RICERCA OPERATIVA - PARTE II

ESERCIZIO 1. (10 punti) Sia dato il seguente problema di PLI

$$
\begin{array}{ll}
\max & x_2 \\
& x_1 - x_2 \leq \frac{1}{2} \\
& x_1 + x_2 \leq \frac{3}{2} \\
& x_1, x_2 \geq 0 \\
& x_1, x_2 \in Z
\end{array}
$$

Si visualizzi graficamente la chiusura convessa della regione ammissibile di questo problema e se ne dia una descrizione tramite opportune disuguaglianze lineari. Si risolva con l'algoritmo di taglio di Gomory, visualizzando graficamente a ogni iterazione il taglio aggiunto. Si supponga di sostituire l'obiettivo con $x_2 + \alpha x_1$. In quale intervallo di α la sequenza di tagli generata non cambia rispetto al caso $\alpha = 0$ precedentemente studiato?

ESERCIZIO 2. (9 punti) Sia dato il seguente problema

$$
\begin{array}{ll}
\min & x + y - xy \\
& -x^2 - y^2 \geq -1 \\
& x + y \geq 0
\end{array}
$$

- È un problema di programmazione convessa?
- si impostino le condizioni KKT ;
- ci sono punti che non soddisfano la constraint qualification relativa all'indipendenza lineare dei gradienti dei vincoli attivi?
- trovare tutti i punti che soddisfano le condizioni KKT;
- ragionando su regione ammissibile e funzione obiettivo, in base a quale teorema possiamo affermare che tra i punti KKT vi è sicuramente l'ottimo globale del problema?

ESERCIZIO 3. (5 punti) Si consideri un problema di programmazione non lineare senza vincoli e con funzione obiettivo convessa. Si mostri con un esempio che non necessariamente tale problema ammette un ottimo locale. Si dimostri inoltre che, nel caso esistano ottimi locali, questi sono anche ottimi globali. Infine, si dimostri che, nel caso di funzione obiettivo strettamente convessa, se esiste un ottimo globale, questo è unico.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Quali sono i due problemi di programmazione lineare che abbiamo associato a un problema di programmazione lineare intera? Per ciascuno di questi problemi si discutano le relazioni tra le sue soluzioni e quelle del problema di programmazione lineare intera.