

## RESEARCH PAPER

# Verificación experimental de la ley de campo magnético de un dipolo

G.S. Jordán Alvarado, L.N. Fernández Risco, and E. Urbiola Ríos

Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería, Sección Física, Lima, Perú

Author for correspondence: F. Author, Email: a20216281@pucp.edu.pe, a20244659@pucp.edu.pe, a20221825@pucp.edu.pe.

**Abstract**

En este trabajo se presenta un estudio experimental del campo magnético generado por un imán de neodimio a lo largo de su eje. Utilizando un magnetómetro y un sensor de distancia se registran de manera simultánea el módulo del campo y la separación imán-sensor, con el fin de comparar los datos obtenidos con el modelo teórico de un dipolo magnético.

**Keywords:** dipolo magnético, momento dipolar, magnetización

## 1. Introducción

Los imanes permanentes macroscópicos, observados a distancias grandes en comparación con sus dimensiones, pueden describirse con muy buena aproximación mediante el modelo idealizado de un dipolo magnético. En este régimen lejano, el campo generado por el imán presenta la disminución característica con la distancia que se obtiene al desarrollar la expansión multipolar de distribuciones de corriente y magnetización, resultado discutido de forma sistemática en los textos clásicos de electromagnetismo Griffiths 2017; Jackson 1998. Más allá de su interés teórico, este modelo constituye la base con la que se analizan fuerzas, torques e interacciones entre imanes en un amplio rango de aplicaciones.

En la práctica, sin embargo, todo imán real tiene tamaño finito, magnetización no perfectamente uniforme y se encuentra inmerso en un entorno donde intervienen campos externos y elementos ferromagnéticos cercanos. El uso del modelo de dipolo es entonces una aproximación cuya validez depende tanto de la geometría del imán como del rango de distancias considerado. De hecho, estudios específicos sobre imanes cilíndricos muestran que el comportamiento dipolar se recupera de forma clara sólo a distancias suficientemente grandes, mientras que en el régimen cercano aparecen correcciones debidas a la forma y a la distribución real de magnetización Vokoun et al. 2009.

En este trabajo nos proponemos explorar experimentalmente hasta qué punto un imán comercial de neodimio se comporta como un dipolo magnético ideal. Para ello, construimos un montaje sencillo en el que un imán se desplaza de forma controlada a lo largo de un eje frente a un sensor digital de campo magnético y a un sensor de distancia. Este arreglo permite registrar simultáneamente la intensidad del campo y la separación entre el imán y el punto de medida. A partir de estos datos, analizamos la dependencia del campo con la distancia, comparamos el comportamiento observado con la ley de un dipolo ( $B \propto 1/r^3$ ), identificamos el rango de distancias en el que la aproximación dipolar resulta razonable y discutimos las desviaciones que surgen de las limitaciones del montaje y de la

naturaleza no ideal del imán utilizado.

## 2. Marco teórico

La variación espacial del campo magnético generado por un imán permanente puede describirse, a distancias grandes comparadas con su tamaño, mediante el modelo ideal de un dipolo magnético. En electromagnetismo clásico un dipolo se representa por un único vector, el *momento dipolar magnético*  $\vec{m}$ , que resume el efecto colectivo de corrientes eléctricas cerradas o de los momentos magnéticos atómicos del material griffiths; jackson. El campo magnético producido por un dipolo situado en el origen viene dado por

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [3(\vec{m} \cdot \hat{r}) \hat{r} - \vec{m}], \quad (1)$$

donde  $r = |\vec{r}|$ ,  $\hat{r} = \vec{r}/r$  es el vector unitario radial y  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío. En la dirección del eje del dipolo (que en este trabajo se hace coincidir con el eje del imán) la expresión se simplifica a

$$B_{||}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{r^3}, \quad (2)$$

de donde se concluye que, en primera aproximación, la intensidad del campo debería decrecer como  $B \propto 1/r^3$  con la distancia  $r$ .

