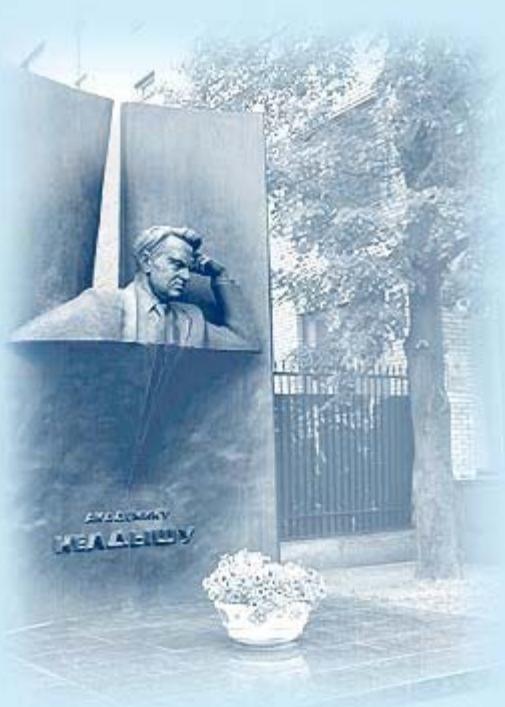




ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 102 за 2016 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

[Луцкий А.Е., Северин А.В.](#)

Численное исследование  
обтекания гиперзвукового  
летательного аппарата X-43  
с применением адаптивных  
сеток

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Луцкий А.Е., Северин А.В. Численное исследование обтекания гиперзвукового летательного аппарата X-43 с применением адаптивных сеток // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 102. 24 с.  
doi:[10.20948/prepr-2016-102](https://doi.org/10.20948/prepr-2016-102)

URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-102>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**А.Е.Луцкий, А.В.Северин**

**Численное исследование обтекания  
гиперзвукового летательного аппарата Х-43  
с применением адаптивных сеток**

**Москва — 2016**

**Луцкий А.Е., Северин А.В.**

**Численное исследование обтекания гиперзвукового летательного аппарата X-43 с применением адаптивных сеток**

Приводятся результаты расчета обтекания гиперзвукового летательного аппарата X-43 с применением оригинального алгоритма построения локально-адаптивных сеток со структурой восьмеричного дерева.

**Ключевые слова:** гиперзвук, адаптивные сетки

*Alexander Evgenjevich Lutsky, Alexander Vladimirovich Severin*

**Numerical study of flow X-43 hypersonic aircraft using adaptive grids**

The results of the calculation of flow X-43 hypersonic aircraft using the original algorithm for constructing locally-adaptive grid to the structure of octree.

**Key words:** hypersonic aircraft, locally-adaptive grid

Работа выполнена при поддержке Российского Научного фонда, грант 14-11-00872.

## **Оглавление**

<b>1. Применение адаптивных сеток в вычислительной газодинамике .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Реализация алгоритма адаптации сеток .....</b>	<b>4</b>
2.1. Структура данных.....	4
2.2. Разбиение ячейки.....	6
2.3. Объединение ячеек.....	8
2.4. Удаление неиспользуемых узлов.....	8
2.5. Организация параллельного счета.....	8
<b>3. Гиперзвуковой летательный аппарат X-43.....</b>	<b>9</b>
3.1. Моделирование газодинамических процессов.....	11
3.2. Используемые сетки.....	11
<b>4. Результаты расчетов .....</b>	<b>14</b>
<b>5. Выводы.....</b>	<b>23</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>23</b>

## 1. Применение адаптивных сеток в вычислительной газодинамике

Одно из важных свойств газодинамических явлений – многомасштабность. Некоторые особенности течения, существенно влияющие на весь процесс, могут иметь масштаб, на 4 и более порядков меньший, чем процесс в целом. Ограничность вычислительных ресурсов не позволяет построить сетку, достаточно подробную во всей счетной области. Поэтому приходится приспосабливать сетку к особенностям начальных данных и решения. Частично эту проблему можно решить за счет сгущения исходной сетки, но положение многих особенностей течения не известно заранее, поэтому нужна автоматическая адаптация [12-14].

Наиболее распространенным способом адаптации являются локально-адаптивные декартовы сетки. В сетках этого типа ячейки имеют форму куба или параллелепипеда. Согласно заданному критерию, как правило в области больших градиентов, ячейки разбиваются на дочерние. Разбиение рекурсивно, то есть получившиеся в результате дочерние ячейки могут быть снова разбиты. В трехмерном случае дочерних ячеек у одной родительской обычно 8, поэтому такая структура называется «восьмеричное дерево», или «октодерево» [15]. Как правило, декартовы локально-адаптивные сетки адаптируются не только к особенностям течения, но и к геометрии обтекаемого тела.

Менее распространен, хотя тоже встречается, тип сеток, похожий на декартовы, но отличающийся тем, что исходные ячейки не обязательно прямоугольные. Именно такой тип и применяется в данной работе.

Оба типа сеток имеют свои преимущества и недостатки. Декартовы сетки позволяют автоматически адаптировать сетки к геометрии. Но то обстоятельство, что все ячейки – кубические или параллелепипеды с одним и тем же отношением длин сторон и одной и той же ориентацией, иногда бывает очень неудобно. Например, при моделировании пограничного слоя приходится изменять ячейки не только вдоль нормали, а по всем трем координатам, в результате чего их число сильно увеличивается.

Локально-адаптивные криволинейные сетки, вроде тех, что применяются в данной работе, сложнее согласовать с геометрией, но они оказываются более экономными и позволяют получить более точный результат.

При обтекании гиперзвуковых летательных аппаратов возникает множество ударных волн, волн разрежения и контактных разрывов. Пересекаясь и взаимодействуя, они образуют сложную структуру, положение отдельных элементов которой невозможно предсказать заранее. Поэтому применение адаптивных сеток полезно для расчетов гиперзвуковых аппаратов.

## 2. Реализация алгоритма адаптации сеток

За основу адаптивной сетки берется нерегулярная сетка, полученная из внешнего редактора в формате CGNS. В данном случае она конвертирована из многоблочной квазирегулярной и состоит только из шестигранников, но в принципе может содержать ячейки в форме тетраэдров и других многогранников. Адаптироваться могут только шестигранники, кроме того, шестигранник, граничащий с ячейкой другого типа, может быть разбит при адаптации только один раз, поэтому желательно, чтобы сетка состояла преимущественно из шестигранников или чтобы они заполняли те области пространства, где нужна адаптация.

В процессе решения выполняется локальная адаптация, которая заключается в том, что ячейки, находящиеся в области больших градиентов газодинамических величин, разбиваются на 8 дочерних ячеек. При необходимости дочерние ячейки снова разбиваются, и так далее, по принципу восьмеричного дерева. Если градиенты уменьшились, дочерние ячейки, имеющие общего родителя, могут быть объединены.

Такой подход позволяет сочетать преимущества декартовых адаптивных сеток и многоблочных. Как в многоблочных, можно точно, без ступенек, аппроксимировать поверхность тела и строить вытянутые ячейки для расчета пограничного слоя. И как в декартовых, можно выполнять локальную адаптацию к особенностям течения.

### 2.1. Структура данных

Основными элементами структуры данных являются ячейка и узел (т. е. вершина многогранника ячейки). В каждой ячейке хранятся массив газодинамических величин, их производных и других переменных, необходимых для расчета. Используемый метод требует хранения значений газодинамических величин в текущий и следующий моменты времени, их производных по геометрическим координатам и некоторых других величин. Всего в данной модели этих переменных 48.

В ячейке также хранятся геометрические данные: координаты центра ячейки, объем, нормали и координаты центров граней. Геометрические величины полезно хранить, потому что на их вычисление требуется много времени. Поскольку обычно память менее критична, чем быстродействие, удобно вычислить их один раз в начале счета или после адаптации и в дальнейшем хранить уже готовые значения.

Порядок соединения ячеек между собой определяется ссылками на узлы и на другие ячейки. Ячейки объединены в цепочку, соединенную

прямыми и обратными ссылками. Эта последовательность не связана с их положением в пространстве и нужна только для хранения данных и перебора. Когда ячейка создается, она включается в цепочку, когда удаляется – исключается из нее, и ссылки у предыдущей и последующей ячеек меняются так, чтобы соединить разрыв.

Новые ячейки в процессе адаптации создаются путем разбиения родительских. При этом родительские исключаются из счета, но не удаляются из памяти. В каждой дочерней ячейке хранится ссылка на родительскую. Ячейки нулевого уровня адаптации, полученные из базовой сетки, не имеют родительских, и у них указатель на родительскую ячейку равен нулю. В каждой родительской ячейке хранятся ссылки на дочерние, которых всегда либо 0, либо 8, поэтому, если указатель на первую из дочерних ячеек равен нулю, значит, у данной ячейки нет дочерних.

В каждой ячейке хранятся указатели на соседние ячейки. Максимальное число соседей: 24 – в том случае, если ячейка представляет собой шестигранник и по всем граням граничит с ячейками более высокого уровня адаптации. Соседи, относящиеся к одной грани, сгруппированы по 4, так что мы всегда знаем не только то, что соседняя ячейка граничит с данной, но и по какой именно грани. Если на данной грани только один сосед, места остальных заполняются нолями.

Для некоторых газодинамических алгоритмов необходимо знать расстояние до ближайшей стенки, более того, иногда полезно знать не только расстояние до этой точки, но и значения некоторых переменных в ней, поэтому мы ввели в структуру данных и такую ссылку.

Координаты вершин ячейки хранятся не в ячейке, а в отдельной структуре, называемой "узел". Сделано это отчасти для экономии памяти, но в первую очередь потому, что в процессе начального построения сетки и адаптации часто приходится идентифицировать узлы, то есть определять, совпадают ли две данных вершины разных многогранников, а это проще делать по ссылкам или номерам, чем по геометрическим координатам. Узлы, как и ячейки, объединены в двустороннюю цепочку, в процессе адаптации они могут создаваться и уничтожаться.

У шестигранной ячейки всегда 8 узлов. Ссылки на узлы в центрах граней и серединах ребер, получившиеся в результате адаптации, в родительской ячейке не хранятся.

Элементы структуры типа "ячейка" и занимаемое ими место в памяти представлены в таблице 1. Числа с плавающей точкой двойной точности, адресация 64-разрядная.

