2° turno

Parte A [punti 9]

1) Scrivere la funzione di trasferimento di un sistema dinamico avente i modi $\left\{e^{-2t}\sin(3t+\varphi_1),\ 1,\ t, t^2\right\}$:

$G(s) =$

2) Sia noto che la coppia di funzioni ingresso-uscita $(\sin 2t, \cos 2t)$ appartiene all'insieme dei *behaviors* $\mathcal{B}$ di un sistema dinamico. Determinare una funzione $y(t)$ tale che $(2\cos 2t, y(t)) \in \mathcal{B}$: $y(t) =$

3) Dato un sistema Σ con funzione di trasferimento $T(s) = \dfrac{s^2-1}{(s+7)^4(s^2+2)s}$ stabilire (vero = V, falso = F):

a) Σ è asintoticamente stabile:
b) Σ è semplicemente stabile:
c) Σ è instabile:
d) Σ è a fase minima:
e) Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata:

4) Ad un sistema dinamico in quiete con funzione di trasferimento $\dfrac{s+1}{s+4}$ viene applicato l'ingresso $u(t) = 4\cdot 1(t)$ (segnale a gradino). L'uscita corrispondente ha la struttura $y(t) = A + Be^{-4t}$ per $t > 0$. Determinare le costanti A e B: $A =$ $B =$

5) Il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $L(s) = \dfrac{80(s+1)}{s(s+2)^3}$ presenta un asintoto verticale parallelo all'asse immaginario. Determinare l'ascissa reale σ_a di tale asintoto: $\sigma_a =$

6) Scrivere la funzione di trasferimento di una rete ritardatrice con zero in -10, polo in -2 e guadagno statico uguale ad 1. Determinarne inoltre la costante di tempo τ e il parametro α.

$C_r(s) =$; $\tau =$; $\alpha =$

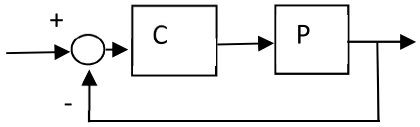
7) La funzione di trasferimento $-\dfrac{s-\frac{1}{4}}{s+\frac{1}{4}}$ è una approssimante di Padé della funzione di trasferimento di un ritardo finito t_0. Determinare tale ritardo t_0: $t_0 =$

8) Un sistema dinamico Σ è rappresentato dalla funzione di trasferimento $\dfrac{s^2+2s}{(s+1)(s+2)(s+4)}$. Determinare i suoi poli: $\{\text{poli di } \Sigma\} =$

9) Determinare i modi del sistema dinamico con funzione di trasferimento $T(s) = \dfrac{s-1}{s^2+2s+1}$.

Modi =

10) Dato il sistema in retroazione unitaria di figura con $C(s)=\dfrac{s-1}{s+1}$, $P(s)=\dfrac{1}{(s+1)(s-1)}$ stabilire (vero = V, falso = F):



a) Il sistema è internamente asintoticamente stabile:
b) Il sistema è ben connesso:

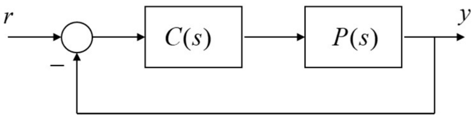
11) Dato il segnale a tempo discreto $x(k)$, $k \in \mathbb{Z}$ determinare la trasformata zeta del segnale anticipato $x(k+6)$ in funzione dei campioni iniziali del segnale: $\mathcal{Z}[x(k+6)] =$

12) Determinare la derivata generalizzata della funzione $f(t) = t \cdot 1(t-3) + 2 \cdot 1(t),\ t \in \mathbb{R}$:
$D^* f(t) =$

13) Discretizzare il controllore a tempo continuo $C(s) = \frac{100}{s}$ con il metodo di Tustin (il tempo di campionamento è $T = 0.02$ sec.): $C_d(z) =$

14) Sia dato il sistema a tempo discreto $H(z) = \frac{z}{z-0.8}$.
a) Determinarne il guadagno statico del sistema:
b) Determinarne la risposta all'impulso:

15) Sia dato l'impianto instabile $P(s) = \frac{s+3}{(s-1)(s+7)^3}$ per il quale si propone la stabilizzazione mediante il sistema retroazionato di figura.



