Uniwersytet Warszawski
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki

Grzegorz Szpak
Nr albumu: 319400

Klasyfikacja wielowymiarowych szeregów czasowych przy ewoluujących pojęciach

Praca magisterska
na kierunku INFORMATYKA

Praca wykonana pod kierunkiem
dra Andrzeja Janusza
Instytut Informatyki

Grudzień 2016

Oświadczenie kierującego pracą

Potwierdzam, że niniejsza praca została przygotowana pod moim kierunkiem i kwalifikuje się do przedstawienia jej w postępowaniu o nadanie tytułu zawodowego.

Data Podpis kierującego pracą

Oświadczenie autora (autorów) pracy

Świadom odpowiedzialności prawnej oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami.

Oświadczam również, że przedstawiona praca nie była wcześniej przedmiotem procedur związanych z uzyskaniem tytułu zawodowego w wyższej uczelni.

Oświadczam ponadto, że niniejsza wersja pracy jest identyczna z załączoną wersją elektroniczną.

Data Podpis autora (autorów) pracy

Streszczenie

W pracy przedstawiono sposoby wydajnej klasyfikacji szeregów czasowych dla danych pochodzących ze źródła o zmiennym rozkładzie. Opisane zostały metody ekstrakcji cech z wielowymiarowego szeregu czasowego. Autor opisuje także metody wyboru przestrzeni atrybutów odpornej na zmiany rozkładu źródła.

Słowa kluczowe

Eksploracja danych, wielowymiarowy szereg czasowy, ewoluujące pojęcia, dopasowanie dziedziny, ekstrakcja cech, selekcja cech, lasy losowe, regresja logistyczna, maszyna wektorów wspierających

Dziedzina pracy (kody wg programu Socrates-Erasmus)

11.4 Sztuczna inteligencja TODO

Klasyfikacja tematyczna

D. Software TODO

Tytuł pracy w języku angielskim

Classification of multivariate time series in the presence of concept drift

Spis treści

Rozdział 1

Wprowadzenie

1.1. Uczenie z nadzorem a *concept drift*

Podstawowym problemem rozważanym w teorii uczenia maszynowego jest problem uczenia z nadzorem (ang. *supervised learning*). Niech dane będą:

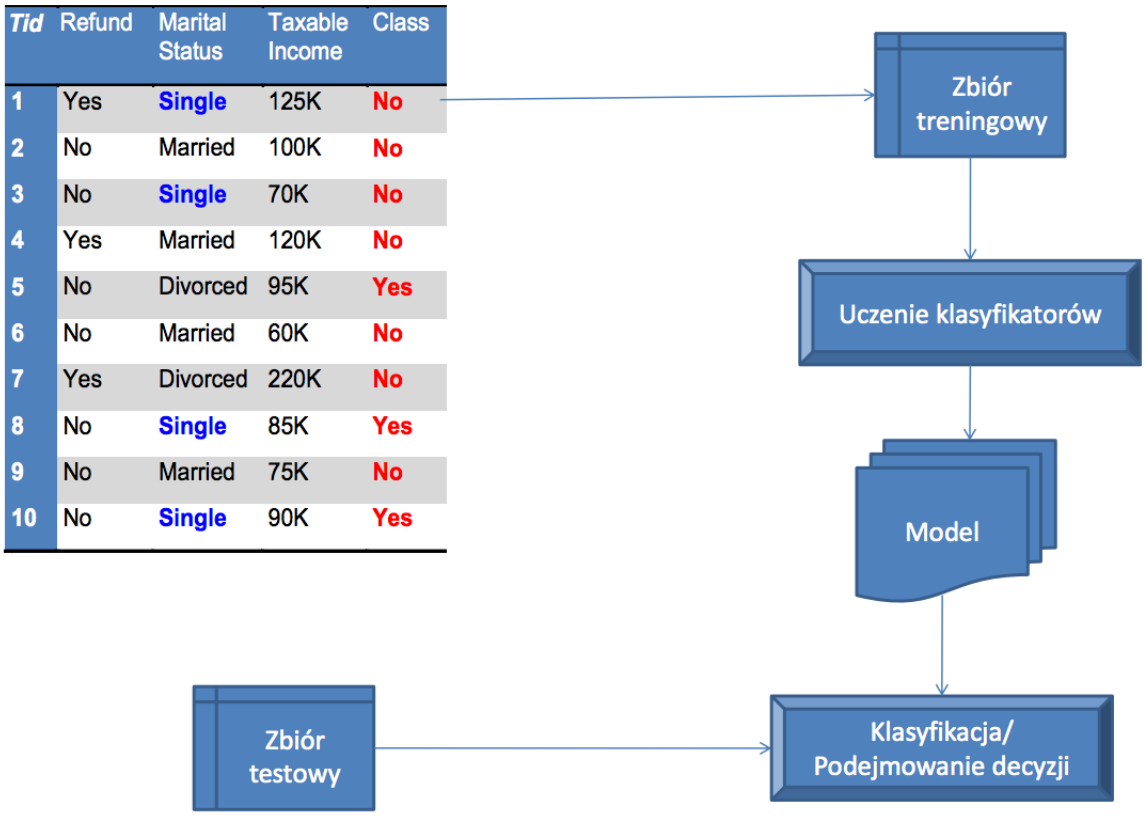
- zbiór X przykładów
- zbiór Y decyzji
- funkcja $f : X \to Y$
- Parę zbiorów $(X_{train} \subseteq X, Y_{train} \subseteq Y)$ instancji $x_1, x_2, \ldots, x_n$ oraz odpowiadających im decyzji $f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n)$, zwaną *zbiorem treningowym*

