t_0s}$	$G_1(s;t_0) = \frac{1 - \frac{t_0}{2}s}{1 + \frac{t_0}{2}s}$
Approssimante di Padè ( $2^{\circ}$ ordine)	$G_2(s;t_0) = \frac{1 - \frac{t_0}{2}s + \frac{t_0^2}{12}s^2}{1 + \frac{t_0}{2}s + \frac{t_0^2}{12}s^2}$
Coefficiente di smorzamento $(\delta)$ e pulsazione naturale $(\omega_n)$	$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$
Risposta forzata di un sistema in quiete a cui è viene applicato un ingresso $u(t) = X \cdot sin(\omega t)$ per $t \rightarrow + \infty$	$y(t) = X \cdot  G(j\omega)  \cdot sin(\omega t + arg arg G(j\omega))$
Asintoto verticale	$G(s) = K \cdot \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)\cdots(1+\tau_m s)}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)\cdots(1+\tau_n s)}$ $\Delta \tau = \sum_{i=1}^{m} \tau_i - \sum_{i=1}^{n} \tau_i$ $\sigma_a = \Delta \tau \cdot K$

$$\mathcal{L}[1(t)] = \frac{1}{s}$$

$$L[\delta(t)] = 1$$

$$L[\delta(t - a)] = e^{-as}$$

$$\mathcal{L}[t] = \frac{1}{s^2}$$

$$L\left[\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\right] = \frac{1}{s^n}$$

$$L\left[t^n\right] = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$L\left[\frac{t^{n-1}e^{-at}}{(n-1)!}\right] = \frac{1}{(s+a)^n}$$

$$\mathcal{L}\left[e^{at}\right] = \frac{1}{s-a}$$

$$\mathcal{L}\left[t^ne^{at}\right] = \frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$$

$$\mathcal{L}\left[t^n e^{at}\right] = \frac{n!}{\left(s-a\right)^{n+1}}$$

$$L[\sin \sin at] = \frac{a}{a^2 + s^2}$$

$$L[\cos\cos at] = \frac{s}{a^2 + s^2}$$

$$L[t \sin \sin at] = \frac{2as}{(a^2 + s^2)^2}$$
$$L[t \cos \cos at] = \frac{s^2 - a^2}{(a^2 + s^2)^2}$$

$$L[t\cos\cos at] = \frac{s^2 - a^2}{\left(a^2 + s^2\right)^2}$$

$$L\left[2\cdot\sqrt{c^2+d^2}\cdot e^{a\cdot t}\cdot\cos\cos\left(bt+\arctan\arctan\right)\right]$$

$$=(c+id)\cdot\frac{1}{s-a+jb}+(c-id)\cdot\frac{1}{s-a-jb}$$

Trasformate di Laplace

Traslazione nel tempo	$\mathcal{L}[f(t-t_0)] = e^{-t_0 s} F(s)$
Reti correttrici	Rete ritardatrice: $C_r(s) = \frac{1 + \alpha \tau s}{1 + \tau s},  \tau > 0,  \alpha \in (0,1)$ Rete anticipatrice: $C_r(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s},  \tau > 0,  \alpha \in (0,1)$
	Rete a ritardo e anticipo: $C_r(s) = \frac{1 + 2\delta' \frac{s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}}{1 + 2\delta \frac{s}{\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}},  \omega_n > 0,  \delta > \delta' \ge 1$
Pulsazione di centro banda	$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha \cdot \tau}}$
Attenuazione	$\frac{\delta}{\delta} = numero$
Guadagno statico	K = G(0)
Trasformata Zeta	$\mathcal{Z}[k \cdot x(k)] = -z \frac{dX(z)}{dz}$
Antitrasformazione Zeta	$\mathcal{Z}^{-1} \left[ \frac{z}{z-1} \right] = 1(k)$ $\mathcal{Z}^{-1} \left[ \frac{z}{z-a} \right] = a^k \cdot 1(k)$ $\mathcal{Z}^{-1} \left[ \frac{z}{(z-a)^2} \right] = ka^{k-1} \cdot 1(k)$ $\mathcal{Z}^{-1} \left[ \frac{z}{(z-a)^3} \right] = \frac{k(k-1)}{2} a^{k-2} \cdot 1(k)$

