

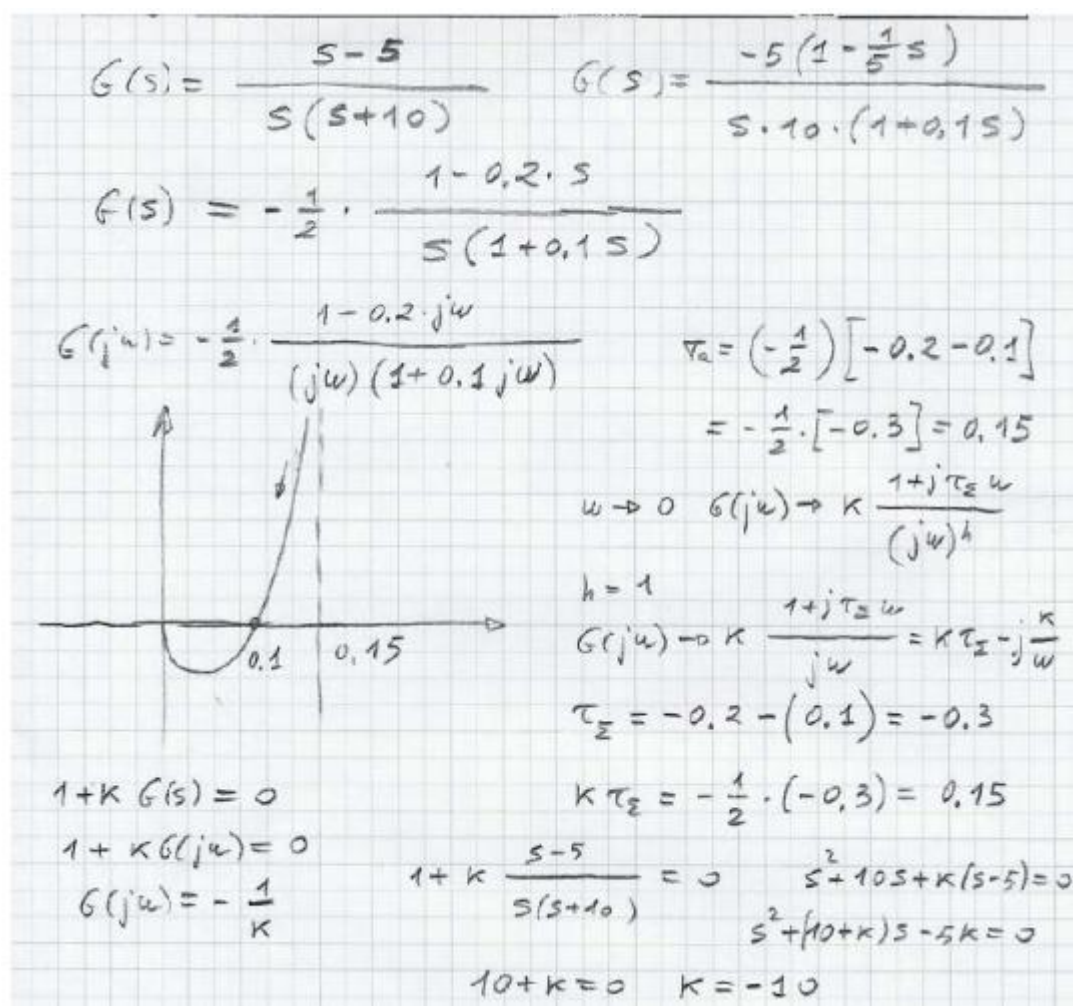
(questo ha sia nyquist che bode)

2. [punti 6] Data la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{s-5}{s(s+10)}$ tracciarne

1) il diagramma di Nyquist con determinazione dell'asintoto e dell'intersezione con l'asse reale;

2) i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi).