Determinare l'ordine minimo n_C di un controllore $C(s)$ che assicuri l'assegnabilità arbitraria di tutti i poli del sistema retroazionato ed errore a regime zero in risposta ad un gradino del segnale di riferimento: $n_C =$

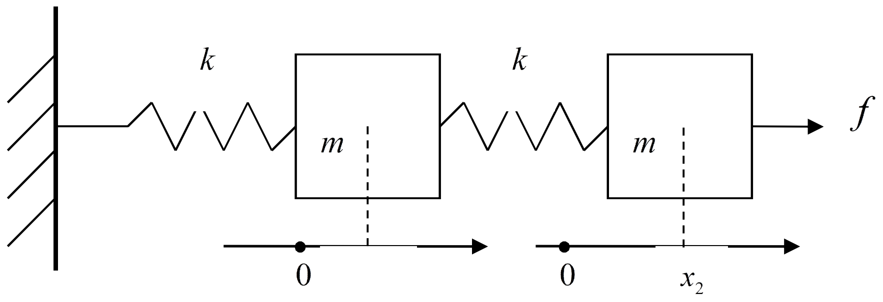
16) Sia dato il sistema $G(s) = \frac{\left(1+\frac{1}{5}s\right)\left(1+\frac{1}{9}s\right)}{(s^2+12s+36)(s+5)}$ a cui si applica all'ingresso il gradino $2 \cdot 1(t)$ a partire da condizioni iniziali tutte nulle. Determinare il tempo di assestamento della risposta: $T_a =$

17) Dato il polinomio $a(s) = s^3 + 9s^2 + s + 9$ determinare il segno della parte reale delle sue radici:
$n_+(a) =$
$n_-(a) =$
$n_0(a) =$

18) Sia data la rete anticipatrice $C(s) = \frac{1+10S}{1+0.1s}$. Determinare la pulsazione per la quale si ha l'anticipo di fase massimo: $\omega_m =$

Parte B

1. [punti 4,5] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



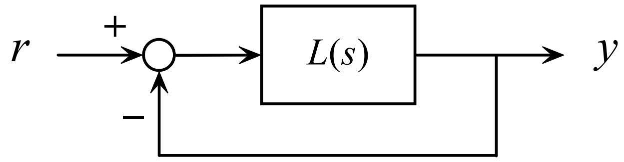
caratterizzato da due molle di costante elastica k e due corpi di massa m. Il corpo di destra sia soggetto ad una forza f e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili x_1 e x_2 (quando il sistema è in quiete con le molle a riposo $x_1 = x_2 = 0$). Si consideri il sistema dinamico Σ orientato da f ad x_1 (posizione del corpo di sinistra).

a) Determinare l'equazione differenziale che descrive il sistema Σ.
b) Determinare la funzione di trasferimento $T(s)$ di Σ.
c) Determinare i modi di Σ.

2. [punti 4,5] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta al gradino unitario $u(t) = 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)^3(s+2)}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

Parte C

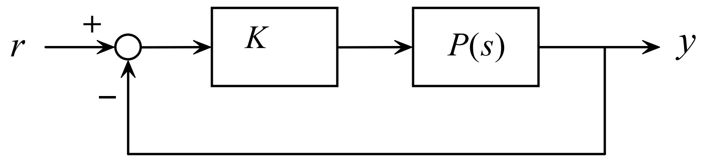
3. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $L(s) = \frac{1}{3} \cdot \frac{(1-s)^2}{s(1+s)^2}$.

1. Tracciare il diagramma polare di $L(j\omega)$ determinando in particolare l'asintoto, il comportamento per $\omega \to +\infty$ e l'intersezione con l'asse reale negativo.
2. Stabilire mediante applicazione del criterio di Nyquist che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre il margine di ampiezza (M_A) ed il margine di fase (M_F).

4. [punti 4,5] Sia dato il sistema in retroazione di figura

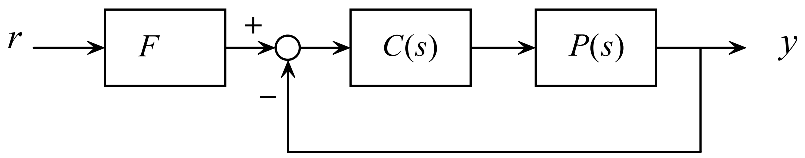


dove $P(s) = \frac{1}{s^2(s+2)(s+4)^2}$.

1. Dimostrare, mediante un risultato della teoria della stabilità (criterio di Routh o altro), che non esistono valori $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.
2. Tracciare i luoghi delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ (luogo diretto) e $K < 0$ (luogo inverso) determinando in entrambi i casi:
   a) gli asintoti del luogo;
   b) le eventuali radici doppie.

Parte D

5. [punti 4,5] Sia dato lo schema di sistema di controllo in figura dove $P(s)=\dfrac{10}{(s+2)(s+5)(s+10)}$.



Determinare un controllore dinamico $C(s)$ con struttura di rete anticipatrice ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. costante di posizione $K_p = 19$,
2. margine di ampiezza $M_A = 2$,
3. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.

6. [punti 4,5] Determinare il segnale a tempo discreto $x(k),\ k \geq 0$ la cui trasformata zeta è

$$\mathcal{Z}\left[x(k)\right]=\frac{2z^3+z+1}{(z-1)(z-2)^2}.$$