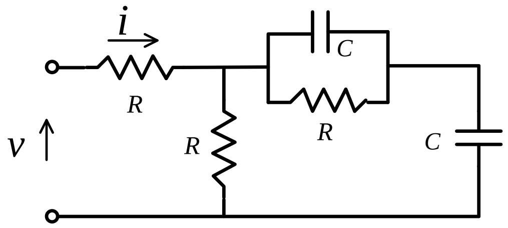
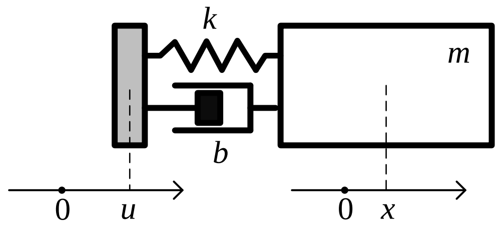
Parte A

1. [punti 7] La rete elettrica di figura definisca un sistema dinamico orientato dalla tensione v (ingresso) alla corrente i (uscita).



Di tale sistema si determini (per semplicità si definisce $T := RC$):
1) la funzione di trasferimento, 2) gli zeri, 3) i modi, 4) l'equazione differenziale.

2. [punti 5] Una parte meccanica di massa m che si muove su di una guida lineare orizzontale è attuata da un azionamento lineare programmabile che può imporre una posizione desiderata u (vedi figura sotto). Ipotizzando che il collegamento fra azionamento e massa sia descritto da una molla di costante elastica k e da un ammortizzatore di costante viscosa b **si determini l'equazione differenziale e la funzione di trasferimento** del sistema orientato da u (ingresso) ad x (uscita, posizione della massa m). Si ipotizza che in condizioni di quiete del dispositivo si abbia $u=0$ e $x=0$. **Si determini inoltre una condizione sui parametri** per la quale non si abbiano modi armonici del sistema.



3. [punti 6]
Si consideri un sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$. Sia $(u, y) \in \mathcal{B}^*$ con $u(t)=0,\ y(t)=0\ \forall t<0$. Si dimostri che

1. $(D^* u, D^* y) \in \mathcal{B}^*$
2. $\left(\int_{0-}^{t} u(v)dv, \int_{0-}^{t} y(v)dv \right) \in \mathcal{B}^*$

Parte B

4. [punti 6] Dato un sistema dinamico con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad \omega_n > 0,\ \delta \in (0,1)$$

sia nota la risposta al gradino unitario

$$g_s(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\delta^2}} e^{-\delta\omega_n t} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-\delta^2} \cdot t + \varphi\right),\ \varphi := \arccos(\delta)\ .$$

Dedurre la formula che esprime la sovraelongazione S in funzione del coefficiente di smorzamento del sistema.

5. [punti 7] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)[(s+1)^2+1]}$ determinare la risposta forzata $y(t)$, $t \geq 0$ al segnale di ingresso $u(t) = 1(t) + t \cdot 1(t)$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di tale risposta.

6. [punti 5] Dato un sistema dinamico con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{(s+10)[(s+1)^2+4.1]}{(s+4)^3[(s+2)^2+4][(s+1)^2+4]}$$

determinare:

1) i modi del sistema;

2) Sovraelongazione S, tempo di assestamento T_a, tempo di salita T_s in risposta (forzata) ad un gradino dell'ingresso (fare un calcolo approssimato utilizzando il concetto di poli dominanti).