UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE DEPARTAMENTO DE INGENIERIA.

Guía 1: Funciones y gráficas

I. Resuelva cada desigualdad y represente la solución en notación de intervalo.

a)
$$8x - 5 \le 40 - x$$

b)
$$-5x + 10 \le -15$$

c)
$$-8 + 6x - 5 < -9$$

d)
$$3x + 4 - 2x \le 7$$

e)
$$3(2x-1)-2(x-3) \ge 3(3x-4)$$

f)
$$-3x + 4x + 5 \ge 8$$

g)
$$x - 6x + 4 \le 19$$

h)
$$6z - 9 > 7 + 2z$$

i)
$$13x - 17 > 3x - 2$$

i)
$$3x + 2 - x < 4$$

$$k) \sqrt{2x+1} < x^2 + 4x + 4$$

1)
$$5x - 3x + 5 \ge -7$$

m)
$$3z^2 - 6z - 4 \ge 5$$

n)
$$(x+1)(3x-2) > -2(6x+1)$$

o)
$$(x-1)^3 > -5x - 3(8x - 2)$$

p)
$$4(3x-2) < 4x-2(6x+1)$$

q)
$$-3(x-2)^2 + 4(x+1)^2 < (x+3)^2$$

II. Encuentre las soluciones a las siguientes inecuaciones racionales:

a)
$$\frac{2x-3}{x+5} \le \frac{x-2}{10}$$

e)
$$3x - 1 \le \frac{2(x+1)}{x+2}$$

i)
$$\frac{5}{x} - 2 \ge \frac{3}{x} - 5$$

b)
$$1 + \frac{x+2}{x-3} > 2$$

f)
$$\frac{(x+1)}{(x-1)} > \frac{9}{5} + \frac{(x-2)}{x+2}$$

$$j) \quad \frac{5x-8}{x-1} \ge \frac{7x-4}{x+2}$$

c)
$$\frac{3x^2-9x}{4x^2-25} \le 0$$

g)
$$x - \frac{3}{x} > 2$$

$$k) \quad \frac{x-2}{x^2-4x} \le 0$$

d)
$$\frac{(x-3)(x+4)}{(x-1)(x+2)} \le 0$$

h)
$$\frac{2-x}{3} + \frac{1}{x} > 0$$

$$|| \frac{x^3 - 4}{x^2 + 2} < \frac{x^3 - 2}{x^2 + 1}||$$



III. Grafique las siguientes funciones y determine su Dominio y Rango:

a)
$$f(x) = 2x$$

b)
$$f(x) = 3x + 1$$

c)
$$f(x) = 10x - 3$$

d)
$$f(x) = -x - 5$$

e)
$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = 2x^2$$

$$g) \quad f(x) = -x^2$$

h)
$$f(x) = x^2 - 1$$

i)
$$f(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$j) \quad f(x) = x^3$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 4$$

$$\eta$$
 $f(x) = \frac{1}{x}$

m)
$$f(x) = -\frac{1}{x}$$

n)
$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

o)
$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$p) \quad f(x) = \frac{1}{x^2}$$

q)
$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

r)
$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

s)
$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

h) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

i) $f(x) = x^2 + 3$

k) $f(x) = e^{2x+1}$

u)
$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$$

v)
$$f(x) = \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 4}$$

$$\omega$$
) $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2}$

x)
$$f(x) = \frac{x+2}{x^2+4x+4}$$

y)
$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$z) \quad f(x) = \sqrt{x+1}$$

aa)
$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

bb)
$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

cc)
$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

dd)
$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 12}$$

IV. Encuentre la función inversa para las siguientes funciones (indicar el dominio en que la función es inyectiva, si aplica):

