恒定电流和恒定电场

一、（传导）电流及其形成条件

1、形成条件

存在可以自由移动的电荷、存在导致自由电荷作定向运动的电场

2、电流密度和电流强度

$$\vec{j} = \rho\vec{v} \qquad \vec{j} = \sum_i \rho_i \vec{v}_i$$

密度为***n***、速度为 $\vec{v}$ 的电子流 $\vec{j} = \rho\vec{v} = -ne\vec{v}$

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

电流密度是通过垂直于电流流动方向的单位面积的电流强度

电流密度和电流强度的关系就是一个矢量场和它的通量的关系

3、电流连续性方程

$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

通过任一闭合曲面的电流密度通量等于面内电荷量的减少量

本质是**电荷守恒**定律

电流连续性方程——电荷守恒 $\nabla \cdot \vec{j} = -\dfrac{\partial\rho}{\partial t}$

二、恒定电流和恒定电场、电动势

1、恒定条件

电荷分布不随时间变化 $\dfrac{dq}{dt}=0$

$$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0$$

恒定电流场中的电流线是闭合曲线

2、恒定电场 —— 由分布不随时间变化的电荷激发的电场

恒定电场与静电场比较

3、电源和电动势

电源：提供非静电力的装置

把其它形式的能转化为电势能的装置

作用：将正电荷从低电势处移到高电势处，维持电势差不变

电动势：把单位正电荷**经电源内部**由负极移动到正极过程时非静电力所作的功

$$\varepsilon=\frac{dA}{dq}=\int_{-}^{+}\vec{E}_K\cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon=\oint_L \vec{E}_K\cdot d\vec{l}$$

三、（恒定）电流遵循的规律

1、欧姆定律（微分形式）

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

用场的观点表述了导体中的电场和电流分布之间的关系

对恒定电场和非恒定电场都适用

比较 $U = IR$

*2、焦耳－楞次定律（微分形式）

$$p = \gamma E^2 = \gamma \vec{E} \cdot \vec{E} = \vec{j} \cdot \vec{E}$$

不论导体形状如何、是否均匀、流过的电流是否恒定都适用

比较 $Q = I\left(V_A - V_B\right)t = \dfrac{\left(V_A - V_B\right)^2 t}{R} = I^2 Rt$

四、含源电路的欧姆定律

$$\vec{j} = \gamma\left(\vec{E} + \vec{E}_K\right) \qquad I = \frac{\varepsilon}{R + R_i}$$

电源充、放电（能量转换）

$$V_A - V_B = \sum RI - \sum \varepsilon$$

真空中的恒定磁场

真空中恒定电流激发的磁场

- 磁场的描述 — 磁感应强度

毕奥–萨伐尔定律
磁场的高斯定理
安培环路定理

磁场对电流（运动电荷）的作用

- 受力分析

洛伦兹力公式
安培定律

- 磁场做功

运动电荷(电流、磁体)既能产生磁效应，也会受磁场的作用

一、描写磁场性质的两个定理

1、磁场的高斯定理

$$\boxed{\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0}$$

无源场

2、 真空中静磁场的安培环路定理

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_L I_i}$$

非保守场、有旋场

二、磁场的计算

1、 毕奥---萨伐尔定律

电流元的磁场 $\boxed{d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$ $,\vec{r}=r\vec{e}_r$

电流产生磁场 $\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$

磁场的叠加原理
（包括补偿法）

$$\vec{B}=\sum\vec{B}_i$$

$$\vec{B}=\int d\vec{B}$$

2、运动电荷的磁场

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

3、利用安培环路定理计算磁场

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_L I_i$$

4、几个典型载流导体的磁场公式

(1) 直线电流的磁场

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)}$$

方向： 右手螺旋法则

无限长直电流 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$

半无限长直电流 $B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}$

(2) 圆电流轴线上的磁场

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(x^2+R^2)^{3/2}}\vec{n}}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IS}{(x^2+R^2)^{3/2}}\vec{n}$$

方向： 右手螺旋法则

载流圆环圆心处 $B_o=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

圆弧圆心处
(圆心角θ或圆弧l)

$$B=\frac{\theta}{2\pi}\frac{\mu_0 I}{2R}=\frac{l}{2\pi R}\frac{\mu_0 I}{2R}$$

轴线上较远处（***x>>R***）的磁场 $\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{\vec{p}_m}{r^3}$ $\vec{p}_m=NIS\vec{n}$

(3) 载流螺线管的磁场

$$\boxed{B=\frac{\mu_0}{2}nI(\cos\beta_2-\cos\beta_1)}$$

无限长螺线管 $B=\mu_0 nI=\dfrac{\mu_0 NI}{l}$

半无限长螺线管 $B=\dfrac{1}{2}\mu_0 nI$

三、磁场对运动电荷的作用

1、洛仑兹力 $\boxed{\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}}$

(1) $\vec{v}\,//\,\vec{B},\ \vec{F}=0$ 作匀速直线运动

(2) $\vec{v}\perp\vec{B},\ F=qvB$ 垂直于 $\vec{v}$ 和 $\vec{B}$ 的平面作半径为***R***的圆周运动

$$\boxed{R=\frac{mv}{qB}}\qquad\boxed{T=\frac{2\pi m}{qB}}$$

(3) $\vec{v}$ 和 $\vec{B}$ 之间夹角为 θ 时，粒子作螺旋运动

$$R=\frac{mv}{qB}\sin\theta\qquad T=\frac{2\pi m}{qB}\qquad \text{螺距}\quad h=\frac{2\pi m}{qB}v\cos\theta$$

