

EEL7020 – Sistemas Digitais
Aula 10: Circuitos sequenciais –
Codificação de estados e
estudo de casos

Prof. Djones Vinicius Lettnin
lettnin@eel.ufsc.br
<http://dlettnin.páginas.ufsc.br/>

Disclaimer: slides adapted for EEL7020 by D. Lettnin from the original slides made available by the author J. Guentzel.

Máquinas Sequenciais Síncronas

Modelo de Moore
Característica principal: as saídas dependem apenas do estado atual.

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettnin

2

Máquinas Sequenciais Síncronas

Modelo de Mealy
Característica principal: as saídas dependem do estado atual e de entrada(s) primária(s)

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettnin

3

Plano de Aula

- Codificação de estados
- Estudo de casos
 - Swap
 - Árbitro de Barramento
 - Vending machine

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettnin

4

Codificação de Estados

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 3:
Projete um circuito que satisfaça às seguintes especificações:
1.O circuito possui uma entrada, w , e uma saída, z .
2.Todas as mudanças de valores no circuito ocorrem na borda de subida do sinal de relógio.
3.Quando o circuito detectar que a entrada w vale "0", a saída z deve valer "0" no ciclo de relógio seguinte. Porém, quando o circuito detectar que a entrada w vale "1" durante duas bordas de relógio consecutivas, a saída z deve passar a valer "1" no ciclo de relógio seguinte à segunda ocorrência do valor "1". As mudanças de z estão sincronizadas com a borda de relógio ativa.

Exemplo de funcionamento:

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettnin

5

Codificação de Estados

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 3: Tabelas de (Transição de) Estados e de Saída

Tabela de (transição de) estados

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	0	A
B	1	C
C	0	A
C	1	C

Tabela de saída

Estado	z
A	0
B	0
C	1

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettnin

6

Codificação de Estados

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 3: Diagrama de Blocos

Sinais de entrada: w
Sinais de saída: z
Número de estados: 3
⇒ Logo, são necessários 2 flip-flops para armazenar as variáveis de estado

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Codificação de Estados

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 3: Codificação de Estados

Supondo a seguinte codificação: A=00, B=01, C=10

Estado atual	w	Próximo estado
A	00	A
A	00	B
B	01	A
B	01	C
C	10	A
C	10	C
-	11	XX
-	11	XX

Estado atual	y _{1y₀}	w	Próximo estado	y _{1y₀}
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	0	00	A
B	01	1	11	C
-	10	0	XX	-
-	10	1	XX	-
C	11	0	00	A
C	11	1	11	C

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Codificação de Estados

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 3: circuito final

$Y_1 = w \cdot y_1 + w \cdot y_0 = w(y_1 + y_0)$
 $Y_0 = w \cdot y_1 \cdot \bar{y}_0$
 $z = y_1$

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Codificação de Estados

Codificação de Estados

Exemplo 3, Porém Codificando os Estados com o Código Gray:
A=00, B=01, C=11

Estado atual	y _{1y₀}	w	Próximo estado	y _{1y₀}
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	0	00	A
B	01	1	11	C
-	10	0	XX	-
-	10	1	XX	-
C	11	0	00	A
C	11	1	11	C

	Estado	z
A	00	0
B	01	0
-	10	X
C	11	1

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Codificação de Estados

Codificação de Estados

Exemplo 3, Porém Codificando os Estados com o Código Gray:
A=00, B=01, C=11

Estado atual	y _{1y₀}	w	Próximo estado	y _{1y₀}
A	00	0	00	A
A	00	1	01	B
B	01	0	00	A
B	01	1	11	C
-	10	0	XX	-
-	10	1	XX	-
C	11	0	00	A
C	11	1	11	C

Y_1 | $\overline{y_1y_0}$ $\overline{y_1y_0}$ y_1y_0 y_1y_0 $\overline{y_1y_0}$
w | 0 0 0 0 X
w | 0 1 1 1 X
 $Y_1 = w \cdot y_0$
 $w \cdot y_0$

Y_0 | $\overline{y_1y_0}$ $\overline{y_1y_0}$ y_1y_0 y_1y_0 $\overline{y_1y_0}$
w | 0 0 0 0 X
w | 1 1 1 1 X
 $Y_0 = w$

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Codificação de Estados

Codificação de Estados

Exemplo 3, Porém Codificando os Estados com o Código Gray:
A=00, B=01, C=11

y _{1y₀}	z
00	0
01	0
10	X
11	1

y _{1y₀}	z
00	0
01	0
10	X
11	1

z | $\overline{y_0}$ y_0
 $\overline{y_1}$ | 0 0
 y_1 | X 1
 $z = y_1$

Coincidentemente, a equação de saída não mudou.