### 2.1 Momento dipolar de un imán de neodimio

Para un imán permanente se introduce el vector magnetización  $\vec{M}(\vec{r})$ , que representa el momento magnético por unidad de volumen. El momento dipolar total se obtiene integrando sobre el volumen del imán,

$$\vec{m} = \int_V \vec{M}(\vec{r}) dV. \quad (3)$$

Si el material está uniformemente magnetizado,  $\vec{M}$  puede considerarse constante y la expresión anterior se reduce a

$$\vec{m} \simeq \vec{M} V, \quad (4)$$

donde  $V$  es el volumen del imán. En imanes duros de neodimio, la magnetización se suele relacionar con el campo remanente  $B_r$  mediante

$$\vec{M} \approx \frac{\vec{B}_r}{\mu_0}, \quad (5)$$

de modo que, conociendo  $B_r$  y la geometría del imán, es posible estimar un valor efectivo de  $m$  y predecir el orden de magnitud del campo esperado a distintas distancias usando la ecuación (2) `coey_magnets`.

## 2.2 Medición del campo: magnetómetro BMM150

El campo magnético se midió con un sensor geomagnético triaxial BMM150, basado en elementos Hall y tecnología Flip-Core. De acuerdo con la hoja de datos del fabricante, el rango lineal típico de medida es de  $\pm 1300 \mu\text{T}$  en los ejes  $x$  e  $y$  y de  $\pm 2500 \mu\text{T}$  en el eje  $z$ , con una resolución nominal de aproximadamente  $0.3 \mu\text{T}$  Bosch Sensortec GmbH 2020. En los modos de operación recomendados, el ruido RMS de salida se encuentra entre  $\sim 0.3$  y  $1 \mu\text{T}$ , dependiendo del *preset* seleccionado (baja potencia, regular, alta precisión), mientras que el desplazamiento de cero antes de cualquier calibración puede alcanzar valores del orden de  $\pm 40 \mu\text{T}$ , reducibles a unos pocos microteslas tras una calibración por software apropiada Bosch Sensortec GmbH 2020.

En este trabajo se emplea el módulo del vector campo magnético, obtenido a partir de las tres componentes medidas por el BMM150. Si se modela el ruido del sensor como gaussiano e isotrópico, una estimación razonable de la incertidumbre tipo asociada a cada lectura es

$$u_B \simeq \sqrt{\sigma_{\text{ruido}}^2 + \left(\frac{\Delta B_{\text{res}}}{\sqrt{12}}\right)^2}, \quad (6)$$

donde  $\sigma_{\text{ruido}}$  es el ruido RMS especificado para el modo de operación usado y  $\Delta B_{\text{res}} \simeq 0.3 \mu\text{T}$  corresponde al paso mínimo de cuantificación del convertidor analógico-digital interno. Esta incertidumbre instrumental fija el límite de precisión con que es posible contrastar experimentalmente la dependencia  $B(r)$ .

## 2.3 Medición de distancia: sensor láser VL53L1X

La distancia entre el imán y el arreglo de sensores se midió con un VL53L1X, un sensor de distancia por tiempo de vuelo (*Time-of-Flight*) que integra un diodo láser VCSEL de 940 nm y una matriz de fotodetectores SPAD. El dispositivo mide el tiempo que tarda un pulso de luz en viajar hasta el objetivo y volver al detector, y a partir de ese tiempo estima la distancia de manera prácticamente independiente del color y la reflectancia del blanco.

El VL53L1X permite alcances de hasta  $\sim 4 \text{ m}$  en modo de larga distancia y ofrece distintos modos de operación que equilibran alcance, consumo y precisión STMicroelectronics 2024. Bajo condiciones típicas de operación (modo largo, presupuesto de tiempo de 100 ms y blanco de alta reflectancia), el fabricante reporta un error de medida típico del orden de  $\pm 20 \text{ mm}$  tanto en oscuridad como bajo iluminación ambiente

moderada, y una repetibilidad relativa entre  $\pm 1\%$  y  $\pm 0.15\%$  según el presupuesto de tiempo empleado STMicroelectronics 2024. En el rango de distancias utilizado en este experimento (decenas de centímetros), estas especificaciones implican una incertidumbre absoluta de unos pocos centímetros, que resulta relevante al analizar la sensibilidad de la relación  $B \propto 1/r^3$  frente a errores en  $r$ .

