[例题1] 一质点沿x轴作简谐振动，振幅为**12** cm，周期为**2 s**。当$t = 0$时, 位移为**6** cm，且向 x 轴正方向运动。

求：**1.** 振动式;

2. $t = 0.5\ s$时，质点的位置、速度和加速度;

3. 如果在某时刻质点位于$x = -6\ cm$，且向 x 轴负方向运动，求从该位置回到平衡位置所需要的时间。

解：**1.** 设简谐振动表达式为 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

已知条件： A=**12**cm， T=**2**s，

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\,(\mathrm{rad/s})$$

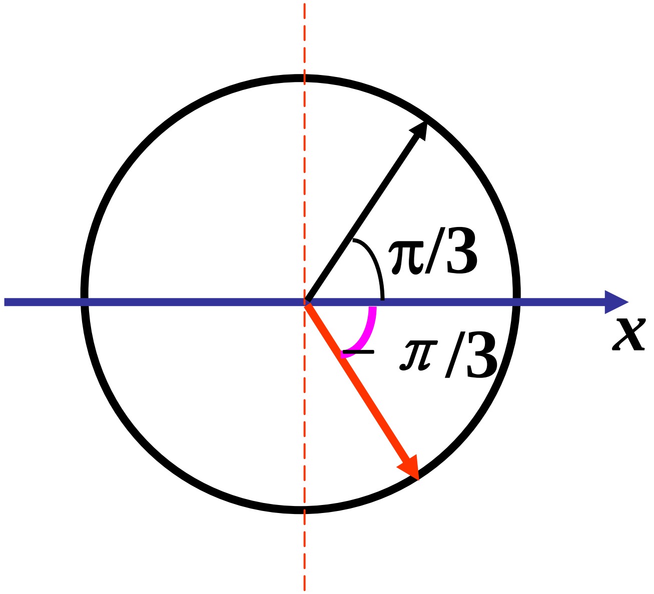
$$x = 0.12\cos(\pi t + \varphi)$$

再由初始条件确定初位相

初始条件： **$t = 0$ 时， $x_0 = 0.06\ m$， $v_0 > 0$**

$$0.06 = 0.12\cos\varphi$$

$$\frac{1}{2} = \cos\varphi \quad \rightarrow \quad \varphi = \pm\frac{\pi}{3}$$



$$\varphi = -\frac{\pi}{3}$$

振动式：

$$x = 0.12\cos(\pi t - \frac{\pi}{3})$$

2. t = 0.5 s时，质点的位置、速度和加速度

$$x\Big|_{t=0.5}=0.12\cos(\pi t-\frac{\pi}{3})=0.103(\mathrm{m})$$

$$v\Big|_{t=0.5}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\Big|_{t=0.5}=-0.12\pi\sin(\pi t-\frac{\pi}{3})\Big|_{t=0.5}$$

$$=-0.189(\mathrm{m/s})$$

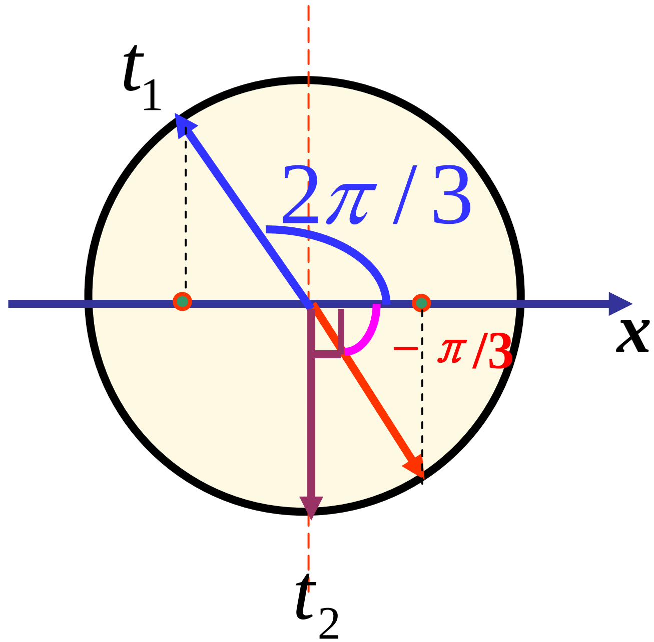
$$a\Big|_{t=0.5}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\Big|_{t=0.5}=-0.12\pi^2\cos(\pi t-\frac{\pi}{3})\Big|_{t=0.5}$$

$$=-1.03(\mathrm{m/s^2})$$

3. 设在某一时刻 $\boldsymbol{t_1}$， $\boldsymbol{x} = -\mathbf{0.06}$ m,且向 $\boldsymbol{x}$ 轴负方向运动

