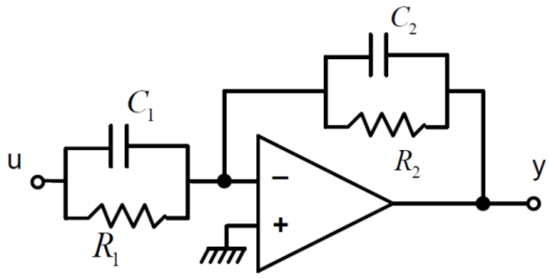
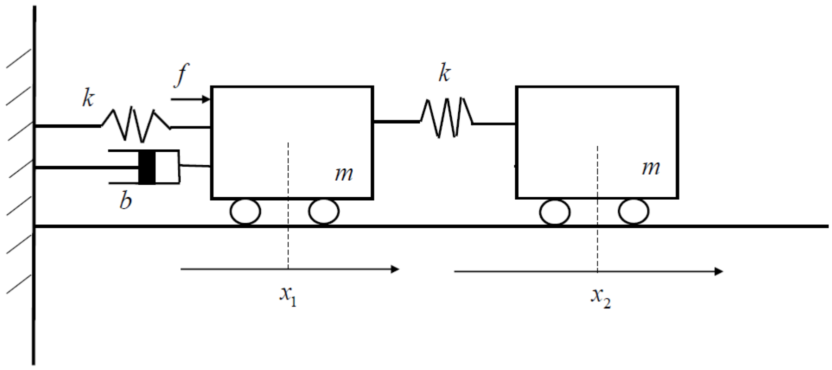
Parte A

1. [punti 5] L'amplificatore operazionale di figura definisce un sistema dinamico orientato da u (tensione all'ingresso) ad y (tensione all'uscita).



Di questo sistema si determini:
1. la funzione di trasferimento;
2. l'equazione differenziale;
3. gli zeri, i poli, i modi ed il guadagno statico.

2. [punti 6] Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_2 (posizione del carrello di destra). In condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di Σ.
3. Studiare mediante il criterio di Routh la stabilità di Σ.

3. [punti 5] Sia dato un generico sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$.

Note le condizioni iniziali al tempo $0-$ come $y_-, Dy_-, \dots, D^{n-1}y_-$ e $u_-, Du_-, \dots, D^{m-1}u_-$ e l'azione forzante $u(t),\ t \geq 0$, determinare la trasformata di Laplace della risposta $y(t),\ t \geq 0$.
Nota: riportare i ragionamenti ed i passaggi che permettono l'individuazione dell'espressione $Y(s)$ cercata.

4. [punti 4] Si consideri un sistema dinamico avente il seguente polinomio caratteristico

$$a(s) = s^7 + s^6 + s^5 + s^4 - s^3 - s^2 - s - 1.$$

Determinare per questo polinomio il numero delle radici a parte reale positiva (n_+), a parte reale nulla (n_0) ed a parte reale negativa (n_-). Determinare inoltre il tipo di stabilità (o instabilità) del sistema considerato.

Parte B

5. [punti 5] Sia dato un sistema dinamico con funzione di trasferimento

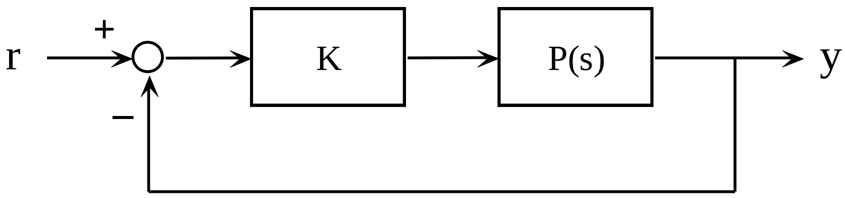
$$G(s)=\frac{(s+10)[(s+2)^2+4{,}1]}{(s+7)^3(s+6)^2[(s+4)^2+9][(s+2)^2+4]}$$

e di questo si determinino:

1. i modi;
2. la generica risposta libera $y_{\text{lib.}}(t)$ (ovvero la famiglia tutte le possibili risposte libere);
3. il tempo di assestamento T_a, il tempo di salita T_s e la sovraelongazione S della risposta al gradino (questi parametri vengano stimati sulla base del concetto di poli dominanti).

6. [punti 6] Da una elaborazione di dati sperimentali su di un sistema dinamico è nota la risposta al gradino unitario $g_s(t)=1-2e^{-t}+e^{-2t},\ t\geq 0$. Determinare la risposta forzata del sistema $y(t),\ t\geq 0$ al segnale di ingresso $u(t)=t^2 1(t)$.

7. [punti 5] Dato il sistema retroazionato di figura



dove $P(s)=\dfrac{1}{s(s+1)^4}$, determinare l'insieme dei valori $K\in\mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.