Zadanie uczenia z nadzorem polega na wyznaczeniu na podstawie zbioru treningowego oraz przy użyciu pewnego algorytmu uczącego (*klasyfikatora*) takiej funkcji $c : X \to Y$ (zwanej *modelem*) będącej dobrą aproksymacją funkcji f. Jakość modelu c określa się, porównując jego wartości dla elementów skończonego *zbioru testowego* X_{test} z rzeczywistymi wartościami funkcji f dla tych elementów. Istotne jest przy tym założenie, że elementy zbiorów X_{train} oraz X_{test} losowane są ze zbioru X według tego samego rozkładu prawdopodobieństwa D.

Schemat rozwiązywania problemu uczenia z nadzorem przedstawia rys. 1.1.

Na przestrzeni ostatnich dziesięcioleci opracowanych zostało wiele algorytmów uczących wykazujących się dużą skutecznością w przeróżnych dziedzinach: od rozpoznawania obrazów, przez klasyfikację tekstów, rekomendację produktów, wykrywanie spamu, po przewidywanie zmian na giełdzie czy diagnostykę medyczną.

Sytuacja zmienia się diametralnie, gdy pominiemy założenie o równości rozkładów dla zbiorów treningowych i testowych. Problem ten nazywa się *ewolucją pojęć* (ang. *concept drift*) lub *dopasowaniem dziedziny* (ang. *domain adaptation*). Jest on szczególnie widoczny w zadaniach przetwarzania języka naturalnego (ang. *natural language processing*, w skrócie NLP). Rozpatrzmy dla przykładu problem rozpoznawania nazw własnych (ang. *named entity recognition*). Załóżmy, że klasyfikator uczony jest na podstawie danych encyklopedycznych oraz testowany na danych pochodzących z komunikatora internetowego. Obydwa zbiory, jakkolwiek powiązane, różnią się w znaczący sposób - przykładowo, szukanie wielkich liter może być bardzo pomocne w pierwszej dziedzinie, a nieść znacznie mniej informacji w wiadomościach z komunikatora.



Rysunek 1.1: Schemat uczenia z nadzorem

Stąd też właśnie w dziedzinie NLP powstało najwięcej metod mających rozwiązać problem ewoluujących pojęć. Przykładami takich metod są algorytm *structural correspondence learning* opisywany w [1] czy metoda odpowiedniego dopasowania przestrzeni parametrów zaproponowana przez Daume w [2].

Problem *domain adaptation* nie jest jednak często poruszany w przypadku klasyfikacji szeregów czasowych. W poniższej pracy autor przedstawia sposoby radzenia sobie z *concept drift* podczas klasyfikacji szeregów czasowych oraz wykonuje studium przypadku na wybranym zbiorze danych.

1.2. Formalizacja problemu

1.2.1. Paradygmaty uczenia się

Przyjmijmy definicje jak na początku sekcji 1.1. W zależności od rozkładów D_{train}, D_{test} oraz od dostępności zbiorów $Y_{train}, X_{test}, Y_{test}$, można (za [3]) zdefiniować inne paradygmaty uczenia.
I tak, jeśli zbiór Y_{train} jest nieznany w momencie tworzenia modelu, mamy do czynienia z *uczeniem bez nadzoru* (ang. *unsupervised learning*).
Gdy zbiór X_{test} nie jest znany podczas uczenia, mowa o *uczeniu indukcyjnym* (ang. *inductive learning*). W przeciwnym razie takie uczenie nazywa się *uczeniem transdukcyjnym* (ang.

transductive learning).
W powyższym przykładach istotne jest założenie, iż zbiory X_{train}, X_{test} pochodzą z tego samego rozkladu D. Odwrotna sytuacja rozpatrywana jest w paradygmacie *uczenia z przeniesieniem wiedzy* (ang. *transfer learning*). Przyjmuje się w nim, że dane są dwa różne rozkłady D^{source} i D^{target}. Model wyuczony na danych treningowych $X^{source}_{train}, Y^{source}_{train}$ wykorzystywany jest zatem do klasyfikacji zbioru testowego $X^{target}_{test}, Y^{target}_{test}$ pochodzących z rozkładu D^{target}. W poniższej pracy autor skupia się na problemie *dopasowania dziedziny*, który zakłada, że zbiór dostępnych klas Y jest ten sam dla D^{source} i D^{target}. Przeciwieństwem dopasowania dziedziny jest zadanie *uczenia wielozadaniowego* (ang. *multi-task learning*, więcej między innymi w [4]), gdzie zbiory X_{train}, X_{test} pochodzą z tego samego rozkładu, natomiast zbiory Y_{train}, Y_{test} są różne.

Powyższe rozważania podsumowuje tabela 1.1.

