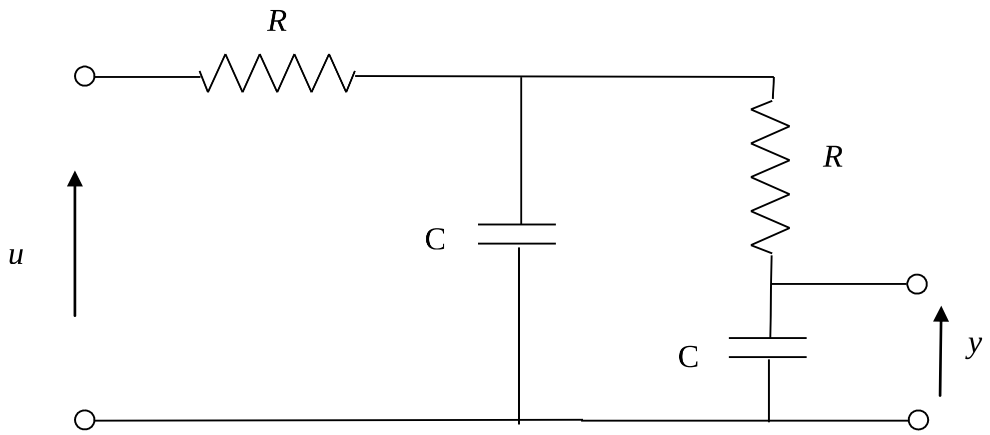
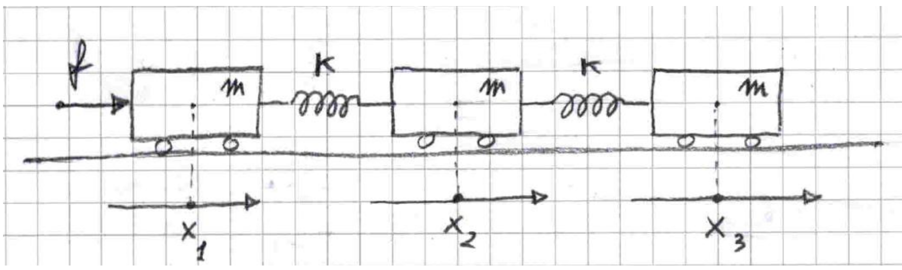
Parte A

1. [punti 6] La rete elettrica di figura definisca un sistema dinamico orientato dalla tensione u (ingresso) alla tensione y (uscita).



Di questo sistema si determini: 1) la funzione di trasferimento, 2) i modi, 3) l'equazione differenziale.

2. [punti 6] Tre carrelli, ciascuno di massa m, e collegati fra di loro con molle di costante elastica pari a k come mostrato in figura costituiscano un sistema dinamico orientato da f ad x_1, rispettivamente forza applicata e posizione del carrello di sinistra. Nelle condizioni iniziali di quiete e con le molle a riposo si abbia $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ e $x_3 = 0$. Trascurando gli attriti si determinino l'equazione differenziale e la funzione di trasferimento di tale sistema.

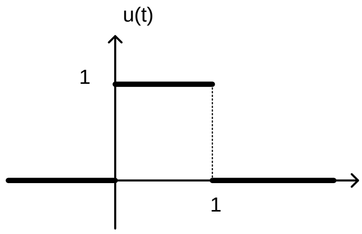


3. [punti 6]
Dimostrare le seguenti proprietà della trasformata di Laplace:
1. $L[Df(t)] = sF(s) - f(0+)$;
2. $L\left[\int_0^t f(v)dv\right] = \frac{1}{s}F(s)$;
3. $L[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}}$.

Parte B

4. [punti 6] Sia dato un generico sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$.
Note le condizioni iniziali al tempo $0-$ come $y_-, Dy_-, \ldots, D^{n-1}y_-$ e $u_-, Du_-, \ldots, D^{m-1}u_-$ e l'azione forzante $u(t),\ t \geq 0$, determinare la trasformata di Laplace della risposta $y(t),\ t \geq 0$.
Nota: riportare i ragionamenti e i passaggi che permettono l'individuazione dell'espressione $Y(s)$ cercata.

5. [punti 6] Un sistema dinamico abbia funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)^2}$. A partire da condizioni di quiete venga applicato l'ingresso $u(t)$ definito in figura. Determinare $y(t)$ per $t \geq 0$.



6. [punti 6] Un sistema dinamico ha funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{s+3}{(s+1)(s+2)}$. L'ingresso applicato è $u(t) = 0$ per ogni $t \geq 0$ e dell'uscita si conosce che $y(0+) = 0$ e $Dy(0+) = 1$.
Determinare $y(t)$ per $t \geq 0$.