

RICERCA OPERATIVA - PARTE II

ESERCIZIO 1. (10 punti) Sia dato il seguente problema di PLI

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ & 6x_1 + 2x_2 \leq 17 \\ & 10x_1 - 2x_2 \geq 7 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Si visualizzi graficamente la chiusura convessa di Z_a e la si descriva tramite opportune disequazioni lineari. Si risolva il problema con l'algoritmo branch-and-bound *risolvendo i rilassamenti lineari per via grafica*.

ESERCIZIO 2. (9 punti)

Sia dato il seguente problema

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{2}{3}y^3 - x \\ & -x \geq 0 \\ & -x^2 - y^2 + 1 \geq 0 \end{aligned}$$

- È un problema di programmazione convessa?
- ci sono punti che non soddisfano la constraint qualification relativa all'indipendenza lineare dei gradienti dei vincoli attivi?
- si impostino le condizioni KKT ;
- trovare tutti i punti che soddisfano le condizioni KKT;
- ragionando su regione ammissibile e funzione obiettivo, possiamo affermare che il problema ha un ottimo globale? In caso affermativo, qual è l'ottimo globale di questo problema?

ESERCIZIO 3. (5 punti) Si dia la definizione di matrice totalmente unimodulare e si spieghi perché queste matrici sono importanti nell'ambito della programmazione lineare intera. Si facciano un paio di esempi di problemi di PLI in cui compaiono matrici totalmente unimodulari.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Si consideri una determinata iterazione di un algoritmo di taglio basato sui tagli di Gomory. Per ciascuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa **motivando la risposta**:

- l'andamento dell'algoritmo è indipendente da come si sceglie l'equazione generatrice del taglio;
- il valore ottimo del nuovo rilassamento lineare è certamente strettamente minore del valore ottimo del rilassamento lineare dell'iterazione precedente;
- l'aggiunta del taglio non può rendere vuota la regione ammissibile del nuovo rilassamento lineare.