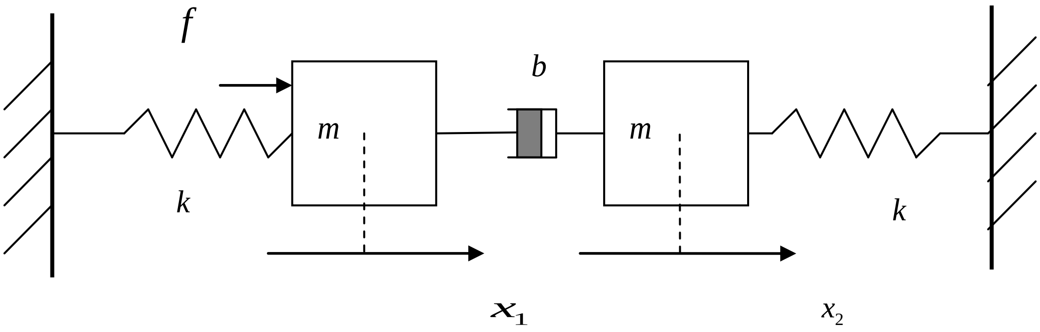
Parte A

1. [punti 4] Si esponga il metodo di progetto di una rete a ritardo e anticipo con imposizione del margine di fase M_F .

2. [punti 5] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



caratterizzato da due molle di costante elastica k e due corpi di massa m accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente b. Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza f e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili x_1 e x_2 (quando il sistema è in quiete $x_1 = x_2 = 0$).

a) Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
b) Determinare la funzione di trasferimento del sistema orientato dall'ingresso f all'uscita x_1.

3. [punti 5] Dato un sistema di equazione $D^2y + 4Dy + 4y = D^2u + 2Du + u$ sia noto che per $t < 0$ ingresso ed uscita evolvono secondo le leggi: $u(t) = 2e^{-t}$, $y(t) = e^{-2t}$. All'istante $t = 0$ viene applicato il segnale $u(t) = 10,\ t \geq 0$:

1) verificare la correttezza dell'evoluzione del sistema per $t < 0$;
2) determinare l'uscita $y(t)$ del sistema per $t \geq 0$.

4. [punti 4] Presentare e dimostrare la formula di antitrasformazione zeta, ovvero l'espressione che determina la sequenza a tempo discreto $x(k)$ nota che sia $X(z) \triangleq \mathcal{Z}[x(k)]$.

Parte B

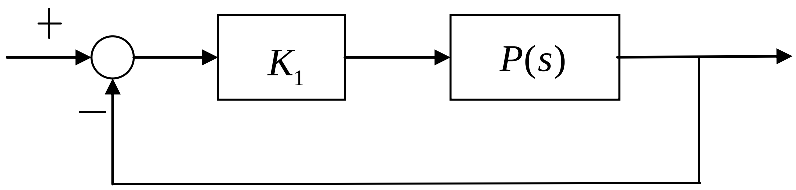
5. [punti 4] Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s) = 50\dfrac{s-4}{(s+1)(s+20)}$

Suggerimenti:

i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;

ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9:
$\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

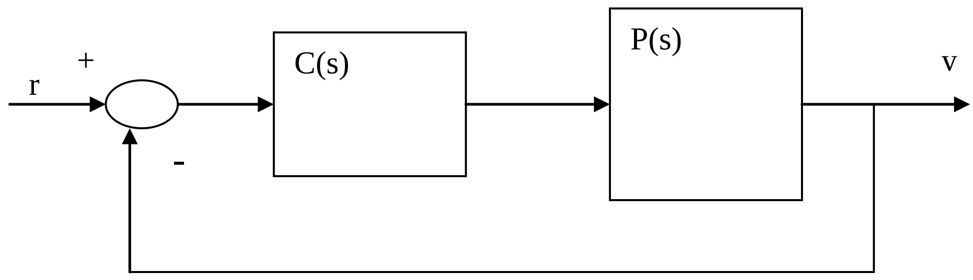
6. [punti 5] Sia dato il sistema retroazionato di figura:



dove K_1 è un parametro reale e $P(s) = \dfrac{s+1}{s^2(s+4)(s+8)}$.

1. Determinare l'insieme dei valori di K_1 per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.
2. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica associata al sistema retroazionato per $K_1 \in (0, +\infty)$. Determinare in particolare gli asintoti del luogo e le intersezioni del luogo con l'asse immaginario del piano complesso.

7. [punti 5] Si consideri il seguente sistema di controllo



dove $P(s) = \dfrac{100(s+1)}{(s+2)^2(s+10)}$. Si chiede di progettare un controllore di struttura (rete ritardatrice) $C(s) = K\dfrac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$, $K \in \mathbb{R}$, $\alpha \in (0,1)$, $\tau \in \mathbb{R}^+$ affinché:

a) l'errore a regime e_R in risposta ad un gradino unitario del set-point abbia valore assoluto pari a 0,02: $|e_R| = 0,02$.

b) Il margine di fase M_F sia pari a 50°: $M_F = 50^\circ$.

8. [punti 4] Sia dato il sistema a tempo discreto definito dall'equazione

$$16y(k+13) - 12y(k+12) + y(k+10) = 16u(k+11) + 16u(k+10), \ k \in \mathbb{Z}$$

ed orientato da $u(k)$ (ingresso) a $y(k)$ (uscita).

1) Determinare la funzione di trasferimento del sistema.

2) Studiare la stabilità alle perturbazioni del sistema.