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Codificação de Estados

Universidade Federal de Santa Catarina

Codificação de Estados

Exemplo 3, Porém Codificando os Estados com o Código Gray:
A=00, B=01, C=11

$Y1 = w \cdot y_0$
 $Y0 = w$
 $z = y_1$

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn 13

Codificação de Estados

Universidade Federal de Santa Catarina

Codificação de Estados

Assinalamento A=00, B=01, C=10

$Y1 = w \cdot (y_1 + y_0)$
 $Y0 = w \cdot y_1 \cdot y_0$
 $z = y_1$

Assinalamento A=00, B=01, C=11

$Y1 = w$
 $Y0 = w$
 $z = y_1$

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn 14

Codificação de Estados

Universidade Federal de Santa Catarina

Codificação de Estados

Codificação “One-Hot”

- Consiste em usar tantas variáveis de estado quantos forem os estados
- Cada estado é codificado de modo que somente uma das variáveis de estado vale “1” e todas as demais valem “0”

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn 15

Codificação de Estados

Universidade Federal de Santa Catarina

Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 3:
A=001, B=010, C=100

Estado atual y ₂ y ₁ y ₀	w	Próximo estado
		Y ₂ Y ₁ Y ₀
A 001	0	001
A 001	1	010
B 010	0	001
B 010	1	100
C 100	0	001
C 100	1	100

Estado atual y ₂ y ₁ y ₀	w	Próximo estado Y ₂ Y ₁ Y ₀
		Y ₂ Y ₁ Y ₀
A 001	0	001
A 001	1	010
B 010	0	001
B 010	1	100
C 100	0	001
C 100	1	100

As combinações de entrada não citadas têm como próximo estado XXX

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn 16

Codificação de Estados

Universidade Federal de Santa Catarina

Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 3:
A=001, B=010, C=100

Estado atual y ₂ y ₁ y ₀	w	Próximo estado Y ₂ Y ₁ Y ₀
		Y ₂ Y ₁ Y ₀
A 001	0	001
A 001	1	010
B 010	0	001
B 010	1	100
C 100	0	001
C 100	1	100

Estado atual y ₂ y ₁ y ₀	w	Próximo estado Y ₂ Y ₁ Y ₀
		Y ₂ Y ₁ Y ₀
A 001	0	001
A 001	1	010
B 010	0	001
B 010	1	100
C 100	0	001
C 100	1	100

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn 17

Codificação de Estados

Universidade Federal de Santa Catarina

Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 3:
A=001, B=010, C=100

Estado atual y ₂ y ₁ y ₀	w	Próximo estado Y ₂ Y ₁ Y ₀
		Y ₂ Y ₁ Y ₀
A 001	0	001
A 001	1	010
B 010	0	001
B 010	1	100
C 100	0	001
C 100	1	100

Estado atual y ₂ y ₁ y ₀	w	Próximo estado Y ₂ Y ₁ Y ₀
		Y ₂ Y ₁ Y ₀
A 001	0	001
A 001	1	010
B 010	0	001
B 010	1	100
C 100	0	001
C 100	1	100

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn 18

Codificação de Estados

Universidade Federal de Santa Catarina

Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 3:
A=001, B=010, C=100

	Estado atual y ₂ y ₁ y ₀	w	Próximo estado Y ₂ Y ₁ Y ₀
A	001	0	001 A
A	001	1	010 B
B	010	0	001 A
B	010	1	100 C
C	100	0	001 A
C	100	1	100 C

y ₀	—	—	y ₂ y ₁	—			
y ₀ w	X	1	X	1			w
—	X	0	X	0			
y ₀ w	0	X	X	X			
y ₀ w	1	X	X	X			

© J. Guentzel – Adapted by D. Letmin

Codificação de Estados

Aplicando a Codificação “One-Hot” ao Exemplo 3:
A=001, B=010, C=100

	Estado y ₂ y ₁ y ₀	z
A	001	0
B	010	0
C	100	1

z	—	—	y ₂ y ₁	—			
—	X	0	X	1			
y ₀	0	X	X	X			
y ₀	1	X	X	X			

As combinações de entrada não citadas têm como saída X

z = y₂

© J. Guentzel – Adapted by D. Letmin

Codificação de Estados

Universidade Federal de Santa Catarina

Codificação de Estados

Assinalamento A=00, B=01, C=10

$$\begin{aligned} Y_1 &= w \cdot (y_1 + y_0) \\ Y_0 &= w \cdot y_1 \cdot y_0 \\ z &= y_1 \end{aligned}$$

Assinalamento A=00, B=01, C=11 (Código Gray)

$$\begin{aligned} Y_1 &= w \cdot y_0 \\ Y_0 &= w \\ z &= y_1 \end{aligned}$$

Codificação “One Hot”

$$\begin{aligned} Y_2 &= \bar{y}_0 \cdot w \\ Y_1 &= \bar{y}_0 \cdot w \\ Y_0 &= w \\ z &= y_2 \end{aligned}$$

© J. Guentzel – Adapted by D. Letmin

Plano de Aula

Universidade Federal de Santa Catarina

- Codificação de estados
- Estudo de casos
 - Swap
 - Árbitro de Barramento
 - Vending machine

22

Estudo de Caso 1

Universidade Federal de Santa Catarina

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4:
Projetar o “círcuito de controle” que permita realizar um *swap* entre R1 e R2, utilizando R3 como temporário. (Desconsiderar outras possíveis operações.)

