Tracce delle soluzioni

1.
Vedi dispense del corso.

2.
Vedi dispense del corso.

3.
Vedi bibliografia del corso.

4.

4

a. $1 + K \dfrac{1}{s\left[(s+4)^2+1\right]} = 0$; $K > 0$ poli: $0, -4 \pm j$

Sono presenti tre asintoti con angoli $+60°, +180°, -60°$ e centro in $\sigma_a = -\frac{8}{3} = -2.\overline{6}$

Il semiasse reale negativo appartiene al luogo. L'angolo di partenza dal polo 0 è $+180°$, l'angolo di partenza dal polo $-4+j$ è

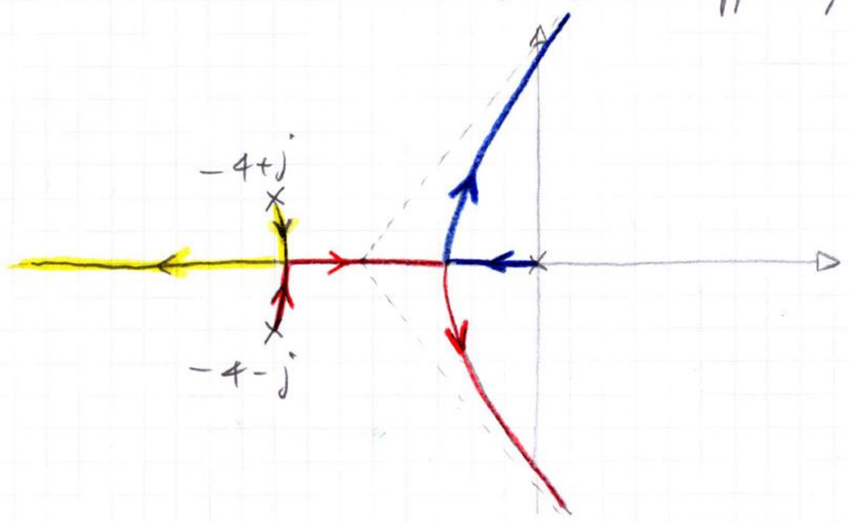
$$\varphi = \pi - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} 4\right) = -\operatorname{arctg} 4 = -75°{,}96.$$

Per simmetria, l'angolo di partenza dal polo $-4-j$ è $+75°{,}96$.

Calcolo delle radici doppie: $\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s+4+j} + \dfrac{1}{s+4-j} = 0$

da cui $3s^2 + 16s + 17 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = -1.4648, -3.8685$

(entrambe appartengono al luogo)



b. Dal luogo delle radici si evince che il guadagno ottimo K^* corrisponde alla radice doppia $-1,4648$:

$$1 + K^* \frac{1}{s\left[(s+4)^2+1\right]}\Bigg|_{s=-1,4648} = 0$$

$$\Rightarrow K^* = 10.88$$

c. $e_r = \dfrac{5}{K_v}$, $\quad K_v = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \dfrac{K^*}{\cancel{s}\left[(s+4)^2+1\right]} = \dfrac{K^*}{17}$

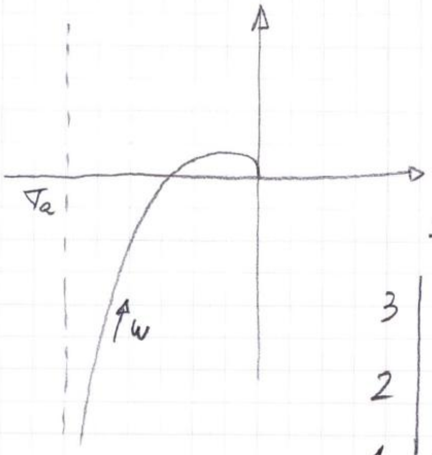
$$e_r = \frac{85}{K^*} \simeq 7.81$$

d. $$L(s) = \frac{K^*}{s\left[(s+4)^2+1\right]} = \frac{K^*}{17} \cdot \frac{1}{s\left(1 + \frac{8}{17}s + \frac{s^2}{17}\right)}$$

$$L(j\omega) = \frac{K^*}{17} \cdot \frac{1}{j\omega\left(1 - \frac{\omega^2}{17} + \frac{8}{17}j\omega\right)}$$

$$\sigma_a = \frac{K^*}{17} \cdot \left(-\frac{8}{17}\right) \cong -0.301$$

$$\lim_{\omega \to +\infty} \arg L(j\omega) = -3\frac{\pi}{2}$$



$1 + \alpha L(s) = 0$ abbia radici pur. immaginarie

$$1 + \alpha \frac{K^*}{s\left[(s+4)^2+1\right]} = 0, \quad \beta \triangleq \alpha K^*$$

$$s^3 + 8s^2 + 17s + \beta = 0$$

3	1	17	0
2	8	β	0
1	$136-\beta$		

$136 - \beta = 0$, $\beta = 136$

$\alpha K^* = 136$, $\alpha = \dfrac{136}{K^*}$

intersezione in $-\dfrac{1}{\alpha} = -0.0800$

$$M_A = \frac{136}{K^*} \cong 12.5$$

5.

$$C(s) = \frac{y_3 s^3 + y_2 s^2 + y_1 s + y_0}{s(s^2+9)}$$

$$L(s) = C(s)P(s) = 9 \cdot \frac{y_3 s^3 + y_2 s^2 + y_1 s + y_0}{s(s^2+9)(s+4)}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s L(s) = \frac{9 \cdot y_0}{9 \cdot 4} = \frac{y_0}{4}$$

$$K_v = 4 \implies \frac{y_0}{4} = 4, \quad \boxed{y_0 = 16}$$

Il polinomio caratteristico desiderato è

$$P_d(s) = \left[(s+2)^2+1\right](s+2)(s+c) \quad \text{con } c > 2.$$

$$P_d(s) = s^4 + (6+c)s^3 + (6c+13)s^2 + (13c+10)s + 10c$$

Il polinomio caratteristico associato al controllore scelto è

$$P_c(s) = s(s^2+9)(s+4) + 9(y_3 s^3 + y_2 s^2 + y_1 s + y_0)$$

$$P_c(s) = s^4 + (4+9y_3)s^3 + (9+9y_2)s^2 + (36+9y_1)s + 9y_0$$

Si impone che $P_c(s) \equiv P_d(s)$

$$\begin{cases} 4 + 9y_3 = 6 + c \\ 9 + 9y_2 = 13 + 6c \\ 36 + 9y_1 = 10 + 13c \\ 9y_0 = 10c \end{cases} \implies c = \frac{144}{10} = 14.4 \quad \text{ok! } c \gg 2.$$

$$\boxed{y_1 = 17.91, \quad y_2 = 10.04, \quad y_3 = 1.822}$$

6.

a)

$$P(z) = \frac{z}{(z+2)^2}$$

b)

$$p(k) = k2^{k-1}\,.$$

c) No perchè ha un polo esterno al cerchio unitario.