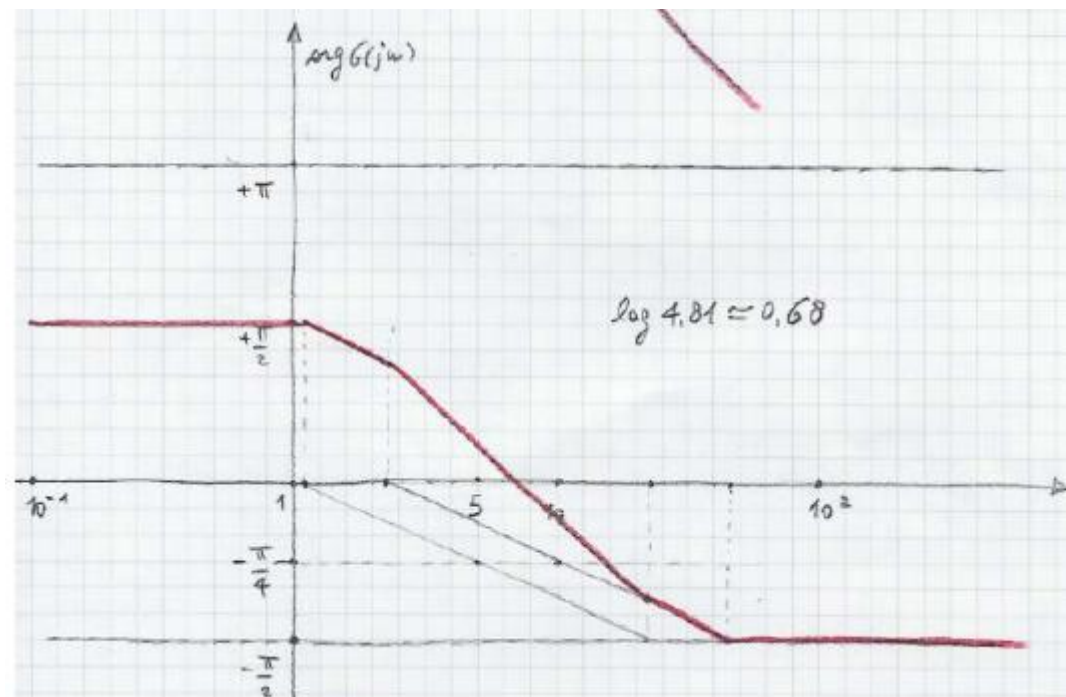
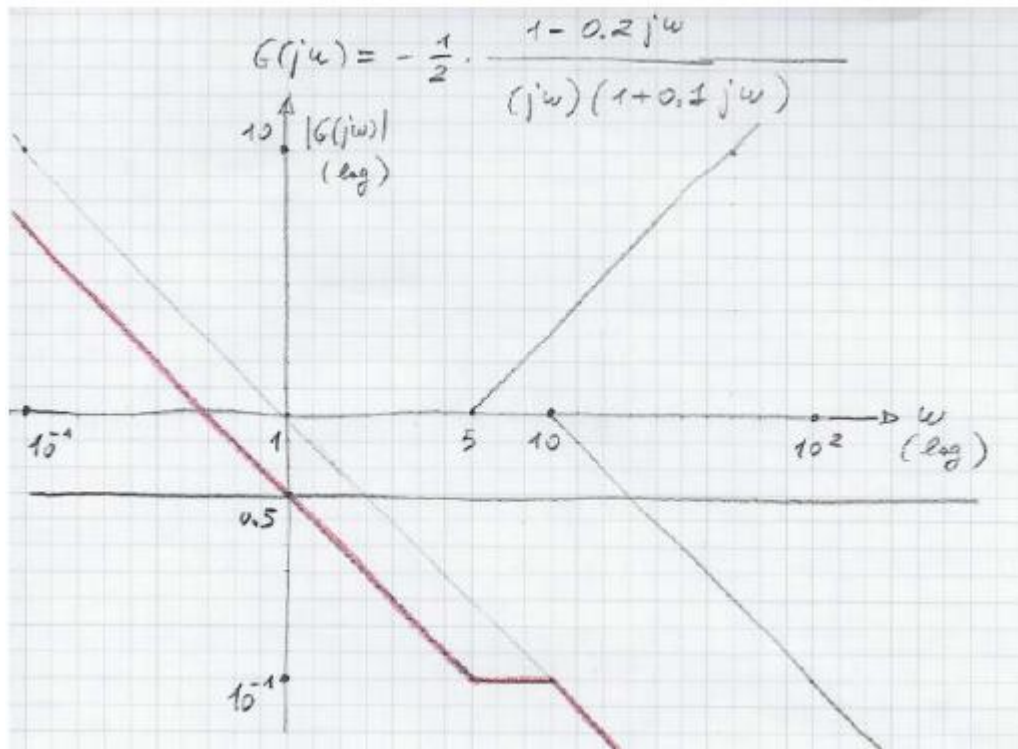
Suggerimento per il tracciamento dei diagrammi di Bode: si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo per una decade delle pulsazioni. Si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9: $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.



$$\Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$s^2 = 5K = -50 \quad s = \pm j\sqrt{50}$$

$$\omega = \sqrt{50} \text{ rad/s} = 7,07 \text{ rad/s}$$



Questo ha sia nyquist che bode

2. [punti 6] Data la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{100s}{(s+1)(s+10)^2}$ tracciarne 1) il diagramma di Nyquist determinando le tangenti al diagramma per $\omega \rightarrow 0^+$ e $\omega \rightarrow +\infty$ e l'eventuale intersezione con l'asse reale (positivo o negativo); 2) i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi).

