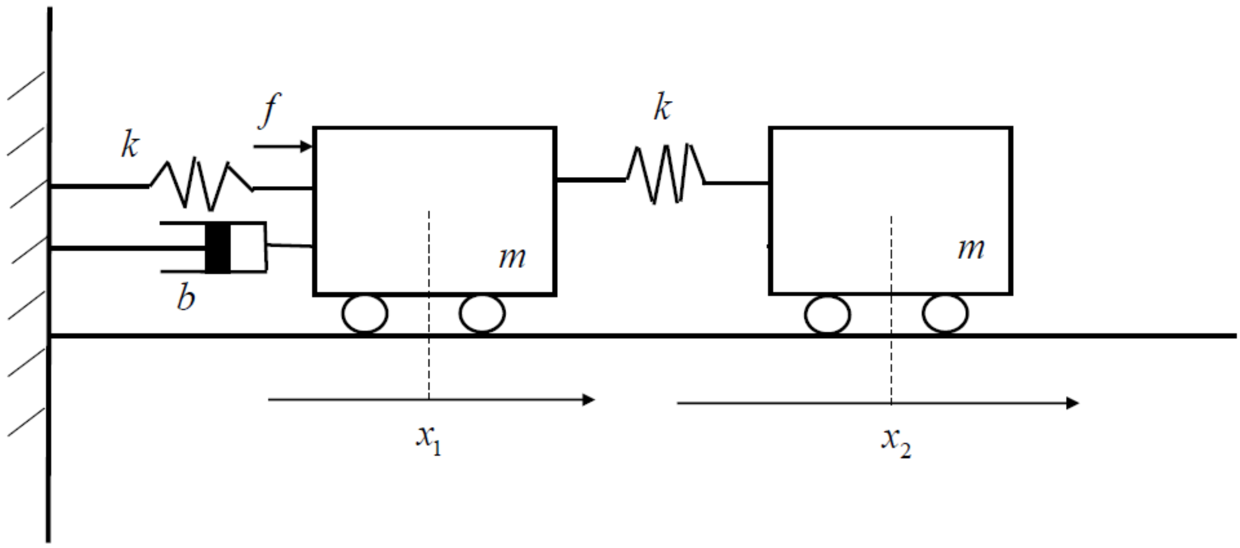
Parte A

1. [punti 4] Presentare e dimostrare le formule di inversione per la sintesi in frequenza delle reti correttrici. Si esponga inoltre il metodo delle formule di inversione per la sintesi della rete **anticipatrice** con imposizione del **margine di ampiezza** M_A .

2. [punti 4] Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_1 (posizione del carrello di sinistra). In condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di Σ.
3. Determinare il guadagno statico e gli zeri di Σ.

3. [punti 5] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \frac{1}{s+1}$, a partire da condizioni iniziali nulle, determinarne la risposta $y(t),\ t \in [0,+\infty)$ al segnale di ingresso così definito:

$$u(t) = \begin{cases} 1+2t & 0 \le t < 1 \\ t-1 & t \ge 1 \end{cases}$$

4. [punti 4] Presentare e dimostrare la formula di antitrasformazione zeta, ovvero l'espressione che determina la sequenza a tempo discreto $x(k)$ nota che sia $X(z) \triangleq \mathcal{Z}[x(k)]$.

Parte B

5. [punti 4]

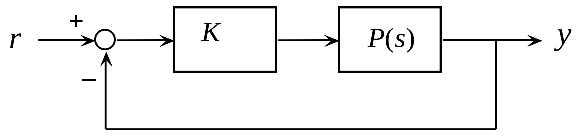
1) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{100(1-s)^2}{s(s+2)^3}$$

determinando in particolare l'asintoto e l'intersezione con l'asse reale negativo.

2) Utilizzando il Criterio di Nyquist si studino le radici dell'equazione caratteristica $1+P(s)=0$ (quante a parte reale negativa, quante puramente immaginarie, quante a parte reale positiva).

6. [punti 5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



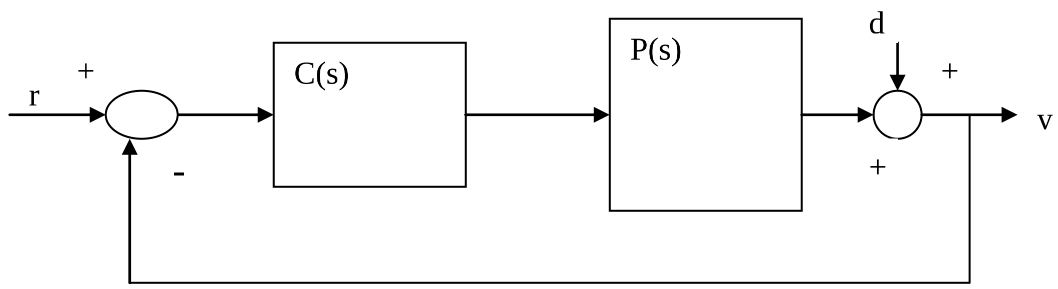
dove $P(s) = \dfrac{s+3}{s(s+2)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.

b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.

c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_S(K)$.

7. [punti 5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $P(s) = \dfrac{10}{s+5}$. Progettare un controllore C(s) proprio affinché:

a) Il sistema sull'uscita controllata y abbia reiezione infinita (asintoticamente) del disturbo armonico $d(t) = 3{,}5\ \mathrm{sen}(2t)$.

b) Il sistema retroazionato sia asintoticamente stabile con poli dominanti $-10 \pm j2$.

8. [punti 5] Sia dato il sistema a tempo discreto definito dall'equazione

$$16y(k+13) - 12y(k+12) + y(k+10) = 16u(k+11) + 16u(k+10),\ k \in \mathbb{Z}$$

ed orientato da $u(k)$ (ingresso) a $y(k)$ (uscita).

1) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.

2) Studiare la stabilità alle perturbazioni del sistema.