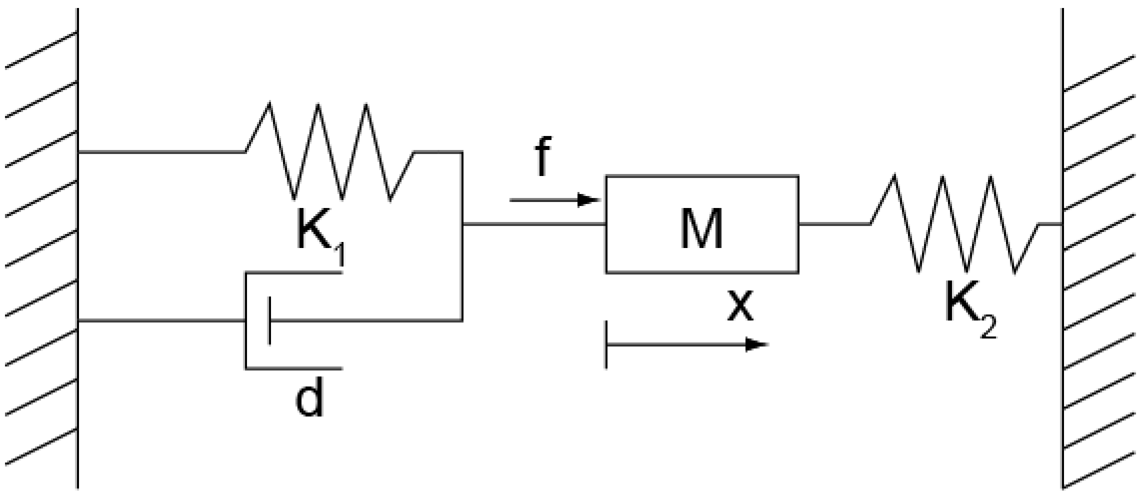
Parte A

1. [punti 5] Si presentino e si dimostrino le formule di inversione per la sintesi in frequenza delle reti correttrici. Si esponga inoltre come utilizzare tali formule per la sintesi della rete **ritardatrice** con imposizione del **margine di fase** M_F .

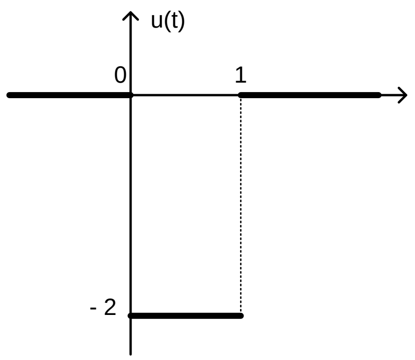
2. [punti 5] Sia dato il seguente sistema meccanico



dove x rappresenta la posizione della massa rispetto ad un sistema di riferimento orizzontale, scelto in modo tale che per x=0 il sistema si trovi in equilibrio, K_1 e K_2 sono le costanti delle due molle, d la constante dello smorzatore e f è una forza esterna agente sulla massa.

1) Determinare l'equazione differenziale che determina il moto della massa.
2) Determinare la funzione di trasferimento $P(s)$ tra la forza f e la posizione della massa x
3) Posto $m = 1\text{kg}$, $K_1 = K_2 = 5\text{N/m}$, $d = 2\text{Ns/m}$, tracciare i diagrammi di Bode (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi) della risposta armonica di $P(s)$ e calcolare la pulsazione di risonanza del sistema.

3. [punti 4] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{8}{(s+1)(s+2)}$ determinare la risposta forzata $y(t),\ t \in [0, +\infty)$ al segnale di ingresso definito in figura:



4. [punti 4] Data un generico segnale a tempo discreto $x(k)$, $k \in \mathbb{Z}$ determinare le trasformate zeta dei segnali ritardati e anticipati di n passi ($n \in \mathbb{N}$), $\mathcal{Z}[x(k-n)]$ e $\mathcal{Z}[x(k+n)]$.

Parte B

5. [punti 5] Dato un sistema retroazionato con guadagno di anello

$$L(s) = 100\frac{(s+1)^2}{s^3(s+10)}$$

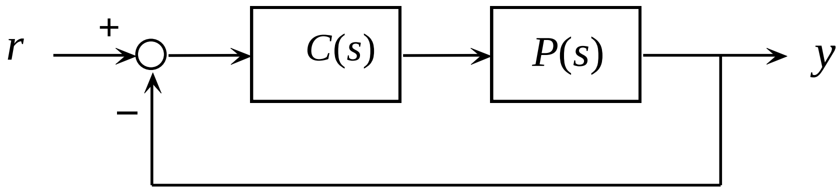
1. Tracciare il diagramma polare di $L(j\omega)$ determinando le eventuali intersezioni con l'asse reale.
2. Studiare la stabilità del sistema retroazionato con il Criterio di Nyquist.

6. [punti 4] Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K\frac{1-s}{(s+1)^3(s+2)^2} = 0 \quad , \quad K \in [0, +\infty)$$

determinando in particolare asintoti e radici doppie.

7. [punti 5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s) = \dfrac{s-1}{s^2+2s+2}$. Progettare un controllore $C(s)$ di ordine minimo affinché in risposta ad un gradino del segnale di comando si abbia: 1) l'errore a regime nullo; 2) tempo di assestamento $T_a \simeq 9$ secondi ; 3) sovraelongazione $S \simeq 0$%.

8. [punti 4] Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = 1(k)$ (gradino unitario) di un sistema a tempo discreto descritto dall'equazione alle differenze

$$y(k) + \frac{1}{4}y(k-1) - \frac{1}{8}y(k-2) = u(k) + 4u(k-1) + 4u(k-2) \ .$$