

MODELLI E ALGORITMI PER IL SUPPORTO ALLE DECISIONI

ESERCIZIO 1. (11 punti) Sia dato il problema KNAPSACK con capacità dello zaino $b = 12$ e con 5 oggetti aventi i seguenti valori v_i e pesi p_i

i	1	2	3	4	5
v_i	31	32	28	1	29
p_i	6	7	4	2	6

Lo si risolva con l'algoritmo di programmazione dinamica trovando *tutte* le soluzioni ottime.

ESERCIZIO 2. (6 punti) Si dimostri la correttezza dell'algoritmo di Ford-Fulkerson per il problema di flusso massimo e di taglio a costo minimo.

ESERCIZIO 3. (6 punti) Sia dato il problema di ottimizzazione $\max_{x \in S} f(x)$. Si consideri un algoritmo branch-and-bound per la sua risoluzione e siano $S_1, S_2 \subset S$ due sottinsiemi della sua regione ammissibile. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **motivando la risposta**:

- se $U(S_1) > LB$, allora in S_1 ci sono sicuramente soluzioni ammissibili con valore della funzione obiettivo maggiore dell'attuale valore di lower bound LB ;
- se $U(S_2) \leq LB$, allora in S_2 non ci possono essere soluzioni ottime del problema;
- se $U(S_1) > U(S_2)$, allora in S_1 ci sono certamente soluzioni ammissibili con valori della funzione obiettivo più elevati rispetto a S_2 .

ESERCIZIO 4. (8 punti) Si indichi la risposta corretta per ciascuna delle seguenti domande **motivando la risposta**.

- (1) Si consideri l'algoritmo del simplesso per i problemi di flusso a costo minimo per problemi con capacità sugli archi. Sia data una tripla (B, N_0, N_1) . Un coefficiente di costo ridotto pari a -2 per un arco fuori base indica che:
 - A:** Incrementando di un'unità il flusso lungo quell'arco, il costo diminuisce di 2 se l'arco è in N_0 e aumenta di 2 se l'arco è in N_1 .
 - B:** L'arco non entrerà mai in una base durante l'esecuzione dell'algoritmo se è in N_1
 - C:** L'arco entrerà sicuramente in una base durante l'esecuzione dell'algoritmo se è in N_0 .
 - D:** Incrementando di un'unità il flusso lungo quell'arco, il costo diminuisce di 2
- (2) Dire quale tra le seguenti affermazioni non è corretta
 - A:** Ogni problema che sta nella classe P , sta anche nella classe NP .
 - B:** Ogni problema che sta nella classe NP è trasformabile in tempo polinomiale in un problema $NP - completo$
 - C:** Ogni problema $NP - completo$ sta anche nella classe NP .
 - D:** Non esistono problemi che siano contemporaneamente $NP - completi$ e che stiano nella classe P .
- (3) A una data iterazione dell'algoritmo di Dijkstra con il relativo insieme W di nodi esplorati, la funzione ρ associa ad ogni nodo:
 - A:** La lunghezza del cammino minimo dal nodo di partenza s a quel nodo.
 - B:** La lunghezza del cammino minimo dal nodo di partenza s a quel nodo, se il nodo appartiene a W , mentre se non appartiene a W , rappresenta la lunghezza del cammino minimo dal nodo di partenza s a quel nodo passando solo per nodi di W .
 - C:** La lunghezza del cammino minimo dal nodo di partenza s a quel nodo, se il nodo non appartiene a W , mentre se appartiene a W , rappresenta la lunghezza del cammino minimo dal nodo di partenza s a quel nodo passando solo per nodi di W .
 - D:** La lunghezza del cammino massimo dal nodo di partenza s a quel nodo.

- (4) A ogni iterazione dell'algoritmo MST-2 il numero di componenti connesse a ogni iterazione viene:
- A:** ridotto di un'unità.
 - B:** ridotto di due unità.
 - C:** almeno dimezzato.
 - D:** è il logaritmo in base due del numero di componenti connesse dell'iterazione precedente.