Relatório — Modelagem Matemática da Curva de Aprendizagem

Anna Clara Ruggeri da Silva – RM:565553
Giovana Bernardino Carnevali – RM:566196
Henrique Vicente Vicente – RM:564116

Título: Modelagem matemática do crescimento do conhecimento: a curva exponencial do aprendizado contínuo

1. Introdução

O século XXI é marcado por transformações profundas impulsionadas pela tecnologia e pela inteligência artificial. Novas profissões surgem, outras desaparecem, e a capacidade de aprender continuamente tornou-se essencial para garantir empregabilidade e relevância no mercado. Nesse contexto, a requalificação profissional deixa de ser um evento pontual e passa a ser um processo permanente.

A Matemática pode nos ajudar a compreender esse fenômeno. Assim como organismos biológicos crescem e se estabilizam, o aprendizado humano segue um ritmo semelhante: rápido no início e gradualmente mais lento à medida que o conhecimento se consolida.
Para representar esse processo, utilizamos uma função exponencial que descreve o crescimento do conhecimento ao longo das semanas de estudo, explorando conceitos como limite, derivada e integral para interpretar o ritmo e a intensidade da aprendizagem.

Além do aspecto matemático, o estudo busca mostrar como essa modelagem dialoga com os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) especialmente o ODS 4 (Educação de qualidade) e o ODS 8 (Trabalho decente e crescimento econômico) demonstrando que compreender matematicamente o aprendizado pode gerar políticas e estratégias mais eficientes para um futuro do trabalho mais inclusivo e preparado.

2. Definição das variáveis e explicação da função utilizada

Para representar matematicamente o processo de aprendizado, definimos duas variáveis principais:

- **t** → tempo de estudo (em semanas);
- **K(t)** → nível de conhecimento adquirido até a semana *t*, em porcentagem de um total máximo de 100%.

A função adotada foi:

$$K(t) = 100(1 - e^{-0,2t})$$

Essa é uma **função exponencial de crescimento limitado**, que descreve fenômenos em que há **rápido aumento inicial seguido de estabilização**, como ocorre em processos de aprendizado humano, crescimento populacional, difusão de informações ou reações químicas.

Significado dos termos:

- O número **100** representa o **nível máximo possível de conhecimento** — ou seja, a “meta” do aprendizado completo.
- O **expoente -0,2t** indica que o crescimento depende do tempo, mas a taxa diminui progressivamente.
- O número **0,2** é a **constante de aprendizado**: quanto maior esse valor, mais rápida é a aprendizagem; valores menores representam processos mais lentos.
- O termo $e^{-0,2t}$ (onde $e \approx 2{,}718$) representa o **decaimento exponencial da ignorância**: no início, o aluno sabe pouco, mas o “não conhecimento” vai desaparecendo rapidamente.

Assim, a expressão $1 - e^{0,2t}$ mostra que o conhecimento cresce rapidamente no começo e tende a se estabilizar com o tempo — comportamento coerente com a realidade dos processos educativos e de requalificação profissional.

Comportamento geral da função:

Característica	Interpretação no aprendizado
Crescente	O conhecimento nunca diminui — só aumenta com o tempo.
Assintótica	Há um limite máximo (100%), mas nunca é totalmente atingido.
Concavidade negativa	A velocidade de aprendizado diminui ao longo do tempo.
Taxa inicial alta	Representa o entusiasmo e os ganhos rápidos no início do estudo.

Justificativa da escolha da função

A função exponencial foi escolhida porque:

1. Representa **crescimento rápido e estabilização**, tal como o aprendizado real.
2. É simples de analisar com ferramentas matemáticas (limite, derivada e integral).
3. Possui **interpretação direta**: cada parâmetro tem sentido prático no contexto da educação e da requalificação.
4. Conecta-se com o conceito de **aprendizado contínuo** do futuro do trabalho, onde o crescimento nunca é linear e exige novos ciclos de estudo para atingir novos patamares.

3. Análises matemáticas

3.1 Limite

$$\lim_{t \to \infty} K(t) = 100(1 - 0) = 100$$

O limite mostra que, com o passar do tempo, o aprendizado tende a um máximo de 100%, ou seja, mesmo com esforço contínuo, o conhecimento atinge um ponto de saturação — o domínio total do conteúdo estudado, dentro de um contexto específico.

