<u>Roteiro da Simulação 3:</u>
<u>Resposta em Frequência e Diagramas de Bode</u>

Objetivos

- Levantar os gráficos de magnitude e fase da resposta em frequência de um sistema LIT, bem como os respectivos diagramas de Bode.

Introdução Teórica

1. Representação de Magnitude e Fase da Resposta em Frequência dos Sistemas LIT

Da propriedade de convolução da transformada de Fourier, a transformada $Y(j\omega)$ da saída de um sistema LIT (Fig. 1) está relacionada à transformada $X(j\omega)$ da entrada pela equação $Y(j\omega)=\mathcal{F}\{y(t)\}=\mathcal{F}\{x(t)*h(t)\}= X(j\omega)H(j\omega)$, em que $H(j\omega)$ é a resposta em frequência do sistema, ou seja, a transformada de Fourier da resposta ao impulso do sistema.

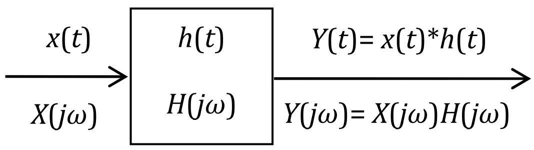

Fig. 1: Filtragem de sinais

Assim, o efeito que um sistema LIT tem sobre a entrada é mudar a amplitude complexa de cada um dos componentes de frequência do sinal. Examinando esse efeito em termos da representação magnitude-fase, podemos entender a natureza desse efeito com mais detalhes. Especificamente:

$$|Y(j\omega)| = |X(j\omega)||H(j\omega)| \tag{1}$$

e

$$\angle Y(j\omega) = \angle X(j\omega) + \angle H(j\omega) \tag{2}$$

Da Equação (1), vemos que o efeito que um sistema LIT tem sobre a magnitude da transformada de Fourier da entrada é ponderá-la pela magnitude da resposta em frequência. Por esse motivo, $|H(j\omega)|$ comumente é chamado ganho do sistema. Além disso, da Equação (2), vemos que a fase da entrada $\angle X(j\omega)$ é modificada pelo sistema LIT acrescentando a fase $\angle H(j\omega)$ a ela, e $\angle H(j\omega)$ é chamado tipicamente de deslocamento de fase do sistema. O deslocamento de fase do sistema pode mudar as relações de fase entre os componentes de entrada, possivelmente resultando em modificações significativas nas características no domínio do tempo do sinal de entrada mesmo quando o ganho do sistema é constante para todas as frequências. As mudanças na magnitude e fase que resultam da aplicação de uma entrada a um sistema LIT podem ser desejáveis, se o sinal de entrada for modificado de um modo útil, ou indesejáveis, se a entrada for mudada de forma indesejada. No último caso, os efeitos nas Equações (1) e (2) são conhecidos como distorções de magnitude e fase.

2. Gráfico do Logaritmo da Magnitude e Diagramas de Bode

Na apresentação gráfica da transformada de Fourier e a resposta em frequência dos sistemas na forma polar, é muitas vezes conveniente o uso de uma escala logarítmica para a magnitude da transformada de Fourier. Um dos principais motivos para isso pode ser visto das Equações (1) e (2), que relacionam a magnitude e a fase da saída de um sistema LIT às da entrada e à resposta em frequência. Observe que a relação de fase é aditiva, enquanto a relação de magnitude envolve o produto de $|X(j\omega)|$ e $|H(j\omega)|$. Assim, se as magnitudes das transformadas de Fourier forem representadas em uma escala de amplitude logarítmica, a Equação (1) toma a forma de uma relação aditiva, ou seja,

$$\log|Y(j\omega)| = \log|X(j\omega)| + \log|H(j\omega)|. \tag{3}$$

Consequentemente, se tivermos um gráfico da magnitude logarítmica e da fase da transformada de Fourier da entrada e a resposta em frequência de um sistema LIT, a transformada de Fourier da saída é obtida somando-se os gráficos de logaritmo da magnitude e os gráficos de fase. De modo semelhante, como a resposta em frequência da cascata de sistemas LIT é o produto das respostas em frequência individuais, podemos obter gráficos da magnitude logarítmica e da fase da resposta em frequência total dos sistemas em cascata somando-se os gráficos correspondentes de cada um dos sistemas componentes. Além disso, a magnitude da transformada de Fourier em uma escala logarítmica permite que os detalhes sejam exibidos por um intervalo dinâmico mais amplo. Por exemplo, em uma escala de magnitude linear, as características de magnitude detalhadas na banda de rejeição de um filtro seletivo em frequência com alta rejeição geralmente não são evidentes, embora se destaquem em uma escala logarítmica.

