RICERCA OPERATIVA - PARTE I

ESERCIZIO 1. (11 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\max \quad -4x_1 - 2x_2 - 8x_3$$
$$-x_1 - x_2 + x_3 \le -2$$
$$x_2 - 4x_3 \le -1$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

Si eseguano i seguenti punti:

- si trasformi il problema in forma standard e si scriva il duale del problema in forma standard;
- si risolva il problema duale per via grafica;
- si risolva il problema primale con il metodo che si ritiene più opportuno visualizzando graficamente a ogni iterazione dove ci si trova per quanto riguarda il duale e indicando le coordinate del punto in cui ci si trova a ogni iterazione per quanto riguarda il primale;
- si trovi la soluzione ottima del problema duale applicando le condizioni di complementarità;
- si esegua l'analisi di sensitività sul coefficiente di x_1 nell'obiettivo visualizzando graficamente cosa succede agli estremi dell'intervallo inidviduato.

ESERCIZIO 2. (8 punti)

Sia dato il seguente problema di PL

$$\max \quad -\alpha x_1 - x_2$$
$$-x_1 - x_2 + x_3 = -\alpha$$
$$-x_1 + x_2 + x_4 = 2$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$$

Lo si risolva spiegando come varia la soluzione al variare di α .

ESERCIZIO 3. (5 punti) Si illustri la condizione di illimitatezza per il simplesso primale e la si dimostri.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Sia dato un problema di PL in forma standard

$$\begin{aligned} \max \quad \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{A} \mathbf{x} &= \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \end{aligned}$$

con regione ammissibile $S_a \neq \emptyset$ e limitata. S spieghi perché il corrispondente problema duale ha sicuramente $D_{ott} \neq \emptyset$ ragionando sulle relazioni tra i due problemi.