

RICERCA OPERATIVA - PARTE I

ESERCIZIO 1. (11 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_1 - x_2 \\ & -2x_1 - 3x_2 \leq -6 \\ & -3x_1 - 2x_2 \leq -6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Si eseguano i seguenti punti:

- si risolva il problema per via grafica;
- lo si trasformi in forma standard e si scriva il duale del problema in forma standard;
- si risolva il duale per via grafica;
- si risolva il problema primale in forma standard con il simplesso duale, visualizzando graficamente a ogni iterazione dove ci si trova sia per quanto riguarda il primale che per quanto riguarda il duale;
- si esegua l'analisi di sensitività sui coefficienti di x_1 e x_2 nell'obiettivo spiegando graficamente che cosa succede agli estremi degli intervalli individuati;
- se modifico i termini noti dei vincoli, posso rendere illimitato il problema primale? E se modifico i coefficienti nell'obiettivo di una tra le variabili x_1 e x_2 ?

ESERCIZIO 2. (8 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_2 + x_3 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = \alpha \\ & -x_1 + x_2 + x_4 = \alpha^2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Lo si risolva con l'algoritmo del simplesso che si ritiene più opportuno, spiegando come varia la soluzione e il valore ottimo al variare di $\alpha \geq 0$. Per $\alpha < 0$ riuscite, senza applicare alcun algoritmo risolutivo, a stabilire cosa succede?

ESERCIZIO 3. (5 punti) Si dimostri il teorema fondamentale della programmazione lineare.

ESERCIZIO 4. (5 punti) In un problema di programmazione lineare intera vi sono tre variabili x_1, x_2, x_3 legate tra loro dal vincolo

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10.$$

Si supponga che nello stesso problema sia presente anche una limitazione dal di sopra pari a 2 per la variabile x_1 quando ci si trova in una certa condizione A , mentre quando non ci si trova in tale condizione tale limitazione dal di sopra non è presente. Si discuta come, dal punto di vista modellistico si possa rappresentare il verificarsi o meno della condizione A e come si possa imporre, con un opportuno vincolo, la limitazione dal di sopra pari a 2 nel caso ci si trovi nella condizione A .