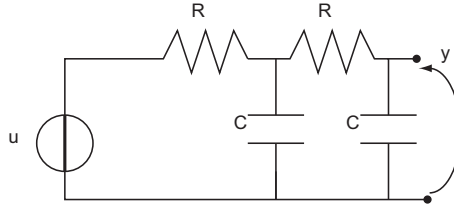


Prova intermedia di sistemi multivariabili del 21 Novembre 2011

Es. 1) (7 punti) Considera il seguente circuito elettrico, in cui il generatore di tensione u rappresenta l'ingresso e la tensione y l'uscita.



- Trova una rappresentazione del sistema mediante un modello di stato.
- Determina il polinomio caratteristico e gli autovalori della matrice A , determina inoltre i modi associati.

Es. 2) (8 punti) Considera il sistema autonomo a tempo continuo

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} x(t)$$

$$x(0) = x_0 .$$

- Determina una matrice fondamentale del sistema.
- Calcola l'esponenziale di matrice e^{At} .
- Trova la soluzione del sistema a partire dalla condizione iniziale $x_0 = [1, 0, 0]^T$.

Es. 3) (7 punti) Considera il sistema a tempo discreto

$$x(k+1) = Ax(k) + B$$

dove $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

- Determina gli insiemi di raggiungibilità $X_R(k)$ per ogni $0 < k \in \mathbb{N}$.
- Determina un controllo che consenta di raggiungere lo stato $x_1 = [0, 0, 1]^T$ nel numero minimo di passi.

Es. 4) (8 punti) Considera il seguente sistema a tempo continuo

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}$$

con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} .$$

- Metti il sistema nella forma standard per i sistemi non completamente raggiungibili.
- Determina gli autovalori controllabili e non controllabili.
- Calcola la matrice delle funzioni di trasferimento e la risposta all'impulso del sistema.

Es. 5) (3 punti bonus, più difficile, fare per ultimo) Considera il sistema autonomo

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) \\ x(0) = x_0, \end{cases}$$

con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dimostrare che per ogni x_0 la soluzione del sistema è periodica di periodo pari a 5 passi.