Таблица 1. Данные структуры типа "ячейка"

<b>Вид данных</b>	<b>Количество</b>	<b>Байты</b>
<b>Газодинамические переменные</b>	48	384
<b>Геометрия</b>		
объем	1	8
максимальная длина	1	8
расстояние до стенки	1	8
координаты центра	3	24
нормали граней	18	144
центры граней	18	144
<b>итого геометрии:</b>	42	336
<b>Целочисленные параметры</b>		
тип ячейки	1	4
флаг перебора	1	4
уровень адаптации	1	4
число узлов	1	4
число соседей	1	4
<b>итого целых чисел:</b>	5	20
<b>Ссылки</b>		
предыдущая ячейка	1	8
следующая ячейка	1	8
родительская ячейка	1	8
дочерние ячейки	8	64
соседние ячейки	24	192
ближайшая стенка	1	8
узел	8	64
массив газодинамики	1	8
<b>итого ссылок:</b>	45	360
<b>итого:</b>		1100

## 2.2. Разбиение ячейки

В процессе разбиения ячейки приходится решать три нетривиальные задачи: присвоить каждой из вновь созданных дочерних ячеек соседей, заменить в соседних ячейках ссылки на родительскую ячейку ссылками на новые ячейки и создать, если это требуется, новые узлы.

Поскольку исходная сетка у нас нерегулярная, это порождает определенные трудности. В регулярной сетке мы всегда знаем, какой гранью граничит с текущей соседняя ячейка, и последовательность узлов на ней. В нерегулярной сетке это не так (рис. 1 и 2).

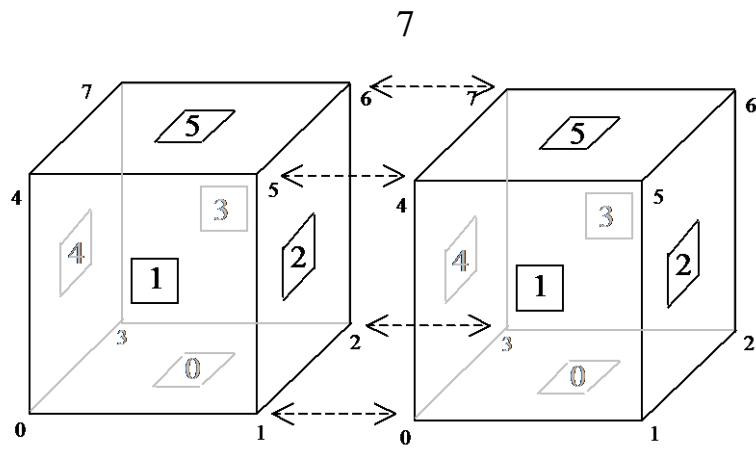


Рис. 1. Соответствие узлов и граней в соседних ячейках регулярной сетки.

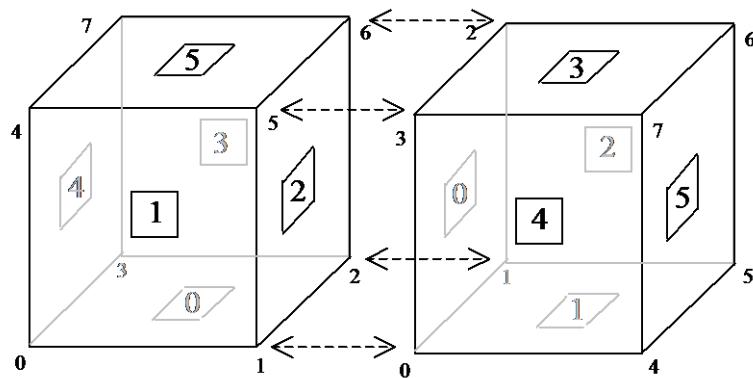


Рис. 2. Соответствие узлов и граней в соседних ячейках нерегулярной сетки (один из возможных вариантов).

Поэтому процедура установления соседства должна включать в себя установление ориентации ячеек относительно друг друга.

Для каждой грани вновь созданных ячеек возможны три варианта: 1) эта грань граничит с одной из сестринских ячеек, созданных одновременно с данной; 2) эта грань граничит с 1/4 грани еще не разбитой ячейки, уровень адаптации которой совпадает с уровнем адаптации родительской; 3) эта грань граничит с уже разбитой ячейкой, чей уровень адаптации совпадает с уровнем адаптации данной ячейки.

Первый случай самый простой, потому что ориентация граней и порядок узлов в только что созданных ячейках известны.

Во втором случае легко присвоить соседа новой ячейке, просто взяв ссылку у родительской ячейки, но возникает вопрос: на какую грань и в какое из четырех мест грани поместить ссылку на вновь созданную ячейку.

В третьем случае сосед вновь созданной ячейки берется из списка соседей родительской, который уже упорядочен, но необходимо правильно установить соответствие между последовательностью дочерних ячеек, последовательностью их соседей и последовательностью соседей в списке соседей родительской ячейки. Соседу же в этом случае просто передается ссылка на текущую ячейку.

Наиболее сложен случай 2. Здесь мы сначала просматриваем список соседей у соседа и находим в нем родительскую ячейку. Так мы узнаем, какой из своих граней сосед граничит с данной ячейкой. Затем сравниваем узлы соседа с узлами данной грани родительской ячейки и находим узел, соответствующий данной дочерней ячейке. (Дочерняя ячейка всегда получает от родительской один старый узел, остальные 7 создаются заново или берутся у соседей.) Теперь мы можем записать ссылку на вновь созданную ячейку в список соседей соседа, на место, соответствующее найденному узлу.

При разбиении ячейки всегда создается один узел в центре. Узлы на гранях и ребрах создаются в тех случаях, если соседние ячейки не разбивались. Если соседние ячейки уже были разбиты, используются узлы их дочерних ячеек. Для того чтобы правильно вписать ссылки на эти узлы в списки узлов новых ячеек, тоже нужно знать относительную ориентацию ячеек, но здесь уже грани и общего узла недостаточно, может отличаться также направление обхода узлов по грани. Возможна также ситуация, когда узел на ребре был создан при разбиении ячейки, имеющей с данной общее ребро, но не имеющей общей грани. Эта проблема решается рекурсивным обходом соседей соседей на заданную глубину. (В данной задаче глубина рекурсии установлена равной 4.)

### **2.3. Объединение ячеек**

Задача объединения ячеек проще, чем разбиения, но тоже не совсем тривиальна. Недостаточно просто уничтожить дочерние ячейки. Списки соседей родительской ячейки сохранились, но за истекшее время соседние ячейки могли разбиться или объединиться, поэтому новые ссылки на соседей передаются родительской ячейке от уничтожаемых дочерних.

### **2.4. Удаление неиспользуемых узлов**

В процессе объединения ячеек часть узлов становится ненужной. Удалять их сразу же неудобно, поскольку трудно определить, не используются ли эти узлы в каких-то еще ячейках, поэтому введена специальная операция очистки цепочки узлов. В цикле по ячейкам подсчитывается количество ссылок на каждый узел. Узлы, набравшие 0 ссылок, удаляются.

### **2.5. Организация параллельного счета**

В текущей версии программы реализована возможность параллельного счета между адаптациями сетки. То есть разбиение и объединение ячеек может происходить только на одном процессоре. Во время многопроцессорного счета адаптация должна быть запрещена. Это связано с тем, что здесь используется алгоритм обмена данными между процессорами,

разработанный для нерегулярных сеток без адаптации, который не работает, если структура сетки меняется в процессе счета.

Распределение ячеек по процессорам выполняется отдельной служебной программой, обрабатывающей файл, в котором записана структура адаптированной сетки. В программе реализован алгоритм рекурсивной координатной бисекции. Это один из простейших алгоритмов такого рода, основанный на том, что пространство разделяется несколькими плоскостями, перпендикулярными координатным осям. При этом количество плоскостей в направлении каждой оси задается, а их положение оптимизируется так, чтобы между ними оказалось одинаковое число ячеек.

Обмен информацией между процессорами осуществляется при помощи сообщений MPI.

В начале счета на каждом процессоре формируются списки ячеек, находящихся на соседних процессорах, но граничащих с ячейками данного процессора. На данном процессоре эти ячейки создаются как фиктивные. Затем процессоры обмениваются этими списками фиктивных ячеек и теперь знают, какие данные послать друг другу. После окончания каждой итерации процессор с меньшим номером посыпает всем процессорам с большими номерами данные из ячеек, которые они сами же в начале счета запросили. Процессоры с большими номерами в ответ на эти сообщения посыпают свои данные. После того как процессор с наибольшим номером обработал запросы от всех предыдущих, он посыпает всем остальным сообщение о том, что можно начинать новую итерацию.

### **3. Гиперзвуковой летательный аппарат X-43**

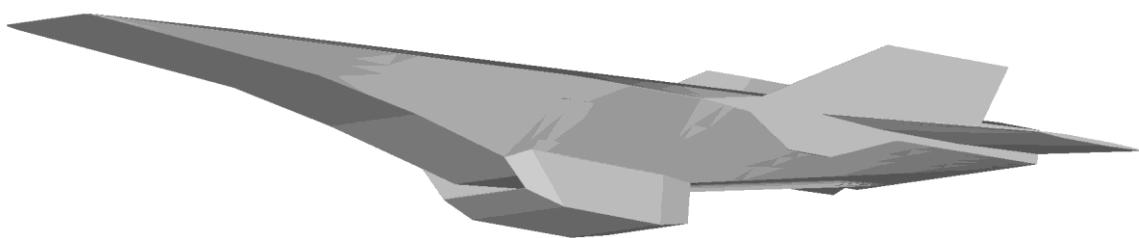


Рис. 3. Гиперзвуковой летательный аппарат X-43. Геометрическая модель, восстановленная по открытым публикациям и фотографиям.