Tabela 1.1: Paradygmaty uczenia w teorii uczenia maszynowego. We wszystkich przypadkach zakładamy, że zbiór X_{train} jest dostępny podczas uczenia, podczas gdy zbiór Y_{test} nie jest znany.

Paradygmat	Y_{train} dostępny?	X_{test} dostępny?	Rozkład danych testowych
Indukcyjne uczenie bez nadzoru	Nie	Nie	D^{source}
Transdukcyjne uczenie bez nadzoru	Nie	Tak	D^{source}
Indukcyjne uczenie z nadzorem	Tak	Nie	D^{source}
Transdukcyjne uczenie z nadzorem	Tak	Tak	D^{source}
Indukcyjne uczenie bez nadzoru z przeniesieniem wiedzy	Nie	Nie	D^{target}
Transdukcyjne uczenie bez nadzoru z przeniesieniem wiedzy	Nie	Tak	D^{target}
Indukcyjne uczenie z nadzorem z przeniesieniem wiedzy	Tak	Nie	D^{target}
Transdukcyjne uczenie z nadzorem z przeniesieniem wiedzy	Tak	Tak	D^{target}

W poniższej pracy autor skupi się na problemie transdukcyjnego uczenia z nadzorem z przeniesieniem wiedzy. Przedstawione zostaną algorytmy, które wykorzystują dostępny zbiór X_{test} do znalezienia reprezentacji odpornej na zmiany rozkładu, co skutkować będzie zwiększoną jakością klasyfikacji w stosunku do standardowego podejścia opisanego w 1.1.

1.2.2. Ewolucja pojęć a *overfitting*

Mówiąc o problemie ewoluujących pojęć, należy wspomnieć o zagadnieniu przeuczenia (ang. *overfitting*). Polega on na zbudowaniu nadmiernie skomplikowanego modelu, co skutkuje słabą jego jakością.
Obydwa pojęcia mogą być mylone przy niewłaściwym sposobie walidacji modelu. Jeśli jakość klasyfikacji sprawdzana jest wyłącznie na zbiorach treningowym i testowym, zarówno *concept drift*, jak i *overfitting* dają podobne objawy - wysoki wynik na zbiorze treningowym oraz niski na zbiorze testowym. W przypadku przeuczenia jest to spowodowane nadmiernym dopasowaniem modelu do danych treningowych i jego niską zdolnością do uogólniania. Jeśli mamy do czynienia z ewoluującymi pojęciami, słaba jakość modelu jest spowodowana innym rozkładem dla zbioru testowego.
W rozróżnienu obydwu sytuacji pomagać może zastosowanie *walidacji krzyżowej* (ang. *cross-validation*) na zbiorze treningowym. Walidacja krzyżowa polega na podziale zbioru treningowego na n równolicznych części. Następnie budowane jest n modeli, przy czym $n-1$ części tworzy zbiór treningowy, natomiast pozostała część - zbiór testowy. Ostateczny wynik jest średnim wynikiem powstałych n modeli.
Nietrudno zauważyć, że w przypadku *concept drift* nie powinno się zauważyć znacznego spadku jakości modelu przy wykonaniu walidacji krzyżowej - w tym przypadku zbiór testowym pochodzi z tej samej dziedziny co treningowy. Inaczej będzie w przypadku przeuczenia - tu wynik walidacji krzyżowej będzie wyraźnie niższy niż wynik na zbiorze treningowym (tabela 1.2).

Tabela 1.2: *Concept drift* a *overfitting* - obniżony wynik modelu 1. przy walidacji krzyżowej świadczy o przeuczeniu, a nie występowaniu ewoluujących pojęć. W drugim przypadku model mimo dobrej umiejętności klasyfikacji elementów pochodzących z rozkładu D^{source}, cierpi na spadek jakości przy ewaluacji na zbiorze pochodzącym z rozkładu D^{target}.

	Wynik na X_{train}	Wynik CV	Wynik na X_{test}
Model 1	0.98	0.73	0.68
Model 2	0.97	0.92	0.76

Rozdział 2

Opis przeprowadzanego eksperymentu

2.1. Przedstawienie badanego problemu

2.1.1. Opis zbioru danych

Dane, na których sprawdzana była jakość analizowanych algorytmów, pochodzą z konkursu *AAIA'15 Data Mining Competition: Tagging Firefighter Activities at a Fire Scene*[1] organizowanego przez Uniwersytet Warszawski oraz Szkołę Główną Służby Pożarniczej w Warszawie. Na potrzeby konkursu zebrano odczyty pochodzące z "inteligentnego kombinezonu", który monitoruje ruchy oraz funkcje życiowe strażaka. W skład kombinezonu wchodziło po siedem akcelerometrów i żyroskopów umieszczonych na: tułowiu, ramionach, dłoniach i nogach (rys. 2.1).

