RICERCA OPERATIVA - PARTE II

ESERCIZIO 1. (9 punti) Sia data la rete $G = (V, A)$ con

$$V = \{S, 1, 2, 3, 4, D\}$$

e

$$A = \{(S, 1),\ (S, 2),\ (1, 3),\ (1, 4),\ (2, 1),\ (2, 3),\ (2, 4),\ (3, 4),\ (3, D),\ (4, D)\}$$

con le capacità

$$c_{S1} = 8 \quad c_{S2} = 10 \quad c_{13} = 6 \quad c_{14} = 2 \quad c_{21} = 2 \quad c_{23} = 3 \quad c_{24} = 4 \quad c_{34} = 3 \quad c_{3D} = 10 \quad c_{4D} = 7.$$

Sia data la soluzione

$$x_{S1} = 6 \quad x_{S2} = 2 \quad x_{13} = 6 \quad x_{14} = 2 \quad x_{21} = 2 \quad x_{23} = 0 \quad x_{24} = 0 \quad x_{34} = 3 \quad x_{3D} = 3 \quad x_{4D} = 5.$$

Dopo aver mostrato che tale soluzione è un flusso ammissibile, si parta da essa per determinare il flusso massimo e il taglio minimo per questa rete. Può accadere che tra gli archi del taglio minimo ce ne sia uno non saturo nella soluzione ottima?

ESERCIZIO 2. (9 punti) Sia dato il problema vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & \log(y) - x^2 \\ & y \geq 1 \\ & x \geq 0 \\ & -x - y \geq -2 \end{aligned}$$

- Si definisca la funzione Lagrangiana per questo problema;
- si impostino le condizioni KKT;
- individuare tutti i punti che soddisfano le condizioni KKT;
- trovare l'ottimo globale e il valore ottimo di questo problema.

ESERCIZIO 3. (6 punti) Dato un problema di ottimizzazione si definisca la dimensione di una sua istanza. Dato un algoritmo di risoluzione A del problema, si definisca la funzione t_A che associa un numero di operazioni elementari a ogni dimensione k delle istanze. Se t_A è una funzione esponenziale 2^k vuol dire che ogni istanza del problema di dimensione k richiede 2^k operazioni elementari per essere risolta? Se l'algoritmo A ha complessità polinomiale, ci possono essere istanze di dimensione k del problema che richiedono 2^k operazioni elementari per essere risolte?

ESERCIZIO 4. (5 punti) Si dimostri che l'algoritmo DST è un algoritmo di 1-approssimazione per il problema TSP metrico.