2、带电粒子在非均匀磁场中的运动 **(p.355)**

3、电磁场对运动电荷的作用 $\vec{F}=q\vec{E}+q\vec{v}\times\vec{B}$ (洛仑兹公式)

霍耳效应 $U_H=R_H\dfrac{IB}{d}$ $\left(R_H=\dfrac{1}{nq}\right)$

四、磁场对载流导体的作用

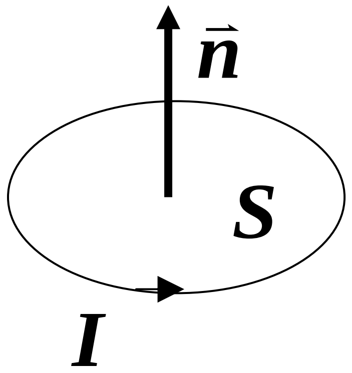
1、安培定律（安培公式）

$$d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B} \qquad \vec{F}=\int d\vec{F}$$

2、磁场对载流线圈的磁力矩

$$\vec{M}=\vec{p}_m\times\vec{B} \qquad (\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B})$$

线圈的磁矩为 $\vec{p}_m=NIS\vec{n}$ $(\vec{m}=NIS\vec{n})$



五、磁力（矩）的功

$$A=I\Delta\Phi$$

任意的闭合电流回路在磁场中改变位置或形状时，若回路中电流保持不变，则磁力或磁力矩做的功等于电流乘以通过载流线圈的磁通量的增量

磁介质中的恒定磁场

一、磁介质

1、磁介质的种类和微观机制

(1)弱磁质　(μ、μ_r 和 χ_m 都是常量且 χ_m 很小，$\mu_r \approx 1$)

顺磁质　$\vec{B}'$与$\vec{B}_0$同向　$\chi_m > 0$　$\mu_r > 1$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

抗磁质　$\vec{B}'$与$\vec{B}_0$反向　$\chi_m < 0$　$\mu_r < 1$

弱磁质磁化的微观机制

分子电流和分子磁矩、

磁化电流（分子电流的宏观表现，使磁介质在外磁场中呈现磁性）

(2)铁磁质

基本特点　附加磁场很强 $\mu_r = B / B_0 >> 1$

剩磁

μ_r 和 χ_m 不是常数

具有磁滞现象

在T_c以上，铁磁性消失而成为顺磁质

铁磁质磁化的微观机制

软磁、硬磁、矩磁

二、磁介质中的磁场

1、磁化强度和磁场强度

磁化强度 $\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{p}_m + \sum \Delta\vec{p}_m}{\Delta V}$

顺磁质 $\vec{M} = \dfrac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V}$

抗磁质 $\vec{M} = \dfrac{\sum \Delta\vec{p}_m}{\Delta V}$

磁场强度 $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

$M = \alpha_s$

$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$

2、基本定理

(1)高斯定理 $\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

有磁介质时高斯定理仍成立

(2)安培环路定理 $\therefore \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{(L)} I$

电磁感应和暂态过程

一、电磁感应

1、法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \varepsilon_i = -\frac{d\Phi_N}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

2、楞次定律 —用于判别感应电流的方向

感应电流的效果总是反抗引起感应电流的原因

3、动生电动势

$$\varepsilon_i = \int_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

4、感生电动势

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

5、感应电流、感生电荷

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = -\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}dt = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

只与Φ的变化量有关，而与Φ的变化快慢无关

二、自感和互感

1、自感

自感系数 $L=\dfrac{\Phi_N}{I}=N\dfrac{\Phi}{I}$ ，$(L=\dfrac{d\Phi_N}{dI})$

自感电动势 $\boxed{\varepsilon_i=-L\dfrac{dI}{dt}}$

反映回路产生自感电动势、反抗电流改变的能力
由回路的大小、形状、匝数以及周围磁介质的性质决定

2、互感

互感系数 $M_{12}=M_{21}=M=\dfrac{N_2\Phi_{21}}{I_1}=\dfrac{N_1\Phi_{12}}{I_2}$

$$(M=N_2\frac{d\Phi_{21}}{dI_1}=N_1\frac{d\Phi_{12}}{dI_2})$$

互感电动势 $\boxed{\varepsilon_{21}=-M\dfrac{dI_1}{dt}}$ $\varepsilon_{12}=-M\dfrac{dI_2}{dt}$