X-43 – беспилотный экспериментальный летательный аппарат, построенный по программе NASA «Hyper-X». Цель программы – разработка гиперзвукового прямоточного реактивного двигателя, который может быть использован как прототип компонента космической транспортной системы или двигателя крылатой ракеты. Было изготовлено 3 экземпляра X-43, два из которых совершили успешные полеты в 2004 году, установив рекорд

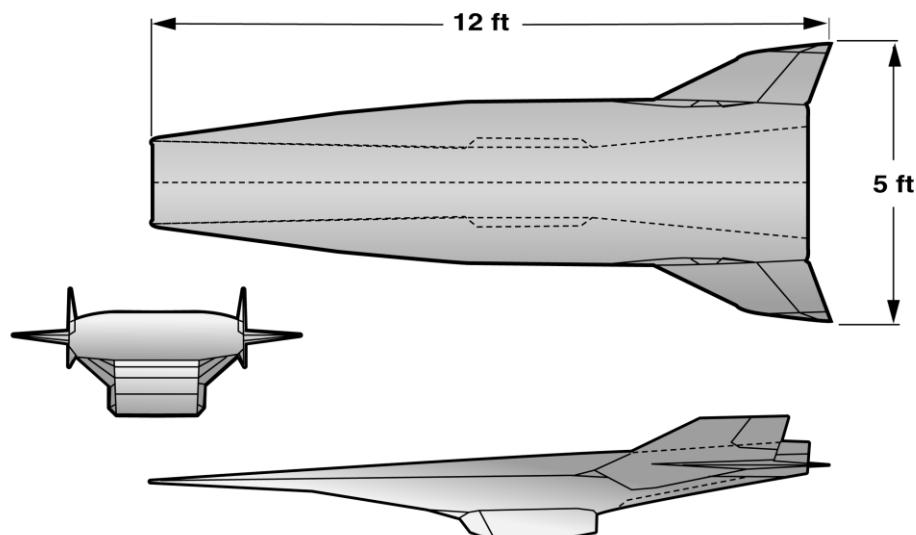
скорости для аппаратов с двигателем на атмосферном кислороде 2950 м/с, число Маха  $M=9.6$ .

X-43 запускается из-под крыла самолета и затем разгоняется при помощи разгонной ракеты до скорости, необходимой для начала работы прямоточного двигателя. Одновременно происходит набор высоты с 13 до 30 тыс. м. В качестве топлива прямоточного двигателя используется жидкий водород. Длина аппарата 3.66 м, взлетная масса – около 1300 кг.

Проблемы гиперзвуковых аппаратов и конкретно моделирование полета X-43 интересуют исследователей не только в США, но и в других странах – Европе, Австралии, Китае, России [11].

Полные данные о геометрии X-43 в открытом доступе отсутствуют, геометрическая модель аппарата была построена по найденным в публикациях [1-8] отдельным размерам, схемам и фотографиям. Удалось практически точно воспроизвести все элементы аппарата кроме внутреннего канала прямоточного двигателя. Подтверждением точности созданной модели может служить то, что площадь модели в плане  $S_{ref} = 3.5186 \text{ м}^2$ , что отличается от площади оригинала  $3.3579 \text{ м}^2$  [4] менее, чем на 5%.

В работе [3] опубликованы результаты продувки модели X-43 в аэродинамической трубе, с которыми мы будем сравнивать результаты наших расчетов.



NASA Dryden Flight Research Center Graphics Collection  
<http://www.dfrc.nasa.gov/gallery/graphics/index.html>  
 created March 24, 2004 by Dave Faust

Hyper-X 3-view

Рис. 4. Гиперзвуковой летательный аппарат X-43.  
 Изображение с сайта NASA.

### 3. Метод расчета

#### 3.1. Моделирование газодинамических процессов

Используется гибридная модель подсеточной вязкости Смагоринского-Лилли [10], в которой учитывается снижение турбулентной вязкости при приближении к твердой поверхности:

$$\mu_\tau = \rho l_m^2 |\bar{S}|, \\ l_m = \min(C_{LES} \Delta, \kappa y), \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность,  $S$  – тензор скоростей деформаций,  $C_{LES}$  – константа Смагоринского,  $\Delta$  – характерный размер ячейки,  $\kappa=0.4$  – константа Кармана,  $y$  – расстояние до ближайшей поверхности тела.

Для более точного моделирования пограничного слоя используется специальное граничное условие типа пристеночных функций.

Для описания пространственных течений сжимаемой жидкости на сетках большой размерности и произвольной топологии, включающих как регулярные, так и неструктурированные сетки произвольной многогранной формы, используется численная методика решения нестационарных трехмерных уравнений Навье-Стокса и Эйлера. Пространственная дискретизация исходных дифференциальных уравнений выполняется методом конечного объема. Численные потоки определяются методом Годунова по точному решению нелинейной задачи Римана. Для интегрирования уравнений по времени применяется оригинальная гибридная явно-неявная схема, обладающая свойством абсолютной устойчивости при условии минимального вклада диссипативной неявной компоненты и вторым порядком аппроксимации при переходе на явную компоненту [9]. Эта схема позволяет эффективно решать задачи на сетках с сильной пространственной неоднородностью (с большим относительным удлинением в одном из направлений), которые неизбежно возникают при решении задач в рамках уравнений Навье-Стокса.

Для решения системы линейных уравнений используется итерационный алгоритм LU-SGS (верхне-нижний, симметричный Гаусса-Зейделя).

#### 3.2. Используемые сетки

Использовались две базовые сетки: "большая" (рис. 5, 6), состоящая из 4465109 ячеек, и "малая" (рис. 7) – из 2427824 ячеек. Минимальная толщина ячейки у поверхности тела в обеих сетках – около 1 мм, что обеспечивает среднюю безразмерную координату центра ячейки  $y^+ \approx 30$ .

В процессе счета с локальной адаптацией была сгенерирована адаптивная сетка на основе малой. Было выполнено два прохода адаптации, момент адаптации задавался вручную. Первый раз адаптация была

выполнена после того, как счет на неадаптированной сетке практически достиг установления. Было разбито на 8 частей 29982 базовых ячеек, в том числе 27874 по критерию градиента давления и 2108 по критерию градиента скорости. Следующий проход адаптации был выполнен через 400 шагов, что соответствует  $4 \times 10^{-4}$  с физического времени. Интервал между проходами нужен для того, чтобы газодинамические величины во вновь созданных ячейках перестали быть одинаковыми и только что созданные ячейки не были объединены. При втором проходе было объединено 194296 дочерних ячеек, относящихся к 24287 родительским, то есть была отменена большая часть предыдущих операций создания ячеек. Затем было разбито 59087 ячеек, в том числе 55530 – по критерию градиента давления и 5194 – по критерию градиента скорости. (То есть часть ячеек требовала разбиения по двум критериям.) 36425 разбиваемых ячеек были из числа созданных при предыдущем проходе новых ячеек, то есть получившиеся в результате дочерние ячейки были уже второго уровня.

Большая часть дочерних ячеек сгенерировалась перед носом аппарата, на переднем крае обечайки прямоточного двигателя, на передних кромках вертикального и горизонтального оперения. Часть ячеек была создана в пограничном слое (рис. 8).

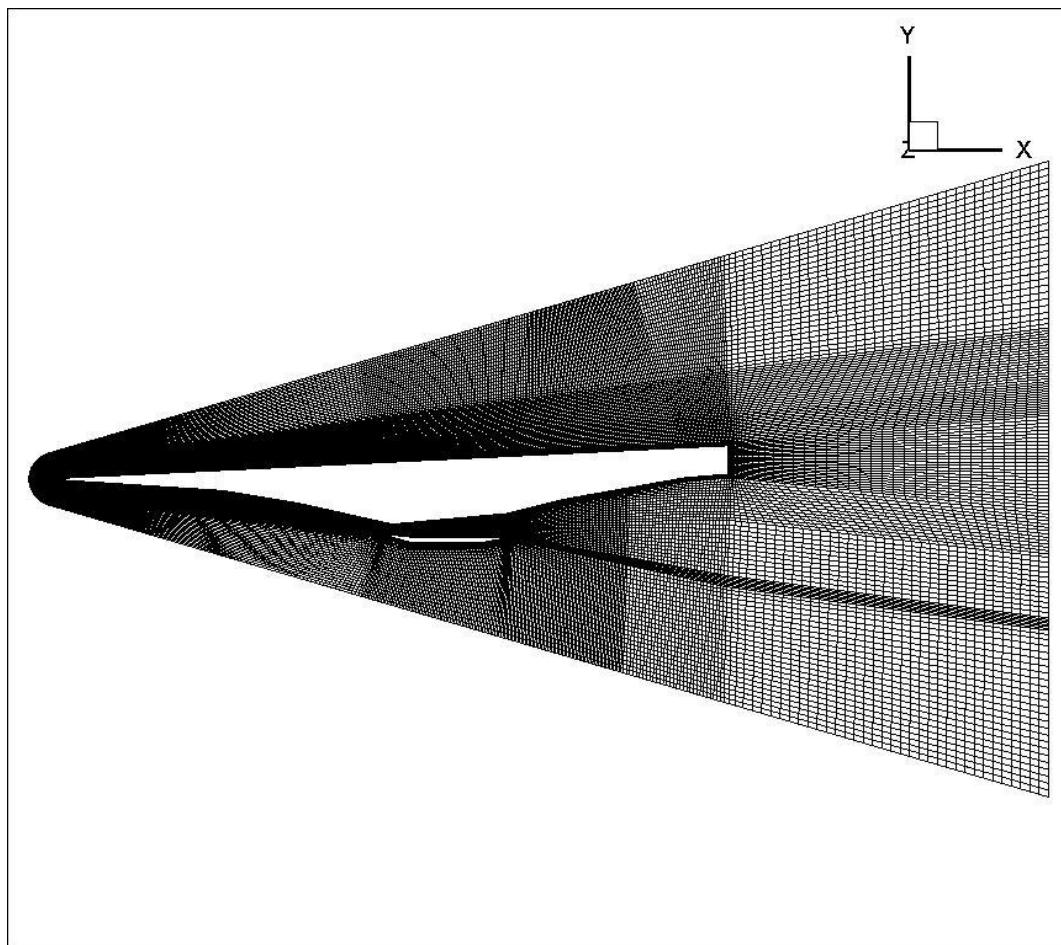


Рис. 5. Большая сетка, сечение вблизи плоскости симметрии.

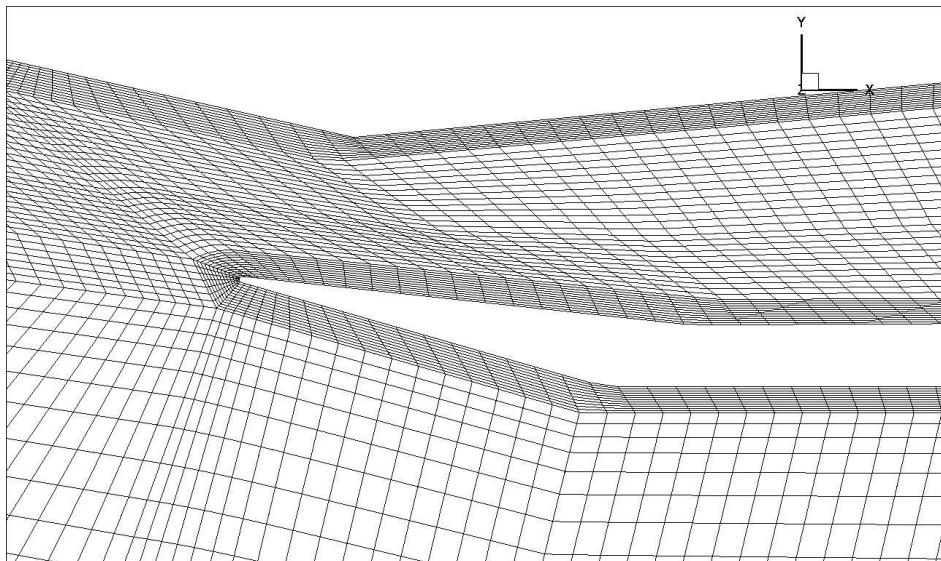


Рис. 6. Большая сетка, фрагмент на входе в воздухозаборник.

