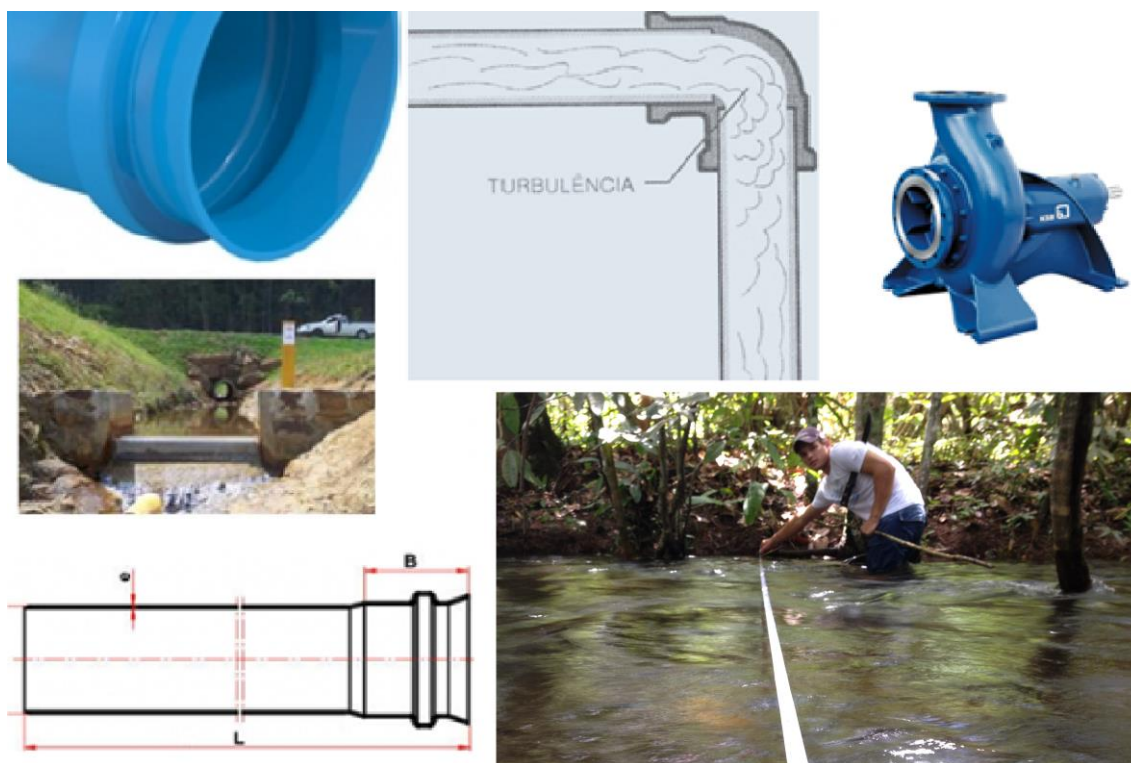




## NÚCLEO DE ATIVIDADES EM ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS

# HIDRÁULICA E IRRIGAÇÃO – AL043

Apostila de Hidráulica



***PROF. ROBSON ANDRÉ ARMINDO, D.Sc.***

Agosto - 2017

**AUTORES:** Robson André Armindo<sup>1</sup>, Kaline Pasetti Castagnolli<sup>2</sup>

- 1. INTRODUÇÃO:** Tem-se por objetivo, neste material, apresentar de forma resumida o conteúdo de hidráulica aplicado aos conceitos de irrigação e drenagem em um curso de 30h, como parte da exigência da ementa curricular da disciplina AL020 (Irrigação e Drenagem).

**1.1 Hidráulica:** É a ciência que trata das leis do equilíbrio e movimento dos líquidos e da aplicação dessas leis à solução dos problemas práticos.

Mecânica dos Fluidos: {  
 - Aerodinâmica  
 - Engenharia Naval  
 - Hidráulica {  
   - Hidrostática  
   - Hidrodinâmica  
   - Hidráulica Aplicada

**1.2 Sistemas de Unidades e metrologia:** Nesta disciplina serão utilizados quatro sistemas de unidades (Quadro 1).

Quadro 1 - Sistemas de unidades.

Sistemas	MLT'	MKS''	FLT	Inglês
	CGS'	Internacional'''	MKS*	
Massa	g	kg	UTM	lb
Força	Dina	N	kgf	lbf
Tempo	s	s	s	s
Comprimento	cm	m	m	pé, polegada

\*Criado em 1874 pela Association for the Advancement of Science (BASS): São aceitos os prefixos micro e mega.

'' Criado em 1889 pela 1ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM). Passou a se chamar Newton em 1948.

''' Criado em 1960 pela 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM) incorporando as unidades de ampère, kelvin e candela. Em 1971 na 14ª CGPM o mol foi incorporado ao SI se tornando a 7ª unidade desse sistema.

**MLT** – Massa, Comprimento e Tempo. Exemplo:  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$   
 $\Rightarrow M \cdot L \cdot T^{-2}$

**FLT** – Força, Comprimento e Tempo (Ex.  $m = \vec{F} / \vec{a} \Rightarrow F / L \cdot T^{-2}$ )

**MKS** – Metro, Quilograma e Segundo

Peso → Força

Massa → Quantidade de Matéria

<sup>1</sup> Eng. Agrícola, professor Associado do Departamento de Solos e Engenharia Agrícola – DSEA-SCA-UFPR. rarmino@ufpr.br

<sup>2</sup> Graduanda em Agronomia e Monitora da Disciplina de Irrigação e Drenagem – 2011/1 – UFPR.

