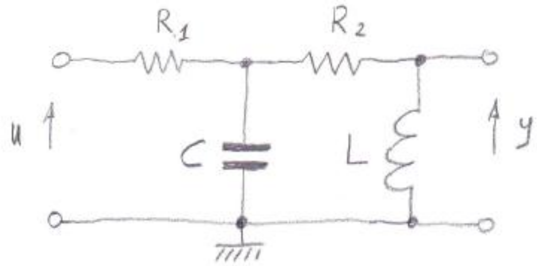
Parte A

1. [punti 4] Fornire una definizione generale di margine di ampiezza M_A e margine di fase M_F per un sistema retroazionato asintoticamente stabile. Giustificare tali definizioni enunciando e dimostrando le pertinenti proprietà geometriche. Definire una procedura per il calcolo di M_A ed M_F nel caso di intersezioni multiple del diagramma polare con l'asse reale negativo e con la circonferenza unitaria.

2. [punti 4] Il circuito elettrico di figura definisca un sistema dinamico orientato da u (tensione elettrica) ad y (tensione elettrica).



Determinare per questo sistema:
1. la funzione di trasferimento;
2. l'equazione differenziale;
3. il guadagno statico.

3. [punti 4] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta al gradino unitario $u(t) = 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)^3(s+2)}$. Determinare inoltre la classe di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

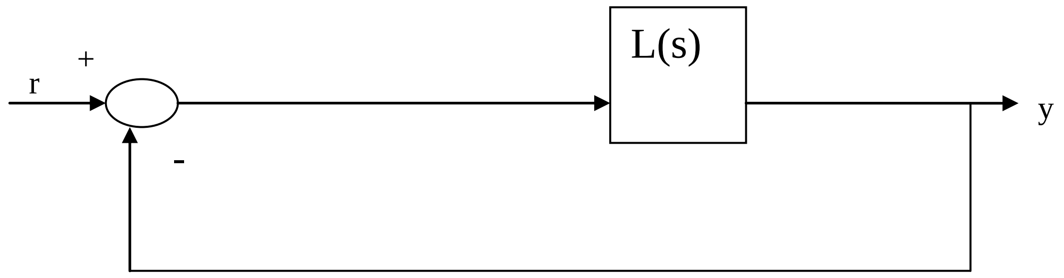
4. [punti 5] Un sistema a tempo discreto con ingresso $u(k)$ ed uscita $y(k)$ è definito dall'equazione alle differenze

$$a_2 y(k) + a_1 y(k-1) + a_0 y(k-2) = b_2 u(k) + b_1 u(k-1) + b_0 u(k-2).$$

Considerando condizioni iniziali generali si determini la trasformata zeta dell'uscita $Y(z) \triangleq \mathcal{Z}\left[y(k)\right]$(si ponga $u_{-1} \triangleq u(-1)$, $u_{-2} \triangleq u(-2)$, $y_{-1} \triangleq y(-1)$, $y_{-2} \triangleq y(-2)$ e $U(z) \triangleq \mathcal{Z}\left[u(k)\right]$).

Parte B

5. [punti 5] Sia dato il seguente sistema retroazionato

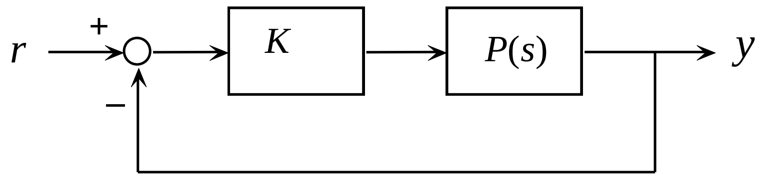


dove $L(s) = 100\dfrac{(1-s)^2}{(s+1)^2(s+10)^2}$.

a) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $L(s)$ determinando in particolare le intersezioni con l'asse reale negativo.

b) Studiare la stabilità del sistema retroazionato mediante il criterio di Nyquist.

6. [punti 5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



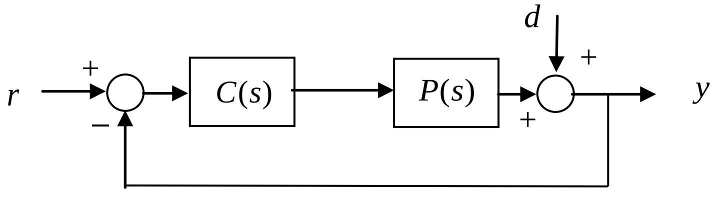
dove $P(s) = \dfrac{1}{s(s+2)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.

b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.

c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_S(K)$.

7. [punti 5] Sia dato il seguente sistema



dove $P(s) = \dfrac{9}{s+5}$.

Determinare un controllore proprio di ordine minimo $C(s)$ affinché le seguenti specifiche siano soddisfatte:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo composito $d(t) = 5 + 11 \cdot \cos(3t+2)$;
2. costante di velocità $K_v = 4$;
3. sistema retroazionato asintoticamente stabile con tre poli dominanti in $-2, -2 \pm j$.

8. [punti 4] Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = 1(k)$ (gradino unitario) di un sistema a tempo discreto descritto dall'equazione alle differenze

$$y(k) - \frac{1}{4} y(k-2) = u(k) + u(k-2) \ .$$