Suggerimento per il tracciamento dei diagrammi di Bode: si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo per una decade delle pulsazioni. Si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9: $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

$$G(s) = \frac{100s}{(1+s)10^2(1+0.1s)^2} = \frac{s}{(1+s)(1+0.1s)^2}$$

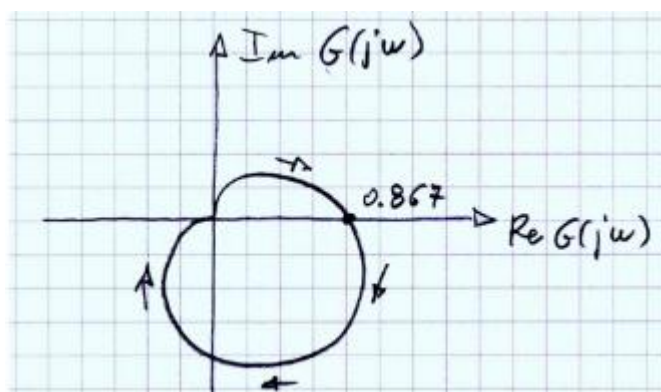
$$G(j\omega) = \frac{j\omega}{(1+j\omega)(1+0.1j\omega)^2}$$

$$\arg G(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg \omega - 2 \arctg 0.1\omega$$

$$|G(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{1+\omega^2} \cdot (1+0.01\omega^2)}$$

$$\omega \rightarrow 0^+ \quad \arg G(j\omega) \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad |G(j\omega)| \rightarrow 0$$

$$\omega \rightarrow +\infty \quad \arg G(j\omega) \rightarrow -\pi \quad |G(j\omega)| \rightarrow 0$$



determinazione dell'intersezione con l'asse reale positiva:

$1 + K G(s) = 0$ abbia radici puramente immaginarie

$$1 + K \frac{100s}{(s+1)(s+10)^2} = 0 \quad \text{Sia } \eta := 100K$$

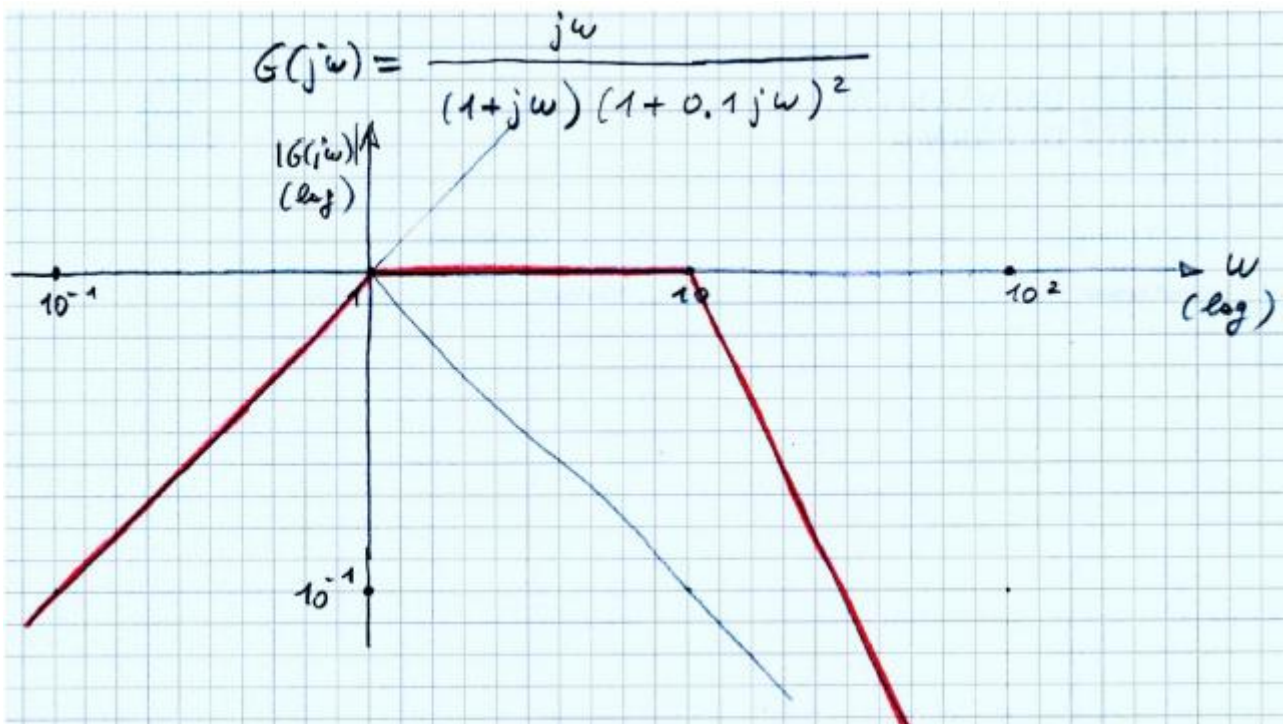
$$(s+1)(s+10)^2 + \eta s = 0 \quad s^3 + 21s^2 + (120 + \eta)s + 100 = 0$$

