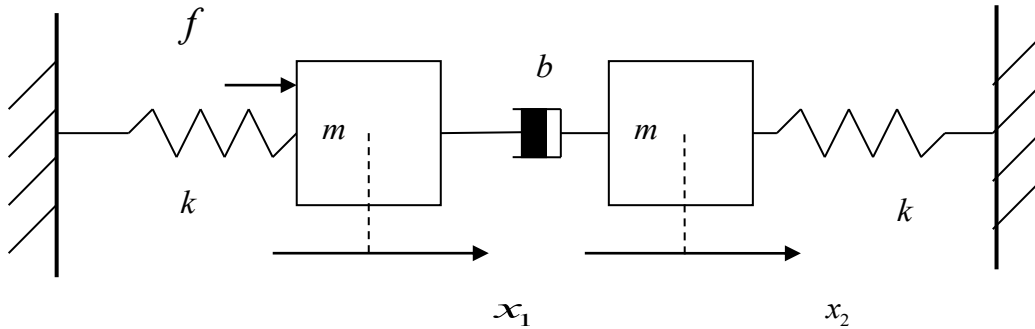


## Parte A

1. [punti 4,5] Sia dato un sistema in retroazione unitaria con guadagno di anello  $L(s)$ . Si presenti e discuta l'analisi a regime della risposta ai segnali tipici del riferimento.

2. [punti 4,5] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



caratterizzato da due molle di costante elastica  $k$  e due corpi di massa  $m$  accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente  $b$ . Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza  $f$  e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili  $x_1$  e  $x_2$  (quando il sistema è in quiete  $x_1 = x_2 = 0$ ).

- Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
- Determinare la funzione di trasferimento del sistema orientato dall'ingresso  $f$  all'uscita  $x_1$ .

3. [punti 4,5] Determinare l'evoluzione forzata  $y(t)$  in risposta al gradino unitario  $u(t) = 1(t)$  di un sistema con funzione di trasferimento  $G(s) = \frac{10}{(s+1)^4}$ .

Determinare inoltre il grado massimo di continuità di  $y(t)$  su  $\mathbb{R}$ .

4. [punti 4,5] Data un generico segnale a tempo discreto  $x(k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  determinare le trasformate zeta dei segnali ritardati e anticipati di  $n$  passi ( $n \in \mathbb{N}$ ),  $\mathcal{Z}\{x(k-n)\}$  e  $\mathcal{Z}\{x(k+n)\}$ .

## Parte B

### 5. [punti 4,5]

a) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento

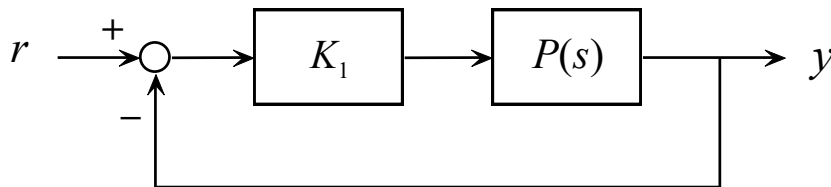
$$P(s) = \frac{10(1-s)^2}{s(s+1)^3}$$

determinando in particolare l'asintoto e l'intersezione con l'asse reale negativo.

b) Utilizzando il Criterio di Nyquist si studino le radici dell'equazione caratteristica  $1 + P(s) = 0$  (quante a parte reale negativa, quante puramente immaginarie, quante a parte reale positiva).

### 6. [punti 4,5]

Sia dato il sistema in retroazione di figura



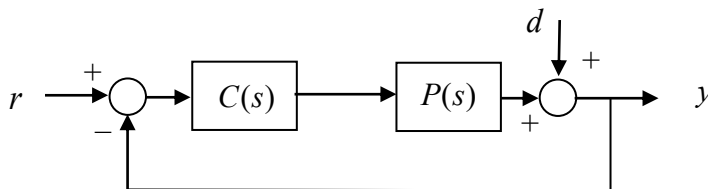
dove 
$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)(s+10)}.$$

- Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per  $K_1 > 0$  determinando in particolare gli asintoti e le radici doppie.
- Determinare i valori di  $K_1 \in \mathbb{R}$  per i quali il sistema retroazionato ha grado di stabilità  $G_s \geq 2 \text{ s}^{-1}$ .
- Determinare il valore di  $K_1$  che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato:

$$K_1^* = \arg \max_{K_1 \in \mathbb{R}} \zeta(K_1).$$

### 7. [punti 4,5]

Sia dato il seguente sistema



dove 
$$P(s) = \frac{9}{s+5}.$$

Determinare un controllore proprio di ordine minimo  $C(s)$  affinché le seguenti specifiche siano soddisfatte:

- reiezione infinita asintotica al disturbo composito  $d(t) = 5 + 11 \cdot \cos(3t + 2)$ ;
- costante di velocità  $K_v = 4$ ;
- sistema retroazionato asintoticamente stabile con tre poli dominanti in  $-2, -2 \pm j$ .

### 8. [punti 4,5]

Un sistema a tempo discreto, orientato dall'ingresso  $u$  all'uscita  $y$ , è descritto dalla seguente equazione alle differenze

$$y(k) - 8y(k+2) + 16y(k+4) = 16u(k+4) + 16u(k+1).$$

- Determinare la funzione di trasferimento del sistema.
- Verificare la stabilità asintotica del sistema applicando il criterio di Jury.