

## RICERCA OPERATIVA - PARTE I

**ESERCIZIO 1.** (10 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & x_2 \\ & x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ & 2x_1 + x_2 + x_4 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Si eseguano i seguenti punti:

- si dimostri con il metodo due fasi che il problema ha regione ammissibile vuota;
- si determini il minimo valore del termine noto del secondo vincolo per cui il problema ha regione ammissibile non vuota;
- in corrispondenza del valore trovato al punto precedente, dire come è fatta la regione ammissibile del problema;
- si utilizzi come termine noto del secondo vincolo 6 e si risolva il problema corrispondente;
- si scriva il duale del problema modificato come nel punto precedente e se ne determini una soluzione ottima usando le condizioni di complementarità.

**ESERCIZIO 2.** (8 punti) Sia dato il seguente problema di PLI

$$\begin{aligned} \max \quad & x_2 \\ & x_2 - x_1 \leq 1 \\ & \frac{5}{2}x_1 + x_2 \leq \frac{25}{4} \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in Z \end{aligned}$$

- Lo si risolva graficamente;
- si identifichi la chiusura convessa della regione ammissibile  $Z_a$  e la si descriva attraverso opportune disequazioni;
- si trasformi il problema in forma standard;
- lo si risolva con l'algoritmo di taglio di Gomory visualizzando graficamente i tagli aggiunti.

**ESERCIZIO 3.** (5 punti) Si illustrino e si giustifichino le due condizioni di arresto dell'algoritmo del simplesso primale.

**ESERCIZIO 4.** (6 punti) Si definisca il taglio di Gomory e si dimostri che è un taglio valido.