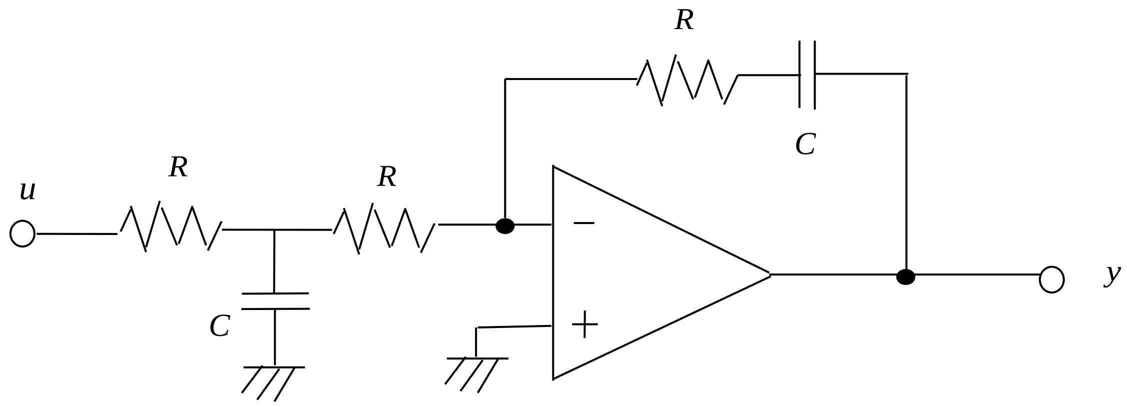
Parte A

1. [punti 4,5] Enunciare e dimostrare il teorema di analisi armonica per un sistema descritto da una funzione di trasferimento razionale.

2. [punti 4,5] Il seguente schema elettrico definisca un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Si assuma l'amplificatore operazionale come ideale e si introduca il parametro $T \triangleq RC$:

1. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
2. Scrivere $G(s)$ nella forma standard con poli e zeri e disegnare la configurazione poli-zeri di Σ.
3. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.

3. [punti 4,5] Dato un sistema di equazione $D^2 y + 4Dy + 4y = D^2 u + 2Du + u$ sia noto che per $t < 0$ ingresso ed uscita evolvono secondo le leggi: $u(t) = 2e^{-t}$, $y(t) = e^{-2t}$. All'istante $t = 0$ viene applicato il segnale $u(t) = 10,\ t \geq 0$:

1) verificare la correttezza dell'evoluzione del sistema per $t < 0$;
2) determinare l'uscita $y(t)$ del sistema per $t \geq 0$.

4. [punti 4,5] Presentare e dedurre la funzione di trasferimento a tempo discreto $P_d(z)$ di un sistema a tempo continuo $P(s)$ con all'ingresso un mantenitore D/A di ordine zero e all'uscita un campionatore A/D sincronizzati con periodo T.

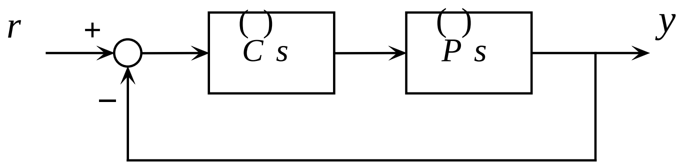
Parte B

5. [punti 4,5] Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s) = 40\dfrac{s+5}{(s+1)(s+20)}$. Suggerimenti:

i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;

ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9: $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

6. [punti 4,5] Sia dato il sistema in retroazione di figura dove $P(s) = \dfrac{1}{s\left[(s+2)^2+1\right]}$ e $C(s) = K \in \mathbb{R}$.



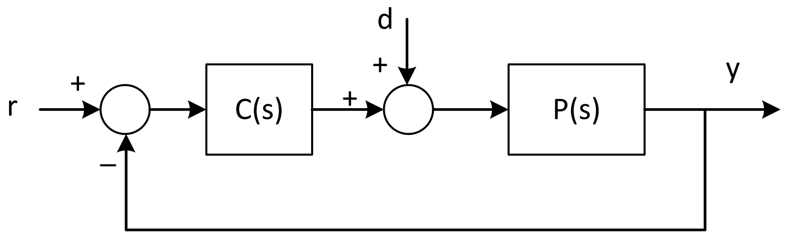
a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$, determinando in particolare gli asintoti, le radici doppie e gli angoli di partenza del luogo.

b. Determinare il guadagno ottimo K^* del controllore affinché il grado di stabilità del sistema retroazionato sia massimo $\left[K^* = \arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_s(K)\right]$.

c. Per il controllore progettato al punto b precedente $C(s) = K^*$ determinare l'errore a regime e_r in risposta alla rampa $r(t) = 5 \cdot t \cdot 1(t)$.

d. Per il controllore progettato al punto b precedente $C(s) = K^*$ tracciare il diagramma polare associato al guadagno di anello $L(s) := C(s)P(s)$ determinando l'asintoto verticale del diagramma. Determinare inoltre il margine di ampiezza M_A del sistema retroazionato.

7. [punti 4,5] Si consideri il sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \dfrac{10}{(s+2)^2}$. Progettare un controllore $C(s)$ di ordine minimo affinché si abbia

1) reiezione asintotica infinita di un disturbo costante all'ingresso dell'impianto controllato;

2) sovraelongazione $S = 0$ e tempo di assestamento $T_a \simeq 3$ sec. in risposta ad un gradino del riferimento (S e T_a da valutarsi in assenza di disturbo all'ingresso dell'impianto).

Con il controllore così progettato si determinino:

a) il margine di ampiezza M_A e quello di fase M_F del sistema retroazionato;

b) l'errore a regime e_∞ in risposta ad un gradino del riferimento.

8. [punti 4,5] Dato il sistema a tempo discreto definito dall'equazione

$$y(k) + 0.5y(k-1) + 0.5y(k-2) + 0.5y(k-3) = u(k-3)$$

ed orientato da $u(k)$ (ingresso) a $y(k)$ (uscita) se ne studi la stabilità alle perturbazioni.