由一个回路中电流变化而在邻近的回路中产生感应电动势的现象
反映回路之间的耦合（干扰）

三、电路的暂态过程

1、RL电路

电源接通 $I=\frac{\varepsilon}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$

能量转换、转移

电源断开 $I=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$

时间常数τ = ***L/R*** 决定***RL***电路暂态过程的快慢

2、RC电路

充电过程 $q=C\varepsilon(1-e^{-\frac{t}{RC}})$

$I=\frac{dq}{dt}=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

能量转换、转移

放电过程 $q=q_{\max}e^{-\frac{t}{RC}}$

$I=-\frac{dq}{dt}=I_{\max}e^{-\frac{t}{RC}}$

时间常数τ = ***RC***决定***RC*** 电路暂态过程的快慢

四、 磁场能量

1、自感磁能 $W_{自}=\frac{1}{2}LI^2$

（互感磁能 $W_{互}=MI_1I_2$ ）

磁能密度 $w_m=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}=\frac{1}{2}\mu H^2=\frac{1}{2}BH$

$(w_m=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H})$

充电时，电源电动势克服自感电动势作功，转化为回路的磁能储存在磁场中

放电时，储存在磁场中的能量又反馈到回路中以热的形式释放出来

麦克斯韦方程组 电磁场

一、位移电流

1、位移电流

位移电流密度 $\vec{j}_d = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}$

位移电流 $I_d = \dfrac{d\Psi_L}{dt} = \iint_S \dfrac{\partial D}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

微观本质：变化电场和极化电荷的微观运动

位移电流与传导电流比较

2、全电流

$$I_{全} = I + I_d = \iint_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{j}_{全} = \vec{j} + \vec{j}_d = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

3、全电流的连续性方程 $\oiint_S (\vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S} = 0$

全电流的电流线永远是无头无尾的闭合曲线

在非稳恒情况下，尽管传导电流不一定连续，但全电流却永远是连续的

4、全电流定律 $\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum (I + I_d)} = \iint_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}$

二、电磁场

1、位移电流假说的实质

变化的电场激发涡旋磁场 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

2、电场和磁场的内在联系（无自由电荷和传导电流时）

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

变化的磁场 $\longrightarrow$ 涡旋电场（左旋）

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

变化的电场 $\longrightarrow$ 涡旋磁场（右旋）

三、麦克斯韦方程组

1、基本概念

（1）**感生电场**概念 — 除静止电荷激发无旋电场外，变化的磁场还将激发涡旋电场

（2）**位移电流**概念 — 变化的电场和传导电流一样激发涡旋磁场

变化电场和磁场相互联系，相互激发，组成一个统一的电磁场

2、麦克斯韦方程组及其意义

积分形式

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_S q = \iiint_V \rho\, dV \\
&\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \\
&\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I + I_d = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S} \\
&\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}
\end{aligned}
\right.
$$

微分形式

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\nabla\cdot\vec{D} = \rho \\
&\nabla\cdot\vec{B} = 0 \\
&\nabla\times\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\
&\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}
\end{aligned}
\right.
$$

3、物性方程

$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ $\vec{B}=\mu\vec{H}$ $\vec{j}=\gamma\vec{E}$ 反映电磁场与物质的相互作用

四、电磁场的物质性

1、电磁场可以不依附场源而存在

2、电磁场的能量、动量和质量

（**1**）能量密度 $$w=\frac{1}{2}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})$$

（**2**）动量密度 $$p=\frac{w}{c}=\frac{1}{2c}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})$$

（**3**）质量密度 $$m=\frac{w}{c^2}=\frac{1}{2c^2}(\vec{D}\cdot\vec{E}+\vec{B}\cdot\vec{H})$$

五、电磁场的统一性和电磁场量的相对性

1、运动的相对性和电磁场的统一性

2、电磁规律是绝对性和电磁场量是相对的

2、恒定电场

电荷分布不随时间变化

电荷激发的电场是恒定电场

静电场	恒定电场
产生电场的电荷始终静止不动	产生电场的电荷分布不随时间改变但伴随着电荷的定向移动
导体内电场为零，导体是等势体	导体内电场不为零，导体内任意两点一般不等势
满足高斯定理和环路定理，电场是保守场，可引入电势	满足高斯定理和环路定理，电场是保守场，可引入电势

静电场的要求高于恒定电场

静电场是恒定电场的特例

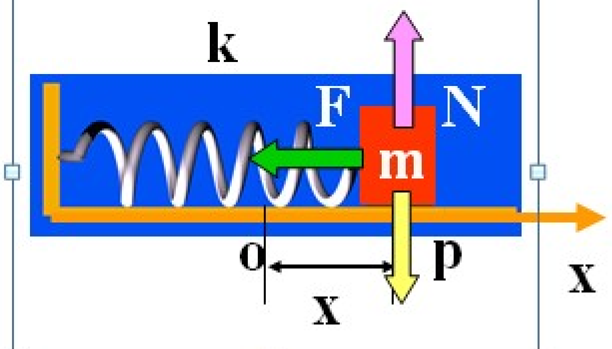
第十章　机械振动(和电磁振荡)

以弹簧振子为例：

动力学特征

$$F_{合} = -kx$$

由　$F_{合} = ma = -kx$



运动学特征

$$a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

微分方程特征

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

x可代表任意物理量

解 $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ 可得

位 移 $$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$ 振动表达（方程）

速度　加速度　能量