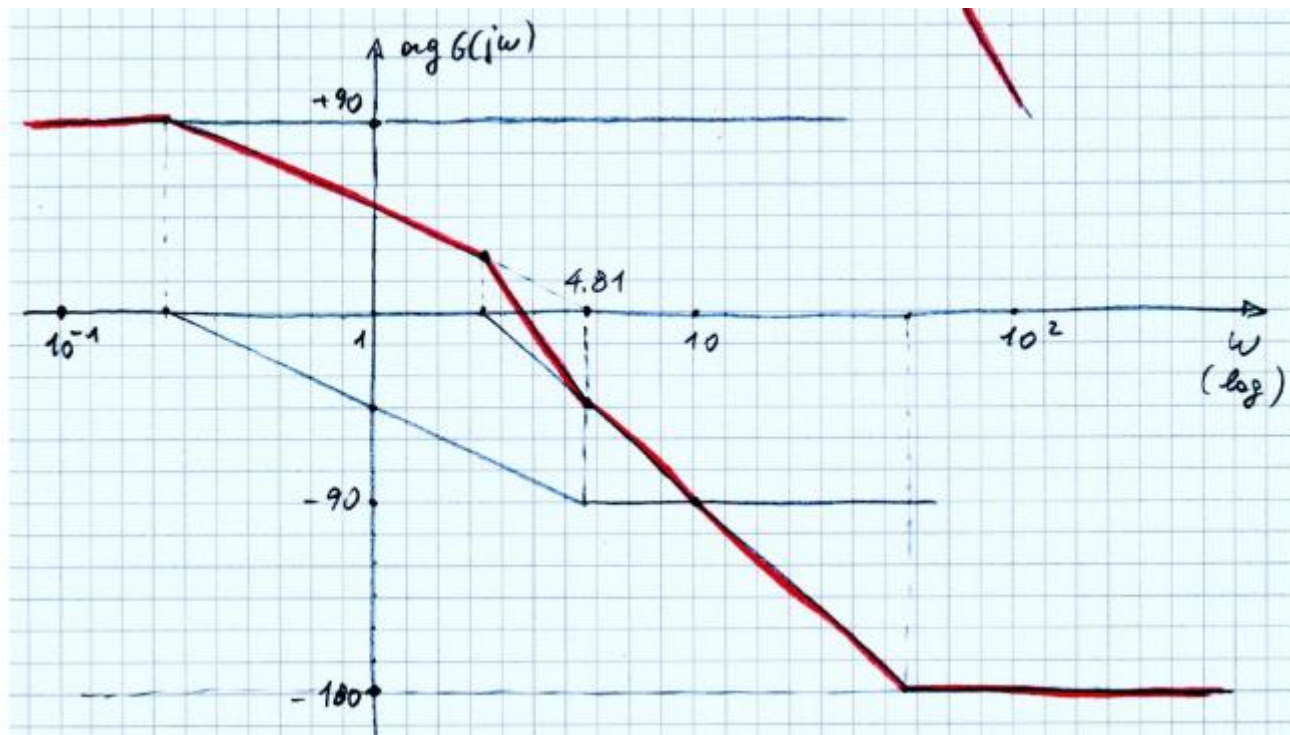
3		1	120 + η	0	$\Delta = 21\eta + 2420 = 0$
2		21	100	0	$K = -\frac{2420}{2100}$
1		Δ			

$$1 + K G(j\omega) = 0 \quad G(j\omega) = -\frac{1}{K} = \frac{2100}{2420} = 0.867$$

eq. derivante $21s^2 + 100 = 0$

$$s = \pm j \sqrt{\frac{100}{21}} = \pm j 2.18, \quad \omega = 2.18 \text{ rad/sec}$$





5. [punti 4] Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento

$$P(s) = 100 \frac{1+s}{(s+2)(s+10)}$$

Suggerimenti:

- i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;
- ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9:
 $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$,
 $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$;
- iii) i diagrammi richiesti si ottengono dalla somma dei diagrammi elementari...

5.