## 2.4 Propagación de incertidumbres en la relación $B(r)$

Si se adopta el modelo axial de dipolo de la ecuación (2), la magnitud del campo en función de la distancia se puede escribir como

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m}{r^3}. \quad (7)$$

Suponiendo que las principales fuentes de incertidumbre son el momento dipolar efectivo  $m$  (ligado a la magnetización del imán) y la distancia  $r$  medida por el sensor de tiempo de vuelo, la propagación de errores para variables independientes conduce a

$$\left(\frac{u_B}{B}\right)^2 \simeq \left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(3 \frac{u_r}{r}\right)^2, \quad (8)$$

donde  $u_m$  y  $u_r$  son las incertidumbres tipo asociadas a  $m$  y  $r$ , respectivamente. De esta expresión se deduce que la precisión en la medida de la distancia es especialmente crítica: un error relativo modesto en  $r$  se amplifica por un factor 3 en el error relativo de  $B$ . Esta consideración justifica el análisis cuidadoso de las especificaciones del VL53L1X y del propio mecanismo de accionamiento lineal.

## 2.5 Consideraciones sobre el accionamiento con motor DC

El desplazamiento del imán se realiza mediante un motor DC TT (6 V, 200 RPM) acoplado a una cremallera lineal. En el esquema empleado, el motor se controla mediante pulsos de tensión generados por el Arduino, de modo que el avance lineal por pulso depende tanto del tiempo de conducción como de la respuesta mecánica del conjunto motor-reductora-cremallera. En ausencia de realimentación en posición, la incertidumbre en la distancia real recorrida entre dos lecturas consecutivas no está determinada por una hoja de datos específica, sino por la combinación de variabilidad en el par del motor, juego mecánico y rozamiento.

En la práctica, esta contribución se manifiesta como una dispersión adicional en las curvas  $B(r)$  obtenidas al repetir varias veces la trayectoria del imán. Por ello, en el análisis posterior se interpreta la anchura de dicha dispersión como una medida efectiva de la incertidumbre de posicionamiento asociada al sistema de accionamiento, que se suma a las incertidumbres instrumentales de los sensores BMM150 y VL53L1X.

## 3. Materiales y Equipo

### Materiales

- Imán de neodimio (diametro: 30mm y grosor:6mm)
- Sensor magnético BMM150
- Sensor láser VL53L1X
- Motor DC TT 6V/200RPM
- MOSFET IRF530

- Una resistencia de 10K(ohmios)
- Protoboard
- Cables dupont
- Estructuras de soporte impresas en 3D para el montaje del imán, sensores y motor

### Equipo

- Arduino Uno
- Fuente de alimentación de 9 V
- Multímetro digital
- Computadora con entorno Arduino IDE (lenguaje C/C++) y Python para adquisición y análisis de datos

## 4. Metodología

En esta sección se describe el montaje experimental y el procedimiento seguido.

### 4.1 Montaje experimental

El montaje experimental se muestra en la Fig. 1. Sobre una base de madera se fijó, en uno de los extremos, un conjunto formado por un motor DC TT de 6 V con caja reductora acoplado a un mecanismo lineal tipo cremallera, impresa en 3D. En el extremo móvil de la cremallera se montó una cajita azul que aloja un imán de neodimio. De este modo, al alimentar el motor el imán se desplaza en línea recta a lo largo de la base. La estructura impresa en 3D proporciona un soporte mecánico rígido y actúa como elemento aislante entre el imán y el resto del sistema.

En el extremo opuesto de la base se colocó una segunda estructura, apoyada sobre una caja de cartón, que contiene el sensor magnético BMM150 y el sensor de distancia VL53L1X. Ambos sensores se montaron próximos entre sí, con sus ejes de medida alineados con la dirección de movimiento del imán. La distancia inicial entre el imán (dentro de la caja azul) y el arreglo de sensores en la caja de cartón es de aproximadamente 30 cm.

