

RICERCA OPERATIVA - PARTE I

ESERCIZIO 1. (9 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_2 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ & x_1 - x_2 + x_4 = 6 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

- Scrivere il duale e risolverlo per via grafica;
- determinare una soluzione del primale attraverso le condizioni di complementarità;
- modificare un singolo coefficiente nei vincoli del primale in modo da rendere questo illimitato;
- modificare un singolo coefficiente nei vincoli del primale in modo da rendere il duale illimitato.

ESERCIZIO 2. (10 punti) Sia dato il seguente problema di PLI

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 \\ & 6x_1 + x_2 \leq 6 \\ & -6x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

- Lo si risolva per via grafica;
- si individui la chiusura convessa della regione ammissibile del problema di PLI e la si descriva tramite opportune disequazioni;
- risolvere il problema con l'algoritmo branch-and-bound, resolvendo i rilassamenti lineari per via grafica;
- dopo aver trasformato il problema in forma standard, se ne risolva il rilassamento lineare e si individui, anche graficamente, il primo taglio di Gomory.

ESERCIZIO 3. (5 punti) Dato un problema di PL in forma standard

$$\begin{aligned} \max \quad & \mathbf{c}\mathbf{x} \\ & \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

detto di II fase, si definisca il corrispondente problema di I fase e si dimostri che il valore ottimo del problema di I fase è uguale a 0 se e solo se il problema di II fase ha regione ammissibile non vuota.

ESERCIZIO 4. (6 punti) Dato un problema di PLI, si definisca un suo rilassamento Lagrangiano e il corrispondente duale Lagrangiano. Si proponga un rilassamento Lagrangiano per il problema KNAPSACK usando come vincolo difficile il solo vincolo di capacità dello zaino e si indichi come risolvere tale rilassamento.