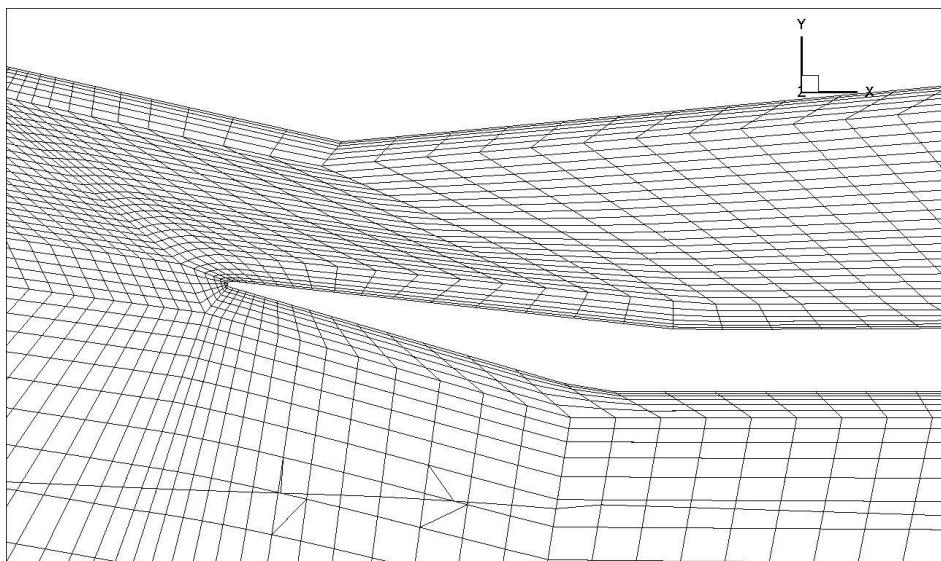


Рис. 7. Малая сетка, фрагмент на входе в воздухозаборник.

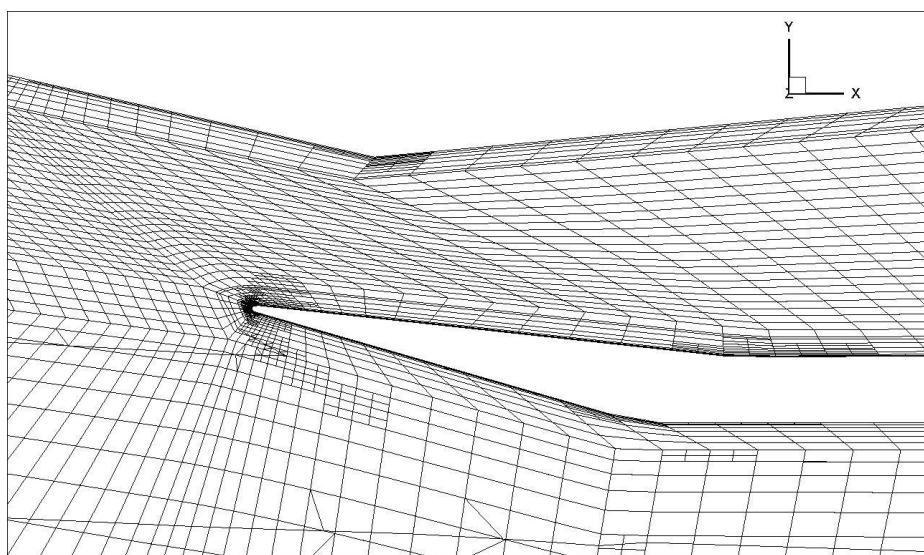


Рис. 8. Адаптированная сетка, фрагмент на входе в воздухозаборник.

## 4. Результаты расчетов

Выполнено 7 расчетов: на большой сетке для числа Маха  $M = 6$  и углов атаки  $-2, 0, 2, 4$  градусов и для  $M = 5$  с нулевым углом атаки; на малой сетке для  $M = 6$  и нулевого угла атаки, на адаптированной сетке для  $M = 6$  с нулевым углом атаки (таблица 2). Давление и плотность воздуха выбраны соответствующими высоте 15 км в атмосфере.

Таблица 2. Параметры набегающего потока

Тип сетки	Угол атаки, градусы	Число Маха	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Скорость, м/с	Давление, Па
большая	-2	6	0.01848	1808.4	1199.
	0	6	0.01848	1808.4	1199.
	2	6	0.01848	1808.4	1199.
	4	6	0.01848	1808.4	1199.
	0	5	0.01848	1506.9	1199.
малая	0	6	0.01848	1808.4	1199.
адаптированная	0	6	0.01848	1808.4	1199.

На рис. 9 и 10 видны следующие основные особенности течения: головная ударная волна 1, волны сжатия от первого и второго клиньев воздухозаборника 2 и 3, ударная волна перед обечайкой воздухозаборника 4, волна разрежения за вторым клином воздухозаборника 5, волна разрежения на наружном изломе обечайки 6 и волна сжатия на внутреннем изломе обечайки 7. При нулевом угле атаки ударная волна 1 остается сильной только в передней части, где действует эффект носового затупления. Вблизи воздухозаборника волна 1 уже практически незаметна. Волны 2 и 3 пересекают волну 4 ниже обечайки. Волна разрежения 5 пересекает ударную волну 4 внутри прямоточного двигателя, что приводит к еще большему отклонению волны 4 назад.

При достаточно большом положительном угле атаки волна 1 остается интенсивной до пересечения с волной 4 (рис. 11).

В таблице 2 приведены рассчитанные коэффициенты  $C_D$  и  $C_L$  в сравнении с экспериментом. В качестве характерной площади использована площадь аппарата в плане, как в статьях с экспериментальными данными [3, 4]. Видно, что результаты, полученные на малой сетке, значительно сильнее отличаются от эксперимента, чем на большой.

Применение адаптивной сетки значительно улучшило моделирование локальных особенностей течения. На рис. 19 и 20 показано распределение

давления перед носом аппарата и перед передней кромкой обечайки. Правый край графика соответствует поверхности тела. Если на малой сетке скачок давления в ударной волне был совершенно незаметен, то адаптация позволила его выделить.

В целом применение адаптации позволило значительно улучшить результат по  $C_D$ , так что расчет оказался даже ближе к эксперименту, чем на большой сетке. Но  $C_L$  улучшился лишь немного. Это можно объяснить тем, что  $C_D$  сильно зависит от распределения давления на передних кромках всего аппарата, обечайки воздухозаборника и хвостового оперения, а также от профиля пограничного слоя. Поэтому адаптация сетки в местах больших градиентов давления и скоростей позволила существенно улучшить результат (Рис. 19, 20).  $C_L$  же зависит от распределения давления на больших участках поверхности, поэтому локальная адаптация не дает заметного улучшения.

Расчетами на большой сетке установлена зависимость  $C_D$  и  $C_L$  от угла атаки и от числа Маха. Зависимость  $C_D$  имеет форму, близкую к параболе с минимумом в нуле. Она качественно похожа на экспериментальную, но смещена относительно экспериментальной вниз на 0.004. Зависимость  $C_L$  близка к линейной, что совпадает с практически линейной зависимостью в эксперименте. При положительных углах атаки наблюдается отклонение от эксперимента. С увеличением числа Маха  $C_D$  растет.

Отклонения  $C_D$  и  $C_L$  от эксперимента можно объяснить тем, что точная форма внутреннего канала прямоточного двигателя нам неизвестна. Могут иметь значение также недостаточно подробная сетка, приближенная модель турбулентности, а также адиабатические граничные условия на стенках – при столь больших числах Маха возникают большие температуры, поэтому теплопроводность через стенки желательно учитывать.

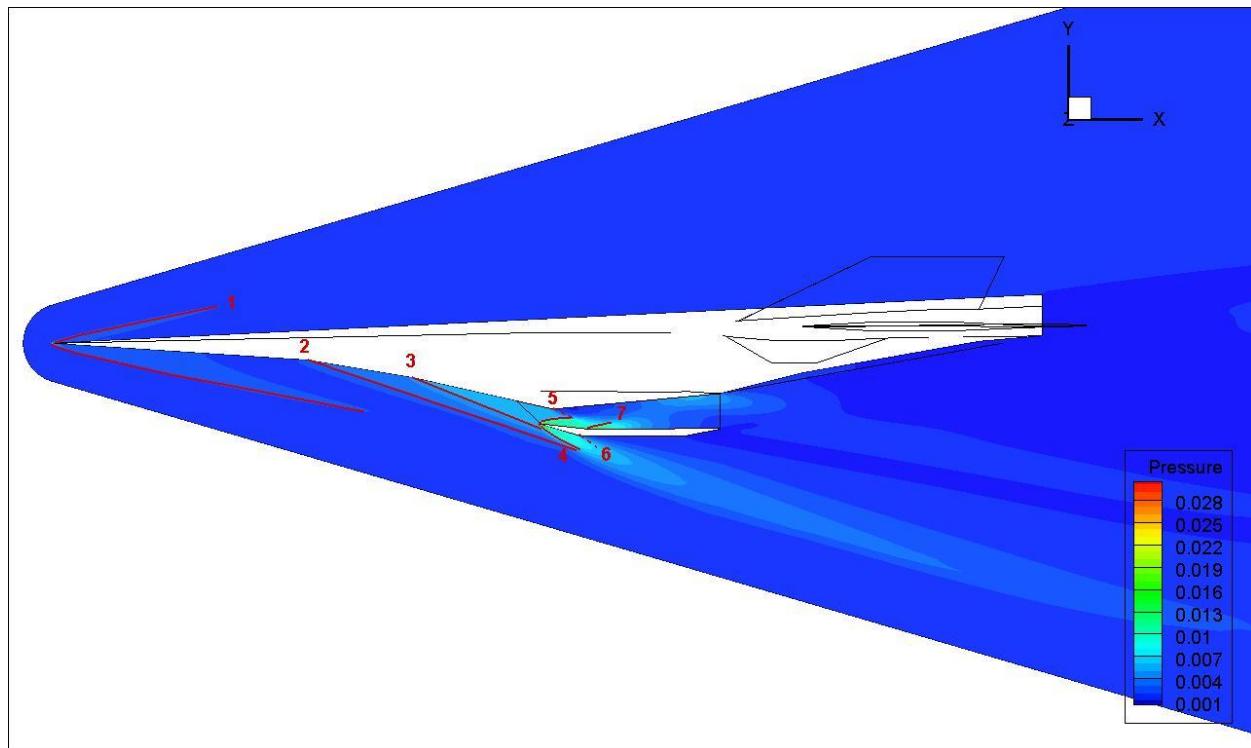


Рис. 9. Особенности течения, давление в продольном сечении (МПа),  $M=6$ ,  $\alpha=0^\circ$ , общий вид.