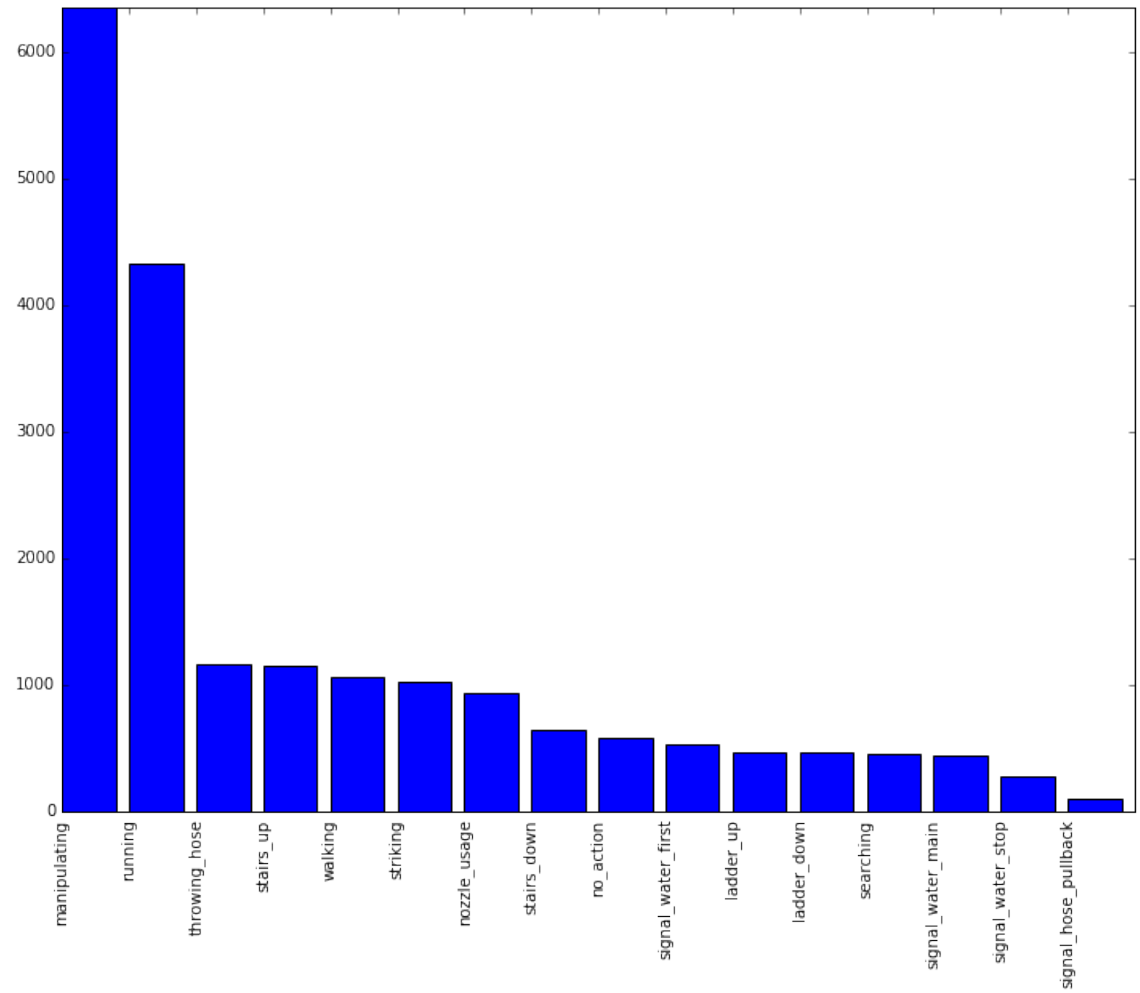
Rysunek 2.1: Rozmieszczenie czujników na ciele strażaka

Każda instancja w zbiorze danych składała się z zebranych w krótkich odcinkach czasu (około 1.8 s) odczytów z zamontowanych sensorów. Dla każdego akcelerometru oraz żyroskopu zebrano po 400 odczytów wzdłuż osi x, y, z, wraz ze względnym czasem wykonania odczytu. Dla każdego wiersza daje to 42 - wymiarowy szereg czasowy o długości 400. Jak łatwo wywnioskować, średni odstęp między kolejnymi odczytami wynosił około 4.5 ms. Zestaw

[1] https://knowledgepit.fedcsis.org/contest/view.php?id=106

atrybutów uzupełniały dodatkowo 42 agregaty ze wskazań urządzeń monitorujących funkcje życiowe strażaka (takie jak EKG, częstotliwość oddechu, temperatura skóry). Nieprzetworzone dane zawierały więc $400 * 43 + 42 = 17242$ atrybuty. Zarówno zbiór treningowy, jak i testowy składały się z 20000 przykładów. Bardzo istotny dla dla analizy tego zbioru danych okazał się fakt, że dane treningowe i testowe pochodziły od różnych czteroosobowych grup strażaków.
Zadaniem uczestników konkursu było przypisanie każdej instancji w zbiorze postury strażaka w danym momencie oraz wykonywanej przez niego czynności. Zastosowane algorytmy miały pomóc w stworzeniu systemu monitorującego bezpieczeństwo strażaka podczas akcji.

Jako że problem klasyfikacji wieloetykietowej nie jest tematem niniejszej pracy, autor postanowił skupić się na problemie przewidywania czynności wykonywanej przez strażaka. Zbiór klas liczył więc 16 elementów. Postawiony problem utrudniał dodatkowo fakt, że klasy były wysoce niezbalansowane - najczęstsza klasa (*manipulating*) wystąpiła w zbiorze treningowym 6349 razy, podczas gdy najrzadsza (*signal_hose_pullback*) - jedynie 98 razy.
Rozkład klas przedstawia rys. 2.2.