Los sensores se conectaron a una placa Arduino Uno mediante un protoboard, donde también se realizaron las conexiones de alimentación. El Arduino se alimentó a través del puerto USB de una computadora, mientras que el motor DC se alimentó de manera independiente mediante una batería de 9 V. La computadora se utilizó para ejecutar el código en Arduino y para registrar las lecturas de campo magnético y distancia durante el desplazamiento del imán.

### 4.2 Procedimiento

Para realizar las mediciones se programó el *Arduino Uno* de modo que controlara el movimiento angular del motor DC TT (6 V, 200 RPM) mediante un tren de pulsos. El circuito de potencia incluía un MOSFET IRF530N, que actuaba como interruptor electrónico entre la batería de 9 V y el motor. De este modo, la placa Arduino sólo commutaba la puerta del MOSFET a 5 V, mientras que la corriente del motor circulaba directamente desde la batería.

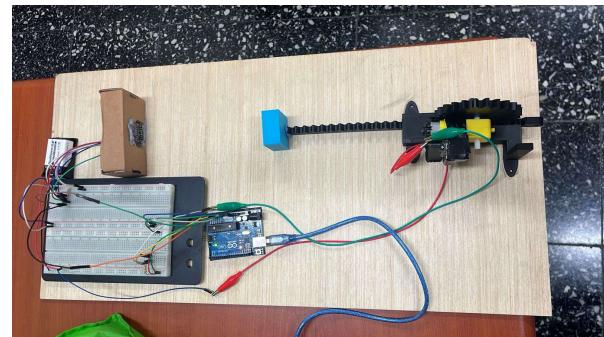


Figure 1. Vista general del montaje experimental

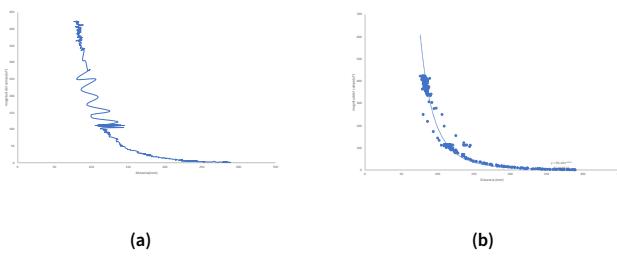
El código de Arduino hace que el motor avance en pequeños impulsos: se envían pulsos de aproximadamente 20 ms de duración, seguidos por retardos de unos 20 ms con el motor apagado, lo que da un período efectivo cercano a 40 ms. El conjunto de estos pulsos produce un movimiento casi continuo pero lento, de forma que el eje del motor completa una vuelta de 360° en alrededor de 7 s. Este modo de operación equivale a aplicar al motor una tensión efectiva reducida (bajo ciclo útil), lo que permite utilizar una batería de 9 V sin sobrepasar el límite nominal de 6 V y, al mismo tiempo, obtener un desplazamiento controlado del imán sobre la cremallera.

Durante el desplazamiento, el imán de neodimio alojado en la caja azul se aproxima al arreglo de sensores situado en la caja de cartón. El sensor BMM150 registra el módulo de la densidad de flujo magnético, mientras que el VL53L1X mide simultáneamente la distancia entre el imán y los sensores. Ambas magnitudes se envían en tiempo real al ordenador a través del puerto serial del Arduino.

En la computadora se ejecutó un script en *Python* que lee continuamente el puerto serial, muestra las mediciones en tiempo real y las almacena en un archivo de datos para su posterior análisis. Cada adquisición corresponde a una trayectoria completa del imán, desde una posición inicial de aproximadamente 30 cm hasta la posición de máxima aproximación al arreglo de sensores. Además, se usaron imanes de diferentes diámetros para observar el comportamiento de la magnitud del campo vs la distancia. Este procedimiento se repitió varias veces para comprobar la reproducibilidad del experimento y reducir la incertidumbre asociada a las mediciones individuales.