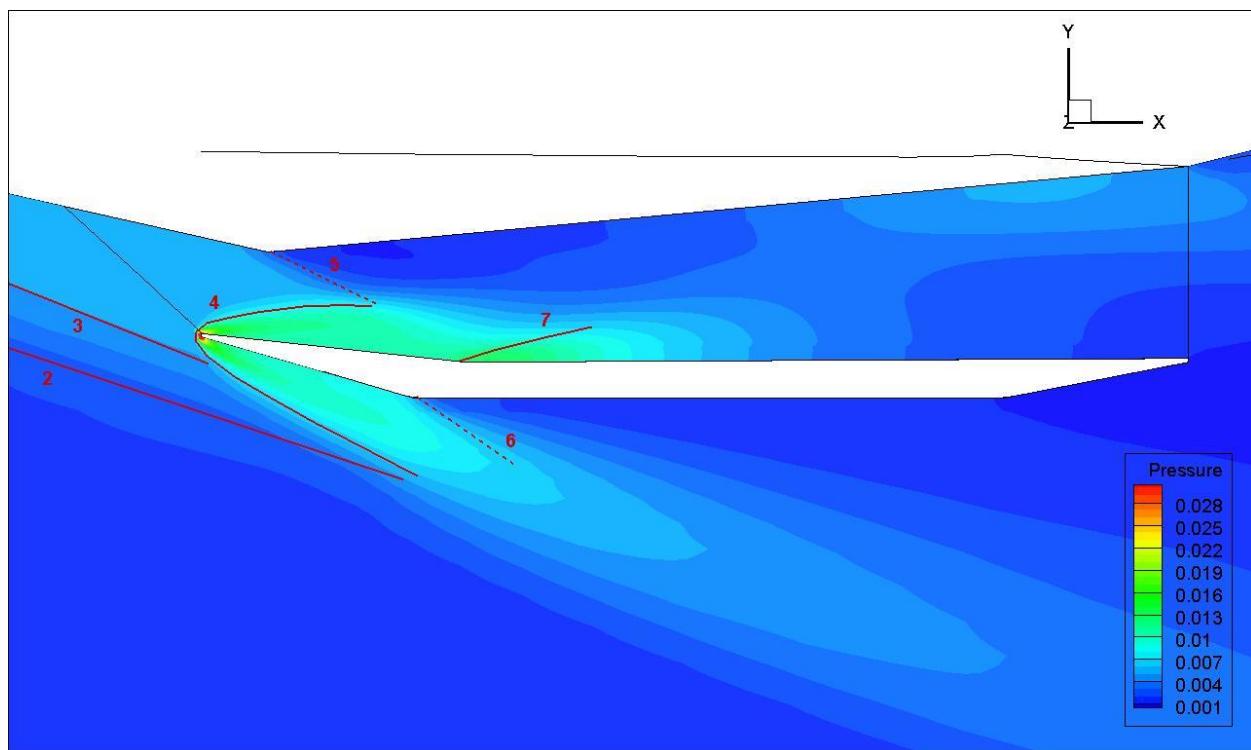


Рис. 10. Особенности течения, давление в продольном сечении (МПа),  $M=6$ ,  $\alpha=0^\circ$ , фрагмент вблизи воздухозаборника.

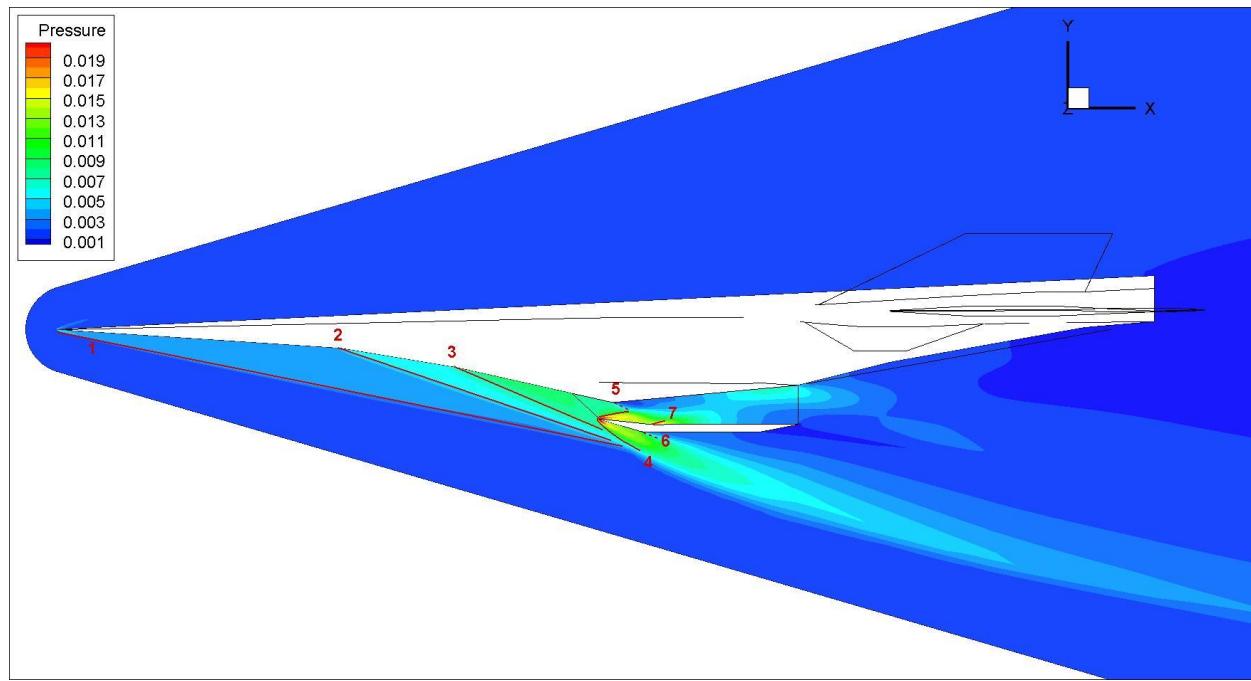


Рис. 11. Особенности течения, давление в продольном сечении (МПа),  $M=4$ ,  $\alpha=4^\circ$ , общий вид.

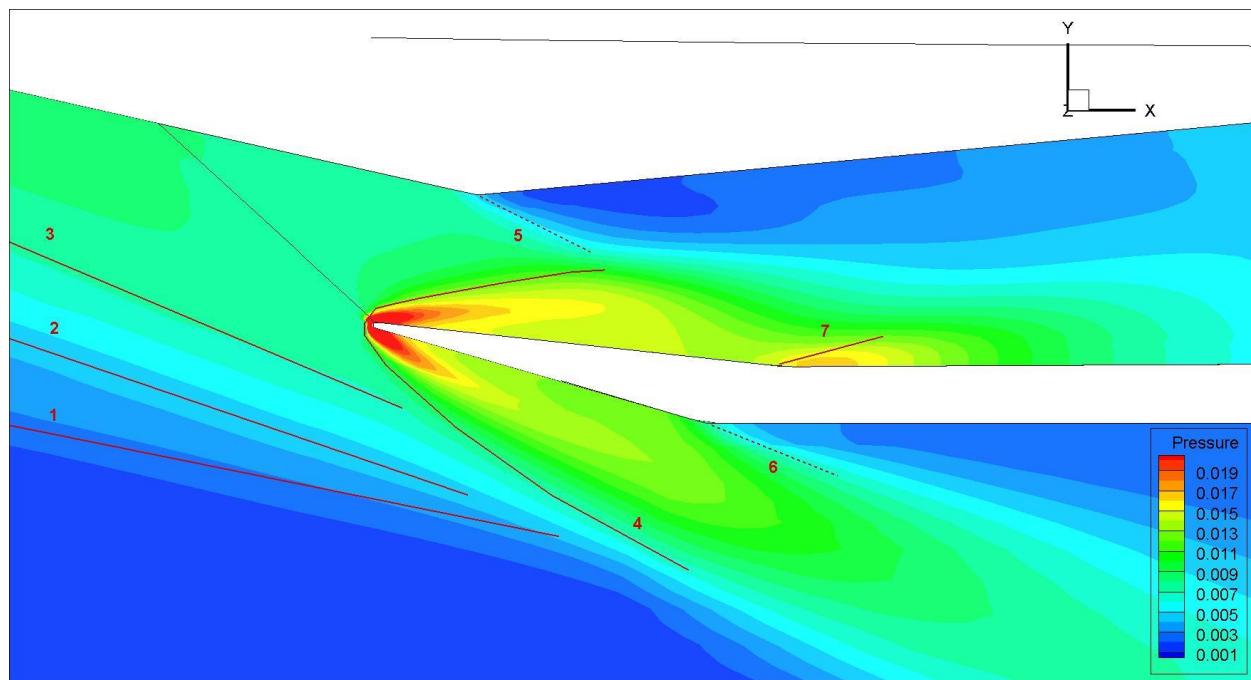


Рис. 12. Особенности течения, давление в продольном сечении (МПа),  $M=6$ ,  $\alpha=4^\circ$ , фрагмент вблизи воздухозаборника.

