RICERCA OPERATIVA - PARTE II

ESERCIZIO 1. (10 punti) Sia dato il seguente problema di PLI

$$
\begin{array}{ll}
\max & x_2 \\
& -2x_1 + x_2 \leq 0 \\
& \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 1 \\
& x_1, x_2 \geq 0 \\
& x_1, x_2 \in Z
\end{array}
$$

Si visualizzi graficamente la chiusura convessa della regione ammissibile di questo problema e se ne dia una descrizione tramite opportune disuguaglianze lineari. Si eseguano le prime due iterazioni dell'algoritmo di taglio di Gomory, visualizzando graficamente i due tagli aggiunti.

ESERCIZIO 2. (9 punti) Sia dato il seguente problema

$$
\begin{array}{ll}
\min & xy \\
& y \geq 1 \\
& x - y \geq -2 \\
& -x - y \geq -2
\end{array}
$$

- È un problema di programmazione convessa?
- ci sono punti che non soddisfano almeno una delle constraint qualification citate a lezione?
- si impostino le condizioni KKT ;
- trovare tutti i punti che soddisfano le condizioni KKT;
- ragionando su regione ammissibile e funzione obiettivo, in base a quale teorema possiamo affermare che tra i punti KKT vi è sicuramente l'ottimo globale del problema?

ESERCIZIO 3. (5 punti) Dato un problema di programmazione non lineare senza vincoli e con funzione obiettivo convessa:

- si mostri con un esempio che non necessariamente tale problema ammette un ottimo locale;
- si dimostri che, nel caso esistano ottimi locali, questi sono anche ottimi globali;
- si dimostri che, nel caso di funzione obiettivo strettamente convessa, se esiste un ottimo globale, questo è unico.

ESERCIZIO 4. (5 punti) Si dia la definzione di rilassamento lagrangiano di un problema di PLI. Si dimostri che è un rilassamento. Si definisca il duale lagrangiano.