© J. Guentzel – Adapted by D. Letmin

Estudo de Caso 1

Universidade Federal de Santa Catarina

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4:
Chave “Tri-state”

Se controle = 0 \Rightarrow A = Z (alta impedância)
Se controle = 1 \Rightarrow A = B

Símbolo RT

Esquemático em nível de transistores

© J. Guentzel – Adapted by D. Letmin

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4:

Para realizar o *swap* entre R1 e R2 no circuito abaixo, é necessário realizar a seguinte seqüência de “transferências entre registradores”:

1. $R3 \leftarrow R2;$
2. $R2 \leftarrow R1;$
3. $R1 \leftarrow R3;$

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4:

Supondo que o sinal “w” indique o inicio da operação *swap*, é possível criar um diagrama de estados para controlar tal seqüência:

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4:

Supondo que o sinal “w” indique o inicio da operação *swap*, é possível criar um diagrama de estados para controlar tal seqüência:

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Diagrama de estados e sinais de saída

Estado:	Operação:	Sinais de saída que devem valer “1”
A	-----	
B	$R3 \leftarrow R2;$	$C3 = 1; H2 = 1;$
C	$R2 \leftarrow R1;$	$C2 = 1; H1 = 1;$
D	$R1 \leftarrow R3;$	$C1 = 1; H3 = 1;$

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Diagrama de estados e sinais de saída

Estado:	Operação:	Sinais de saída que devem valer “1”
A	-----	
B	$R3 \leftarrow R2;$	$C3 = 1; H2 = 1;$
C	$R2 \leftarrow R1;$	$C2 = 1; H1 = 1;$
D	$R1 \leftarrow R3;$	$C1 = 1; H3 = 1;$

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Diagrama de estados e sinais de saída

Estado:	Operação:	Sinais de saída que devem valer “1”
A	-----	
B	$R3 \leftarrow R2;$	$C3 = 1; H2 = 1;$
C	$R2 \leftarrow R1;$	$C2 = 1; H1 = 1;$
D	$R1 \leftarrow R3;$	$C1 = 1; H3 = 1;$

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmn

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Diagrama de estados e sinais de saída

Estado:	Operação:	Sinais de saída que devem valer "1"
A	-----	
B	R3 ← R2;	C3 = 1; H2 = 1;
C	R2 ← R1;	C2 = 1; H1 = 1;
D	R1 ← R3;	C1 = 1; H3 = 1; Done = 1;

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettin

31

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Tabela de Sinais de Saída

Estado:	Operação:	Sinais de saída que devem valer "1"
A	-----	
B	R3 ← R2;	C3 = 1; H2 = 1;
C	R2 ← R1;	C2 = 1; H1 = 1;
D	R1 ← R3;	C1 = 1; H3 = 1; Done = 1;

	H1	C1	H2	C2	H3	C3	Done
A	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	1	0	0	1	0	0	0
D	0	1	0	0	1	0	1

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettin

32

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Tabela de (Transição de) Estados

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	
A	1	
B	X	
C	X	
D	X	

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettin

33

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Tabela de (Transição de) Estados

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	X	C
C	X	D
D	X	A

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettin

34

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Diagrama de Blocos

Sinais de entrada: w
Sinais de saída: 2
Número de estados: 4
⇒ Logo, são necessários 2 flip-flops para armazenar as variáveis de estado

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettin

35

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Diagrama de Blocos

Sinais de entrada: w
Sinais de saída: m1, c1, m2, c2, m3, c3, d
Número de estados: 4
⇒ Logo, são necessários 2 flip-flops para armazenar as variáveis de estado

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettin

36

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Codificação de Estados

Supondo a Seguinte Codificação: A=00, B=01, C=10, D=11

Estado atual	w	Próximo estado
A	0	A
A	1	B
B	X	C
C	X	D
D	X	A

Estado atual	w	Próximo estado	Y1Y0
A	00	00	00
A	00	01	01
B	01	X	10
C	10	X	11
D	11	X	00

37

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Projetando a lógica de próximo estado

Estado atual y1y0	w	Próximo estado Y1Y0
A 00	0	00 A
A 00	1	01 B
B 01	X	10 C
C 10	X	11 D
D 11	X	00 A

