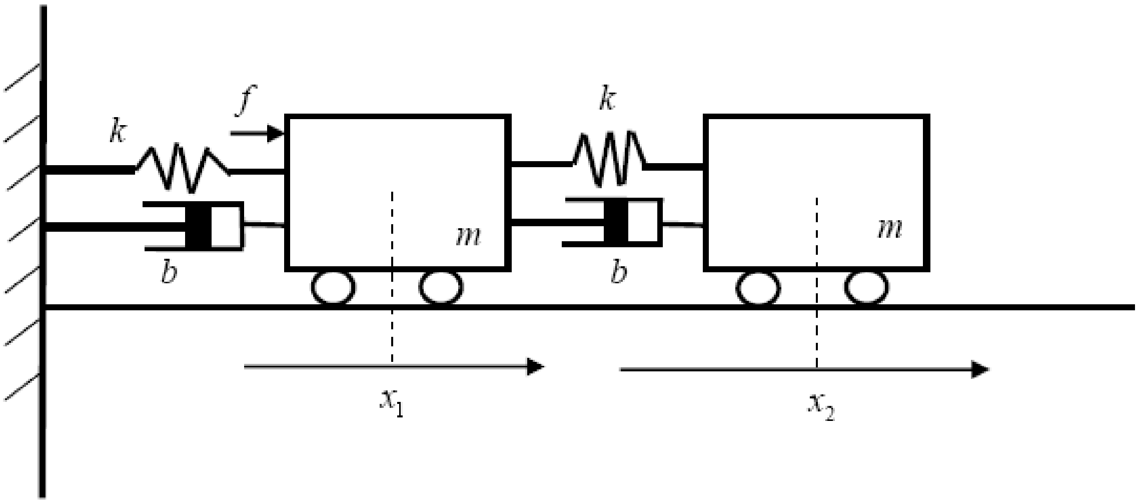
## Parte A

**1. [punti 4,5]** Definire la stabilità asintotica interna per un sistema di controllo in retroazione. Enunciare e dimostrare una condizione necessaria e sufficiente che garantisca questa particolare stabilità.
Fornire inoltre un esempio di sistema retroazionato asintoticamente stabile come sistema orientato dal segnale di comando all'uscita controllata ma non stabile internamente.

**2. [punti 4,5]** Due carrelli di massa $m$ collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico $\Sigma$ orientato da $f$ (forza applicata al carrello di sinistra) ad $x_1$ (posizione del carrello di sinistra). In condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.




1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di $\Sigma$.
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di $\Sigma$.
3. Verificare che $\Sigma$ è asintoticamente stabile per ogni valore di $m, b, k > 0$.

**3. [punti 4,5]** Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{2s^2+1}{s^2+3s+2}$ determinare la risposta forzata $y(t),\ \ t \in [0, +\infty)$ al segnale di ingresso $u(t) = (1+t) \cdot 1(t)$.

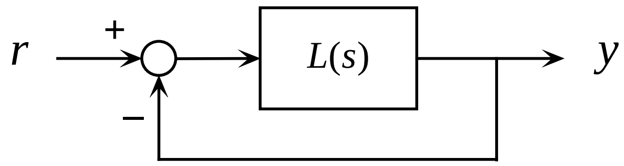
**4. [punti 4,5]** Un sistema a tempo discreto con ingresso $u(k)$ ed uscita $y(k)$ è definito dall'equazione alle differenze

$$a_2 y(k) + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_2 u(k) + b_1 u(k-1) + b_0 u(k-2)\,.$$

Considerando condizioni iniziali generali si determini la trasformata zeta dell'uscita $Y(z) \triangleq \mathcal{Z}\left[y(k)\right]$(si ponga $u_{-1} \triangleq u(-1)$, $u_{-2} \triangleq u(-2)$, $y_{-1} \triangleq y(-1)$, $y_{-2} \triangleq y(-2)$ e $U(z) \triangleq \mathcal{Z}\left[u(k)\right]$).

**Parte B**

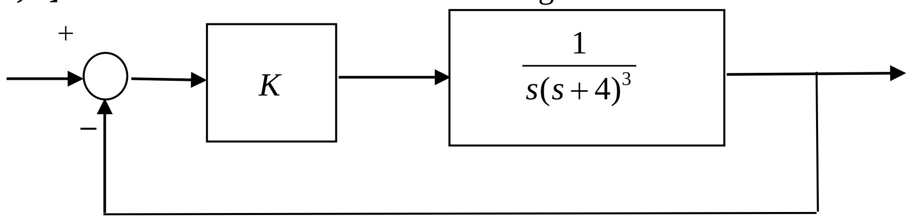
**5. [punti 4,5 ]** Sia dato il seguente sistema retroazionato




dove $L(s) = 10 \cdot \dfrac{1+10s}{(s+1)(s+2)(s+3)}$.

1. Tracciare il diagramma polare di $L(j\omega)$ determinando le eventuali intersezioni con l'asse reale.
2. Studiare mediante il criterio di Nyquist la stabilità del sistema retroazionato.

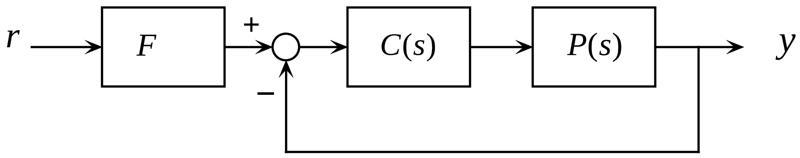
**6. [punti 4,5 ]** Sia dato il sistema retroazionato di figura




dove $K \in \mathbb{R}_+$.

1) Determinare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K \in (0, +\infty)$ determinando in particolare asintoti e radici doppie.
2) Determinare l'insieme dei valori $K \in \mathbb{R}_+$ per i quali sussiste la stabilità asintotica del sistema retroazionato.
3) Relativamente al luogo delle radici di cui al punto 1) determinare l'intersezione del luogo con l'asse immaginario.

**7. [punti 4,5** ] Sia dato lo schema di sistema di controllo in figura dove $P(s) = \dfrac{10}{(s+2)(s+5)(s+10)}$.




Determinare un controllore dinamico $C(s)$ con struttura di rete anticipatrice ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. costante di posizione $K_p = 19$,
2. margine di ampiezza $M_A = 2$,
3. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.

**8. [punti 4,5** ] Sia dato un sistema a tempo discreto con funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{z^2 - z - 1}{(z-1)\left(z + \frac{1}{2}\right)}.$$

a) Determinare l'equazione alle differenze che caratterizza il sistema.
b) Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = k \cdot 1(k)$.