

RICERCA OPERATIVA - PARTE I

ESERCIZIO 1. (11 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_2 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ & x_1 + x_2 + x_4 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

Si eseguano i seguenti punti:

- si scriva il duale e lo si risolva per via grafica;
- si risolva il primale con le condizioni di complementarità;
- si risolva nuovamente il primale utilizzando l'algoritmo più opportuno;
- si esegua l'analisi di sensitività sui coefficienti di x_1 nell'obiettivo, visualizzando graficamente cosa succede nel duale agli estremi dell'intervallo individuato;
- è possibile modificare un termine noto in modo da rendere illimitato l'obiettivo del duale?

ESERCIZIO 2. (8 punti) Sia dato il seguente problema di PL

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ & x_1 + \alpha x_2 + x_3 = 2 \\ & \alpha x_1 + x_2 + x_4 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

Lo si risolva spiegando come varia la soluzione al variare di α , limitandosi ai casi $\alpha < 1$.

ESERCIZIO 3. (5 punti) Si dimostri che la regione ammissibile di un problema di PL in forma canonica è un insieme convesso. Si dimostri che è convesso anche l'insieme delle soluzioni ottime.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Sia dato un problema di PL con regione ammissibile $S_a \neq \emptyset$ e insieme di soluzioni ottime S_{ott} . Si dica se le seguenti affermazioni sono vere o false, **motivando la risposta**:

- l'intersezione $S_a \cap S_{ott}$ è sempre diversa dall'insieme vuoto;
- se S_{ott} ha cardinalità maggiore di 1, allora S_{ott} è un insieme illimitato;
- se S_a è un insieme illimitato, allora S_{ott} è un insieme vuoto.