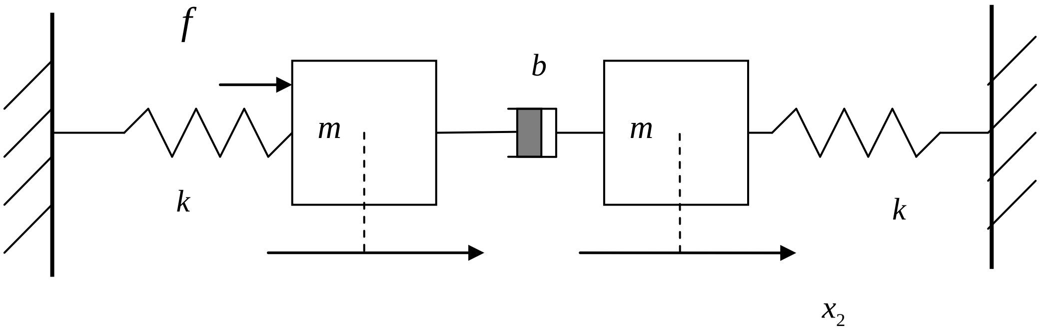
Parte A

1. [punti 4] Si presentino e si dimostrino le formule di inversione per la sintesi in frequenza delle reti correttrici. Si esponga inoltre come utilizzare tali formule per la sintesi della rete **ritardatrice** con imposizione del **margine di fase** M_F.

2. [punti 4] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



caratterizzato da due molle di costante elastica k e due corpi di massa m accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente b. Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza f e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili x_1 e x_2 (quando il sistema è in quiete $x_1 = x_2 = 0$).

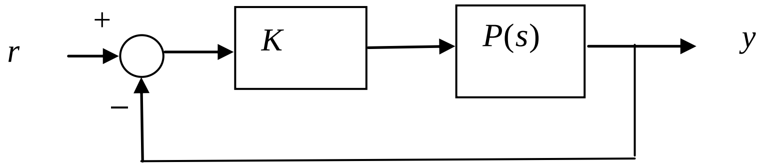
a) Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
b) Determinare la funzione di trasferimento del sistema orientato dall'ingresso f all'uscita x_1.

3. [punti 4] Determinare l'evoluzione forzata in uscita $y(t)$ in risposta al segnale in ingresso $u(t) = 3t \cdot 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{4s^2 + 2s + 1}{s^2 + 3s + 2}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

4. [punti 5]
4.1. Presenta e dimostra il teorema del valore iniziale per la trasformata zeta.
4.2 a) Definisci i concetti di stabilità semplice, stabilità asintotica e stabilità ingresso limitato, uscita limitata per i sistemi a tempo discreto.
b) Fai un esempio di sistema a tempo discreto stabile semplicemente ma non asintoticamente.

Parte B

5. [punti 5] Sia dato il seguente sistema retroazionato

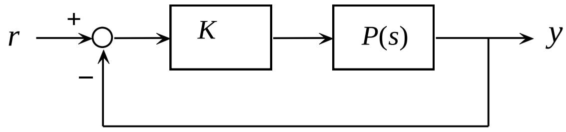


dove $K = 10$ e $P(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$.

a. Determinare il guadagno di anello del sistema retroazionato e tracciarne il diagramma polare. Calcolare in particolare l'intersezione del diagramma con l'asse reale negativo e la corrispondente pulsazione ω_p (pulsazione di fase pi greco).

b. Studiare la stabilità del sistema retroazionato applicando il Criterio di Nyquist. Determinare il margine di ampiezza (M_A) ed il margine di fase (M_F).

6. [punti 6] Sia dato il sistema in retroazione di figura dove $P(s) = \dfrac{s+3}{s(s+2)^3}$.

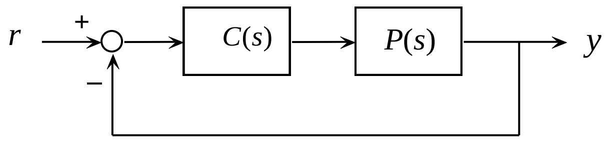


a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.

b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.

c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg\max_{K \in \mathbb{R}} G_S(K)$.

7. [punti 5] Sia dato il sistema in retroazione di figura dove $P(s) = \frac{1}{s^3}$.



1. Progettare un controllore $C(s)$ di ordine due affinché i poli del sistema retroazionato siano posti in $-1, -2, -4, -5, -6$.

2. Con il controllore progettato al punto **1,** si applichi un gradino $r(t) = 3 \cdot 1(t)$ al sistema retroazionato e si determini una stima del tempo di assestamento T_a e l'errore di regolazione a regime e_r . $\left[e_r := \lim_{t \to +\infty} r(t) - y(t) \right]$

8. [punti 3] Un sistema a tempo discreto, lineare e tempo invariante, con funzione di trasferimento $P(z) = \dfrac{z}{(z-1)^2}$ ha in uscita la funzione $y(k) = 0.5^k \cdot 1(k-1)$. Determina il segnale di ingresso del sistema.