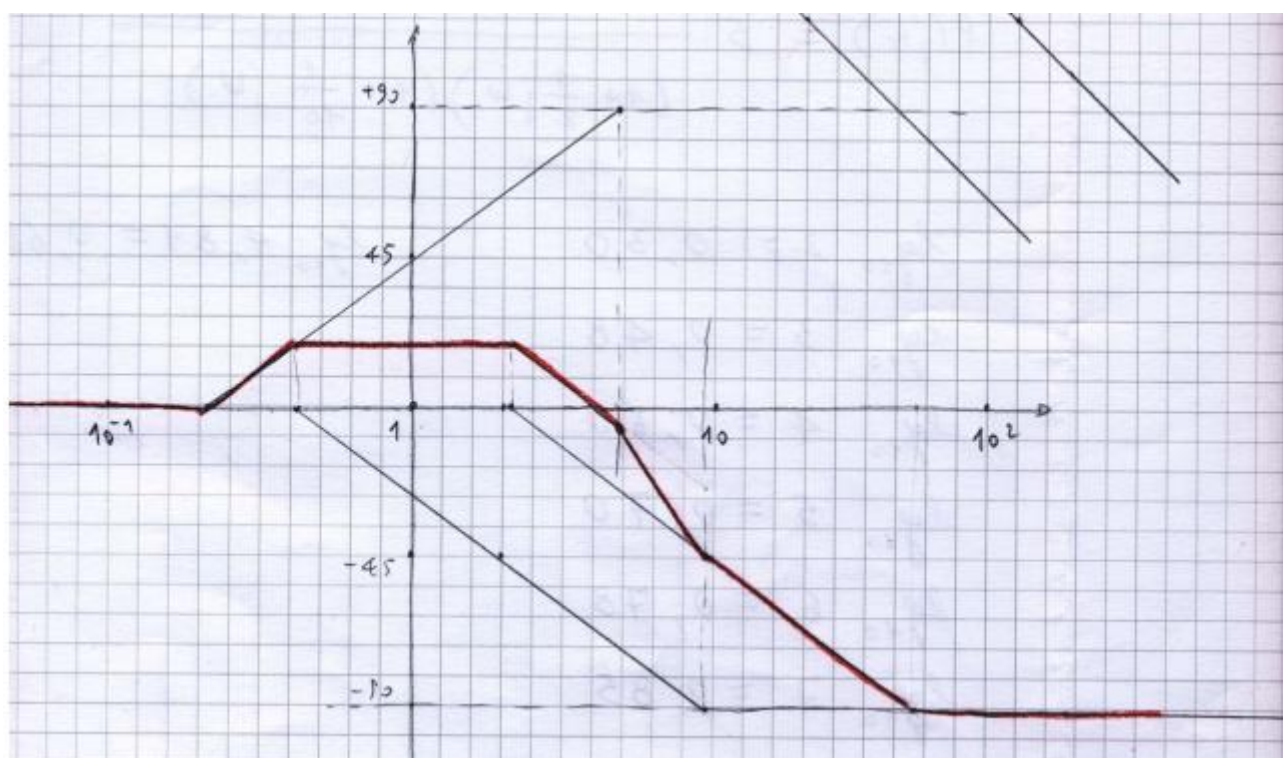
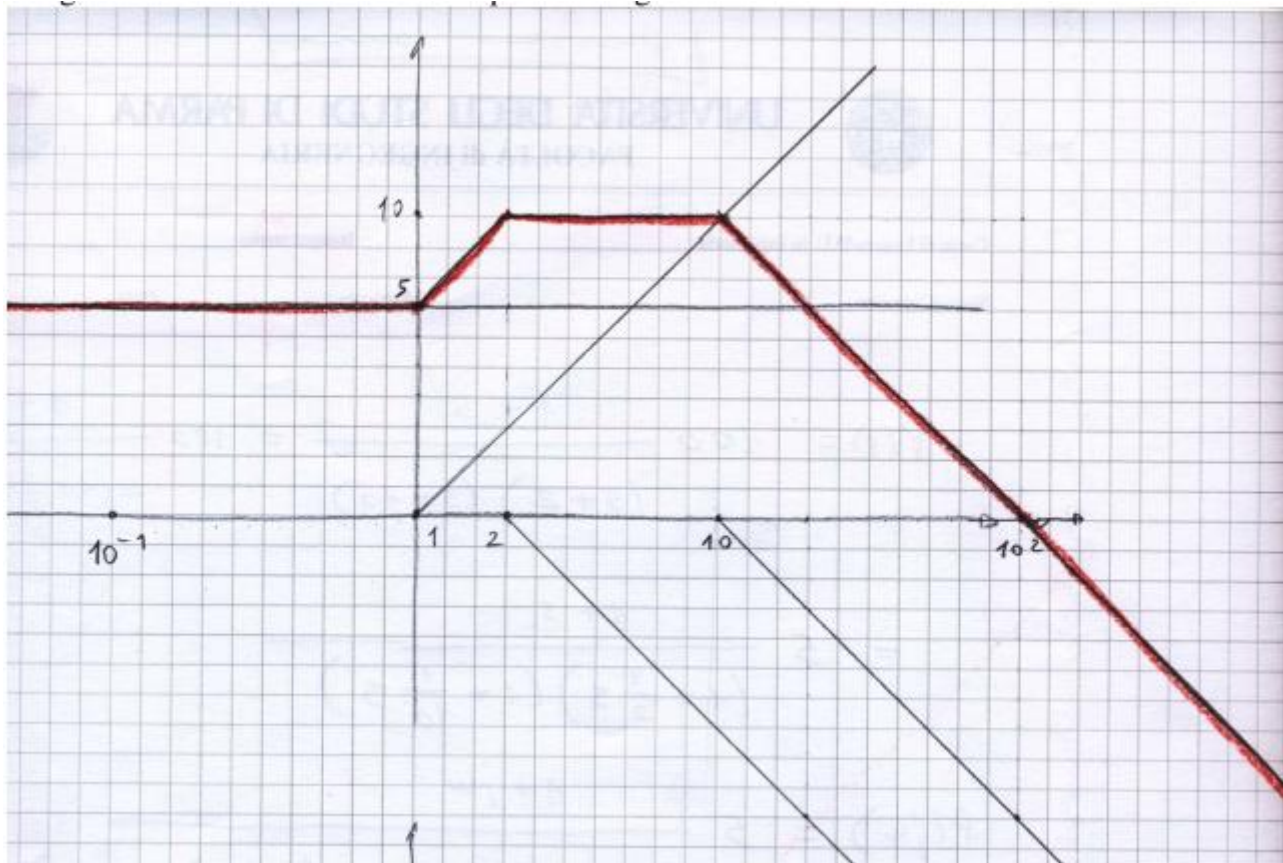
Si riscrive la funzione di trasferimento nella forma standard con le costanti di tempo:

$$P(s) = 5 \frac{1+s}{(1+\frac{1}{2}s)(1+\frac{1}{10}s)}$$

da cui la risposta armonica

$$P(j\omega) = 5 \frac{1+j\omega}{(1+\frac{1}{2}j\omega)(1+\frac{1}{10}j\omega)}$$

I diagrammi di Bode asintotici sono riportati in figura:



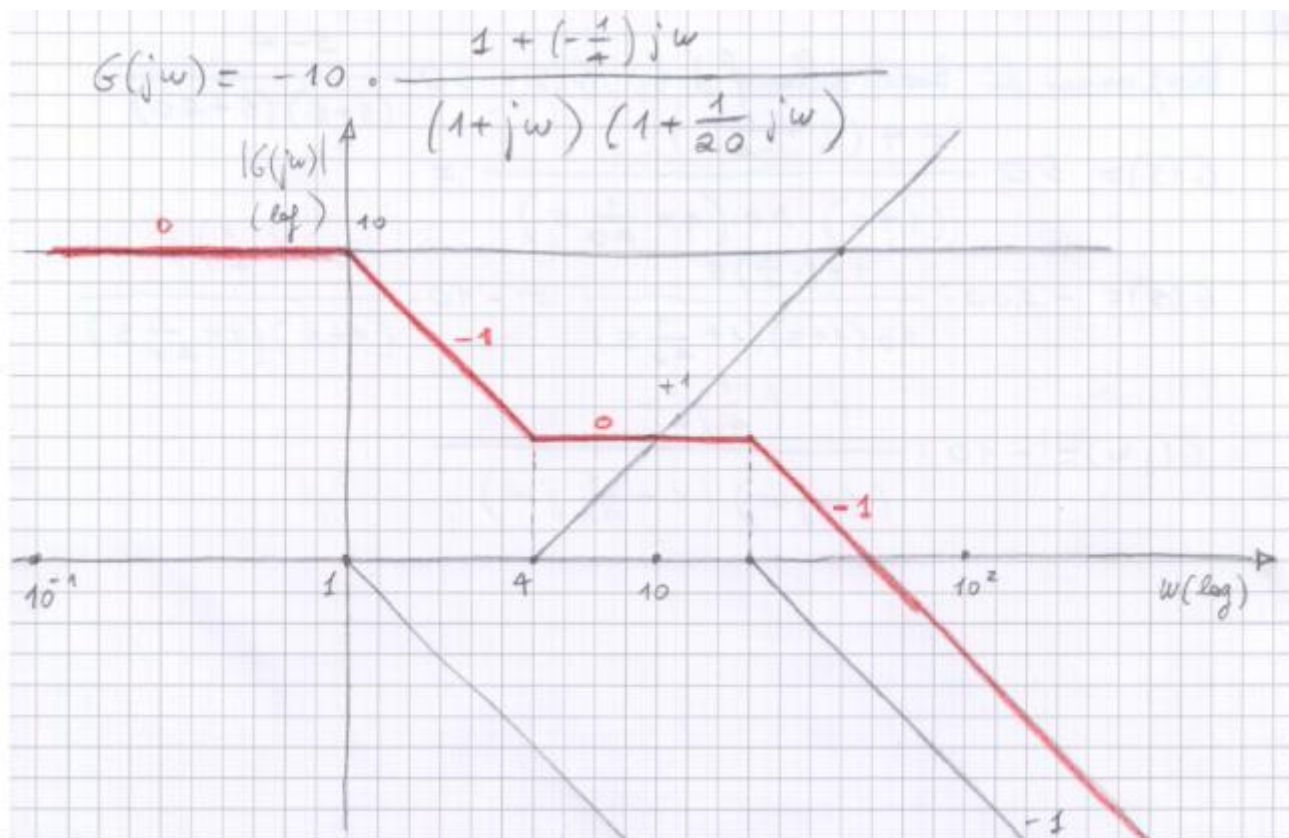
5. [punti 4,5] Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s) = 50 \frac{s-4}{(s+1)(s+20)}$. Suggerimenti: a) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo; b) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9: $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

