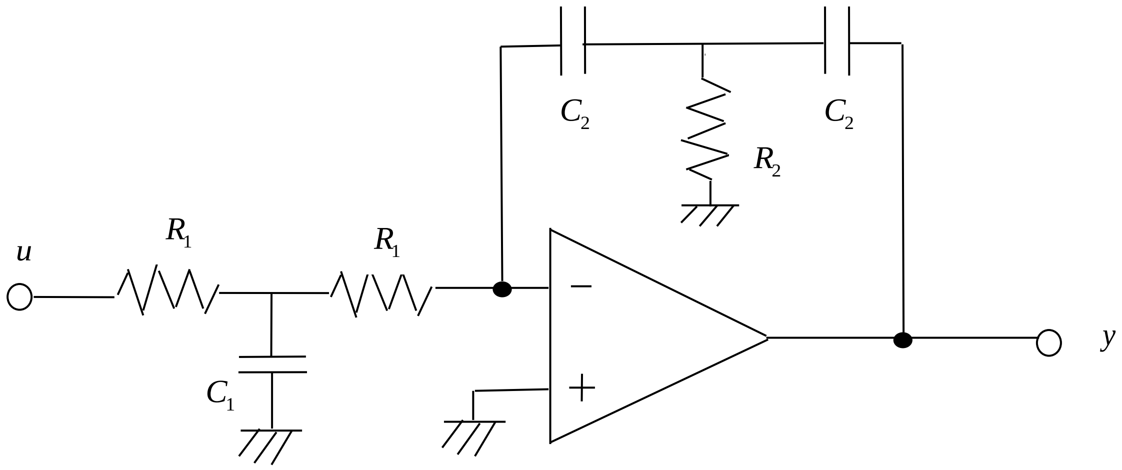
Parte A

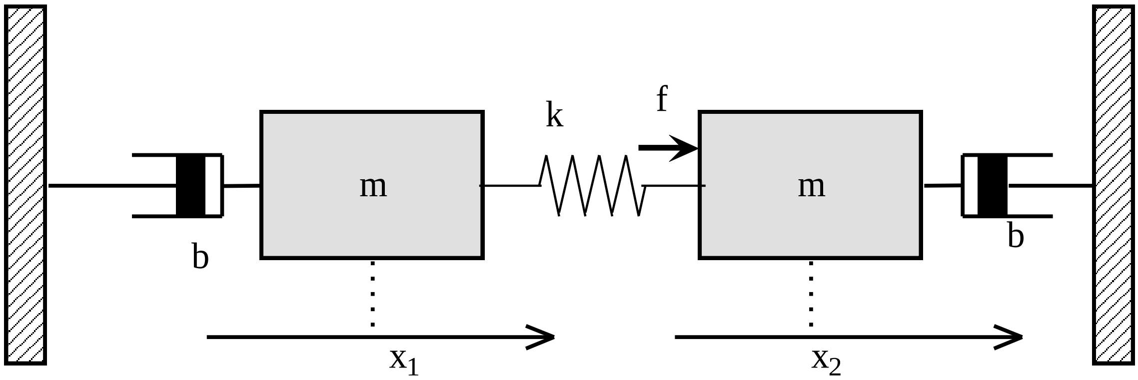
1. [punti 6] 1. [punti 6] Il seguente circuito elettrico definisca un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Si assuma l'amplificatore differenziale come ideale:

1. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
2. Determinare poli, zeri e modi di Σ.
3. Scrivere l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.

2. [punti 6] Due parti meccaniche di massa m siano collegate come in figura.



Si definisca un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata alla massa di destra) ad x_1 (posizione della massa di sinistra). Si trascurino gli attriti nel movimento delle parti meccaniche e nelle condizioni iniziali di quiete con la molla a riposo si abbia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.

a. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
b. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
c. Dimostrare che Σ è semplicemente stabile.

3. [punti 6] Sia dato un generico sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$.

Note le condizioni iniziali al tempo $0-$ come $y_-, Dy_-, \ldots, D^{n-1}y_-$ e $u_-, Du_-, \ldots, D^{m-1}u_-$ e l'azione forzante $u(t),\ t \geq 0$, determinare la trasformata di Laplace della risposta $y(t),\ t \geq 0$. Interpretare e commentare il risultato ottenuto.

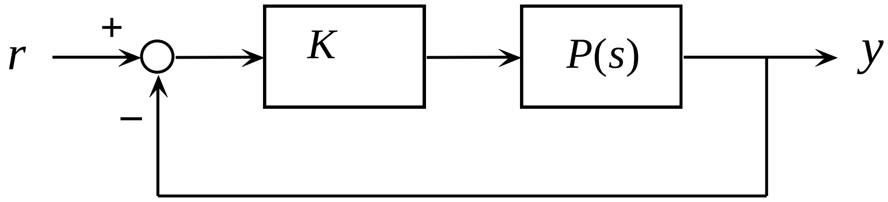
Nota: riportare i ragionamenti e i passaggi che permettono l'individuazione dell'espressione di $Y(s)$ cercata.

Parte B

4. [punti 6] Dato un sistema dinamico Σ descritto dalla funzione di trasferimento $G(s)=\dfrac{3s^2+s+7}{s^3+4s^2+8s+9}$, introdurre e definire l'insieme $\mathcal{B}$ dei behaviours di Σ. Dedurre inoltre le relazioni fra le condizioni iniziali in un istante di discontinuità dei segnali dell'ingresso e dell'uscita.

5. [punti 6] Determinare la risposta forzata in uscita $y(t)$ all'ingresso $u(t)=3t\cdot 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s)=\dfrac{4s^2+2s+1}{s^2+3s+2}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

6. [punti 6] Dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s)=\dfrac{(s-1)(s-2)}{s(s+1)^2(s+2)}$ determinare i valori di $K\in\mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.