代入振动式： $-0.06 = 0.12\cos(\pi t_1 - \pi/3)$

$$\cos(\pi t_1 - \pi/3) = -\frac{1}{2}$$



$$\pi t_1 - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\pi t_1 - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \quad \rightarrow \quad t_1 = 1\text{s}$$

设到达平衡位置的时间为$\boldsymbol{t_2}$

$$\pi t_2 - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2} \quad \rightarrow \quad t_2 = \frac{11}{6}\text{s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{11}{6} - 1 = \frac{5}{6}\,(\text{s})$$

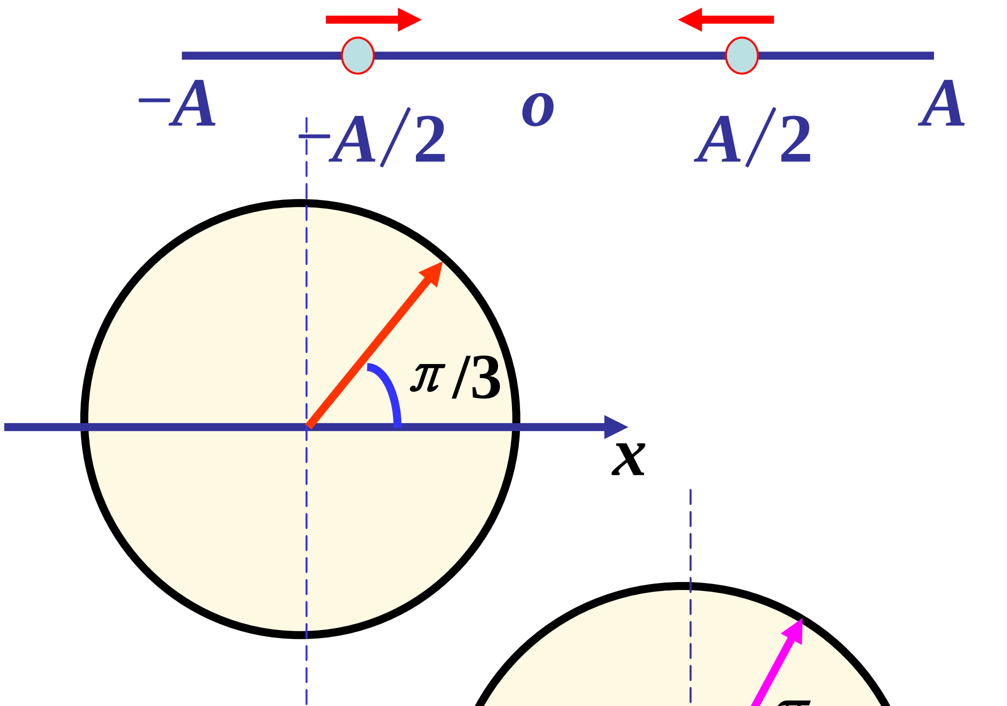
[例题2] 两质点作同方向、同频率的简谐振动，振幅相等。当质点1在 $x_1=A/2$ 处且向左运动时，另一个质点2在 $x_2=-A/2$ 处且向右运动。求这两个质点的相位差。