Rysunek 2.2: Rozkład klas w zbiorze treningowym

2.1.2. Ewaluacja jakości klasyfikatora

Standardową miarą jakości jest prezycja (ang. *accuracy*):

$$ACC(c) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{1}[c(\mathbf{x}_i) = y_i]$$

W opisywanym konkursie zastosowano modyfikację tej miary zwaną *balanced accuracy*, zdefiniowaną następująco:

$$ACC_i(c) = \frac{|j : c(\mathbf{x}_j) = y_j = i|}{|j : y_j = i|} \tag{2.1}$$

$$BAC(c) = \frac{\sum_{i=1}^{l} ACC_i(c)}{l} \tag{2.2}$$

Nietrudno zauważyć, że miara BAC jest bardziej wrażliwa na błędną klasyfikację rzadkich klas niż standardowa miara ACC.

2.2. Opis użytych klasyfikatorów

W kolejnych rozdziałach przedstawione zostaną metody mające na celu zwiększenie jakości modelu budowanego na danych, w których obecny jest problem ewoluujących pojęć. Użyteczność tych metod sprawdzana będzie dla trzech różnych algorytmów uczenia: klasyfikatorze opartym na regresji logistycznej, maszynie wektorów nośnych (ang. *support vector machine*, SVM) oraz drzewach decyzyjnych.

2.2.1. Klasyfikator liniowy

Regresja logistyczna i maszyna wektorów wspierających należą do grupy klasyfikatorów liniowych. Przyjmijmy oznaczenia jak w sekcji 1.1. Załóżmy, że zbiór klas Y jest dwuelementowy - dla uproszczenia niech $Y = \{+1, -1\}$. Niech dalej $y \in Y$ będzie decyzją dla elementu $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in X \subseteq \mathbb{R}^m$. Klasyfikatorem liniowym nazywamy $m-1$ - wymiarową hiepłaszczyznę rozdzielającą punkty z X. Niech $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_m) \in \mathbb{R}^m$ będzie wektorem współczynników tej hiperpłaszczyzny. Uczenie klasyfikatora liniowego zwykle polega na minimalizacji wartości pewnej funkcji błędu $l(\mathbf{w})$ na zbiorze treningowym.

Klasyfikacja oparta na regresji logistycznej (*logit*)

Niech

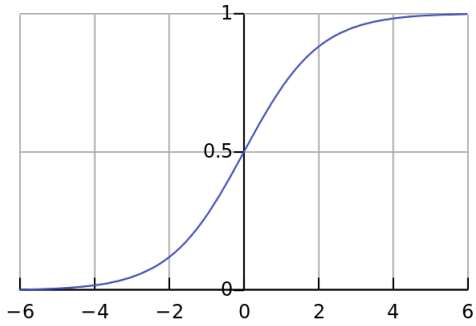
$$g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

zwana będzie funkcją logistyczną. Jej wykres przedstawia rysunek 2.3.

Funkcja g jest oczywiście ciągła. Jednocześnie $lim_{z \to -\inf} g(z) = 0$ oraz $lim_{z \to \inf} g(z) = 1$. Dzięki tym właściwościom nadaje się ona do modelowania prawdopodobieństwa jakiegoś zjawiska. Klasyfikator bazujący na regresji logistycznej modeluje prawdopodobieństwo należenia do klasy pozytywnej przez funkcję:

$$p_w(\mathbf{x}) = g(\mathbf{w}^\intercal \mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{-\mathbf{w}^\intercal \mathbf{x}}},$$

przy czym klasyfikacja dokonywana jest przez:



Rysunek 2.3: Wykres funkcji sigmoidalnej

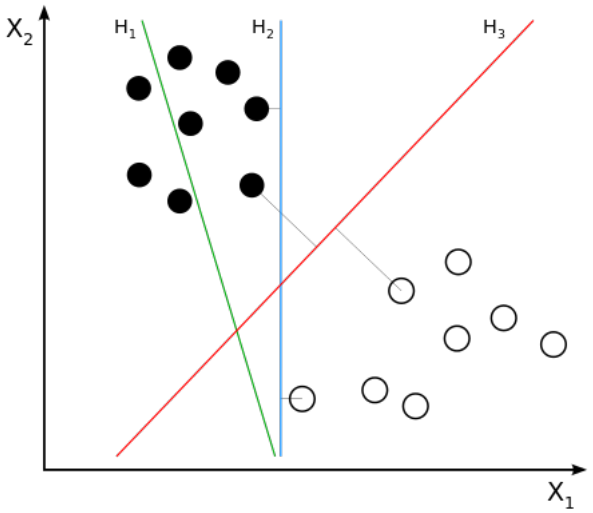
$$c_w(\mathbf{x}) = 1 \iff p_w(\mathbf{x}) \geqslant \frac{1}{2}.$$

Funkcja straty zdefiniowana jest następująco:

$$l_{log\_loss}(\mathbf{w}) = \sum_{i=i}^{n} log(1 + e^{-y_i \mathbf{w}^\intercal \mathbf{x}_i}).$$

Maszyna wektorów nośnych

Innym typem klasyfikatora liniowego jest (ang. *support vector machine*, SVM). Uczenie SVM polega na znalezieniu hiperpłaszczyzny o największej odległości od punktów obydwu klas (rys. 2.4) - z tego powodu SVM nazywany jest klasyfikatorem maksymalnego marginesu (ang. *max margin classifier*).



