

## Parte A

**1. [punti 6]** Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

**2. [punti 7]** Sia data la funzione di trasferimento  $L(s) = \frac{10(s-1)}{s^2(s+10)}$ .

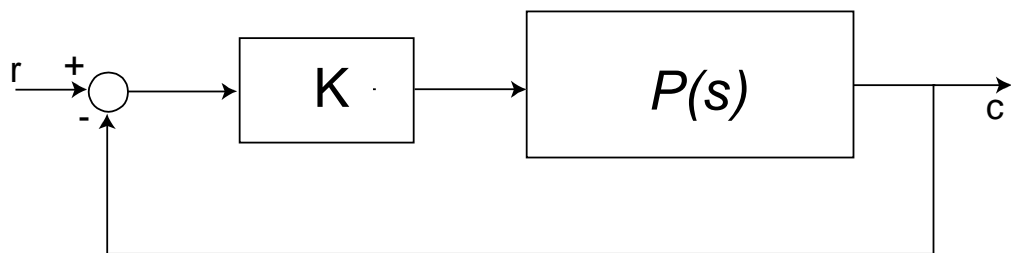
1) Determinare l'espressione analitica dell'argomento  $\arg(L(j\omega))$  e studiare gli andamenti asintotici di  $L(j\omega)$  quando  $\omega \rightarrow 0^+$  e  $\omega \rightarrow +\infty$ . A seguire, tracciare il diagramma di Nyquist di  $L(j\omega)$ .

2) Determinare per via grafica, applicando l'appropriata formulazione del teorema dell'indice logaritmico (la stessa che porta alla deduzione del criterio di Nyquist), il numero delle radici a parte reale positiva dell'equazione  $1 + L(s) = 0$ .

3) Tracciare i diagrammi di Bode asintotici di  $L(j\omega)$  (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi).

[Suggerimento: si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo per una decade delle pulsazioni. Si noti che:  $\log_{10} 2 \cong 0,30$ ,  $\log_{10} 3 \cong 0,48$ ,  $\log_{10} 4 \cong 0,60$ ,  $\log_{10} 5 \cong 0,70$ ,  $\log_{10} 6 \cong 0,78$ ,  $\log_{10} 7 \cong 0,85$ ,  $\log_{10} 8 \cong 0,90$ ,  $\log_{10} 9 \cong 0,95$ .]

**3. [punti 6]** Sia dato il sistema retroazionato di figura



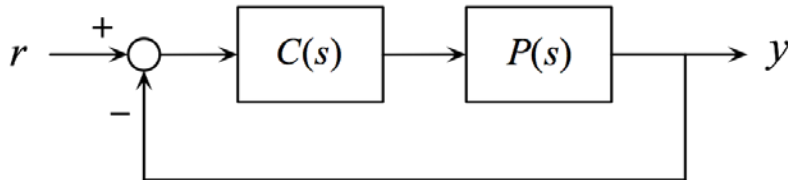
dove 
$$P(s) = \frac{s(s^2 + 1)}{(s^2 + 4)(s + 1)(s + 2)}.$$

1. Determinare i valori di  $K$  per i quali è assicurata la stabilità asintotica del sistema retroazionato.
2. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica associata al sistema retroazionato per  $K \in [0, +\infty)$ . Si determini l'angolo di partenza dal polo  $+2j$  e l'angolo di arrivo sullo zero  $+j$ . Infine si determinino le eventuali intersezioni con l'asse immaginario  $j\mathbb{R}$ .

## Parte B

4. [punti 5] Presentare e dedurre la funzione di trasferimento a tempo discreto  $P_d(z)$  di un sistema a tempo continuo  $P(s)$  con all'ingresso un mantenitore D/A di ordine zero e all'uscita un campionatore A/D sincronizzati con periodo  $T$ .

5. [punti 6] Sia dato il sistema di controllo con controllore PID



$C(s) = K_p \left( 1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right)$  ed un impianto controllato  $P(s) = \frac{20}{(s+1)(s+2)^2}$ . Posto  $T_i = 4T_d$ , progettare il controllore PID affinché il margine di fase del sistema sia  $M_f = 45^\circ$ .

[Suggerimento: impostare una sintesi in frequenza, utilizzare una procedura numerica per tentativi se necessario (2 o 3 cifre significative esatte sono sufficienti).]

6. [punti 6] Un sistema a tempo discreto, con ingresso  $u$  ed uscita  $y$ , è descritto dalla seguente equazione alle differenze

$$y(k) - 0.5y(k-2) + 0.5y(k-3) + 0.06y(k-4) = u(k-1).$$

a) Determinarne la funzione di trasferimento.

b) Verificarne la stabilità asintotica applicando il criterio di Jury.