Y1 $\bar{y}_1\bar{y}_0 \quad \bar{y}_1y_0 \quad y_1y_0 \quad y_1\bar{y}_0$	$y_1 \bar{y}_0$
0 0 1 0	0 1 0 1
0 1 0 0	0 1 0 1
1 0 0 0	1 0 0 1
1 1 0 0	1 0 0 1

$$Y1 = \bar{y}_1 \cdot y_0 + y_1 \cdot \bar{y}_0 = y_1 \oplus y_0$$

Y0 $\bar{y}_1\bar{y}_0 \quad \bar{y}_1y_0 \quad y_1y_0 \quad y_1\bar{y}_0$	$y_0 \bar{y}_0$
0 0 0 1	0 1 0 0
1 0 0 0	1 0 0 1
1 1 0 0	1 0 0 1
0 0 0 1	0 1 0 0

$$Y0 = w \cdot \bar{y}_0 + y_1 \cdot \bar{y}_0$$

38

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Projetando a lógica de saída

Estado y1y0	H1	C1	H2	C2	H3	C3	Done
A 00	0	0	0	0	0	0	0
B 01	0	0	1	0	0	1	0
C 10	1	0	0	1	0	0	0
D 11	0	1	0	0	1	0	1

$H1 = C2 = y_1 \cdot \bar{y}_0$
 $C1 = H3 = Done = y_1 \cdot y_0$
 $H2 = C3 = \bar{y}_1 \cdot y_0$

39

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Circuito de controle, versão 1

40

Estudo de Caso 1

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 4: Circuito de controle, versão 2

Conclusão: para redução do custo, a lógica de próximo estado e a lógica de saída podem compartilhar termos.

41

Plano de Aula

- Codificação de estados
- Estudo de casos
 - Swap
 - Árbitro de Barramento
 - Vending machine

42

Estudo de Caso 2

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 5: Árbitro de Barramento (Especificação)

- O árbitro recebe requisições para uso do barramento (r_1, r_2, r_3) provenientes de três dispositivos de entrada/saída ($disp_1, disp_2, disp_3$, respectivamente)
- $disp_1$ possui a maior prioridade no uso do barramento (e $disp_3$ possui a menor prioridade).
- Somente um dispositivo por vez pode receber a concessão do barramento.
- Para sinalizar qual dispositivo pode usar o barramento, o árbitro faz o respectivo sinal de concessão valer "1" (por exemplo, $c_1=1$ sinaliza que $disp_1$ pode usar o barramento).

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmann

Estudo de Caso 2

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 5: Árbitro de Barramento (Especificação)

- Uma vez que um dispositivo recebe a concessão para usar o barramento, ele permanece com esta concessão durante todo o tempo que ele necessitar usar o barramento. Para tanto, o dispositivo mantém seu sinal de requisição no valor "1".
- O estado "BD" significa barramento disponível. D1 significa barramento concedido ao dispositivo 1 (e assim por diante).

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmann

Estudo de Caso 2

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 5: Árbitro de Barramento (Especificação)

- Desenhe o diagrama de estados que modela o comportamento deste árbitro de barramento
- Escreva a tabela de sinais de saída

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmann

Estudo de Caso 2

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 5: Árbitro de Barramento

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmann

Estudo de Caso 2

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 5: Árbitro de Barramento

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmann

Estudo de Caso 2

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 5: Árbitro de Barramento

saídas	estado	c1	c2	c3
BD	0	0	0	
D1	1	0	0	
D2	0	1	0	
D3	0	0	1	

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettmann

 Universidade Federal de Santa Catarina

Estudo de Caso 2

Síntese de Circuitos Sequenciais

Exemplo 5: Árbitro de Barramento (Tarefa de casa...)

3. Assumindo uma codificação de estados trivial ($BD=00$, $D1=01$, $D2=10$, $D3=11$):
4. Encontre as equações de estado simplificadas. Nomeia as variáveis de estado y_1 , y_0 , Y_1 e Y_0 .
5. Encontre as equações de saída simplificadas.
6. Usando 3 variáveis de estado, adote uma codificação de estados que minimize a lógica de saída. (**One Hot**)
7. Considerando a codificação de estados adotada no item anterior, encontre as equações de estado simplificadas. Nomeia as variáveis de estado y_2 , y_1 , y_0 , Y_2 , Y_1 e Y_0 .
8. Comente o custo das duas implementações.

© J. Guentzel – Adapted by D. Lettnin

49

 Universidade Federal de Santa Catarina

EEL7020 – Sistemas Digitais

Aula 10: Circuitos sequenciais – Codificação de estados e estudo de casos

Prof. Djones Vinicius Lettnin
lettnin@eel.ufsc.br
<http://dlettnin.paginas.ufsc.br/>

Disclaimer: slides adapted for EEL7020 by D. Lettnin from the original slides made available by the author J. Guentzel.