Em geral, a escala de amplitude logarítmica específica usada está em unidades de 20 $\log_{10}$, conhecida como *decibéis*[1] (abreviado como dB). Assim, 0 dB corresponde a uma magnitude de resposta em frequencia igual a 1; 20 dB são equivalentes a um ganho de 10; -20 dB correspondem a uma rejeição de 0,1; e assim por diante. Além disso, é útil notar que 6 dB correspondem aproximadamente a um ganho de 2.

Também é comum e útil usarmos uma escala de frequência logarítmica. Gráficos de $20\log_{10}|H(j\omega)|$ e $\angle H(j\omega)$ em função de $\log_{10}(\omega)$ são conhecidos como *diagramas de Bode*. O uso de uma escala de frequência logarítmica permite que seja representada uma faixa de frequência muito mais ampla que uma escala de frequência linear. Além disso, em uma escala de frequência logarítmica, a forma de uma particular curva de resposta não muda diante de uma mudança de escala em frequência. Além do mais, para sistemas LIT descritos por equações diferenciais, um esboço aproximado da magnitude logarítmica em função de frequência logarítmica pode ser facilmente obtido pelo uso de assíntotas.

[1] A origem dessa escolha de unidades em particular e do termo *decibéis* pode ser atribuída à definição de razões de potência nos sistemas. Especificamente, como a magnitude ao quadrado da transformada de Fourier de um sinal pode ser interpretada como a energia por unidade de frequência, ou potência, em um sinal, a magnitude ao quadrado $|H(j\omega)|^2$ da resposta em frequência de um sistema pode ser considerada como a razão de potência entre entrada e saída de um sistema LIT. Em honra a Alexandre Graham Bell, o inventor do telefone, o termo *bel* foi introduzido para indicar um fator de 10 em uma razão de potência e *decibel* foi usado para indicar um décimo desse fator em uma escala logarítmica (de modo que a cascata de 10 sistemas com razões de potência de 1 dB cada resultaria em 1 bel de amplificação de potência). Assim, $10\log_{10}|H(j\omega)|^2$ é o número de decibéis de amplificação de potência para a resposta em frequência $H(j\omega)$ e isso, por sua vez, é igual a $20\log_{10}|H(j\omega)|$ em amplificação de magnitude.

Simulação

Execute no MatLab o programa “RespFreq” e verifique se a resposta de magnitude traçada no pré-laboratório está correta. Agora, através da execução do programa “Sinusoide1”, levante na prática a resposta em frequência do mesmo sistema LIT do pré-laboratório, cuja função de transferência é $H(s) = \frac{39{,}5x10^6}{s^2+8{,}9x10^3 s+39{,}5x10^6}$. Para tal, varie a frequência da senóide de forma a varrer a faixa de frequência de 10 Hz a 100 kHz (utilize no mínimo 3 pontos de frequência igualmente espaçados dentro de cada década). O programa permite visualizar, ao mesmo tempo, as senóides na entrada e na saída do sistema. Para cada valor de frequência, meça com relação à senóide de entrada a amplitude e a defasagem da senóide na saída, sempre em regime permanente (Fig. 2). Registre os valores encontrados na tabela abaixo, e trace a resposta de magnitude na mesma figura do pré-laboratório, de forma a comparar as duas curvas, teórica e prática.

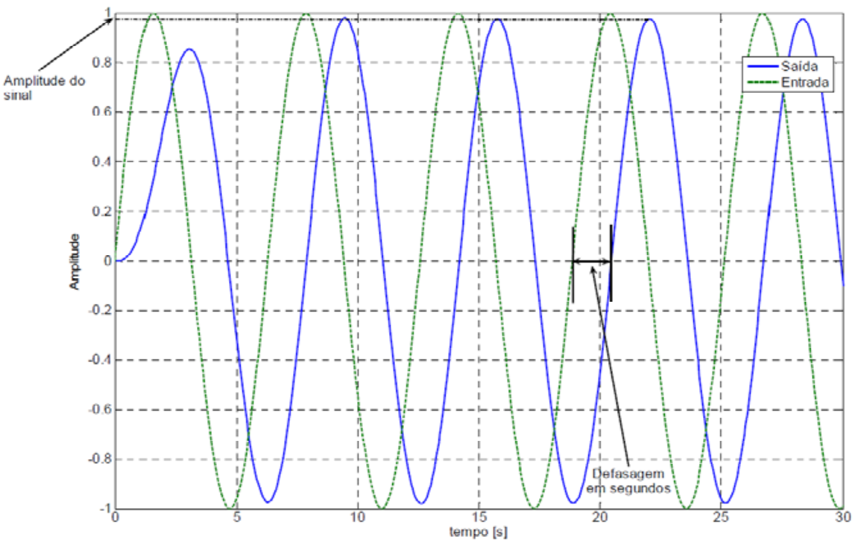

Fig. 2: Medidas da resposta de amplitude e fase

Tabela I – Levantamento da resposta em frequência

Frequência (Hz)	Magnitude (dB)	Fase (rad)