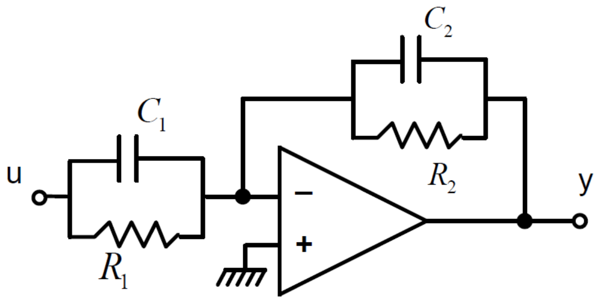
Parte A

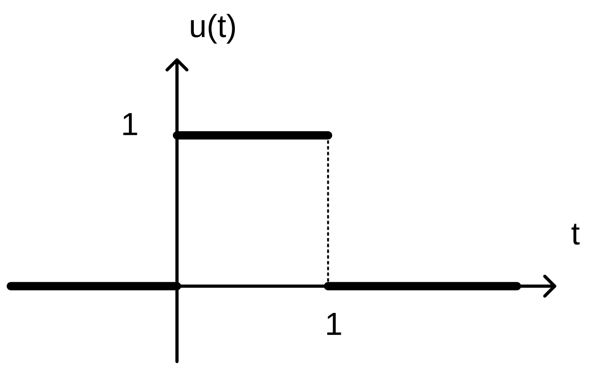
1. [punti 4] Definire la stabilità asintotica interna per un sistema di controllo in retroazione. Enunciare e dimostrare una condizione necessaria e sufficiente che garantisca questa particolare stabilità.
Fornire inoltre un esempio di sistema retroazionato asintoticamente stabile come sistema orientato dal segnale di comando all'uscita controllata ma non stabile internamente.

2. [punti 5] L'amplificatore operazionale di figura definisce un sistema dinamico orientato da u (tensione all'ingresso) ad y (tensione all'uscita).



Di questo sistema si determini:
1. la funzione di trasferimento;
2. l'equazione differenziale;
3. gli zeri, i poli, i modi ed il guadagno statico.

3. [punti 5] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{4}{(s+1)(s+2)}$ determinare la risposta forzata $y(t)$ al segnale di ingresso $u(t) = \begin{cases} 0 \ \text{per } t<0 \\ 1 \ \text{per } 0 \le t < 1 \\ 0 \ \text{per } t \ge 1 \end{cases}$ (vedi figura).



4. [punti 4] Un sistema a tempo discreto con ingresso $u(k)$ ed uscita $y(k)$ è definito dall'equazione alle differenze

$$a_2 y(k) + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_2 u(k) + b_1 u(k-1) + b_0 u(k-2) .$$

Considerando condizioni iniziali generali si determini la trasformata zeta dell'uscita $Y(z) \triangleq \mathcal{Z}[y(k)]$ (si ponga $u_{-1} \triangleq u(-1)$, $u_{-2} \triangleq u(-2)$, $y_{-1} \triangleq y(-1)$, $y_{-2} \triangleq y(-2)$ e $U(z) \triangleq \mathcal{Z}[u(k)]$).

Parte B

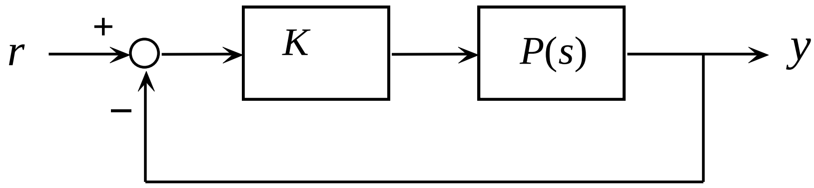
5. **[punti 4]** Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s) = 40\dfrac{s+5}{(s+1)(s+20)}$

Suggerimenti:

i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;

ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9:
$\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

6. **[punti 5]** Sia dato il sistema in retroazione di figura



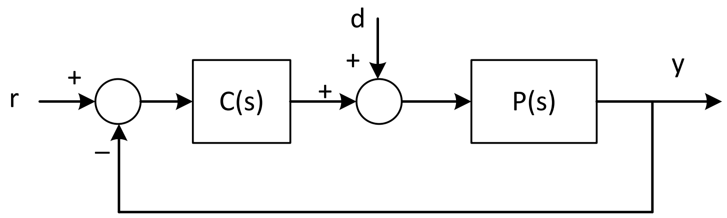
dove $P(s) = \dfrac{s+3}{s(s+2)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.

b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.

c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato:
$K^* = \arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_S(K)$.

7. **[punti 5]** Si consideri il sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \dfrac{10}{(s+2)^2}$. Progettare un controllore $C(s)$ di ordine minimo affinché si abbia

1) reiezione asintotica infinita di un disturbo costante all'ingresso dell'impianto controllato;

2) sovraelongazione $S = 0$ e tempo di assestamento $T_a \simeq 3$ sec. in risposta ad un gradino del riferimento (S e T_a da valutarsi in assenza di disturbo all'ingresso dell'impianto).

Con il controllore così progettato si determinino:

a) il margine di ampiezza M_A e quello di fase M_F del sistema retroazionato;

b) l'errore a regime e_∞ in risposta ad un gradino del riferimento.

8. **[punti 4]** Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = 2 \cdot 1(k)$ di un sistema a tempo discreto con funzione di trasferimento $H(z) = \dfrac{z^2+1}{(z+1)^2(2z+1)}$.