Rysunek 2.4: Płaszczyzna H_1 nie rozdziela klas.
Płaszczyzna H_2 rozdziela je, ale z niewielkim marginesem.
Płaszczyzna H_3 rozdziela je z maksymalnym marginesem.

Założenie o liniowej separowalności klas jest jednak rzadko spełnione. Uczenie klasyfikatora SVM polega więc na znalezieniu hiperpłaszczyzny $\mathbf{w}$, która minimalizuje funkcję straty daną jako

$$l_{hinge\_loss}(\mathbf{w}) = \sum_{i=i}^{n} max(0, 1 - y_i \mathbf{w}^\intercal \mathbf{x}_i).$$

Klasyfikator "jeden przeciwko wszystkim"

Jak wspomniano wcześniej, zarówno regresja logistyczna, jak i SVM są klasyfikatorami binarnymi - zakładają, że zbiór klas Y jest dwuelementowy. Aby użyć ich do klasyfikacji danego zbioru, potrzebna była metoda klasyfikacji wieloklasowej. Zastosowano podejście zwane "jeden przeciw wszystkim" (ang. *one-vs.-all*, OvA, bądź *one-vs.-rest*, OvR).
Niech $Y = \{1, 2, \ldots, k\}$. Klasyfikacja OvA polega na nauczeniu k binarnych klasyfikatorów $c_1, c_2, \ldots, c_k$. Klasa dla j - tego klasyfikatora zdefiniowana jest następująco:

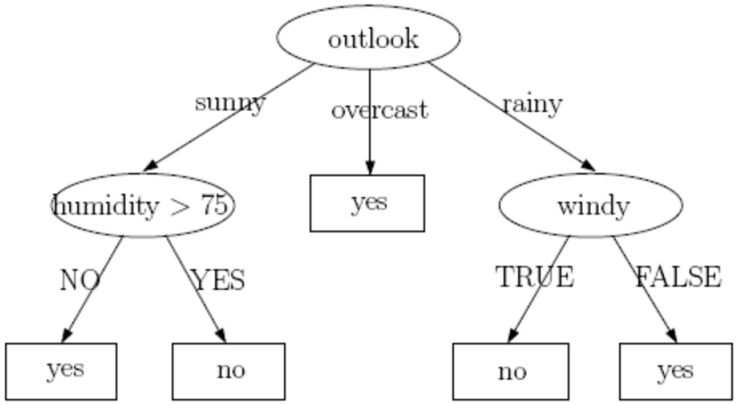
$$y_i^j = 1 \iff y_i = j$$

Ostatecznie elementowi x przypisywana jest klasa, której klasyfikator daje najmniejszą wartość funkcji błędu:

$$c(\mathbf{x}) = arg \min_{j \in 1 \ldots k} l_j(\mathbf{x})$$

2.2.2. Lasy losowe

Innym typem klasyfikatora jest las losowy. Jest to klasyfikator wykorzystujący prostszy klasyfikator - drzewo decyzyjne. Drzewo decyzyjne to etykietowane drzewo, którego każdy węzeł odpowiada przeprowadzeniu pewnego testu na wartościach atrybutów. Z węzła wewnętrznego wychodzi tyle gałęzi, ile jest możliwych wyników testu odpowiadającego temu węzłowi. Każdy liść zawiera decyzję o klasyfikacji obiektu. Przykładowe drzewo decyzyjne przedstawia rys. 2.5.



Rysunek 2.5: Przykładowe drzewo decyzyjne

Uczenie lasu losowego polega na uczeniu określonej liczby drzew decyzyjnych - każdego na losowej podprzestrzeni atrybutów. Finalna klasa jest modą klas wyznaczonych przez poszczególne drzewa. Lasy losowe, podpbnie jak drzewa decyzyjne, wspierają klasyfikację wieloklasową.

2.3. Przykład Ewolucji pojęć w analizowanym zbiorze

Okazuje się, że głównym wyzwaniem w konkursie opisywanym w sekcji 2.1.1 są różnice w wykonywaniu poszczególnych czynności między strażakami. Aby się o tym przekonać, nauczono las losowy na 42 atrybutach opisujących funkcje życiowe, następnie zmierzono jego jakość (używając miary BAC) na zbiorach treningowym i testowym. Do pomiaru jakości na zbiorze treningowym zastosowano trójwarstwową walidację krzyżową. Problem *concept drift* spowodował drastyczne obniżenie jakości klasyfikatora, która spadła z 0.993 na 0.079.

