## RICERCA OPERATIVA - PARTE I

ESERCIZIO 1. (11 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\max -x_2 \\ 2x_1 + x_2 \ge 2 \\ -x_1 + x_2 \ge 1 \\ x_1, x_2 \ge 0.$$

Si eseguano i seguenti punti:

- si risolva il problema per via grafica;
- lo si trasformi in forma standard e si scriva il duale del problema in forma standard;
- si risolva il duale per via grafica;
- si risolva il problema primale in forma standard con il simplesso duale, visualizzando graficamente a ogni iterazione dove ci si trova sia per quanto riguarda il primale che per quanto riguarda il duale;
- si esegua l'analisi di sensitività per il coefficiente di  $x_1$  nell'obiettivo e si visualizzi graficamente sia nel primale che nel duale cosa succede agli estremi dell'intervallo in cui la base ottima non cambia;
- si spieghi perché modifiche dei termini noti del primale non possono far perdere l'esistenza di soluzioni ottime nel primale stesso.

ESERCIZIO 2. (8 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\max -x_1 - x_2$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 1 - \alpha$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 3 - 2\alpha$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0.$$

Lo si risolva con l'algoritmo del simplesso che si ritiene più opportuno, spiegando come varia la soluzione al variare di  $\alpha$ .

**ESERCIZIO 3.** (5 punti) Si dimostri che in un problema di PL in forma canonica la regione ammissibile  $S_a$  e l'insieme delle soluzioni ottime  $S_{ott}$  sono insiemi convessi.

**ESERCIZIO 4.** (5 punti) Si enunci e si dimostri la condizione di illimitatezza del simplesso primale.