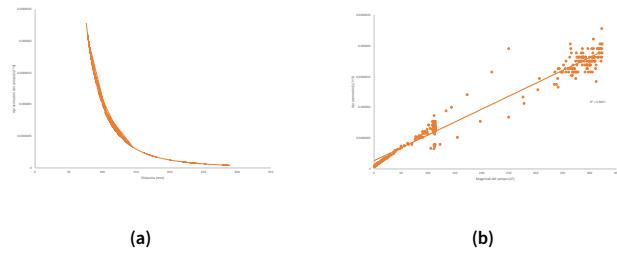
## 5. Análisis y Resultados

Durante la primera adquisición de datos se obtuvieron las curvas mostradas en la Fig. 2, donde se representa la magnitud del campo magnético medido por el BMM150 en función de la distancia registrada por el sensor láser VL53L1X. Si bien en la mayor parte del rango la curva es suave y decreciente, en una región intermedia se observan oscilaciones pronunciadas en la que el campo varía mientras que la distancia medida permanece casi constante o presenta saltos.



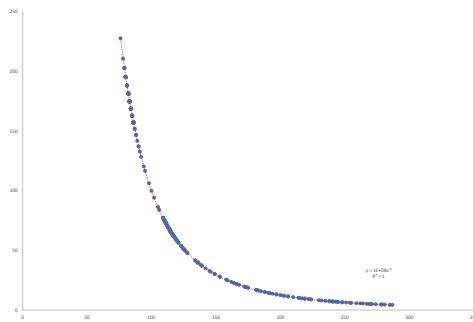
**Figure 2.** (a) Distancia(mm) vs campo magnético(uT) (datos crudos). (b) Aproximación distancia(mm) vs campo magnético(uT).

En la Fig. 3 se construyó la cantidad  $1/r^3$  a partir de las lecturas de distancia y se la comparó con la magnitud del campo medido por el BMM150. Para un dipolo magnético se espera que exista una relación aproximadamente lineal entre ambas magnitudes, ya que teóricamente  $B \propto 1/r^3$ . Sin embargo, los puntos experimentales aparecen muy dispersos y no se alinean claramente en torno a una recta, lo que evidencia una cierta incongruencia entre los datos obtenidos y la dependencia teórica esperada.



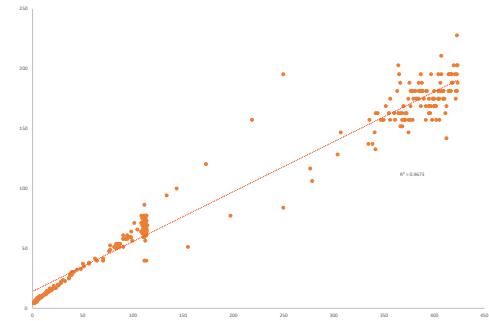
**Figure 3.** (a) Distancia vs Aproximación  $1/r^3$ . (b) Campo magnético vs Aproximación  $1/r^3$ .

A partir de la primera toma de datos se seleccionó únicamente la región en la que las lecturas del sensor de distancia VL53L1X resultaban más fiables, evitando la zona cercana al punto ciego. Sobre ese subconjunto se aplicó una limpieza de datos, eliminando los *outliers* más alejados de la tendencia general. El resultado se muestra en la Fig. 4.

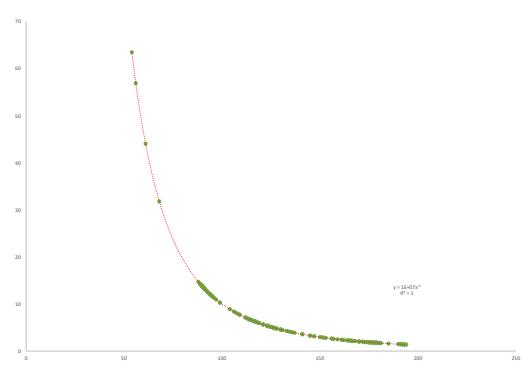


**Figure 4.** Campo magnético en función de la distancia para la primera toma de datos, considerando solo la región fiable y tras la limpieza de *outliers*. La curva se ajusta razonablemente bien a una ley de potencias compatible con el comportamiento dipolar  $B \propto 1/r^3$ .