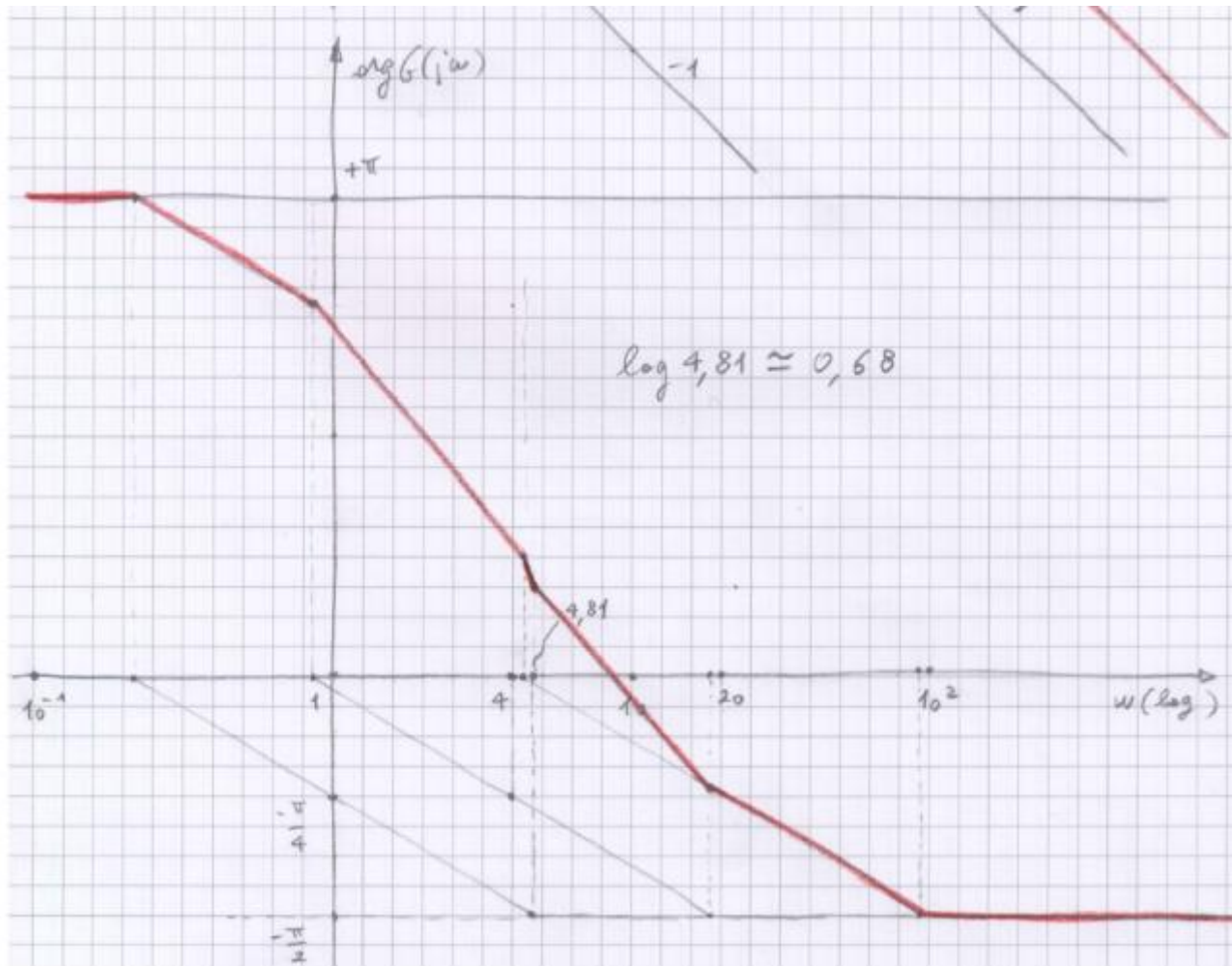
Diagrammi di Bode della f.d.t. $G(s) = 50 \frac{s-4}{(s+1)(s+20)}$

$$G(s) = 50 \frac{-4(1 + \frac{1}{-4}s)}{(1+s) \cdot 20(1 + \frac{1}{20}s)} =$$

$$G(s) = -200 \cdot \frac{1 + (-\frac{1}{4})s}{20(1+s)(1 + \frac{1}{20}s)} = -10 \cdot \frac{1 + (-\frac{1}{4})s}{(1+s)(1 + \frac{1}{20}s)}$$

$$G(j\omega) = -10 \cdot \frac{1 + (-\frac{1}{4})j\omega}{(1+j\omega)(1 + \frac{1}{20}j\omega)}$$





5. [punti 4] Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento

$$G(s) = 10^3 \frac{1-s}{(1+s)(s+10)^2}$$

Suggerimenti:

- i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;
- ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9:
 $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$,
 $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