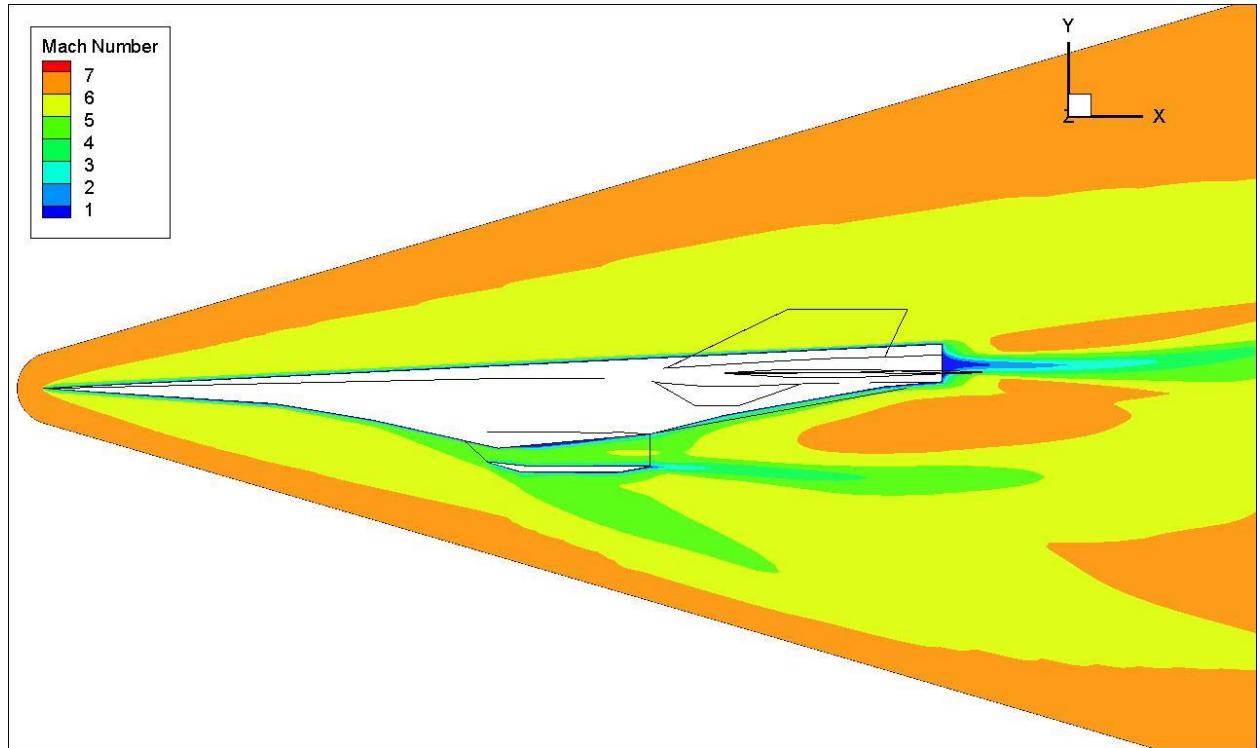


Рис. 13. Число Маха в продольном сечении,  $M = 6$ ,  $\alpha = -2^\circ$ .

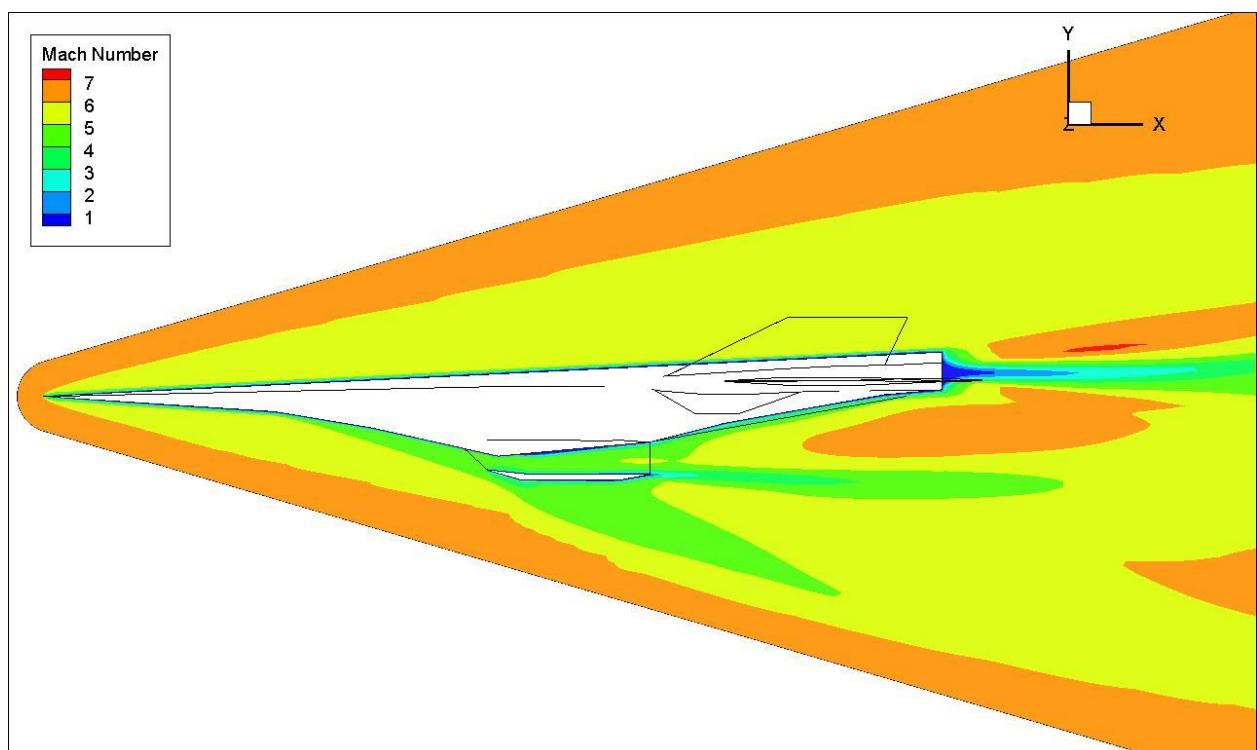


Рис. 14. Число Маха в продольном сечении,  $M = 6$ ,  $\alpha = 0^\circ$ .

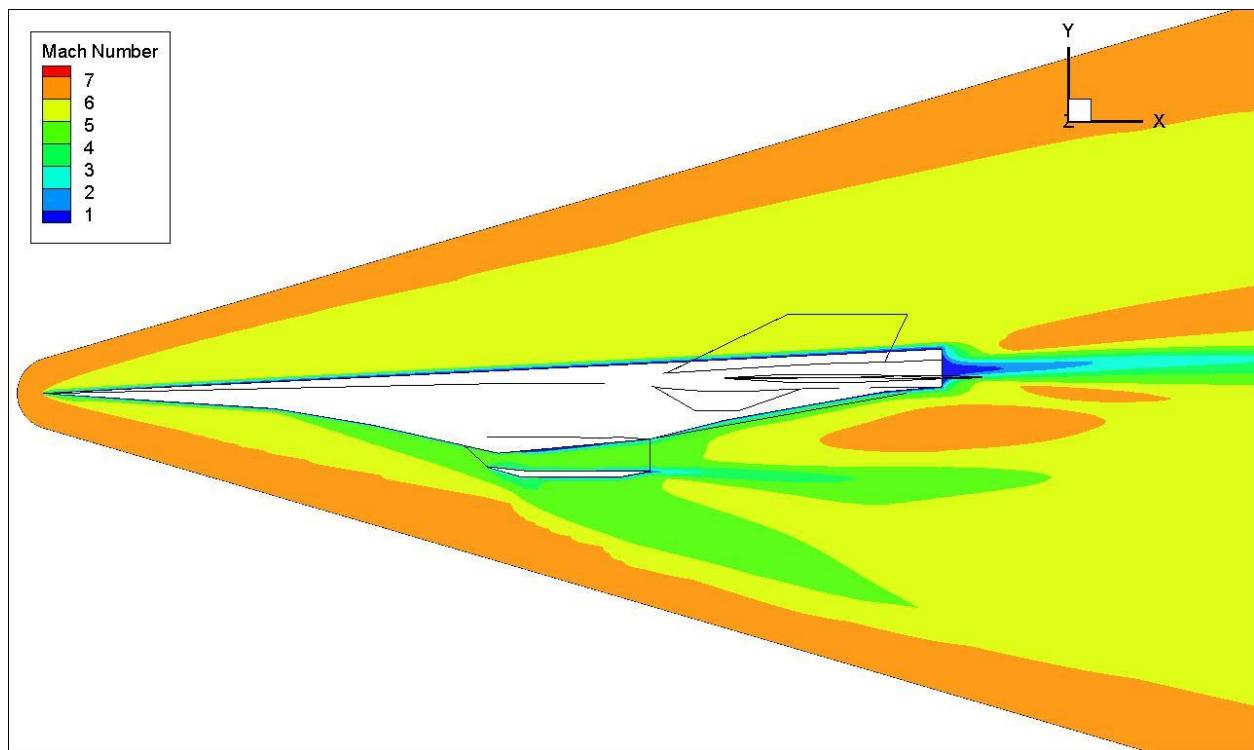


Рис. 15. Число Маха в продольном сечении,  $M = 6$ ,  $\alpha = 2^\circ$ .

