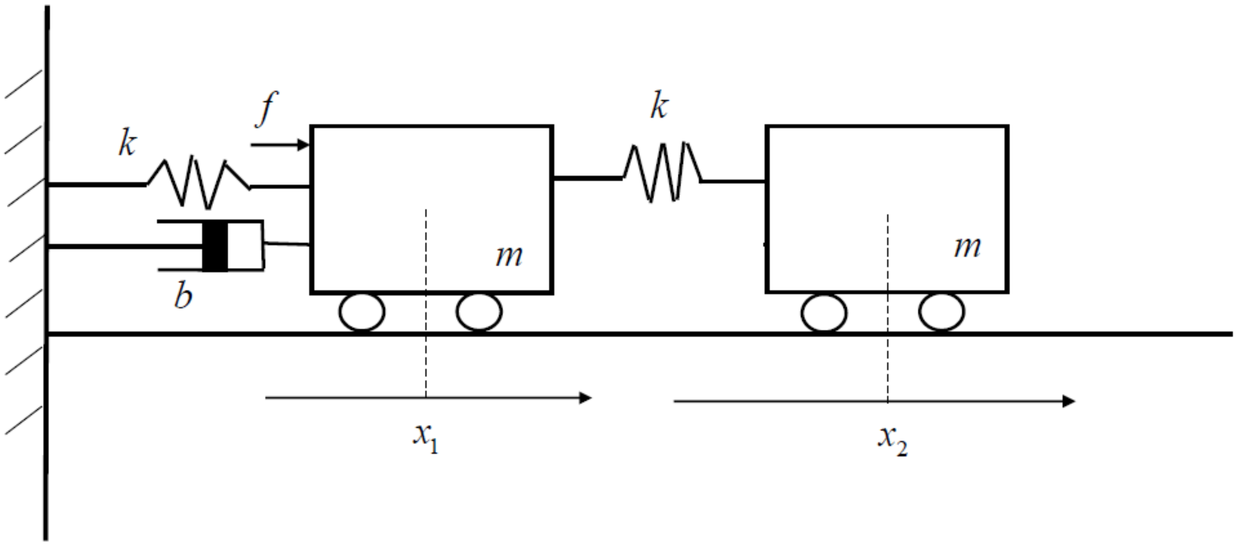
Parte A

1. [punti 4,5]
Sia dato un sistema in retroazione unitaria con guadagno di anello $L(s)$. Si presenti e discuta l'analisi a regime della risposta ai segnali tipici del riferimento.

2. [punti 4,5]
Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_1 (posizione del carrello di sinistra). In condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di Σ.
3. Determinare il guadagno statico e gli zeri di Σ.

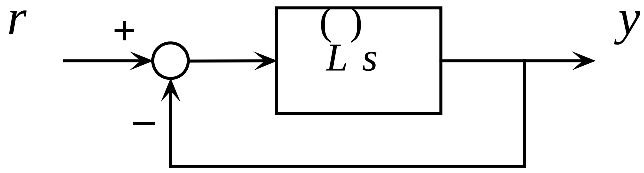
3. [punti 4,5]
Da una elaborazione di dati sperimentali su di un sistema dinamico è nota la risposta al gradino unitario $g_s(t) = \frac{1}{2} + e^{-t} - \frac{3}{2}e^{-2t}$.

a) Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema esprimendola nella forma standard con poli e zeri.

b) Determinare la risposta forzata $y(t),\ t \geq 0$ del sistema al segnale di ingresso $u(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ 1+t & \text{per } t \geq 0 \end{cases}$.

Parte B

4. [punti 4,5]
Sia dato il seguente sistema retroazionato

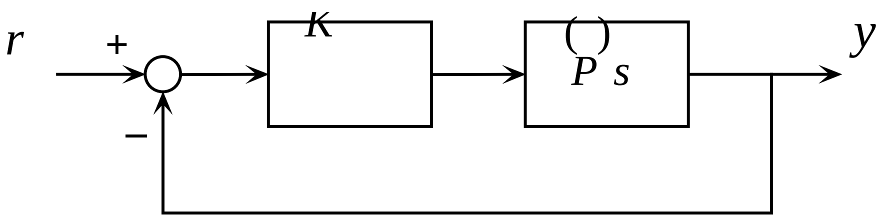


dove $L(s) = 8\dfrac{1-s}{(s+2)^3}$.

a) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $L(s)$ determinando in particolare l'intersezione con l'asse reale negativo.
b) Dimostrare mediante il criterio di Nyquist che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e determinare il corrispondente margine di ampiezza M_A.

5. [punti 4,5]
Presentare il metodo di Tustin per la discretizzazione dei controllori a tempo continuo. Giustificare la corrispondente formula di Tustin che permette di determinare la funzione di trasferimento zeta nota la funzione di trasferimento a tempo continuo. Includere una discussione sulla stabilità del controllore a tempo discreto così determinato.

6. [punti 4,5]
Sia dato il sistema in retroazione di figura

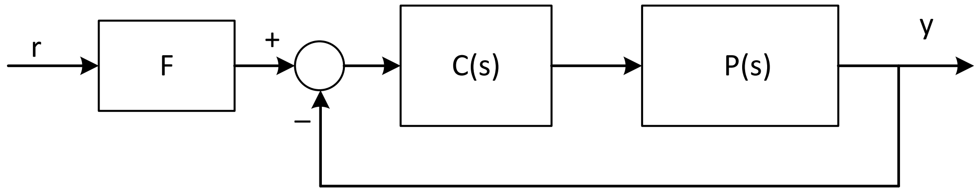


dove $P(s) = \dfrac{1}{s(s+4)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.
b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.
c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_S(K)$.

Parte C

7. [punti 4,5]
Sia dato il sistema di controllo schematizzato in figura



dove $P(s) = \dfrac{8}{(s+2)^4}$. Determinare un controllore con struttura di rete anticipatrice $C(s) = K\dfrac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$ ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché le seguenti specifiche siano soddisfatte:

a) $K_p = 3{,}5$ (costante di posizione del sistema retroazionato);

b) $M_F = 30°$ (margine di fase del sistema retroazionato);

c) $e_r = 0$ (errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento r).

8. [punti 4,5]
Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = 1(k)$ (gradino unitario) di un sistema a tempo discreto descritto dall'equazione alle differenze

$$y(k) + y(k-2) = u(k-1) + u(k-2) \ .$$