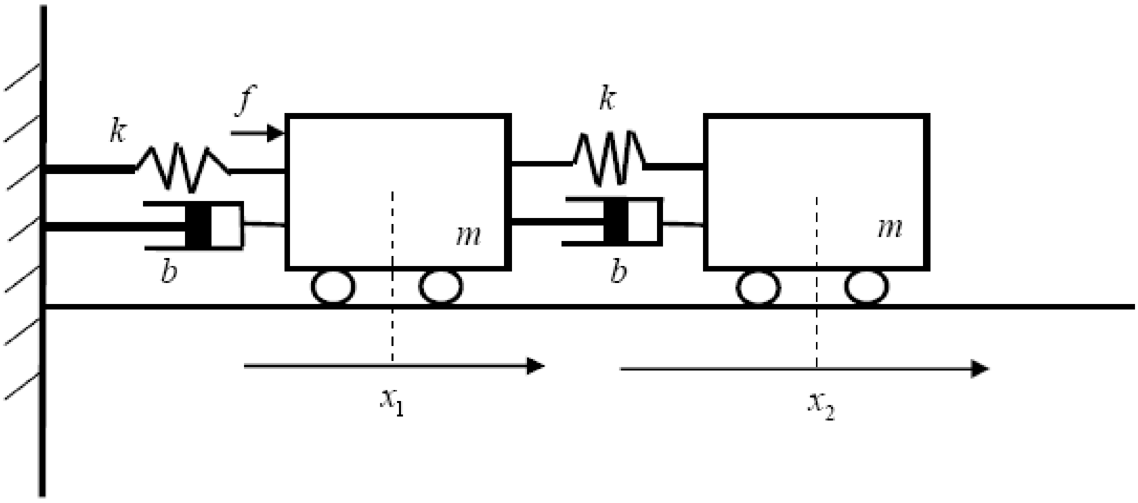
Parte A

1. [punti 4] Sia dato un sistema in retroazione unitaria con guadagno di anello L(s). Si presenti e si discuta l'analisi a regime della risposta ai segnali tipici del riferimento.

2. [punti 5] Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f forza applicata al carrello di sinistra ad x_2 posizione del carrello di destra (in condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$).



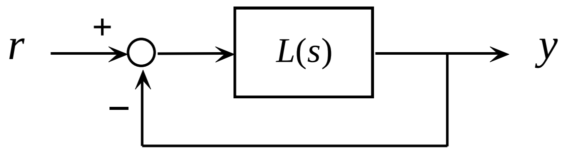
1. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
2. Scrivere l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
3. Dimostrare che il sistema è asintoticamente stabile per ogni valore positivo di m, k e b.

3. [punti 4] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta al gradino unitario $u(t) = 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{s-2}{(s+2)^3(s+1)}$.
Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

4. [punti 4] Presentare e dimostrare la formula di antitrasformazione zeta, ovvero l'espressione che determina la sequenza a tempo discreto $x(k)$ nota che sia $X(z) \triangleq \mathcal{Z}[x(k)]$.

Parte B

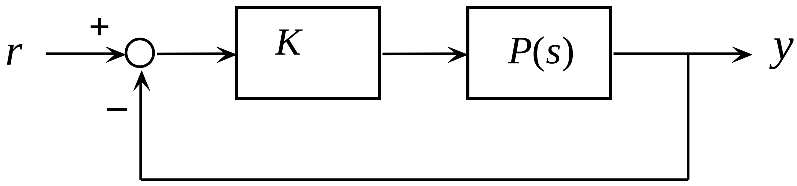
5. [punti 5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $L(s)=16\dfrac{1-s}{(s+2)^4}$.

a) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $L(s)$ determinando in particolare l'intersezione con l'asse reale negativo.
b) Dimostrare mediante il criterio di Nyquist che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e determinare il corrispondente margine di ampiezza M_A.

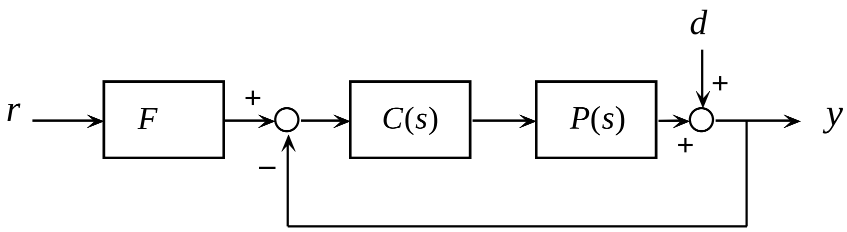
6. [punti 5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s)=\dfrac{1}{s(s+4)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K>0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.
b. Determinare i valori di $K\in\mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.
c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^*=\arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_S(K)$.

7. [punti 5] Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove $P(s)=\dfrac{1}{s+4}$. Determinare un controllore $C(s)$ di ordine 4 (quattro) ed il blocco algebrico $F\in\mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo $d(t)=7\sin(2t)+9\sin(t+5)$;
2. sistema retroazionato con poli dislocati in $-1,-2,-3,-5,-6$;
3. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.

8. [punti 4] Dato il sistema a tempo discreto definito dall'equazione

$$y(k)+0.5y(k-1)+0.5y(k-2)+0.5y(k-3)=u(k-3)$$

ed orientato da $u(k)$ (ingresso) a $y(k)$ (uscita) se ne studi la stabilità alle perturbazioni.