

Università di Parma - Facoltà di Ingegneria
Prova intermedia di sistemi multivariabili dell'11 Gennaio 2017

Es. 1) (8 punti) Considera il sistema a tempo discreto

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

- a) Determina, se possibile, una matrice di retroazione F tale che $A + BF$ abbia tutti gli autovalori in -2 .
- b) Determina, se possibile, una matrice di retroazione F tale che $A + BF$ abbia tutti gli autovalori in -1 .

Es. 2) (8 punti) Considera il sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k), \end{aligned}$$

dove

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Determina i sottospazi di non osservabilità in k passi, per ogni valore di $k \in \mathbb{N}$.

Es. 3) (8 punti)

a) Determina la scomposizione di Kalman per il seguente sistema a tempo continuo, mettendo in evidenza gli zeri strutturali e le sottomatrici di questa forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

b) Calcola la funzione di trasferimento del sistema.

Es. 4) (8 punti) Un sistema a tempo continuo è descritto dall'equazione

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$

determina una legge di controllo in retroazione che minimizzi la funzione di costo

$$J(u) = \int_0^{+\infty} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) dt,$$

con $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ed $R = 1$.

Es. 5) (3 punti bonus) Considera il sistema a tempo continuo

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

dimostra che $X_R \subset X_{NO}$ se e solo se $H(s) = 0$.