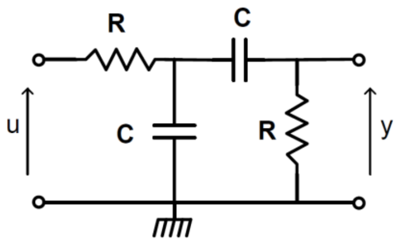
Parte A

1. [punti 4] Si consideri un sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$. Sia $(u, y) \in \mathcal{B}^*$ con $u(t) = 0,\ y(t) = 0\ \forall t < 0$.

Si dimostri che

1. $(D^* u, D^* y) \in \mathcal{B}^*$
2. $\left(\int_{0-}^{t} u(v)dv, \int_{0-}^{t} y(v)dv \right) \in \mathcal{B}^*$

2. [punti 5] La rete elettrica di figura definisce un sistema dinamico orientato da u (tensione all'ingresso) ad y (tensione all'uscita).



Di questo sistema si determini:
1. la funzione di trasferimento;
2. l'equazione differenziale;
3. gli zeri, i poli, i modi ed il guadagno statico.

3. [punti 4] Di un sistema dinamico è nota la risposta all'impulso $g(t) = 15e^{-2t} - 10te^{-2t} - 15e^{-4t}$. Determinare la risposta al gradino unitario $g_s(t)$ di tale sistema.

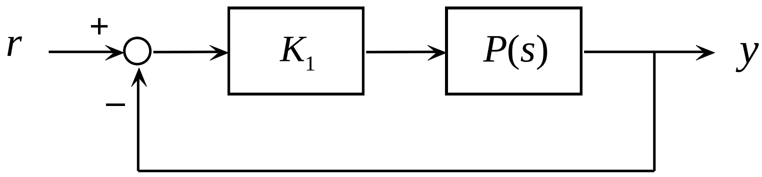
4. [punti 4] Sia $X(z)$ la trasformata zeta di un segnale a tempo discreto x. Presenta e dimostra la proprietà che lega $\frac{dX}{dz}$ a $X(z)$.

Parte B

5. [punti 5] Sia dato un sistema retroazionato con guadagno di anello $L(s) = 50\dfrac{(s+1)^2}{s^3(s+10)}$

1. Tracciare il diagramma polare di $L(j\omega)$ determinando le eventuali intersezioni con l'asse reale.
2. Studiare la stabilità del sistema retroazionato con il Criterio di Nyquist.

6. [punti 5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(s+2)}$.

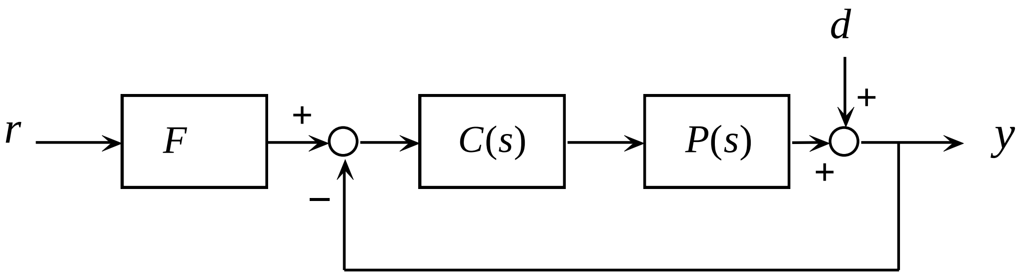
a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K_1 > 0$ e $K_1 < 0$ determinando gli asintoti e le eventuali radici doppie.

b. Determinare i valori di $K_1 \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

c. Determinare i valori di $K_1 \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato ha grado di stabilità $G_s \geq 0,2 \text{ s}^{-1}$.

d. Determinare il valore di K_1 che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K_1^* = \arg\max_{K_1 \in \mathbb{R}} G_s(K_1)$.

7. [punti 5] Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \dfrac{1}{s+4}$. Determinare un controllore $C(s)$ di ordine 4 (quattro) ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo $d(t) = 7\sin(2t) + 9\sin(t+5)$;
2. sistema retroazionato con poli dislocati in $-1, -2, -3, -5, -6$;
3. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.

8. [punti 4] Un sistema a tempo discreto, lineare e tempo invariante, ha in ingresso il segnale $u(k) = 1(k)$ e in uscita il segnale $y(k) = 2^k \cdot 1(k)$.

a) Calcola la funzione di trasferimento del sistema.
b) Calcola la risposta all'impulso del sistema.
c) Determina l'equazione alle differenze che descrive la relazione ingresso-uscita del sistema.