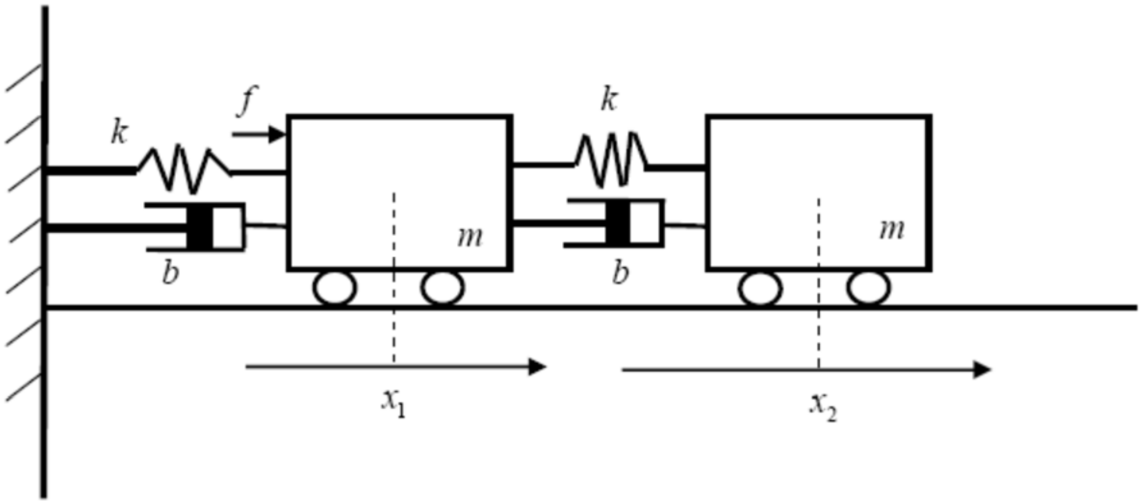
Parte A

1. [punti 4,5] Definire la stabilità asintotica interna per un sistema di controllo in retroazione. Enunciare e dimostrare una condizione necessaria e sufficiente che assicuri questa stabilità.
Fornire inoltre un esempio di sistema retroazionato asintoticamente stabile come sistema orientato dal segnale di comando all'uscita controllata ma non stabile internamente.

2. [punti 4,5] Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_1 (posizione del carrello di sinistra). In condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di Σ.

3. [punti 4,5] Determinare la risposta forzata $y(t)$ di un sistema dinamico avente funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{32}{(s+2)^3(s+4)}$ al segnale di ingresso $u(t) = t \cdot 1(t)$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

4. [punti 4,5] Sia Σ_d un sistema a tempo discreto descritto dalla funzione di trasferimento $H(z) = \dfrac{b(z)}{a(z)}$ con $a(z)$ e $b(z)$ polinomi coprimi fra loro. Presentare e dimostrare una condizione necessaria e sufficiente (in relazione ai poli del sistema) che assicuri la stabilità asintotica di Σ_d.

Parte B

5. [punti 4,5]
1) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{100(1-s)^2}{s(s+2)^3}$$

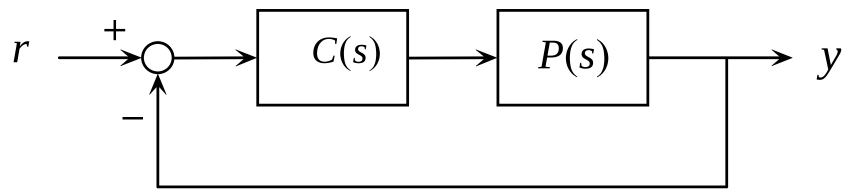
determinando in particolare l'asintoto e l'intersezione con l'asse reale negativo.
2) Utilizzando il Criterio di Nyquist si studino le radici dell'equazione caratteristica $1 + P(s) = 0$ (quante a parte reale negativa, quante puramente immaginarie, quante a parte reale positiva).

6. [punti 4,5] Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K\frac{1-s}{(s+1)^3(s+2)^2} = 0 \quad , \quad K \in [0, +\infty)$$

determinando in particolare asintoti e radici doppie.

7. [punti 4,5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s) = \frac{10}{(1+s)(1+0,4s)^2}$. Progettare un controllore con struttura di rete a ritardo e anticipo $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s) + \tau_{12} s}$ affinché il sistema retroazionato sia stabile asintoticamente con margine di fase $M_F = 45^\circ$ (si assuma $\frac{\tau_1}{\tau_2} = 10$).

8. [punti 4,5] Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = 1(k)$ di un sistema a tempo discreto con funzione di trasferimento $H(z) = \frac{z^2 + z + 1}{(z-1)\left(z + \frac{1}{2}\right)}$.