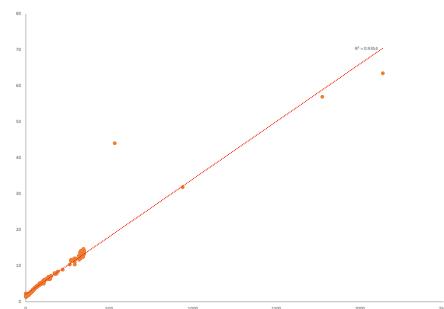
A continuación, utilizando las mismas distancias depuradas, se construyó la cantidad  $1/r^3$  y se comparó directamente con el campo medido por el BMM150. Esta relación se muestra en la Fig. 5.



**Figure 5.** Relación entre el campo magnético medido y la cantidad  $1/r^3$  para la primera toma de datos depurada. Se observa una tendencia aproximadamente lineal, con un coeficiente de determinación  $R^2 \approx 0.96$ , aunque con cierta dispersión en torno a la recta de ajuste. Esta discrepancia se asocia a las limitaciones del magnetómetro BMM150 (ruido, calibración) y asociado a la naturaleza del imán de neodimio.

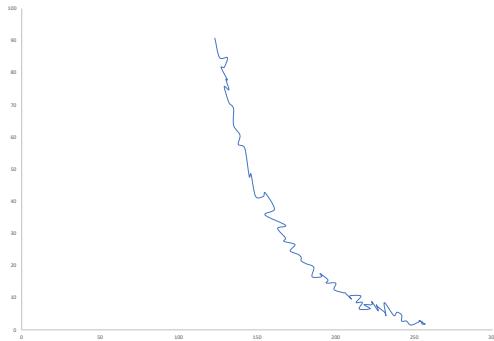


**Figure 6.** Dependencia de la cantidad  $1/r^3$  con la distancia  $r$  para la segunda serie de mediciones. Los puntos experimentales siguen una ley de potencias ajustada (línea punteada), con un coeficiente de determinación  $R^2 \approx 1$ , en buen acuerdo con el comportamiento esperado para un campo dipolar.

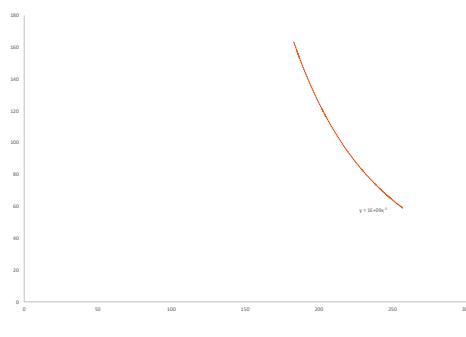


**Figure 7.** Relación entre la magnitud del campo magnético medido y la cantidad  $1/r^3$  para la segunda serie de mediciones. Se observa una tendencia lineal con ligera dispersión en torno a la recta de ajuste (coeficiente de determinación  $R^2 \approx 0.94$ ), atribuible a las limitaciones instrumentales y a que el imán real no se comporta como un dipolo puntual ideal.

La tercera y última serie de mediciones se realizó con el imán de neodimio, manteniendo el mismo montaje experimental. En la Fig. 8 se muestra el conjunto completo de datos obtenidos, mientras que en las Figs. 9 y 10 se presentan los ajustes posteriores que permiten comparar los resultados con el modelo de dipolo magnético.

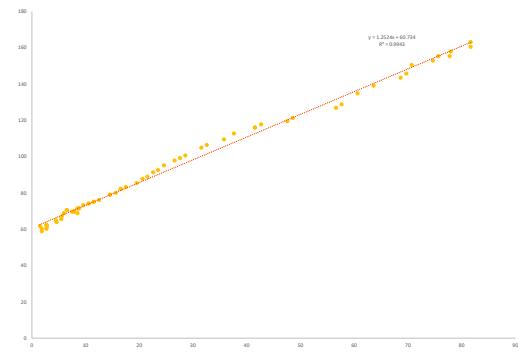


**Figure 8.** Campo magnético en función de la distancia  $r$  para la tercera serie de mediciones con el imán de neodimio. Se representa el conjunto de datos tal como fue registrado, sin aplicar todavía ningún criterio de depuración. Se observa la tendencia decreciente global de  $B(r)$ , junto con pequeñas variaciones asociadas a la resolución de los sensores y a efectos sistemáticos del montaje.

