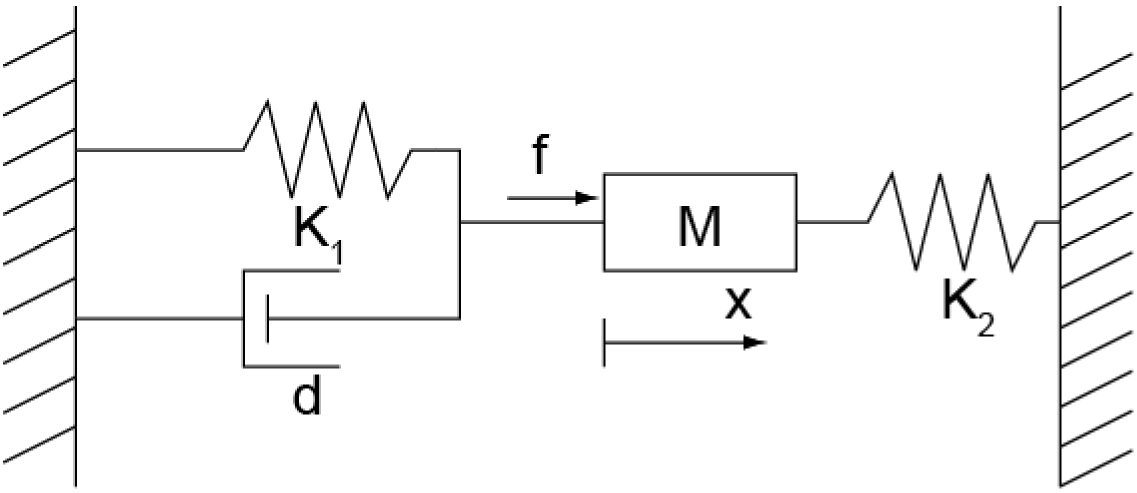
Parte A

1. [punti 4,5] Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

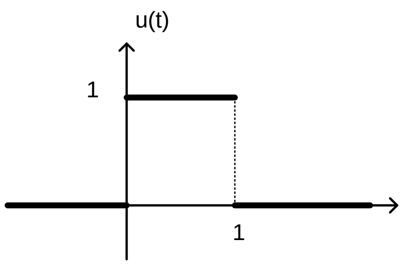
2. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema meccanico



dove x rappresenta la posizione della massa rispetto ad un sistema di riferimento orizzontale, scelto in modo tale che per x=0 il sistema si trovi in equilibrio, K_1 e K_2 sono le costanti delle due molle, d la constante dello smorzatore e f è una forza esterna agente sulla massa.

1) Determinare l'equazione differenziale che determina il moto della massa.
2) Determinare la funzione di trasferimento $P(s)$ tra la forza f e la posizione della massa x
3) Posto $m = 1\text{kg}$, $K_1 = K_2 = 5\text{N/m}$, $d = 2\text{Ns/m}$, tracciare i diagrammi di Bode (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi) della risposta armonica di $P(s)$ e calcolare la pulsazione di risonanza del sistema.

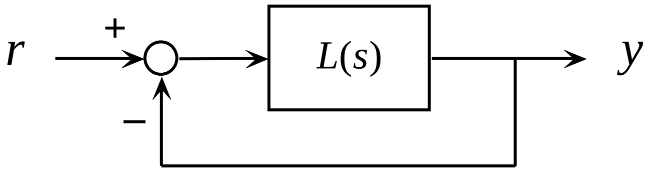
3. [punti 4,5] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{4}{(s+1)(s+2)}$ determinare la risposta forzata $y(t)$ al segnale di ingresso $u(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ 1 & \text{per } 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{per } t \ge 1 \end{cases}$ (vedi figura).



4. [punti 4,5] Data un generico segnale a tempo discreto $x(k)$, $k \in \mathbb{Z}$ determinare le trasformate zeta dei segnali ritardati e anticipati di n passi ($n \in \mathbb{N}$), $\mathcal{Z}[x(k-n)]$ e $\mathcal{Z}[x(k+n)]$.

Parte B

5. [punti 4,5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $L(s) = 16\dfrac{1-s}{(s+2)^4}$.

a) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $L(s)$ determinando in particolare l'intersezione con l'asse reale negativo.

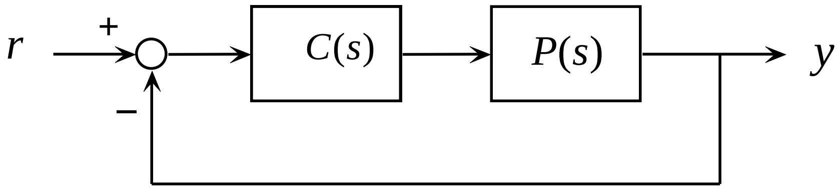
b) Dimostrare mediante il criterio di Nyquist che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e determinare il corrispondente margine di ampiezza M_A.

6. [punti 4,5] Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K_1 \frac{(s-1)^2}{s^3(s+5)^2} = 0 \quad , \quad K_1 \in [0, +\infty)$$

determinando in particolare asintoti e radici doppie.

7. [punti 4,5] Si consideri il seguente sistema di controllo



dove $P(s) = \dfrac{100(s+1)}{(s+2)^2(s+10)}$. Si chiede di progettare un controllore di struttura (rete ritardatrice) $C(s) = K\dfrac{1+\alpha\tau s}{1+\tau s}$, $K \in \mathbb{R}$, $\alpha \in (0,1)$, $\tau > 0$ affinché:

a) l'errore a regime e_R in risposta ad un gradino unitario del set-point abbia valore assoluto pari a 0,02: $|e_R| = 0,02$.

b) Il margine di fase M_F sia pari a 50°: $M_F = 50^\circ$.

8. [punti 4,5] Determinare la risposta forzata $y(k)$ all'ingresso $u(k) = 1(k)$ (gradino unitario) di un sistema a tempo discreto descritto dall'equazione alle differenze

$$y(k) - \frac{1}{4}y(k-2) = u(k) + u(k-2) \; .$$