Rozdział 3

Ekstrakcja cech z szeregów czasowych

3.1. Metody klasyfikacji szeregów czasowych

Szeregi czasowe obecne są w wielu różnych dziedzinach życia - od medycyny, przez finanse, i wyszukiwanie informacji po przetwarzanie sygnałów oraz prognozę pogody. W ostatnich latach opisanych zostało wiele metod do wykrywania wzorców czasowych w takich zadaniach jak: określanie stanu zdrowia pacjenta na podstawie odczytów elektrokardiografu, przewidywanie wahań na giełdzie, analiza mowy czy prognozowanie temperatur.
Wśród metod zaproponowanych do klasyfikacji szeregów czasowych znaleźć można większość najbardziej znanych algorytmów uczenia się: metodę k-najbliższych sąsiadów (ang. *k-nearest neighbours*), w skrócie k-NN - więcej w [6]), sieci neuronowe ([7]) czy ukryty model Markowa ([8]). Wciąż jednak najszerzej używane (i uznawane za najbardziej skuteczne) są warianty algorytmu k-NN z użyciem różnych metryk, takich jak odległość euklidesowa czy Dynamic Time Warping (w skrócie DTW) - więcej o DTW przeczytać można między innymi w [9].
W poniższej pracy zastosowano nieco odmienne podejście. Autor koncentruje się na ekstrakcji cech opartych na statystycznych własnościach szeregów. Cechy te wylliczane są z różnych reprezentacji danego szeregu. Następnie na tak przekształconych danych uczone były klasyfikatory opisane w sekcji 2.2. Jak pokazują niektóre badania (przykładowo - [8], [9]), takie podejście daje często lepsze wyniki niż algorytmy bazujące na podobieństwie szeregów.

3.2. Proces ekstrakcji cech

Zacznijmy od formalnego zdefiniowania *szeregu czasowego*.

Definicja 3.2.1 *Jednowymiarowym szeregiem czasowym* T_n nazwiemy skończony ciąg par

$$(t_1, x_1), (t_2, x_2), \ldots, (t_n, x_n)$$

o długości n*, gdzie* x_k *jest wartością szeregu w czasie* t_k*.*

Proces ekstrakcji cech dla szeregu czasowego przebiegał następująco:

1. wyznaczenie pochodnych reprezentacji szeregu czasowego (więcej w sekcji 3.2.2)
2. Wyliczenie statystyk z wyznaczonych reprezentacji

3. Dodanie cech bazujących na korelacji między szeregami

W kolejnych sekcjach zostanie omówiony każdy z powyższych kroków.

3.2.1. Statystyki wyliczane z reprezentacji szeregu

Poniżej znajduje się lista statystyk (wraz z opisem) użytych w procesie ekstrakcji cech.

- **Minimum**

  Minimalna wartość przyjmowana w szeregu czasowym:

$$min(T_n) = \min_{1 \leqslant i \leqslant n} x_i \tag{3.1}$$

- **Maksimum**

  Maksymalna wartość przyjmowana w szeregu czasowym:

$$max(T_n) = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} x_i \tag{3.2}$$

- **Średnia arytmetyczna**

  Średnia arytmetyczna wartości przyjmowanych w szeregu czasowym:

$$mean(T_n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{3.3}$$

- **Suma**

  Suma wartości przyjmowanych w szeregu czasowym:

$$sum(T_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3.4}$$

- **Odchylenie standardowe**

  Odchylenie wartości przyjmowanych w szeregu czasowym:

$$std(T_n) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - mean(T_n))^2}{n}} \tag{3.5}$$

- **Kwantyle**

  Kwantylem $q_p(T_n)$ rzędu p nazwiemy taki element x_k, że dokładnie p elementów szeregu jest od niego mniejszych. W procesie ekstrakcji cech użyto siedmiu kwantyli, rzędów kolejno: 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875.
  Kwantyl rzędu 0.5 oznaczany będzie dalej przez $median(T_n)$.

- **Wariancja**

  Wariancja wartości w szeregu czasowym:

$$var(T_n) = std^2(T_n) \tag{3.6}$$

- **Błąd standardowy**

  Błąd standardowy określa odchylenie standardowe dla rozkładu średniej z próby. Zdefiniowany jest jako:

$$sem(T_n) = \frac{std(T_n)}{\sqrt{n}} \tag{3.7}$$

- **Indeks pierwszego maksimum**

  Indeks pierwszego maksimum szeregu (normalizowany przez długość szeregu):

$$first\_argmax(T_n) = \frac{\min(\{i : x_i = max(T_n)\}}{n} \tag{3.8}$$

- **Indeks pierwszego minimum**

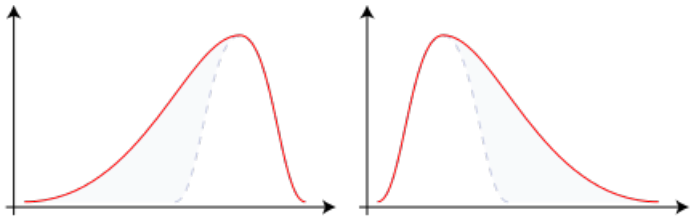
  Indeks pierwszego minimum szeregu (normalizowany przez długość szeregu):