a)
$$f(x) = x + 4$$

b)
$$f(x) = x - 5$$

c)
$$f(x) = 2x + 1$$

d)
$$f(x) = \frac{2x+3}{4}$$

e)
$$f(x) = \frac{x+3}{x-2}$$

$$f) \quad f(x) = x^2$$

$$x^2$$

f)
$$f(x) = x^2$$

g) $f(x) = \frac{x^2}{4}$

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

 $j) \quad f(x) = \frac{1}{x}$

$$n) \ f(x) = \sqrt{x}$$

o)
$$f(x) = \frac{1}{2x-1}$$

p)
$$f(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

q)
$$f(x) = \frac{x+2}{2x+1}$$

r)
$$f(x) = \frac{2x+3}{4}$$

s)
$$f(x) = \frac{3x-5}{2}$$

V. Resuelva las siguientes ecuaciones exponenciales y compruebe los resultados

a)
$$10^{2x-1} = \sqrt[3]{100^{x^2-\frac{1}{4}}}$$

b)
$$3^{2(x+1)} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$$

c)
$$5^x - 97 \cdot 5^{\frac{x}{2}} + 6^4 = 0$$

d)
$$2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$$

e)
$$5e^{-3x} - 5e^{2x} + e^{-x} = 0$$

f)
$$\sqrt[3x]{\sqrt[3]{\sqrt[3x]{9}}} = 3^{2x}$$

g)
$$4e^{-3x} - 5e^{-x} + e^x = 0$$

h)
$$2^{1-x^2} = \frac{1}{8}$$

i)
$$2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$$

i)
$$4^{x+1} + 8^{x+2} + 16^{x-2} = 128$$

VI. Simplifique las siguientes expresiones

a)
$$\frac{sen 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

f)
$$\frac{sen 3\alpha - sen 5\alpha}{\cos 3\alpha + \cos 5\alpha}$$

j)
$$\cot(-\alpha) \cdot \cos(-\alpha) - sen(-\alpha)$$

b)
$$2 \tan \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} - sen \alpha$$

g)
$$\frac{(sen-\theta)(cos \theta)}{tan \theta}$$

g)
$$\frac{(sen-\theta)(cos \ \theta)}{tan \ \theta}$$
 k) $\frac{tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)(sec \ \theta)}{1-csc^2\theta}$

c)
$$(1 - \sec \alpha) \cdot (1 + \sec \alpha)$$

d)
$$\frac{sen 2\alpha}{1-cos^2 \alpha} \cdot \frac{sen 2\alpha}{cos \alpha}$$
 h) $\frac{cos (-\theta)}{1+sen(-\theta)}$

$$1) \quad \cot^2\theta + \sin^2\theta + \cos^2(-\theta)$$

d)
$$\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos\alpha}$$

"
$$1+sen(-\theta)$$

m)
$$\frac{\csc\theta (1-\cos^2\theta)}{\sec\theta \cdot \cos\theta}$$

e)
$$\frac{sen 3\alpha - sen 5\alpha}{\cos 3\alpha + \cos 5\alpha}$$

i)
$$sen^4 \alpha - cos^4 \alpha$$

VII. Haga la gráfica de las siguientes funciones seccionadas (a trazos o por pedazos). Además, determine dominio y rango.

a)
$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq 3 \\ 2 & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$$

c)
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x \neq 1 \\ 8 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

b)
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

d)
$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x < 0 \\ 3x + 1 & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$$

e)
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 3 \\ 2x - 1 & \text{si } 3 \le x \end{cases}$$

f)
$$f(x) = \begin{cases} 6x + 7 & \text{si } x \le -2 \\ 4 - x & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

g)
$$f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

VII. Demuestre las siguientes identidades trigonométricas:

a)
$$\cot^2 \alpha + 1 = \frac{1}{sen^2 \alpha}$$

b) (sen
$$\alpha + \cos \alpha$$
) = $1 + \frac{2 \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$

c)
$$\tan \alpha + \cot \alpha = \sec \alpha * \csc \alpha$$

d)
$$cot^2 \alpha = cos^2 \alpha + (\cot \alpha * \cos \alpha)^2$$

e)
$$\frac{1}{sec^2\alpha} = sen^2\alpha * cos^2\alpha + cos^4\alpha$$

f)
$$\cot \alpha * \sec \alpha = \csc \alpha$$

g)
$$sen^2\alpha * sec \alpha = tan^2\alpha$$

h)
$$sec^2 \alpha + csc^2 \alpha = \frac{1}{sen^2 \alpha * cos^2 \alpha}$$

i) sen
$$\alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$