3.2 Derivada – velocidade de aprendizagem

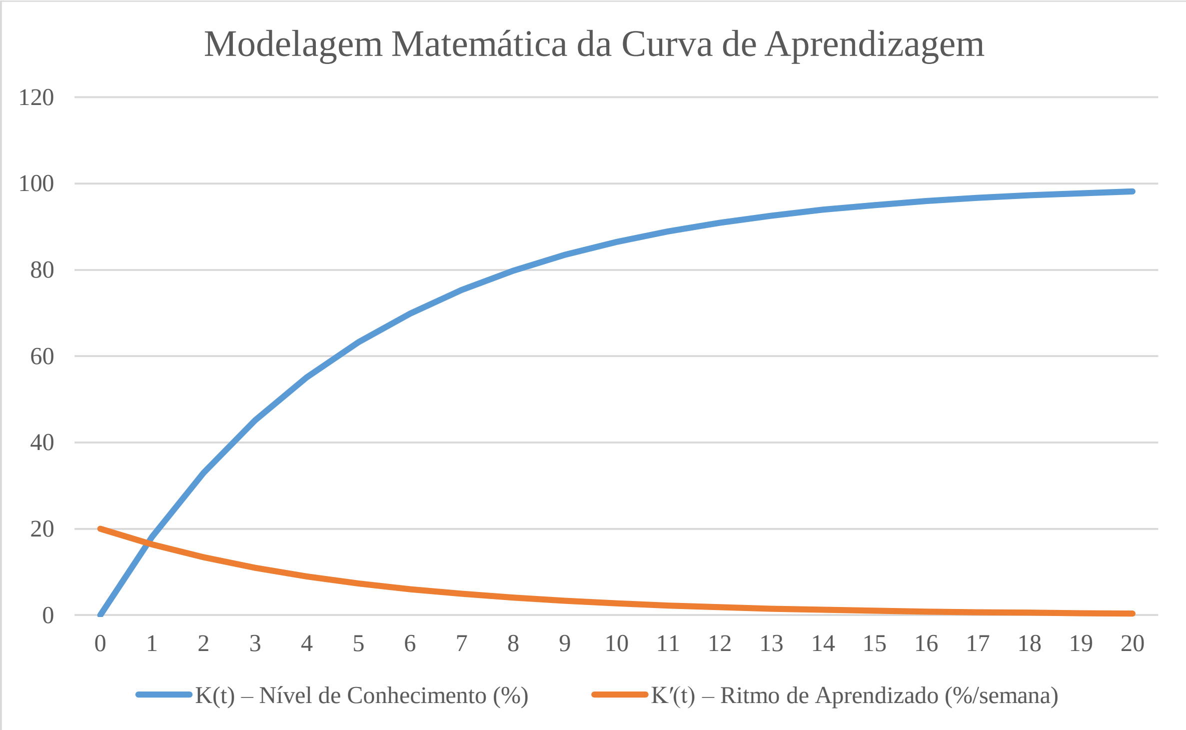
$$K'(t) = 20e^{-0,2t}$$

A derivada mede a **velocidade de aprendizado**, ou seja, o quanto o conhecimento cresce a cada semana.

- No início (t = 0), $K'(0) = 20$: aprendizado rápido e intenso.
- Com o passar das semanas, K′(t) diminui exponencialmente: o ritmo desacelera.

O modelo traduz o comportamento humano típico — aprendemos muito no início, mas o ganho de conhecimento se torna mais refinado e lento à medida que consolidamos o conteúdo.

Semana (t)	K(t) – Nível de Conhecimento (%)	K′(t) – Ritmo de Aprendizado (%/semana)
0	0.000000	20.000000
1	18.126925	16.374615
2	32.967995	13.406401
3	45.118836	10.976233
4	55.067104	8.986579
5	63.212056	7.357589
6	69.880579	6.023884
7	75.340304	4.931939
8	79.810348	4.037930
9	83.470111	3.305978
10	86.466472	2.706706
11	88.919684	2.216063
12	90.928205	1.814359
13	92.572642	1.485472
14	93.918994	1.216201
15	95.021293	0.995741
16	95.923780	0.815244
17	96.662673	0.667465
18	97.267628	0.546474
19	97.762923	0.447415
20	98.168436	0.366313



3.3 Integral – conhecimento acumulado

$$\int K(t)dt = 100t + 500e^{-0,2t} - 500$$

A integral da função K(t) representa o conhecimento total acumulado ao longo das semanas — isto é, a soma de todo o aprendizado obtido até determinado tempo. Enquanto a função K(t) mostra o nível atual de conhecimento em cada momento, a integral descreve o histórico completo do progresso, funcionando como um “estoque de aprendizado” que cresce continuamente com o tempo.