**Exercício:** Sabendo-se que:

$$1\vec{g} \text{ (aceleração da gravidade)} = 9,81m.s^{-2}$$

$$1\text{ pé} = 12\text{ pol}$$

$$1\text{ pol} = 0,0254m$$

$$1\text{ lb} = 453,592237g$$

$$760\text{ mmHg} = 101325N.m^{-2} = 1\text{ atm}$$

$$1\text{ bar} = 100kPa$$

$$1\text{ cal} = 4,1868J$$

$$1cv = 735,5W = 75kgf.m.s^{-1}$$

Converta os valores a seguir para as unidades solicitadas:

$$a) \frac{40m^3}{h} \rightarrow \frac{40m^3}{h} \times \frac{1h}{3600s} = \frac{1,1111 \times 10^{-2} m^3}{s}$$

$$b) \frac{50m^3}{h} \rightarrow \frac{50m^3}{h} \times \frac{1000L}{m^3} \times \frac{1h}{3600s} = \frac{13,88L}{s}$$

$$c) \frac{5L}{s} \rightarrow \frac{5L}{s} \times \frac{1m^3}{1000L} \times \frac{3600s}{h} = \frac{18m^3}{h}$$

$$d) \frac{1,0m^3}{s} \rightarrow \frac{1,0m^3}{s} \times \frac{1000L}{m^3} \times \frac{3600s}{h} = \frac{3.600.000L}{h}$$

$$e) 32kPa \rightarrow 32kPa \times \frac{10^3}{k} \times \frac{1,0N}{m^2 \times Pa} = \frac{32000N}{m^2}$$

$$f) \frac{1,0lbf}{pol^2} (psi) \rightarrow$$

$$\frac{1,0lbf}{pol^2} \times \frac{0,45359kgf}{lbf} \times \frac{9,806N}{kgf} \times \frac{1pol^2}{2,54^2 cm^2} \times \frac{100^2 cm^2}{m^2} \times \frac{1Pa.m^2}{N} = 6894,26Pa = \underline{6,894kPa}$$

$$g) \frac{0,6cal}{cm^2.min} \rightarrow \frac{0,6cal}{cm^2.min} \times \frac{4,1868J}{cal} \times \frac{1min}{60s} \times \frac{10000cm^2}{m^2} = 418,68 \frac{W}{m^2}$$

$$h) \frac{28kgf.s}{m^2} \rightarrow \frac{28kgf.s}{m^2} \times \frac{9,806N}{kgf} \times \frac{1h}{3600s} \times \frac{1m^2}{100^2 cm^2} = \frac{7,6268 \times 10^{-6} N.h}{cm^2}$$

### 1.3 Propriedades físicas dos fluidos:

- Fluido: substância que se deforma continuamente quando submetida a uma tensão de cisalhamento.
- Líquido: volume definido e forma definida.
- Gás: volume e forma indefinidos.

a) Massa específica: É a relação entre a massa e o volume de uma substância pura qualquer.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

em que:

$\rho$ : massa específica do fluido,  $M L^{-3}$ ;

m: massa de fluido, M;

V: volume do fluido,  $L^3$ .

Técnico	Sistema Internacional	CGS
$\rho_{H_2O_{(4^\circ C)}} = 101,94 \frac{UTM}{m^3}$	$\rho_{H_2O_{(4^\circ C)}} = 1000,00 \frac{kg}{m^3}$	$\rho_{H_2O_{(4^\circ C)}} = 1,0 \frac{g}{cm^3}$
$\rho_{H_2O_{(20^\circ C)}} = 101,75 \frac{UTM}{m^3}$	$\rho_{H_2O_{(20^\circ C)}} = 998,23 \frac{kg}{m^3}$	$\rho_{H_2O_{(20^\circ C)}} \approx 1,0 \frac{g}{cm^3}$

b) Peso específico: É a relação entre o peso e o volume de uma substância qualquer.

$$\gamma = \frac{\vec{P}}{V} = \frac{m \cdot \vec{g}}{V} = \rho \vec{g} \quad (2)$$

em que:

$\gamma$ : peso específico do fluido,  $F L^{-3}$ ;

$\vec{g}$ : constante da aceleração da gravidade,  $9,81 \frac{m}{s^2}$ .

$$\gamma_{H_2O_{(20^\circ C)}} = 998,18 \frac{kgf}{m^3} \rightarrow \text{Técnico} \quad \gamma_{H_2O_{(20^\circ C)}} = 9792,64 \frac{N}{m^3} \rightarrow \text{SI}$$

c) Densidade: É a relação entre a massa específica da substância considerada e a massa específica de uma substância considerada padrão, neste caso a água. Pode também ser encontrada como a relação entre o peso específico da substância considerada e o peso específico de uma substância considerada padrão.

$$d = \frac{\rho_{sc}}{\rho_{H_2O}} = \frac{\gamma_{sc}}{\gamma_{H_2O}} \quad (3)$$

em que:

d: densidade, adimensional;

$\rho_{sc}$ : massa específica da substância considerada,  $M L^{-3}$ ;

$\rho_{H_2O}$ : massa específica da água,  $M L^{-3}$ .

d) Viscosidade dinâmica: Também conhecida como o atrito interno existente entre as moléculas do fluido, pode ser definida como a propriedade do fluido responsável por sua resistência à deformação.

$$\boxed{\mu = \frac{\vec{F} \cdot t}{A}} \quad \text{Técnico} \quad (4)$$

em que:

$\mu$ : viscosidade dinâmica,  $F \cdot T \cdot L^{-2}$ ;

$\vec{F}$ : Força, F;

A: Área,  $L^2$ ;

t: Tempo, T.

ou

$$\boxed{\mu = \frac{m}{L \cdot t}} \quad \text{SI} \quad (5)$$

em que:

$\mu$ : viscosidade dinâmica;  $M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$ ;

m: Massa, M;

L: Comprimento, L;

t: Tempo, T.