解： $x_1 = A\cos(\omega t+\varphi_1)$

$$A/2 = A\cos(\omega t+\varphi_1)$$

$$\rightarrow \omega t+\varphi_1 = \pm\pi/3$$

$$\omega t+\varphi_1 = \pi/3$$

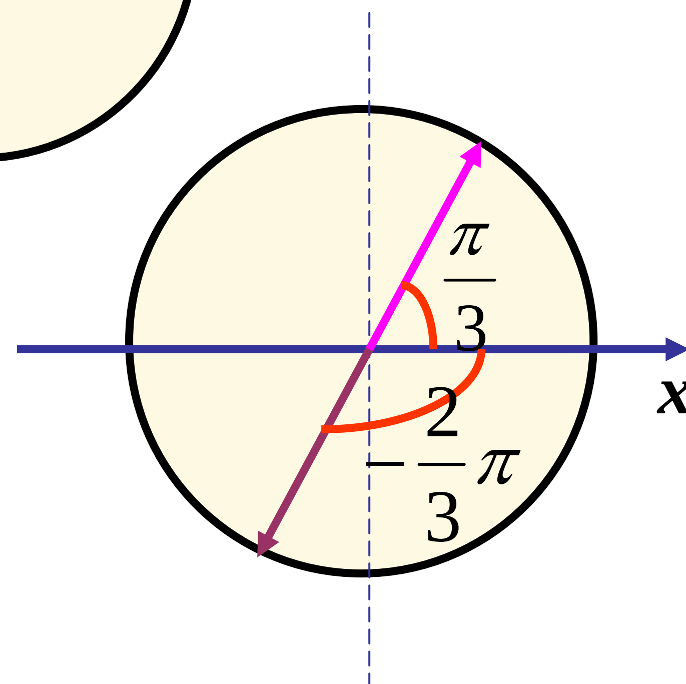


$$x_2 = A\cos(\omega t+\varphi_2)$$

$$-A/2 = A\cos(\omega t+\varphi_2)$$

$$\rightarrow \quad \omega t+\varphi_2 = \pm 2\pi/3$$

$$\omega t+\varphi_2 = -2\pi/3$$



$$\Delta\varphi = (\omega t+\varphi_1)-(\omega t+\varphi_2)$$

$$= \pi/3-(-2\pi/3) = \pi$$

[例题3] 当简谐振动的位移为振幅的一半时，其动能和势能各占总能量的多少？物体在什么位置时其动能和势能各占总能量的一半？

解：$E = E_{\mathrm{p}} + E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}kA^2$

当$x = A/2$时：$E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}E$

$$E_{\mathrm{k}} = E - E_{\mathrm{p}} = \frac{3}{4}E$$

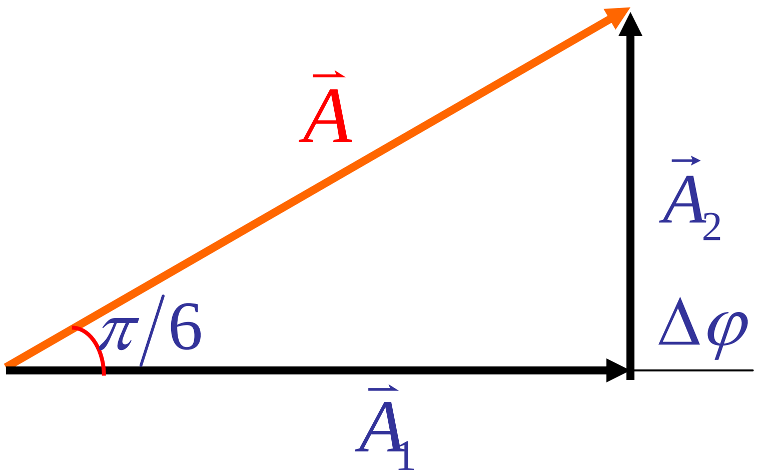
$$\frac{1}{2}k{x_0}^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}kA^2$$

$$x_0 = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}A = \pm 0.707A$$

[例题4]两个同方向，同频率的简谐振动，其合振动的振幅为20*cm*，与第一个振动的位相差为 $\varphi-\varphi_1=\pi/6$ **若第一个振动的振幅为** $10\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$ **则（1）第二个振动的振幅为多少？（2）两简谐振动的相位差为多少？**

解：

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$$



$$A_2=\sqrt{A^2+A_1^2-2AA_1\cos\pi/6}$$

$$=\sqrt{20^2+\left(10\sqrt{3}\right)^2-2\cdot 20\cdot 10\sqrt{3}\cos\pi/6}\qquad =10\ \mathrm{cm}$$

$$\frac{A}{\sin\Delta\varphi} = \frac{A_2}{\sin \pi/6}$$

$$\sin\Delta\varphi = \frac{A}{A_2}\sin\frac{\pi}{6} = \frac{20}{10}\sin\frac{\pi}{6} = 1$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$