De forma intuitiva, a integral corresponde à área sob a curva de K(t) no gráfico. Quanto maior essa área, maior é o volume de conhecimento construído ao longo do processo. Assim, ela quantifica não apenas o quanto a pessoa sabe em um instante, mas quanto esforço e tempo foram investidos para alcançar esse resultado.

Nos primeiros momentos (t pequeno), a área cresce rapidamente — pois o aprendizado inicial é intenso.
Com o passar das semanas, o crescimento da área continua, mas em ritmo mais suave, refletindo a consolidação e fixação do conhecimento já adquirido.
Essa interpretação é análoga à ideia de aprendizado cumulativo, em que cada nova experiência se soma às anteriores e fortalece a base de conhecimento.

Em termos de requalificação profissional, a integral traduz a importância da formação continuada: mesmo quando o ritmo de aprendizado diminui (derivada menor), o acúmulo de conhecimento nunca para de aumentar.
Isso simboliza o processo de aprendizado ao longo da vida, essencial para atender às

demandas do futuro do trabalho, e diretamente ligado ao ODS 4 (Educação de qualidade) e ao ODS 8 (Trabalho decente e crescimento econômico).

4. Interpretação dos resultados

O comportamento da curva (K(t)) evidencia três fases distintas:

Fase	Intervalo aproximado	Características e interpretação
Aprendizado rápido	0–5 semanas	Ganhos intensos e alta motivação. O estudante absorve rapidamente novos conceitos e forma a base de conhecimento.
Crescimento moderado	6–10 semanas	O ritmo de aprendizagem diminui. É necessário manter foco e disciplina para continuar progredindo.
Estabilização	Após 10 semanas	O ganho de conhecimento é pequeno, mas consolidado. Essa fase reflete maturidade e domínio.

O modelo mostra que o aprendizado é mais produtivo no início, mas o desenvolvimento contínuo é essencial para manter a evolução — o que reforça a importância de práticas como **reciclagens, especializações e aprendizagem permanente**.

5. Conexão com os ODS

ODS 4 – Educação de qualidade

A curva matemática demonstra que o aprendizado é mais eficiente quando há **continuidade, acompanhamento e acesso democrático**.
Isso reforça a importância de políticas públicas e corporativas que promovam **educação acessível e metodologias personalizadas**, permitindo que cada pessoa aprenda em seu ritmo e contexto.
Ao compreender o ritmo do aprendizado, educadores e gestores podem criar estratégias mais eficazes, reduzindo desigualdades e ampliando oportunidades.

ODS 8 – Trabalho decente e crescimento econômico

O modelo evidencia a necessidade de **requalificação contínua** como parte do desenvolvimento econômico sustentável.
Em um mundo onde novas tecnologias surgem a cada dia, o aprendizado nunca termina ele apenas muda de foco.
Empresas e governos devem estimular programas de formação e atualização profissional baseados nessa curva, garantindo **trabalho decente**, **inclusão digital** e **crescimento econômico equilibrado**.

6. Comparação com o modelo logístico

A função logística:

$$K_{log}(t) = \frac{100}{1 + e^{-0,3(t-10)}}$$

apresenta um **ponto de inflexão** (em t = 10 semanas), onde o crescimento é máximo. Ela descreve melhor contextos em que o aprendizado é lento no início e acelera após uma fase de adaptação — por exemplo, na aprendizagem de tecnologias complexas. Comparar os modelos ajuda a entender que **não existe um único ritmo de aprendizado**, e sim padrões diferentes que variam conforme o tipo de conhecimento e o ambiente de ensino.

7. Conclusão

O modelo exponencial (K(t)=100(1−e^{-0.2t})) representa fielmente o processo de aprendizagem humana: rápido no início, estável no fim e sempre positivo.
Ele mostra que o aprendizado contínuo não depende apenas do tempo, mas também de **motivação, estratégia e propósito**.

No contexto do **futuro do trabalho**, o modelo reforça que o profissional moderno deve encarar o aprendizado como um **ciclo permanente**.
Em vez de buscar um “fim” no conhecimento, deve iniciar novos ciclos de crescimento sempre que a curva se estabilizar.
Esse comportamento está diretamente alinhado aos **ODS 4 e 8**, promovendo uma educação de qualidade e um trabalho digno e sustentável.