No **SI** a unidade de  $\mu$  denomina-se *pouiseuille* (Pl) e no **Sistema Técnico** denomina-se *poise* (P).

$$1 \text{ Pl} = 1 \frac{N \cdot s}{m^2} = 10^8 \frac{g}{cm \cdot s}, \text{ então}$$

$$1 \text{ P} = 0,1 \frac{N \cdot s}{m^2} = 0,1 \text{ Pl}$$

$$\text{Para } \mu_{(20^\circ C)} = 10^{-3} \frac{N \cdot s}{m^2} = 1 \text{ centipoise}$$

Tabela 1 - Valores da viscosidade dinâmica da água.

Temperatura (°C)	$\mu$ Técnico (kgf s m <sup>-2</sup> )	$\mu$ S.I. (kg s <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> )	Temperatura (°C)	$\mu$ Técnico (kgf s m <sup>-2</sup> )	$\mu$ S.I. (kg s <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> )
0	1,83 x 10 <sup>-6</sup>	1,79 x 10 <sup>-6</sup>	40	0,67 x 10 <sup>-6</sup>	0,65 x 10 <sup>-6</sup>
5	1,55 x 10 <sup>-6</sup>	1,52 x 10 <sup>-6</sup>	50	0,56 x 10 <sup>-6</sup>	0,55 x 10 <sup>-6</sup>
10	1,33 x 10 <sup>-6</sup>	1,31 x 10 <sup>-6</sup>	60	0,48 x 10 <sup>-6</sup>	0,47 x 10 <sup>-6</sup>
15	1,16 x 10 <sup>-6</sup>	1,14 x 10 <sup>-6</sup>	70	0,42 x 10 <sup>-6</sup>	0,41 x 10 <sup>-6</sup>
20	1,03 x 10 <sup>-6</sup>	1,01 x 10 <sup>-6</sup>	80	0,36 x 10 <sup>-6</sup>	0,36 x 10 <sup>-6</sup>
25	0,91 x 10 <sup>-6</sup>	0,90 x 10 <sup>-6</sup>	90	0,32 x 10 <sup>-6</sup>	0,32 x 10 <sup>-6</sup>
30	0,82 x 10 <sup>-6</sup>	0,80 x 10 <sup>-6</sup>	100	0,29 x 10 <sup>-6</sup>	0,28 x 10 <sup>-6</sup>

Fonte: Carvalho, J. de A. (2008)

e) Viscosidade cinemática: É a relação entre a viscosidade dinâmica e a massa específica do fluido.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (6)$$

em que:

$\nu$ : Viscosidade cinemática,  $L^2 T^{-1}$ ;

$\mu$ : viscosidade dinâmica,  $M L^{-1} T^{-1}$ ;

$\rho$ : massa específica do fluido,  $M L^{-3}$ .

Os valores de viscosidade cinemática da água variam em função da temperatura e são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores da viscosidade cinemática da água.

Temperatura (°C)	$\nu$ ( x $10^{-6} m^2 s^{-1}$ )	Temperatura (°C)	$\nu$ ( x $10^{-6} m^2 s^{-1}$ )
0	1,79	40	0,66
5	1,52	50	0,56
10	1,31	60	0,48
15	1,14	70	0,42
20	1,01	80	0,37
25	0,90	90	0,33
30	0,80	100	0,30

Fonte: Carvalho, J. de A.

f) Coesão: De uma maneira simplista pode-se dizer que é a atração entre moléculas do próprio líquido.

g) Adesão: De mesma maneira pode-se dizer que é a atração entre moléculas do líquido e do sólido com o qual estabelece contato.

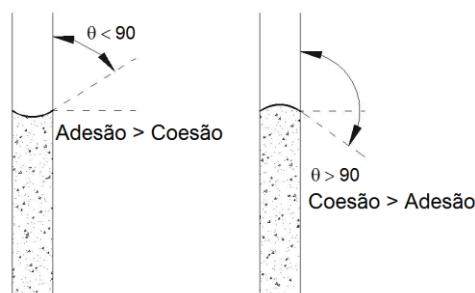
h) Tensão superficial: Refere-se ao trabalho por unidade de área, necessário, para trazer moléculas do líquido à superfície.

$$\sigma = \frac{F.L}{L^2} = F.L^{-1} \quad (7)$$

em que:

$\sigma$ : tensão superficial,  $F.L^{-1}$ .

i) Ângulo de contato ( $\theta$ ): Expressa o contato entre o líquido e a parede do sólido.



Água pura – vidro limpo:  $\theta = 0^\circ$

Mercúrio – vidro limpo:  $\theta = 148^\circ$

- j) Capilaridade: Fenômeno que descreve a ascensão da água em função das propriedades de coesão, adesão e tensão superficial. Só ocorre em condutos de diâmetro extremamente pequeno.

$$h = \frac{2\vec{\sigma} \cdot \cos \theta}{\gamma \cdot r}$$

(8)

em que:

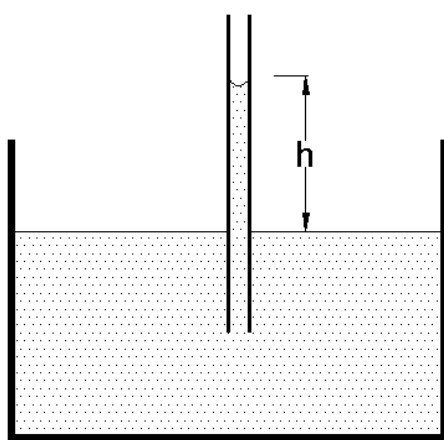
$h$ : altura de ascensão no tubo capilar, L;

