RICERCA OPERATIVA - PARTE II

ESERCIZIO 1. (9 punti) Sia dato il seguente problema

$$\begin{array}{ll} \min & -x^3 - y^2 \\ & -x^2 - y^2 + 1 \geq 0 \\ & x + y - 1 = 0 \end{array}$$

- Scriverne la funzione Lagrangiana;
- si impostino le condizioni KKT;
- si trovino i punti che soddisfano le condizioni KKT e i corrispondenti moltiplicatori di Lagrange.

ESERCIZIO 2. (9 punti) Sia data la rete $G = (V, A)$ con

$$V = \{S, 1, 2, 3, 4, D\}$$

e

$$A = \{(S,1),\ (S,2),\ (1,2),\ (1,3),\ (2,4),\ (4,3),\ (3,D),\ (4,D)\}$$

con le capacità

$$c_{S1} = 4 \quad c_{S2} = 8 \quad c_{12} = 4 \quad c_{13} = 4 \quad c_{24} = 3 \quad c_{43} = 3 \quad c_{3D} = 3 \quad c_{4D} = 9.$$

Sia data la soluzione

$$x_{S1} = 2 \quad x_{S2} = 1 \quad x_{12} = 2 \quad x_{13} = 0 \quad x_{24} = 3 \quad x_{43} = 3 \quad x_{3D} = 3 \quad x_{4D} = 0.$$

Dopo aver mostrato che tale soluzione è un flusso ammissibile, si parta da essa per determinare il flusso massimo e il taglio minimo per questa rete. Se incremento di 5 unità la capacità dell'arco $(4,3)$, di quanto aumenta il valore ottimo del problema di taglio minimo? Se incremento di 10 unità la capacità dell'arco $(2,4)$, aumenta di 10 unità anche il valore ottimo del problema di taglio minimo?

ESERCIZIO 3. (6 punti) Una volta introdotte opportune ipotesi, si dimostri che un problema di ottimizzazione è risolvibile in tempo polinomiale se e solo se è risolvibile in tempo polinomiale il corrispondente problema di riconoscimento.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Si dimostri che il problema di ε-approssimazione per il Travelling Salesman Problem (TSP) è NP-completo per ogni $\varepsilon > 0$.