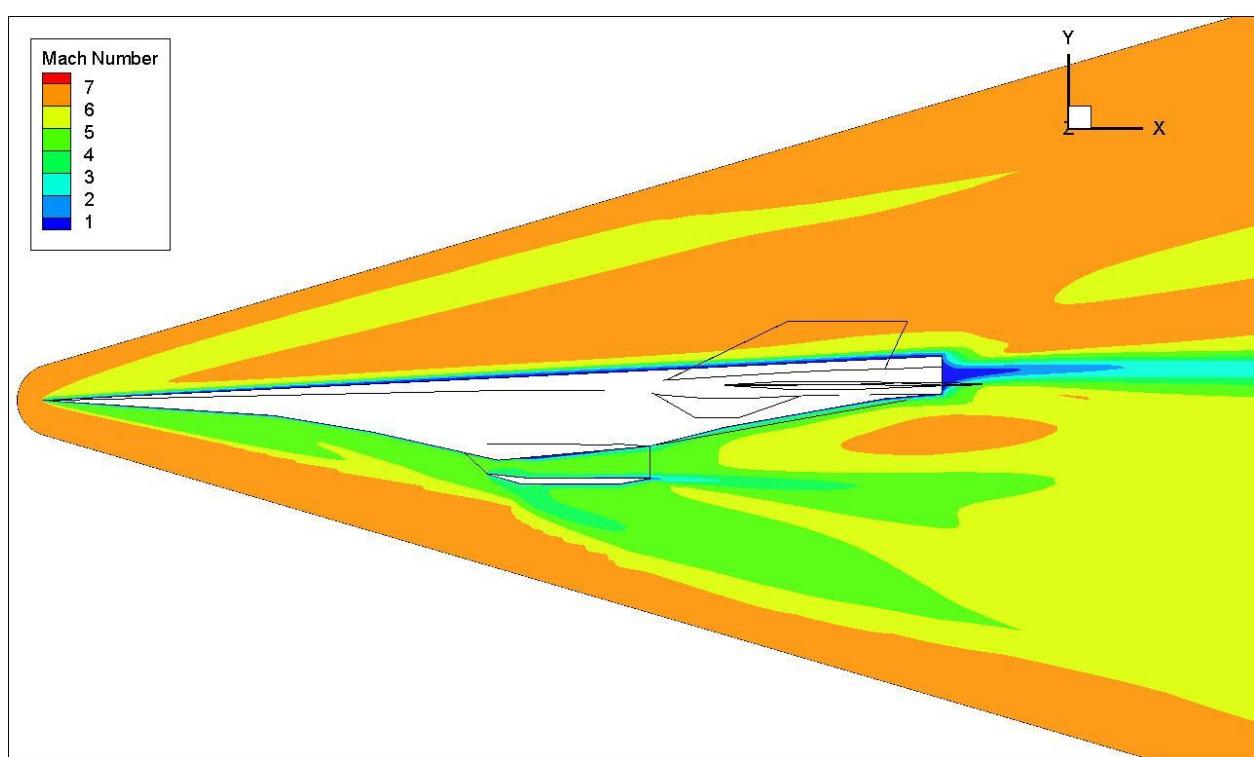


Рис. 16. Число Маха в продольном сечении,  $M = 6$ ,  $\alpha = 4^\circ$ .

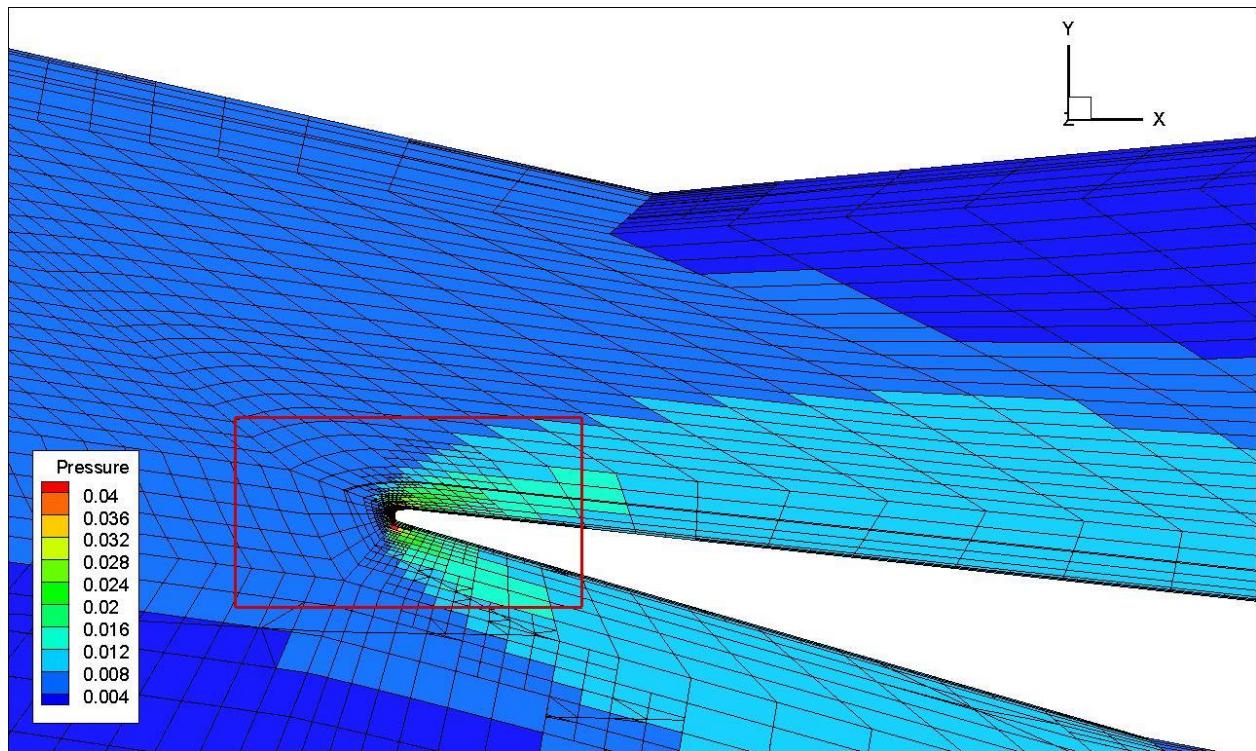


Рис. 17. Сетка и распределение давления (МПа) на входе в воздухозаборник.

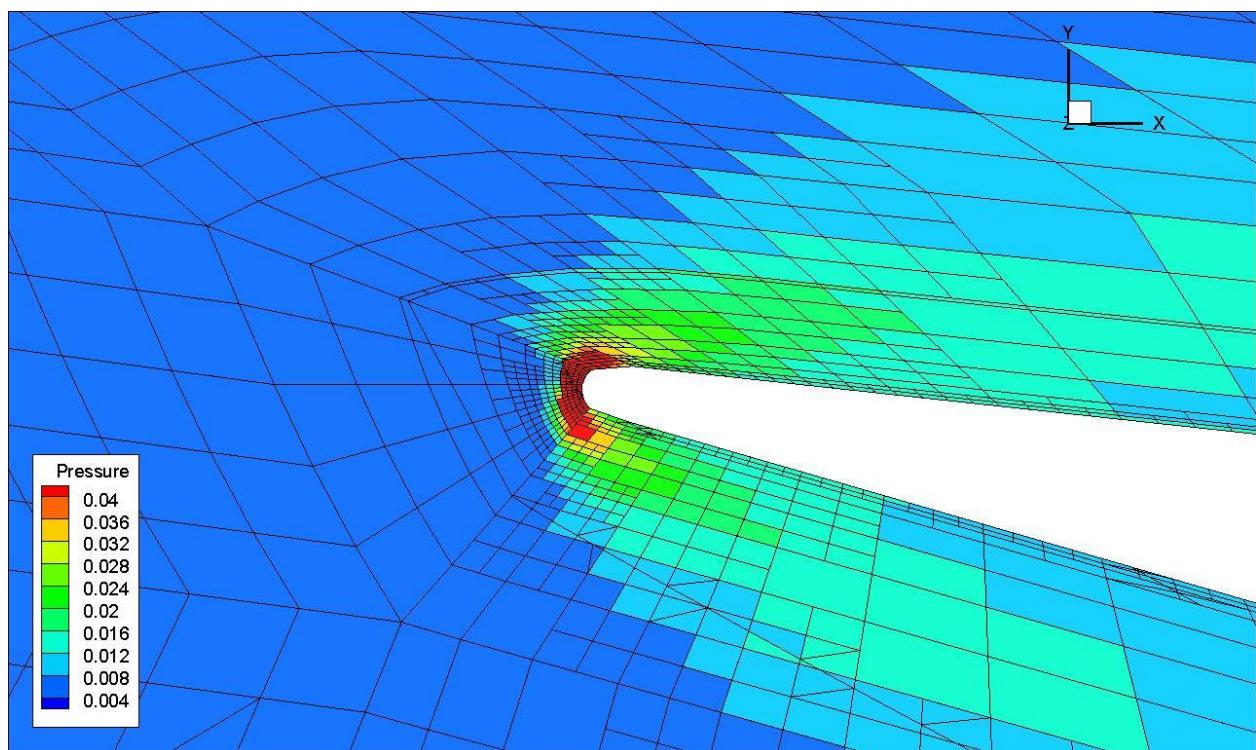


Рис. 18. Сетка и распределение давления (МПа) вблизи передней кромки воздухозаборника.

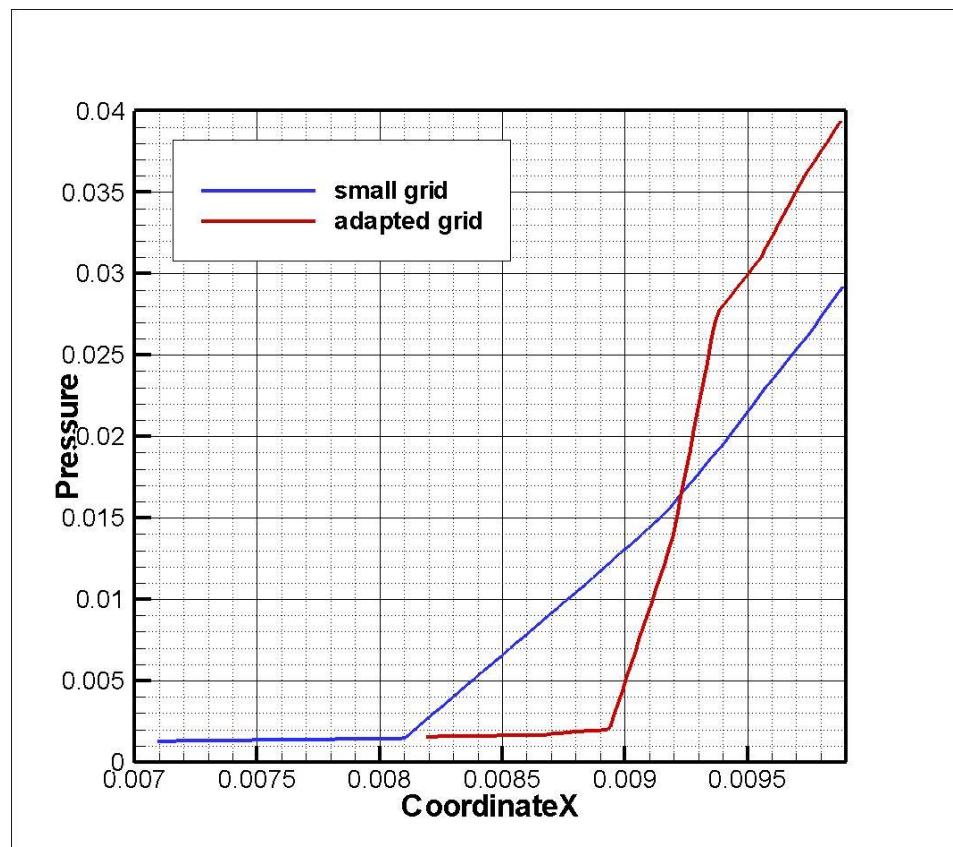


Рис. 19. Давление (МПа) перед носовым затуплением аппарата.