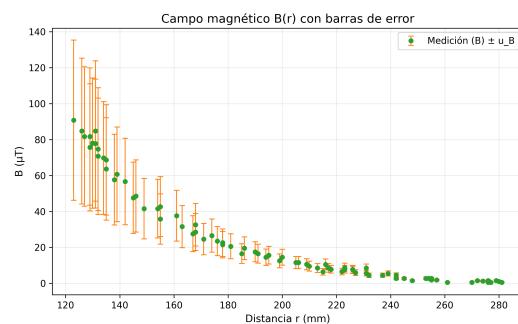


**Figure 9.** Dependencia de la cantidad  $1/r^3$  con la distancia  $r$  para la misma serie de medidas, considerando únicamente la región de medida fiable. Los puntos experimentales siguen de manera clara una ley de potencias ajustada del tipo  $y = 1 \times 10^9 x^{-3}$ , en muy buen acuerdo con la dependencia  $B \propto 1/r^3$  esperada para el campo de un dipolo magnético.

Para visualizar globalmente el campo generado por el imán de neodimio utilizado en la experiencia (con un diámetro de 30 mm y un grosor de 6 mm) se realizó una simulación numérica modelándolo como un cilindro uniformemente magnetizado. En la Fig. ?? se muestran las líneas de campo en tres dimensiones: las líneas emergen de una de las caras del imán y regresan por la cara opuesta, formando la estructura característica de un dipolo magnético. Lejos del imán (para distancias varias veces mayores que su radio) el patrón se hace prácticamente indistinguible del de un dipolo puntual, coherente con la ley experimental  $B \propto 1/r^3$  obtenida en la zona de medida fiable.



**Figure 10.** Relación entre la magnitud del campo magnético medido y la cantidad  $1/r^3$  calculada a partir de las distancias depuradas de la tercera serie de datos. La nube de puntos se alinea prácticamente sobre la recta de ajuste  $y = 1.2524x + 60.734$ , con un coeficiente de determinación elevado ( $R^2 \approx 0.99$ ), lo que indica que la aproximación  $B \propto 1/r^3$  describe de manera muy precisa el comportamiento experimental del campo del imán de neodimio.



**Figure 11.** Campo magnético  $B(r)$  con barras de error calculadas según la propagación de incertidumbre.

En la Figura 11 se muestra la dependencia del campo magnético  $B(r)$  con barras de error calculadas mediante la propagación de incertidumbre:

$$\left(\frac{u_B}{B}\right)^2 \approx \left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(3\frac{u_r}{r}\right)^2$$

donde se consideró  $\frac{u_m}{m} = 5\%$  y  $u_r = 20$  mm. Se observa que, aunque la tendencia general sigue la ley teórica  $B \propto 1/r^3$ , las barras de error crecen significativamente a medida que disminuye la distancia. Esto confirma que el término  $3u_r/r$  domina la incertidumbre, amplificando el error en el campo magnético en el régimen cercano

## 6. Conclusiones y Discusión

En este trabajo se analizó el campo generado por un imán de neodimio a lo largo de su eje con el objetivo de contrastarlo con la ley dipolar  $B \propto 1/r^3$ . El uso combinado de un magnetómetro BMM150 para medir el campo y un sensor láser VL53L1X para registrar la distancia permitió obtener un conjunto de datos suficientemente amplio como para estudiar tanto la tendencia global del campo como las limitaciones instrumentales asociadas al montaje. Desde el inicio quedó claro que la verificación de una ley de potencias no depende únicamente

del modelo teórico, sino también de la calidad y el tratamiento de los datos experimentales.

