

RICERCA OPERATIVA - PARTE II

ESERCIZIO 1. (10 punti) Sia dato il seguente problema di PLI

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_1 + 5x_2 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 24 \\ & -2x_1 + 5x_2 \leq -1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Si visualizzi graficamente la chiusura convessa di Z_a e la si descriva tramite opportune disequazioni lineari. Si risolva il problema con l'algoritmo branch-and-bound *risolvendo i rilassamenti lineari per via grafica*.

ESERCIZIO 2. (9 punti)

Sia dato il seguente problema

$$\begin{aligned} \min \quad & -x + y \\ & y - x^2 + 1 \geq 0 \\ & -y + x \geq 0 \end{aligned}$$

- È un problema di programmazione convessa?
- ci sono punti che non soddisfano la constraint qualification relativa all'indipendenza lineare dei gradienti dei vincoli attivi?
- si impostino le condizioni KKT ;
- trovare tutti i punti che soddisfano le condizioni KKT;
- Possiamo affermare che il problema ha un ottimo globale? In caso affermativo, qual è l'ottimo globale di questo problema?

ESERCIZIO 3. (5 punti) Si ricavino le condizioni necessarie e sufficienti di ottimalità locale del primo e secondo ordine per problemi non lineari senza vincoli e si commenti cosa succede nel caso in cui la funzione obiettivo sia convessa.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Si consideri un problema di PLI con regione ammissibile $Z_a \neq \emptyset$ e il suo rilassamento lineare con regione ammissibile S_a avente come soluzione ottima un vertice $\mathbf{v} \notin Z_a$. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **motivando la risposta**:

- un taglio valido è non soddisfatto solo dal vertice \mathbf{v} ma è soddisfatto da tutti gli altri vertici di S_a ;
- un taglio valido non esclude mai punti di S_a con valore della funzione obiettivo inferiori rispetto al valore ottimo del problema di PLI;
- per problemi di PLI misti, ovvero con alcune variabili che possono assumere anche valori non interi, non si può garantire che i tagli di Gomory siano validi.