$\gamma$ : peso específico, F L<sup>-3</sup>;

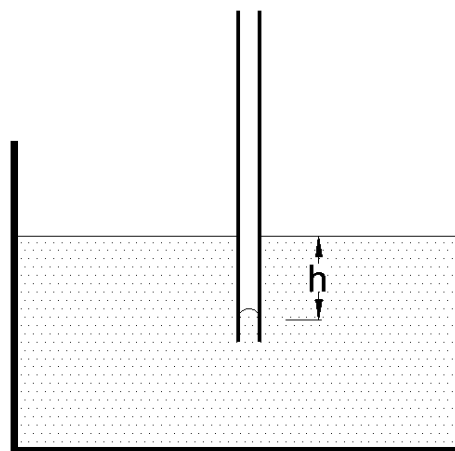
$\vec{\sigma}$ : tensão superficial, constante de valor 0,00743 kgf / m;

$r$ : raio do capilar, L;

$\theta$ : ângulo de contato, °.



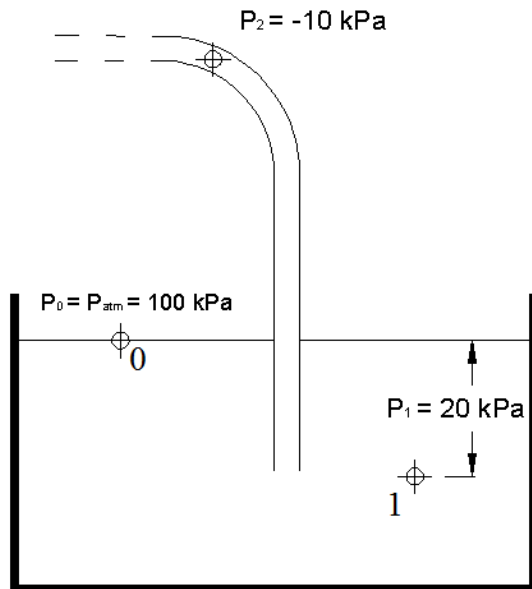
$\theta < 90^\circ$   
Adesão > Coesão



$\theta > 90^\circ$   
Coesão > Adesão

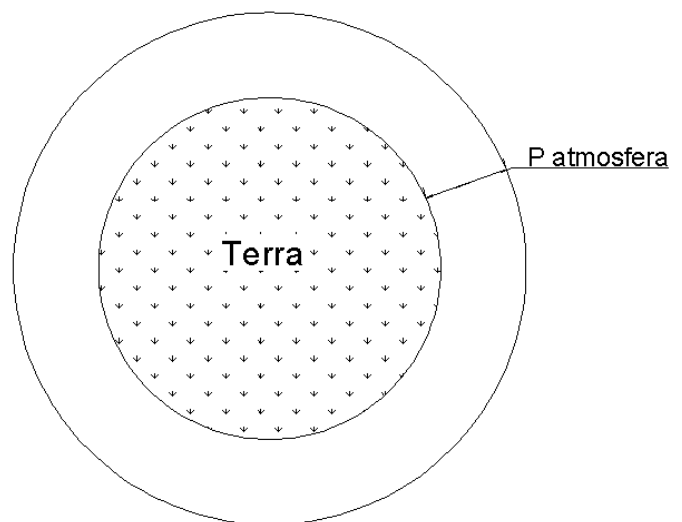
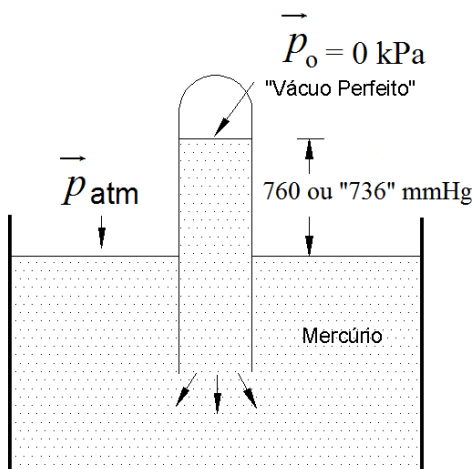
## 2 HIDROSTÁTICA

De maneira sucinta, pode-se dizer que na Hidrostática se estuda as forças atuantes sobre o líquido em repouso. No ponto 0 atua a pressão atmosférica ( $P_{atm}$ ). Portanto a pressão exercida no ponto 1, que está abaixo da superfície da água, é a soma da pressão exercida pela coluna de água sobre o ponto 1 e a pressão atmosférica exercida sobre a própria superfície da água.

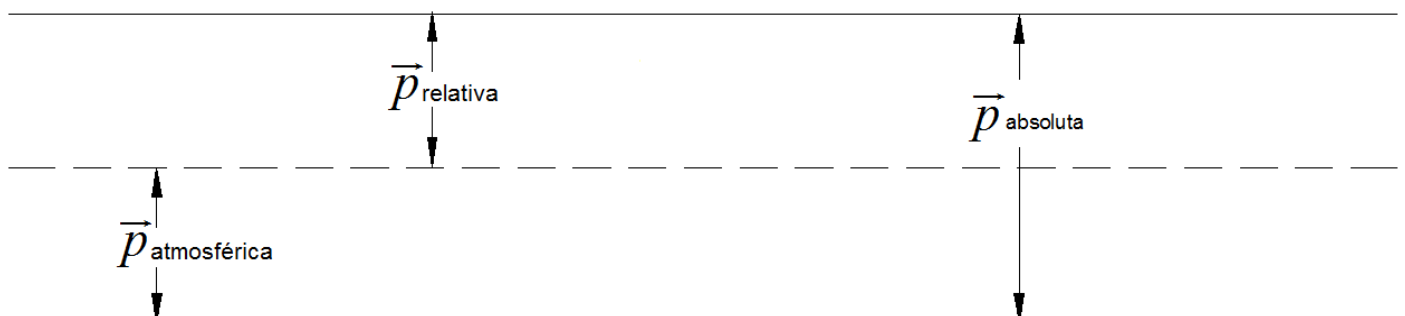


$$\text{Pressão} \Rightarrow \vec{p} = \frac{\vec{F}}{A} \left( \frac{N}{m^2} = Pa \right)$$

$$1 \text{ kPa} = 1000 \text{ Pa}$$



A pressão pode ser escrita na forma de:

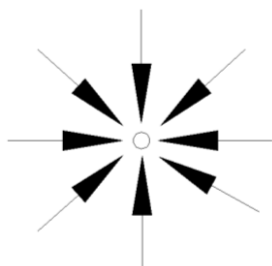
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pressão Relativa} = P_1 = 20 \text{ KPa} \\ \text{Pressão Absoluta} = P_{atm} + P_1 = 100 \text{ KPa} + 20 \text{ KPa} = 120 \text{ KPa} \end{array} \right.$$




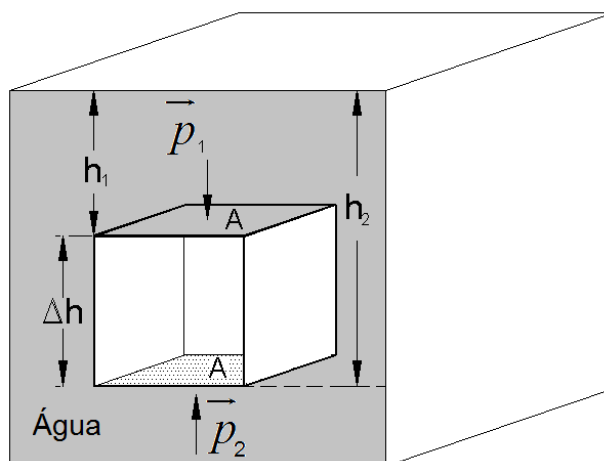
**2.1 Empuxo:** O conceito de empuxo é aplicado nos projetos de comportas, registros, barragens, tanques, canalizações, etc.

$$\text{Empuxo} = \text{Pressão} \times \text{Área}$$

Se o empuxo é o produto entre pressão e área, verifica-se por sua unidade que se trata de uma grandeza de força, pois:  $E \Rightarrow \frac{N}{m^2} \cdot m^2 = N$



Lei de Pascal: “Qualquer ponto, no interior de um líquido em repouso, recebe pressão de todas as direções.”



Considerando-se a eq. (2) pode-se verificar que a pressão, também, pode ser calculada pelo produto entre o peso específico  $\gamma$  e a altura de líquido deslocado  $\Delta h$ .

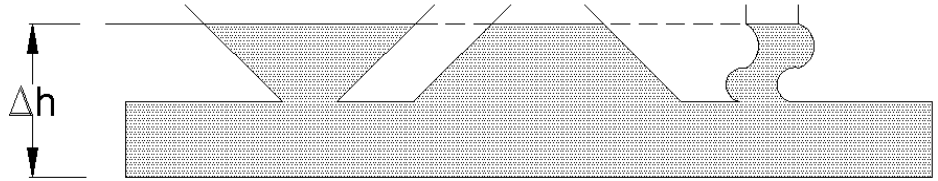
$$Peso = Volume \cdot \gamma$$

$$\vec{P} = (\Delta h \cdot A) \cdot \gamma$$

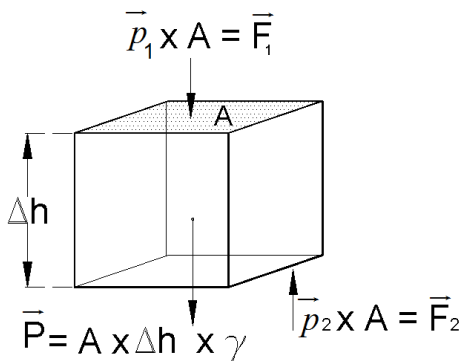
$$\frac{\vec{P}}{A} = \Delta h \cdot \gamma$$

(9)

Se o peso específico da água é considerado constante, a pressão passa a depender da altura de líquido  $\Delta h$  que exerce força peso sobre a base da caixa ao lado. Sendo assim, a pressão independe da forma dos três recipientes. Se a altura de líquido  $\Delta h$  é a mesma nos três recipientes, a pressão exercida na base da caixa é a mesma.



Paradoxo Hidráulico

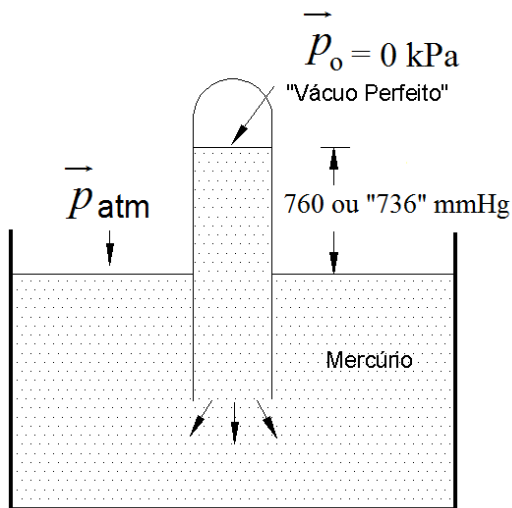


Tomando-se o somatório das forças atuantes e igualando-o a zero, pois o líquido está em repouso, e considerando o sentido de cima para baixo positivo, tem-se que:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ \vec{p}_1 \cdot A + A \cdot \Delta h \cdot \gamma - \vec{p}_2 \cdot A &= 0 \\ \vec{p}_1 + \Delta h \cdot \gamma - \vec{p}_2 &= 0 \\ \boxed{\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta h \cdot \gamma} \quad (10)\end{aligned}$$