$$first\_argmin(T_n) = \frac{\min(\{i : x_i = min(T_n)\}}{n} \tag{3.9}$$

- **Współczynnik skośności**

  Współczynnik skośności rozkładu to miara asymetrii rozkładu. Przyjmuje on wartość zero dla rozkładu dla rozkładu symetrycznego, wartości ujemne dla rozkładów o lewostronnej asymetrii (wydłużone lewe ramię rozkładu) i wartości dodatnie dla rozkładów o prawostronnej asymetrii (wydłużone prawe ramię rozkładu) (rys. 3.1).
  Traktując wartości szeregu jako wartości pewnej próbki statystycznej, można wyznaczyć jego współczynnik skośności, zdefiniowany jako:

$$skew(T_n) = \frac{3(mean(T_n) - median(T_n))}{std(T_n)} \tag{3.10}$$



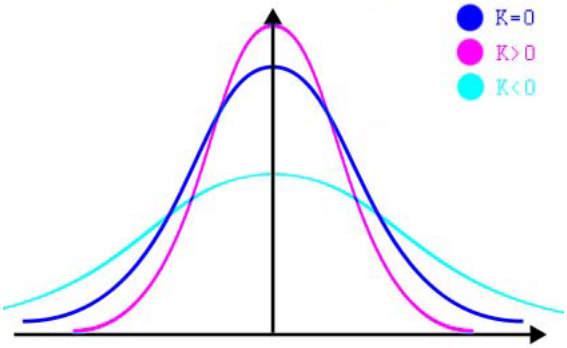
Rysunek 3.1: Rozkłady o ujemnym (pierwszy wykres) i dodatnim (drugi wykres) współczynniku skośności

- **Kurtoza**

  Kurtoza to miara koncentracji wyników wokół wartości centralnej. Jest to druga, obok skośności, miara kształtu rozkładu.
  Kurtoza rozkładu normalnego wynosi 0. Jeśli wartość tej statystyki jest dodatnia, mamy do czyniena z rozkładem leptokurtycznym (wysmukłym). Jeśli zaś jest ujemna, rozkład jest rozkładem platykurtycznym (spłaszczonym) (rys. 3.2)

  Formalnie kurtozę definiuje się następująco:

$$kurt(T_n) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - mean(T_n))^4}{std^4(T_n)} \tag{3.11}$$



Rysunek 3.2: Kształt rozkładu w zależności od wartości kurtozy

- **Średnia ważona liniowo**

  Średnia ważona wartości w szeregu, przy czym wagi rosną liniowo wraz z indeksem. W ten sposób nadaje się największą wagę obserwacjom wykonanym najpóźniej (użycie tej statystyki dla szeregów czasowych opisują Wiens i in. w [11]):

$$linear\_weighted\_mean(T_n) = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{n} i x_i \tag{3.12}$$

- **Średnia ważona kwadratowo**

  Jak wyżej - z tą różnicą, że wagi rosną kwadratowo wraz z indeksem:

$$quadratic\_weighted\_mean(T_n) = \frac{6}{n(n+1)(2n+1)} \sum_{i=1}^{n} i^2 x_i \tag{3.13}$$

- **Średnie odchylenie bezwzględne od średniej**

  Średnie odchylenie bezwzględne to kolejna, obok odchylenia standardowego i wariancji, miara rozrzutu próbki. Definuje się je następująco:

$$mean\_absolute\_deviation(T_n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - mean(T_n)|}{n} \tag{3.14}$$

- **Mediana bezwzględnego odchylenia**

  Jeszcze inną miarą rozrzutu jest mediana bezwzględnego odchylenia (ang. *median absolute deviation*, MAD). Jest to mediana ciągu bezwzględnych odchyleń od mediany:

$$median\_absolute\_deviation(T_n) = median_{1 \leqslant i \leqslant n}(|x_i - median(T_n)|) \tag{3.15}$$

3.2.2. Reprezentacje pochodne szeregu czasowego

Definicja 3.2.2 *Reprezentacją pochodną* szeregu czasowego T_n nazwiemy funkcję

$$f : T_n - >$$

gdzie x_k jest wartością szeregu w czasie t_k.

Bibliografia

[1] John Blitzer, Ryan McDonald, Fernando Pereira, *Domain adaptation with structural correspondence learning*

[2] Hall Daume, *Frustratingly easy domain adaptation*

[3] Andrew Arnold, Ramesh Nallapati, William W. Cohen, *A comparative study of methods for transductive transfer learning*

[4] R. K. Ando, T. Zhang, *A framework for learning predictive structures from multiple tasks and unlabeled data*

[5] L. Breiman, *Random forests*, Machine Learning, 45(1), 5-32, 2001.

[6] Wanpracha Art Chaovalitwongse, Ya-Ju Fan, Rajesh C. Sachdeo, *On the time series k-nearest neighbor classification of abnormal brain activity*

[7] Alex Nanopoulos, Rob Alcock, Yannis Manolopoulos, *Feature-based classification of time-series data*

[8] Seyoung Kim, Padhraic Smyth, *Segmental hidden markov models with random effects for waveform modeling*

[9] Chotirat Ann Ratanamahatana, Eamonn Keogh, *Everything you know about Dynamic Time Warping is wrong*

[10] Dominique Gay, Romain Guigoures, Marc Boulle, Fabrice Clerot *Feature Extraction over Multiple Representations for Time Series Classification*

[11] Jenna Wiens, John V. Guttag, Eric Horvitz, *Patient Risk Stratification for Hospital-Associated C. diff as a Time-Series Classification Task*