	$\mathcal{Z}^{-1} \left[ \frac{1}{z - a} \right] = a^{k-1} \cdot 1(k-1)$ $\mathcal{Z}^{-1} \left[ \frac{1}{(z - a)^2} \right] = (k-1)a^{k-2} \cdot 1(k-1)$ $\mathcal{Z}^{-1} \left[ \frac{1}{(z - a)^3} \right] = \frac{(k-1)(k-2)}{2} a^{k-3} \cdot 1(k-1)$
Trasformata Zeta di un segnale anticipato	$\mathcal{Z}[x(k+n)] = z^n \mathcal{Z}[x(k)] - \sum_{i=0}^{n-1} x(i)z^{n-i}$
Trasformata Zeta di un segnale ritardato	$\mathcal{Z}[x(k-n)] = z^{-n} \mathcal{Z}[x(k)] + \sum_{k=0}^{n-1} x(k-n)z^{-k}$ $\mathcal{Z}[x(k-n)](k-n) = z^{-n} \mathcal{Z}[x(k)]$
Antitrasformata Zeta di fratti complessi	$\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{c}{z-p} + \frac{\overline{c}}{z-\overline{p}}\right] = 2 c  p ^{k-1}\cos\left[\arg(p)(k-1) + \arg(c)\right] \cdot 1(k-1)$ $\mathcal{Z}^{-1}\left[c\frac{z}{z-p} + \overline{c}\frac{z}{z-\overline{p}}\right] = 2 c  p ^{k}\cos\left[\arg(p)k + \arg(c)\right] \cdot 1(k)$
Risposta all'impulso	$h(k) = \mathcal{Z}^{-1}[H(z)]$
Guadagno statico	K = H(1)
Metodo di Eulero in avanti	$s = \frac{z - 1}{T}$
Metodo di Eulero all'indietro	$s = \frac{z - 1}{Tz}$
Metodo di Tustin	$s = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1}$
Centro della stella degli asintoti	$\sigma_a = \frac{1}{n-m} \left( \sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i \right)$

Radici doppie	$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{s - p_i} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{s - z_i} = 0$
Angoli asintoti ( $K > 0$ )	$\vartheta_{a,\nu} = \frac{(2\nu + 1)\pi}{n - m}$
	$(\nu = 0, 1, \dots, n-m-1)$
Angoli asintoti ( $K < 0$ )	$\vartheta_{a,\nu} = \frac{2\nu\pi}{n-m}$
	$(\nu = 0, 1, \dots, n-m-1)$
Angoli di partenza (luogo diretto $K > 0$ )	$\begin{split} h \varphi_i &= \pi + \sum_{j=1}^m \arg(p_i - z_j) - \sum_{j \neq i} \arg(p_i - p_j) \mod 2\pi \\ mod \ 2\pi &= c 2\pi \ con \ c = 0,  \ h-1 \\ h &= molteplicit\`{a} \ del \ polo \end{split}$
Angoli di partenza (luogo inverso $K < 0$ )	$h\phi_i = \sum_{j=1}^m \arg(p_i - z_j) - \sum_{j \neq i} \arg(p_i - p_j) \mod 2\pi$ $mod \ 2\pi = c2\pi \ con \ c = 0,  \ h-1$ $h = molteplicità \ del \ polo$
Derivata generalizzata di ordine 1	$D^* f(t) = Df(t^+) + (f_+ - f) \delta(t)$
Derivata generalizzata di ordine 2	$D^{*2}f(t) = D^{2}f(t^{+}) + (Df_{+} - Df_{-})\delta(t) + (f_{+} - f_{-})\delta^{(1)}$
Tempo di assestamento CON $\delta$ e $\omega_n$	$T_a = \frac{3}{\delta \omega_n}$