Lei de Stevin

Aplicando-se a Lei de Stevin em uma cuba com mercúrio...



$$\begin{aligned}\vec{p}_a - \vec{p}_s &= \Delta h \cdot \gamma \\ \vec{p}_a - 0 &= 0,76m \cdot 13600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \\ \vec{p}_a &= 10336 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 1 \text{ atm físico} = 10,33 \text{ mca}\end{aligned}$$

ou

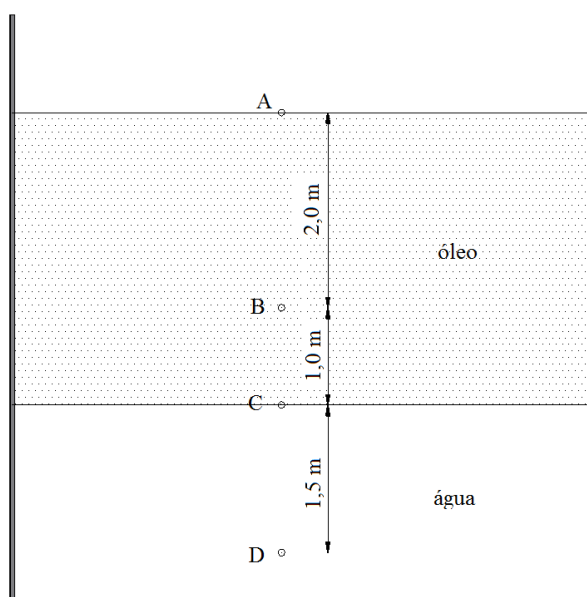
$$\begin{aligned}\vec{p}_a &= 0,736m \cdot 13600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \\ \vec{p}_a &= 10009,6 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 1 \text{ atm técnico} = 10 \text{ mca}\end{aligned}$$

Sendo assim:

$$1 \text{ atm físico} = 1,0336 \text{ kgf} / \text{cm}^2 = 10,336 \text{ mca} = 10336 \text{ kgf} / \text{m}^2 = 103,36 \text{ kPa} = 760 \text{ mmHg}$$

$$1 \text{ atm técnica} = 1 \text{ kgf} / \text{cm}^2 = 10 \text{ mca} = 10^4 \text{ kgf} / \text{m}^2 = 100 \text{ kPa} = 736 \text{ mmHg}$$

Exercício resolvido: Na figura a seguir, encontre a pressão atuante  $\vec{p}_D$ :



$$\vec{p}_A (atm) = 0$$

$$\gamma_{\text{óleo}} = 800 \text{ kgf/m}^3$$

$$\gamma_{\text{água}} = 1000 \text{ kgf/m}^3$$

Solução:

$$\vec{p}_B - \vec{p}_A = \gamma \cdot \Delta h$$

$$\vec{p}_B - 0 = 800 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \cdot 2\text{m}$$

$$\vec{p}_B = 1600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$\vec{p}_C - \vec{p}_B = \Delta h \cdot \gamma$$

$$\vec{p}_C - 1600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 1\text{m} \cdot 800 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

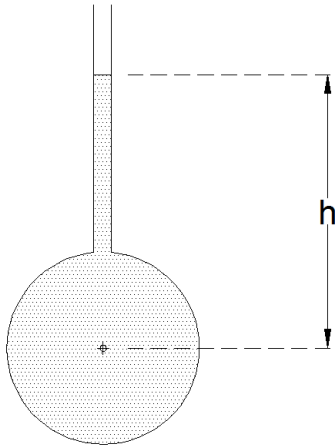
$$\vec{p}_C = 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$\vec{p}_D - 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 1,5\text{m} \cdot 1000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$\vec{p}_D = 3900 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

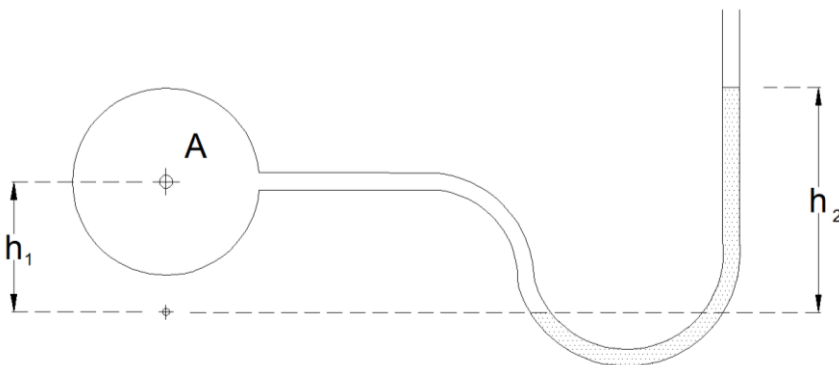
### 3. MEDIDORES DE PRESSÃO

- a) Piezômetro: É um dispositivo (tubo) transparente que é inserido na tubulação onde se quer medir a pressão. O líquido presente na tubulação subirá no piezômetro uma altura “h”, que representa a pressão em coluna de água.



$$\vec{p} = \gamma \cdot h$$

- b) Tubo em U: Quando se quer determinar altos valores pressões, utiliza-se o tubo em U.



