

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

EEL7416/EEL510190 — Códigos Corretores de Erros

2º Semestre de 2019

Professor: Bartolomeu F. Uchôa Filho

Trabalho para entregar em 16/09/2019

1. Neste trabalho, o aluno deverá realizar uma simulação por computador, fazendo uso do programa Matlab, para avaliar a probabilidade de erro de palavra-código. Deverão ser considerados 3 códigos de bloco, com taxas $R = k/7$, em que $k = 1, 4$ e 7 . Os códigos de taxas $1/7$ e $4/7$ são os códigos de repetição e de Hamming, respectivamente, e a taxa $7/7 = 1$ corresponde à transmissão de blocos de 7 bits não codificados. O canal a ser adotado será o canal binário simétrico (BSC), com probabilidade de transição p . Para cada código, deverão ser realizadas 4 simulações, uma para cada um dos seguintes valores de p : 0,05; 0,1; 0,2 e 0,3. Em cada simulação, o programa deverá gerar uma sequência de bits de informação (com igual probabilidades para 0 e para 1) de tamanho L blocos de k bits cada, em que $L > 1000$ — quanto maior o valor de L , mais preciso será o resultado da simulação; por outro lado, a simulação será mais longa; escolha o maior valor de L possível (que possibilite a execução do programa em um tempo razoável). Um bloco de k bits com essas características pode ser obtido no Matlab com o comando $\mathbf{u} = \text{round}(\text{rand}(1, k))$ (entenda e explique porque). A palavra-código $\mathbf{v} = \mathbf{u}\mathbf{G}$ é então gerada (consulte a matriz geradora \mathbf{G} do código no livro). Salve as palavras-código na memória, para futura comparação com as palavras-código decodificadas. O programa também deverá gerar uma sequência de bits de tamanho igual a L blocos de 7 bits cada para representar o ruído binário. Para essa sequência, a probabilidade de o bit ser 1 é p , e a probabilidade de o bit ser 0 é $1 - p$. Cada bloco (padrão de erro) com essas características poderá ser gerado no Matlab através do comando $\mathbf{e} = \text{round}(\text{rand}(1, 7) - 0,5 + p)$ (entenda e explique porque). A decodificação do código de repetição será por lógica majoritária. Se o número de 1's (peso de Hamming) do vetor recebido for maior do que o número de 0's, decide-se pela palavra-código decodificada $\hat{\mathbf{v}} = (1111111)$. Caso contrário, decide-se pela palavra-código decodificada $\hat{\mathbf{v}}$ toda nula. Para a codificação do código de Hamming, realizar decodificação exaustiva. Ou seja, calcula-se a distância de Hamming entre o vetor recebido $\mathbf{r} = \mathbf{v} + \mathbf{e}$ e todas as palavras-código do código. Decodifique (escolha) a palavra-código decodificada $\hat{\mathbf{v}}$ como aquela mais próxima de \mathbf{r} . Se houver empate, opte por qualquer uma delas (isso não fará diferença a longo prazo). A decodificação do código de taxa $7/7$ não existe. Aceita-se o que vier, ou seja, a palavra-código decodificada $\hat{\mathbf{v}}$ será o próprio vetor recebido \mathbf{r} . Depois da decodificação, o programa deverá computar o número de palavras-código decodificadas erroneamente. Isso é feito comparando-se a palavra-código transmitida \mathbf{v} (que foi salva na memória) com a decodificada $\hat{\mathbf{v}}$. A taxa de erro será obtida dividindo-se o número de palavras-código decodificadas erroneamente

pelo número total de palavras-código transmitidas ($= L$). Ao final, o aluno deverá apresentar os resultados na forma de gráficos $P_{\text{erro}} \times p$. Para cada código simulado (serão, portanto, 3 gráficos, incluindo o caso não codificado), apresentar a curva de P_{erro} simulada e a P_{erro} teórica.

Para o **código de repetição**, a P_{erro} teórica é dada por:

$$P_{\text{erro}} = 1 - \left[(1-p)^7 + 7p(1-p)^6 + \binom{7}{2} p^2(1-p)^5 + \binom{7}{3} p^3(1-p)^4 \right].$$

Para o **código de Hamming**, a P_{erro} teórica é dada por:

$$P_{\text{erro}} = 1 - \left[(1-p)^7 + 7p(1-p)^6 \right].$$

Procure entender e explicar as duas expressões acima e, a partir desse entendimento, deduza a expressão para a P_{erro} teórica do código de taxa 7/7.

Se houver discrepância considerável entre as duas curvas (teórica e simulada), aumentar o valor de L e repetir a simulação. O aluno deverá apresentar também mais um gráfico, que deverá conter todas as P_{erro} (teóricas ou simuladas) (os 3 códigos no mesmo gráfico). Verificar e comentar a melhora de desempenho à medida que a taxa é reduzida.