

## MODELLI E ALGORITMI PER IL SUPPORTO ALLE DECISIONI

### ESERCIZIO 1. (10 punti)

Si applichi l'algoritmo ungherese a un problema con questa tabella dei costi

$$T_0 =$$

	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
$a_1$	2	3	4	5	6
$a_2$	8	4	7	9	10
$a_3$	6	5	8	10	11
$a_4$	10	6	10	14	15
$a_5$	14	9	14	18	15

individuando un assegnamento ottimo e il relativo costo. Si risponda alle seguenti domande motivando la risposta:

- cosa succede se aumento di 1 il costo di  $(a_4, b_5)$ ?
- cosa succede se aumento di 1 il costo di tutte le coppie in cui è coinvolto  $a_4$ ?

**ESERCIZIO 2.** (6 punti) Si dimostri che l'algoritmo Double Spanning Tree è un algoritmo di 1-approssimazione per il problema TSP metrico.

**ESERCIZIO 3.** (9 punti) Si consideri un problema di albero di supporto a peso minimo su un grafo  $G = (V, E)$  di cui si è calcolato un albero di supporto ottimo  $T = (V, E_T)$ . Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **motivando la risposta**:

- se si aumenta di un'unità il costo di tutti gli archi, allora il costo minimo aumenta di  $|V| - 1$ ;
- se si aumenta di  $M$  unità il costo degli archi incidenti su un nodo, allora il costo minimo aumenta di  $M$  moltiplicato per il numero di archi in  $T$  che incidono su quel nodo;
- se un arco non fa parte dell'albero di supporto a peso minimo, allora ha costo più elevato di quello degli archi nell'albero di supporto ottimo  $T$ .

**ESERCIZIO 4.** (6 punti) Si illustri l'algoritmo di Dijkstra per il cammino a costo minimo, si spieghi il significato degli insiemi e delle funzioni che appaiono in esso. Si dica sotto quali ipotesi è corretto e se ne dia la complessità.