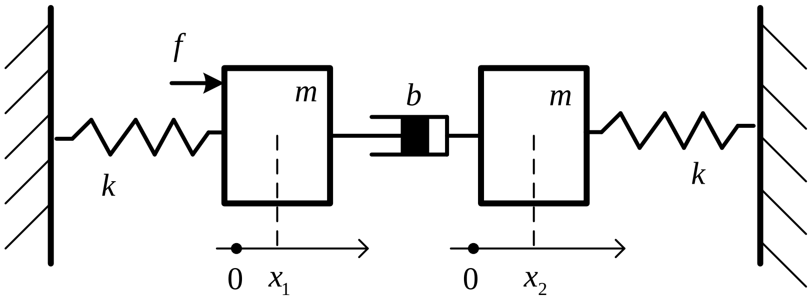
Parte A

1. [punti 4,5] Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

2. [punti 4,5] Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura



caratterizzato da due molle di costante elastica k e due corpi di massa m accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente b. Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza f e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili x_1 e x_2 (quando il sistema è in quiete $x_1 = x_2 = 0$).

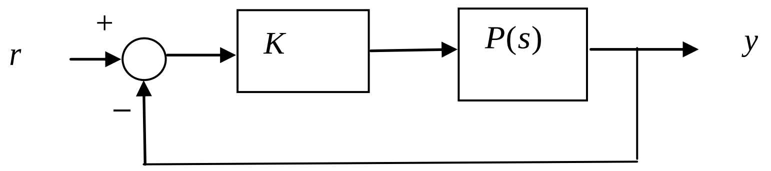
a) Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
b) Determinare la funzione di trasferimento del sistema orientato dall'ingresso f all'uscita x_1.

3. [punti 5] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta alla rampa $u(t) = 2t \cdot 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+2)^3(s+1)}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

4. [punti 4] Dedurre, riportando i passaggi algebrici necessari, le trasformate zeta delle funzioni armoniche $\sin(\omega k)$, $\cos(\omega k)$, $(k \in \mathbb{Z},\ \omega > 0)$, $\mathcal{Z}[\sin(\omega k)]$ e $\mathcal{Z}[\cos(\omega k)]$.

Parte B

5. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema retroazionato

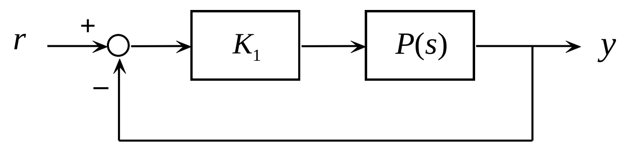


dove $K = 10$ e $P(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$.

a. Determinare il guadagno di anello del sistema retroazionato e tracciarne il diagramma polare. Calcolare in particolare l'intersezione del diagramma con l'asse reale negativo e la corrispondente pulsazione ω_p (pulsazione di fase pi greco).

b. Studiare la stabilità del sistema retroazionato applicando il Criterio di Nyquist. Determinare il margine di ampiezza (M_A) ed il margine di fase (M_F).

6. [punti 4,5] Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(s+2)}$.

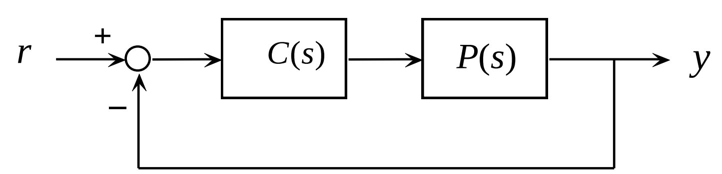
a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K_1 > 0$ e $K_1 < 0$ determinando gli asintoti e le eventuali radici doppie.

b. Determinare i valori di $K_1 \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

c. Determinare i valori di $K_1 \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato ha grado di stabilità $G_s \geq 0{,}2\ \mathrm{s}^{-1}$.

d. Determinare il valore di K_1 che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K_1^* = \arg\max_{K_1 \in \mathbb{R}} G_s(K_1)$.

7. [punti 4,5] Sia dato il sistema in retroazione di figura dove $P(s) = \dfrac{1}{s^3}$.



1. Progettare un controllore $C(s)$ di ordine due affinché i poli del sistema retroazionato siano posti in $-1, -2, -4, -5, -6$.

2. Con il controllore progettato al punto **1,** si applichi un gradino $r(t) = 3 \cdot 1(t)$ al sistema retroazionato e si determini una stima del tempo di assestamento T_a e l'errore di regolazione a regime e_r . $\left[e_r := \lim_{t \to +\infty} r(t) - y(t) \right]$

8. [punti 4,5] Determinare l'equazione alle differenze di un sistema a tempo discreto la cui risposta all'impulso è nota come

$$h(k) = 8 \cdot 1(k-1) - \frac{5}{2}(k-1)\left(\frac{1}{2}\right)^{k-2} \cdot 1(k-1) - 7\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} \cdot 1(k-1), \quad k \geq 0 \ .$$