

RICERCA OPERATIVA - PARTE I

ESERCIZIO 1. (11 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + x_2 \\ & -x_1 - x_2 \leq -1 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Si eseguano i seguenti punti:

- si risolva il problema per via grafica;
- lo si scriva in forma standard e si scriva il duale del problema in forma standard, risolvendolo per via grafica;
- si risolva il problema in forma standard con l'algoritmo due fasi. Quando si comincia a risolvere il problema di II fase, si visualizzi graficamente a ogni iterazione dove ci si trova sia nel primale che nel duale ;
- si esegua l'analisi di sensitività sul termine noto del secondo vincolo visualizzando graficamente cosa succede agli estremi dell'intervallo trovato;
- esistono valori di questo termine noto tali da rendere vuoto l'insieme delle soluzioni ottime D_{ott} del duale?

ESERCIZIO 2. (8 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & \alpha x_1 \\ & x_1 - \alpha x_2 + x_3 = 1 \\ & -x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Lo si risolva spiegando come varia la soluzione al variare di α .

ESERCIZIO 3. (5 punti) Si dimostri il II teorema della dualità sulle condizioni di complementarità.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Si consideri il problema primale

$$\begin{aligned} \max \quad & \mathbf{c}\mathbf{x} \\ & \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \end{aligned}$$

avente come regione ammissibile un politopo $S_a \neq \emptyset$ e il relativo problema duale. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **motivando la risposta**:

- l'aggiunta di un vincolo nel primale può rendere vuota la regione ammissibile D_a del duale;
- l'aggiunta di una variabile nel primale, senza modificare i coefficienti nell'obiettivo e nei vincoli delle altre, può rendere vuota la regione ammissibile del duale;
- una variazione opportuna della funzione obiettivo del primale può rendere vuota la regione ammissibile del duale.