UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CENTRO TECNOLÓGICO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA

INE5118 – PROBABILIDADE ESTATÍSTICA E PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

TEOREMA CENTRAL DO LIMITE

E

DISTRIBUIÇÕES AMOSTRAIS

GUSTAVO SIMAS DA SILVA

Florianópolis, Maio de 2018

**Teorema do Limite Central**

O Teorema do Limite Central, também chamado de Teorema Central do Limite, é um dos conceitos mais fundamentais nas teorias de probabilidade. Isto pois possibilita a inferência estatística sobre uma população, por um procedimento de amostragem de elementos.

O Teorema afirma que, se tendo diversas amostras de tamanho ***n*** de uma dada população de tamanho ***N***, a distribuição das médias (valor esperado, esperança, **μ**) amostrais seguirá uma distribuição aproximadamente Normal (em forma de curva de sino, gaussiana). A exatidão da aproximação da distribuição será dependente da quantidade de amostras efetuadas e do número ***n*** de elementos; sendo que, caso sejam sempre retirados todos os elementos da população (ou seja, ***n = N­***, para toda amostra) os dados resultantes serão idênticos ao da população.

Salienta-se que tal Teorema é valido para quaisquer distribuições de densidade de probabilidade, sejam contínuas ou discretas, desde que possuam média e desvio padrão definidos, assim como população composta por variáveis aleatórias idênticas e igualmente distribuídas (i.i.d.).

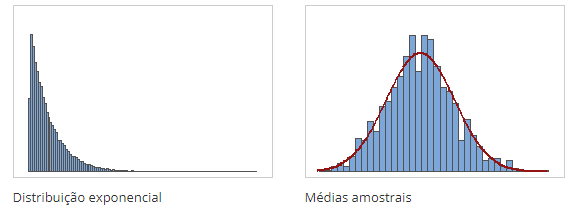
O Teorema Central do Limite é derivado de estudos de matemáticos como Abraham de Moivre, Pierre Laplace, Augustin Cauchy, Aleksandr Lyapunov dentre outros diversos estudiosos de Estatística e Probabilidade.

Figura 1 - Distribuição exponencial discreta e sua respectiva aproximação normal das médias amostrais

**Distribuições Amostrais**

Dependendo da amostra que tomamos de uma dada população, com distribuição de densidade de probabilidade contínua ou discreta, de variáveis aleatórias i.i.d. são obtidos diferentes valores de média amostral e variância amostral. Sendo assim, é passível se considerar que, tanto a média amostral quanto a variância amostral, são variáveis aleatórias. Distribuições amostrais podem ser dividas das seguintes formas.

**Distribuição da Média Amostral:** A média amostral é dada por:

Sendo Xi um elemento da amostra aleatória. Calcula-se, então o valor esperado, dado como:

Como se vê, o valor esperado é o mesmo que a média da população.

Já a variância, tendo como base as suas respectivas propriedades, é calculada da seguinte forma:

De forma empírica e prática, se estabelece que a aproximação normal da distribuição amostral da média será satisfatória caso o tamanho da amostra seja maior ou igual a 50 (valor variante de autor para autor), independente da distribuição de densidade de probabilidade da população.

**Distribuição da Variância Amostral:**

**Distribuição Amostral da Proporção:** Podemos ter uma certa população em que nos interessa a ocorrência de um evento (sucesso) em diferentes elementos. Desta forma, sendo X uma variável aleatória distribuída conforme distribuição Bernoulli, com argumento ***p***, temos que a soma **Y** das variáveis aleatórias amostradas será:

A variável **Y** se distribuição de forma binomial, com argumentos **n** e **p**. Das propriedades da distribuição binomial, têm-se que o valor esperado E(Y) = np. Temos, portanto, que com um valor ***n*** consideravelmente grande, um estimador do parâmetro **p** pode ser dado por:

Considerando o Teorema Central do Limite, a proporção terá distribuição aproximadamente Normal, com média definida como:

Da mesma forma, obtemos a variância da distribuição, calculando:

Concluímos então, que a proporção se distribui de forma normal, com valor esperado/média **p** e variância **p(1-p)/n**.