Las primeras campañas de medidas pusieron en evidencia varios efectos sistemáticos: la presencia de una zona ciega y regiones no lineales en el sensor de distancia, la aparición de puntos claramente espurios en las curvas  $B(r)$  y la sensibilidad del experimento a pequeños desalineamientos del imán respecto al eje del sensor. Al restringir el análisis a la región de medida más fiable y aplicar criterios estadísticos de depuración (eliminación de *outliers* y selección de la zona donde la distancia se comporta de forma monótona y coherente), las curvas  $B(r)$  comenzaron a ajustarse a una ley de potencias con exponente cercano a  $-3$ . De forma equivalente, las gráficas de  $B$  frente a  $1/r^3$  mostraron tendencias aproximadamente lineales con coeficientes de determinación del orden de  $R^2 \approx 0.96$ , lo que ya resulta compatible con un comportamiento dipolar dentro de las incertidumbres de medida. Estos resultados intermedios ilustran cómo la propagación de la incertidumbre en  $r$  hacia la magnitud  $1/r^3$  amplifica los errores en distancias pequeñas y contribuye a la dispersión observada en torno a la recta de ajuste.

En la tercera campaña de mediciones se cuidó de manera más estricta la alineación del imán, el rango de distancias empleado y la repetibilidad del procedimiento. Bajo estas condiciones mejoradas, la dependencia de  $1/r^3$  con la distancia sigue de forma muy clara una ley de potencias, y la relación entre  $B$  y  $1/r^3$  resulta prácticamente lineal, con un coeficiente de determinación  $R^2 \simeq 0.99$ . La pendiente obtenida en este ajuste es coherente con la intensidad de campo esperada para un imán de neodimio, mientras que la ordenada al origen distinta de cero puede atribuirse al campo magnético ambiental y a pequeños desajustes de calibración del magnetómetro. El hecho de que la incertidumbre relativa en la pendiente sea pequeña y que los puntos experimentales se distribuyan de forma simétrica en torno a la recta de ajuste refuerza la interpretación de que, en el régimen de distancias explorado, el imán se comporta como un dipolo casi ideal.

Como complemento, la simulación numérica del imán modelado como cilindro uniformemente magnetizado mostró un patrón de líneas de campo con simetría axial y un decrecimiento aproximado como  $1/r^3$  a distancias varias veces mayores que el tamaño del imán. Esta descripción teórica reproduce tanto la forma cualitativa observada en las gráficas experimentales como la dependencia cuantitativa en la región donde los sensores funcionan dentro de su rango fiable. La comparación entre simulación y experiencia pone de manifiesto que las desviaciones apreciadas en las primeras campañas no obedecen a un fallo del modelo dipolar, sino a las limitaciones de los sensores y del montaje.

En conjunto, el análisis de las distintas series de datos, los ajustes realizados sobre  $B(r)$  y sobre la relación  $B-1/r^3$ , y la simulación 3D del campo permiten concluir que, en la zona de medida fiable y dentro de las incertidumbres instrumentales, el imán de neodimio verifica la dependencia dipolar  $B \propto 1/r^3$ . Además, el trabajo resalta la importancia de identificar y corregir efectos sistemáticos, así como de combinar mediciones experimentales con modelos teóricos y simulaciones numéricas

para obtener una descripción consistente del campo magnético generado por un imán real.

El análisis de incertidumbre evidencia que la precisión en la medida de la distancia es crítica: un error modesto en  $r$  se traduce en una gran dispersión en  $B$ . En nuestro rango experimental, el error relativo supera el 20% para distancias mayores a 250 mm y alcanza más del 80% cerca de 120 mm, lo que explica las desviaciones respecto al modelo ideal y resalta la necesidad de un control preciso del posicionamiento para validar la ley dipolar.

## References

- Bosch Sensortec GmbH. 2020. *Bmm150: geomagnetic sensor – data sheet*. Document revision 1.4, April 2020.
- Griffiths, David J. 2017. *Introduction to electrodynamics*. 4th ed. Cambridge: Cambridge University Press.
- Jackson, John David. 1998. *Classical electrodynamics*. 3rd ed. New York: Wiley.
- STMicroelectronics. 2024. *Vl53l1x: a new generation, long distance ranging time-of-flight sensor based on st's flightsense technology – datasheet*. DS12385, Revision 8, August 2024.
- Vokoun, D., M. Beleggia, L. Heller, and P. Šittner. 2009. Magnetostatic interactions and forces between cylindrical permanent magnets. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 321 (22): 3758–3763.