$$\sum \vec{p} = 0$$

$$\vec{p}_A + \gamma_1 \cdot h_1 - \gamma_2 \cdot h_2 - \vec{p}_{atm} = 0$$

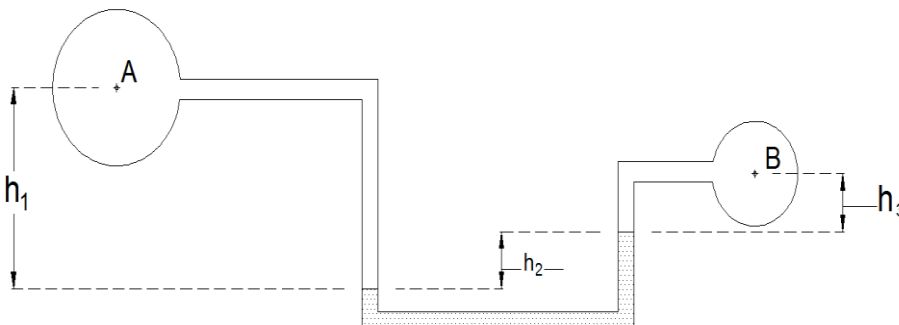
$$\vec{p}_A = \gamma_2 \cdot h_2 - \gamma_1 \cdot h_1 + \vec{p}_{atm}$$

Na pressão relativa  $\vec{p}_{atm} = 0$

$$\vec{p}_A = \gamma_2 \cdot h_2 - \gamma_1 \cdot h_1$$

“De acordo com Pascal, pontos que se unem por uma linha de cota horizontal possuem mesmo valor de pressão.”

- c) Manômetro Diferencial: Por meio deste manômetro, determina-se a diferença de pressão existente entre dois pontos de interesse.



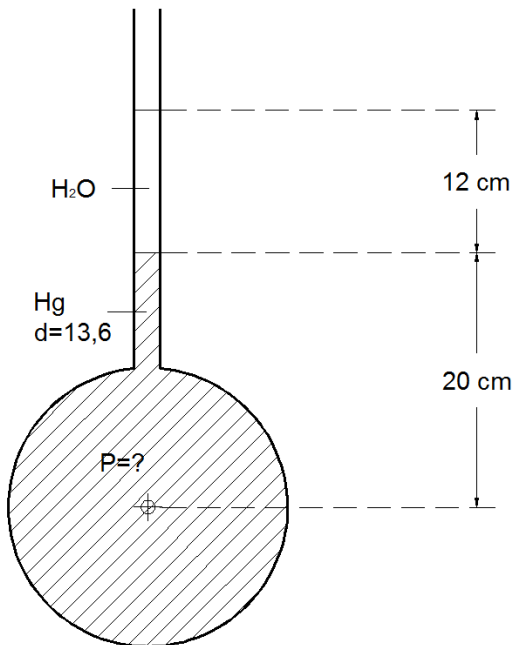
$$\sum \vec{p} = 0$$

$$\vec{p}_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 - \vec{p}_B = 0$$

Ressalta-se que as expressões gerais encontradas para os três exemplos de medidores de pressão apresentados não são equações. Elas se aplicam apenas para essas figuras. Assim, deve-se sempre aplicar a lei de Stevin para o sistema em equilíbrio (hidrostático) em que se deseja analisar.

Exercícios resolvidos:

1) Determine a pressão no ponto P.



$$d = \frac{\gamma_s}{\gamma_{H_2O}} \therefore 13,6 = \frac{\gamma_s}{1000 \frac{kgf}{m^3}}$$

$$\gamma_s = 13600 \frac{kgf}{m^3}$$

$$\sum \vec{p} = 0$$

$$\vec{p}_{atm} + \gamma_{H_2O} \cdot h + \gamma_{Hg} \cdot h - \vec{p} = 0$$

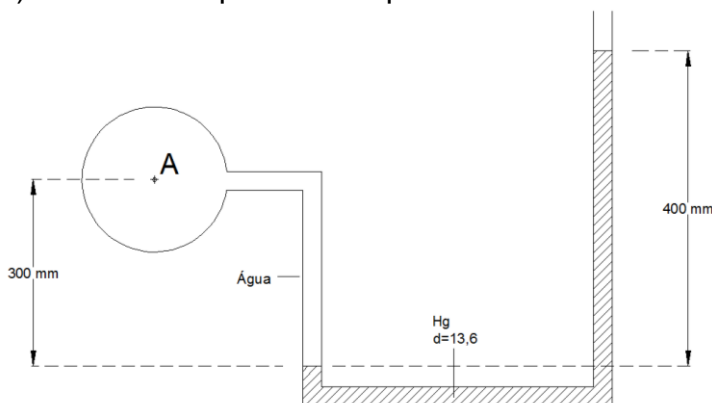
$$\vec{p}_{atm} + 0,12m \cdot 1000 \frac{kgf}{m^3} + \gamma_{Hg} \cdot h - \vec{p} = 0$$

$$\vec{p} = \vec{p}_{atm} + 120 \frac{kgf}{m^2} + 13600 \frac{kgf}{m^3} \cdot 0,2m$$

$$\vec{p} = 0 + 2840 \frac{kgf}{m^2}$$

$$\vec{p} = 2840 \frac{kgf}{m^2}$$

2) Determine a pressão no ponto A.