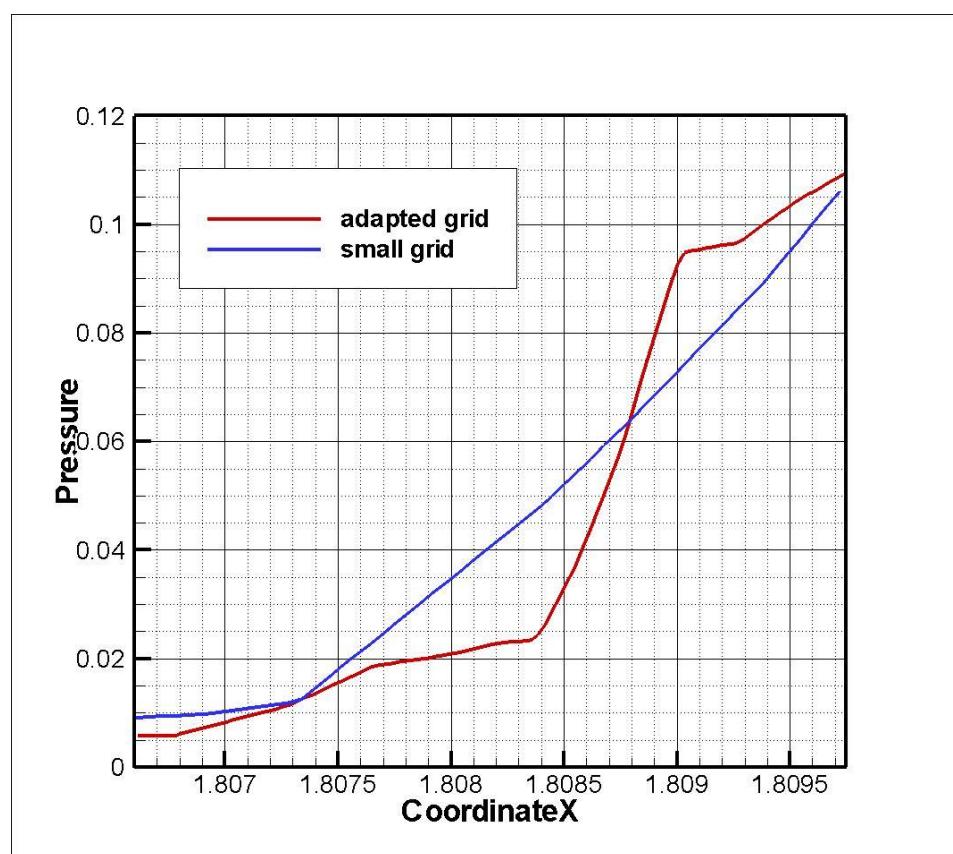


Рис. 20. Давление (МПа) перед передней кромкой обечайки.

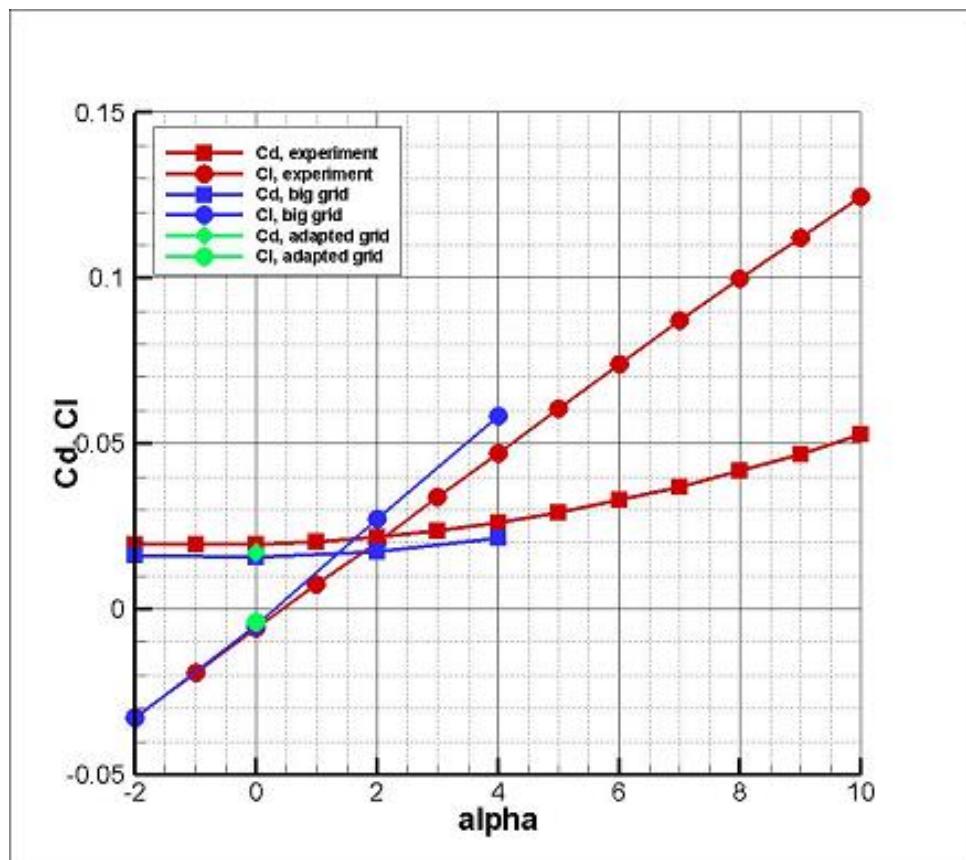
Рис. 21. Коэффициенты  $C_D$  и  $C_L$  для разных углов атаки,  $M=6$ .

Таблица 3. Коэффициенты аэродинамических сил в расчетах и эксперименте

Тип сетки	Угол атаки, градусы	Число Maxa	Расчет		Эксперимент	
			$C_D$	$C_L$	$C_D$	$C_y$
большая	-2	6	0.01617	-0.03281	0.01952	-0.03267
	0	6	0.01572	-0.00503	0.01961	-0.00578
	2	6	0.01745	0.0258	0.02175	0.02022
	4	6	0.02153	0.05836	0.0262	0.04711
	0	5	0.01326	-0.00161	—	—
малая	0	6	0.01567	-0.00384	0.01961	-0.00578
адаптированная	0	6	0.017	-0.00392	0.01961	-0.00578

## 5. Выводы

Расчеты показали, что применение адаптивных сеток позволяет существенно повысить точность вычислений без увеличения числа ячеек.

Полученные в вычислениях зависимости силы сопротивления и подъемной силы от числа Маха и угла атаки близки к экспериментальным. Коэффициент сопротивления растет с увеличением числа Маха, зависимость сопротивления от угла атаки имеет минимум в нуле, подъемная сила растет с увеличением угла атаки по закону, близкому к линейному.

## Список литературы

1. C.Cockrell, W.Engelund, R.Bittner, T.Jentink, A.Dilley, A.Frendi, Integrated Aeropropulsive Computational Fluid Dynamics Methodology for the Hyper-X Flight Experiment // Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 38, No. 6, November–December 2001.
2. L.Huebner, K.Rock, E.Ruf, D.Witte, E.Andrews, Hyper-X Flight Engine Ground Testing for X-43 Flight Risk Reduction / AIAA/NAL-NASDA-ISAS 10th International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, April 24-27, 2001, Kyoto, Japan.
3. W. Engelund, S. Holland, C. Cockrell, R. Bittner, Propulsion System Airframe Integration Issues and Aerodynamic Database Development for the Hyper-X Flight Research Vehicle / 14th International Symposium on Airbreathing Engines, Florence, Italy, ISABE 99-7215, September 5-10, 1999.
4. W. Woods, S. Holland, M. DiFulvio, Hyper-X Stage Separation Wind-Tunnel Test Program // Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 38, No. 6, November–December 2001
5. S. Ferlemann, C. McClinton, K. Rock, R. Voland, Hyper-X Mach 7 Scramjet Design, Ground Test and Flight Results / AIAA/CIRA 13th International Space Planes and Hypersonics Systems and Technologies Conference, May 2005, Capua, Italy.
6. R. Voland, L. Huebner, C. McClinton, X-43A Hypersonic Vehicle Technology Development / 56th International Astronautical Congress, Fuduoka, Japan, 2005.
7. C. McClinton, X-43: Scramjet Power Breaks the Hypersonic Barrier / 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, January 2006, Reno, Nevada.

8. S. Berry, M. DiFulvio, M. Kowalkowski, Forced Boundary-Layer Transition on X-43 (Hyper-X) in NASA LaRC 20-Inch Mach 6 Air Tunnel // NASA/TM-2000-210316.
9. I. Men'shov, Y. Nakamura, Hybrid Explicit–Implicit, Unconditionally Stable Scheme for Unsteady Compressible Flows // AIAA Journal, Vol. 42, No. 3, pp. 551-559, 2004.
10. Joseph Smagorinsky. General Circulation Experiments with the Primitive Equations. Monthly Weather Review, 1963. Vol. 91, pp. 99-164.
11. А.Л. Железнякова, С.Т. Суржиков, На пути к созданию модели виртуального ГЛА. И. – М.: ИПМех РАН, 2013.
12. Kirill Merkulov. Wavelet-Based Local Mesh Adaptation with Application to Gas Dynamics Parallel Computing Technologies // 13th International Conference, PaCT 2015, Petrozavodsk, Russia, August 31- September 4, 2015, Proceedings, LNCS 9251, pp. 426-435, ISBN 978-3-319-21908-0.
13. А.Л. Афенников, А.А. Давыдов, И.С. Меньшов, К.Д. Меркулов, А.В. Пленкин. Алгоритм многоуровневой адаптации сеток по критериям на основе вейвлет-анализа для задач газовой динамики // Препринты ИПМ им.М.В.Келдыша, 2015, № 97, 22 с.
14. А.Л. Афенников, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов, К.Д. Меркулов, А.В. Пленкин, Я.В. Ханхасаева. Алгоритм динамической локальной адаптации сеток на основе вейвлет-анализа с использованием метода свободной границы // Препринты ИПМ им.М.В.Келдыша, 2015, № 94, 20 с.
15. Igor Menshov. Treating Complex Geometries with Cartesian Grids in Problems for Fluid Dynamics Parallel Computing Technologies // 13th International Conference, PaCT 2015, Petrozavodsk, Russia, August 31- September 4, 2015, Proceedings, LNCS 9251, pp. 528-535, ISBN 978-3-319-21908-0.