6

$$G(s) = 10^3 \frac{1-s}{(1+s)(s+10)^2}$$

$$G(s) = \frac{10^3 (1-s)}{(1+s) 10^2 (1+\frac{1}{10}s)^2}$$

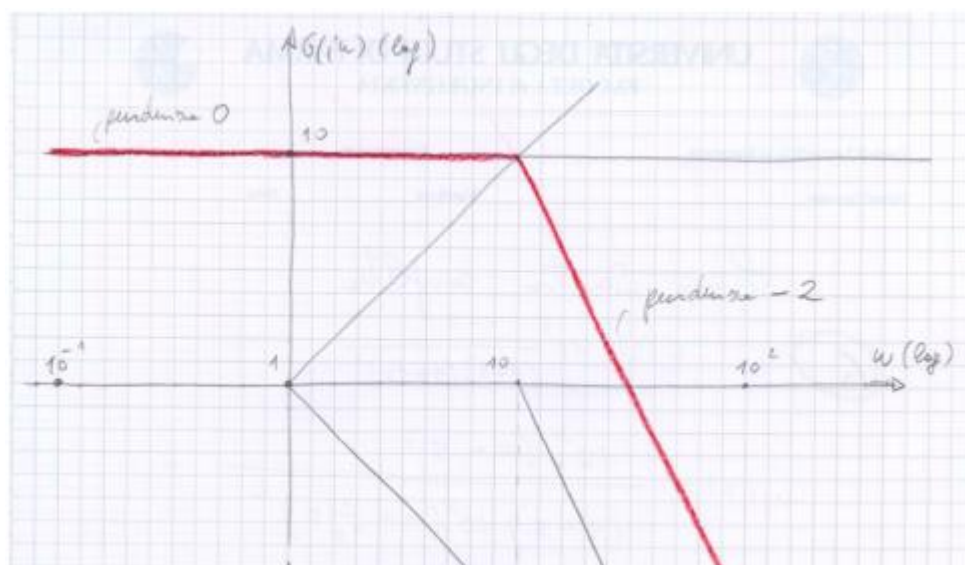
$$= 10 \frac{1-s}{(1+s)(1+\frac{1}{10}s)^2}$$

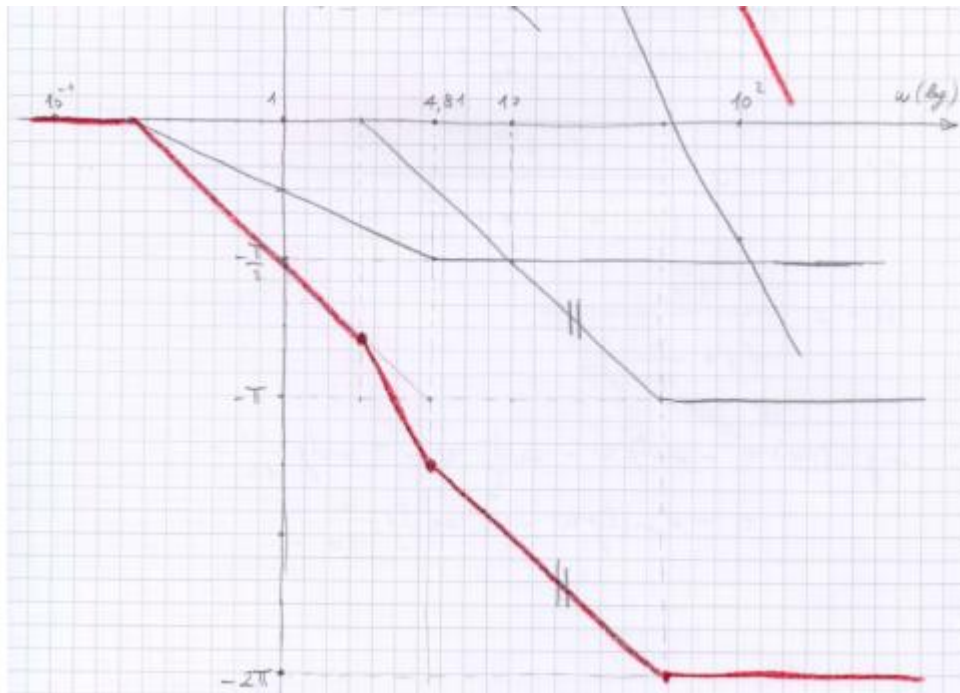
$$G(j\omega) = 10 \frac{1-j\omega}{(1+j\omega)(1+\frac{1}{10}j\omega)^2}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{10}{(1+\frac{\omega^2}{100})}$$

$$\arg G(j\omega) = -\arctan \omega - \arctan \omega - 2 \arctan \frac{\omega}{10} =$$

$$= -2 \arctan \omega - 2 \arctan \frac{\omega}{10}$$





5. [punti 4] Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s) = 40 \frac{s+5}{(s+1)(s+20)}$

Suggerimenti:

- i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;
- ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9:
 $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$,
 $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