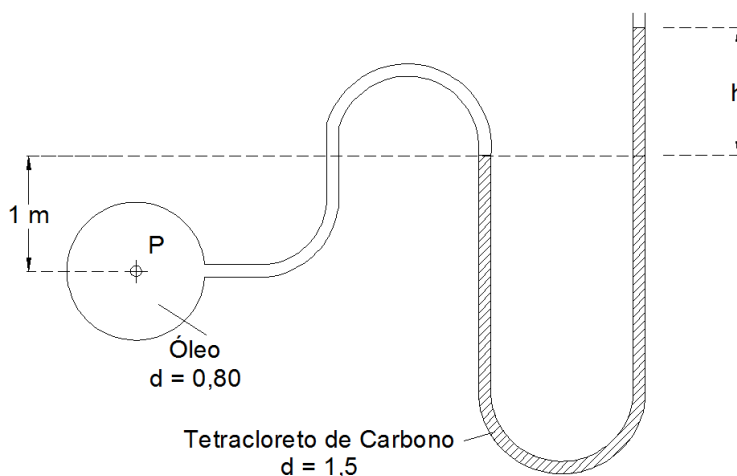


$$\sum \vec{p} = 0$$

$$\vec{p}_{atm} + \gamma_{Hg} \cdot h - \gamma_{H_2O} \cdot h - \vec{p}_A = 0$$

$$0 + 0,4m \cdot 13600 \frac{kgf}{m^3} - 1000 \frac{kgf}{m^3} \cdot 0,3m = \vec{p}_A$$

$$\vec{p}_A = 5140 \frac{kgf}{m^2}$$

3) Determine “h” sabendo-se que  $\vec{p} = 0,5 \frac{kgf}{cm^2}$ 

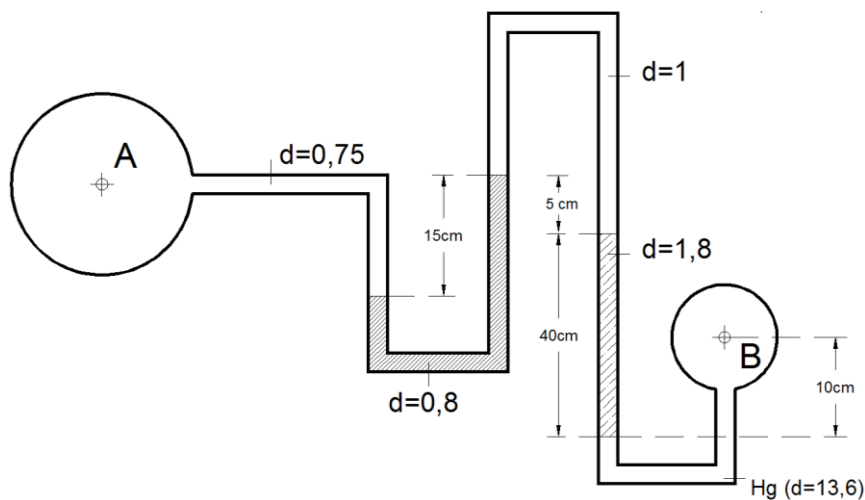
$$\sum \vec{p} = 0$$

$$\vec{p}_{atm} + \gamma_{TC} \cdot h + \gamma_{óleo} \cdot 1,0m - 5000 \frac{kgf}{m^2} = 0$$

$$1500 \frac{kgf}{m^3} \cdot h + 800 \frac{kgf}{m^2} = 5000 \frac{kgf}{m^2}$$

$$h = 2,8m$$

4) Determine a diferença de pressão entre os manômetros A e B:



$$\Delta \vec{p}_{AB} = \vec{p}_A - \vec{p}_B$$

$$\sum \vec{p}_{AB} = 0$$

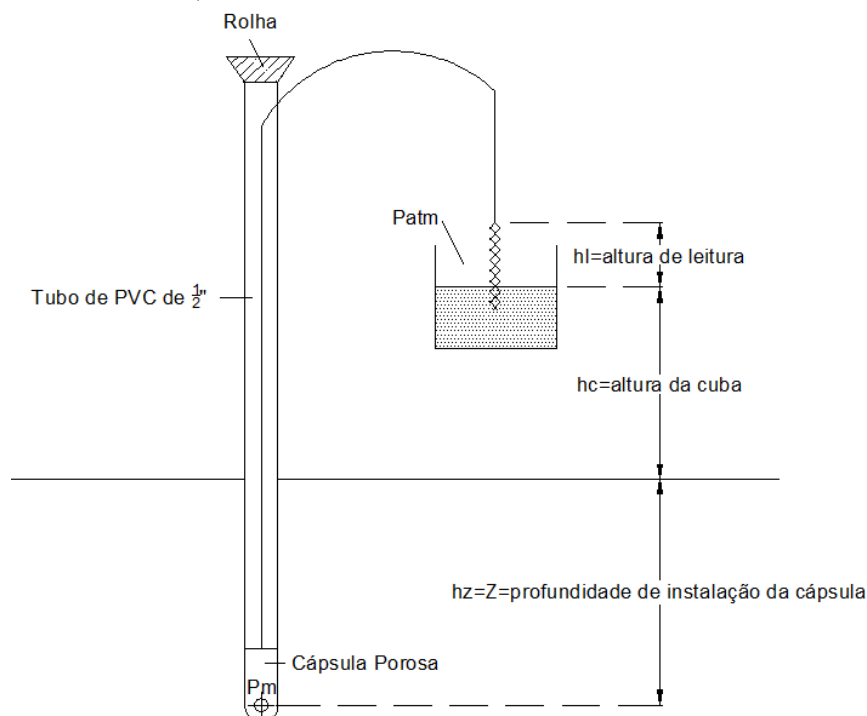
$$\vec{p}_A + 0,15m \cdot 750 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} - 0,15m \cdot 800 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} + 0,05m \cdot 1000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} + 0,4m \cdot 1800 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} - 0,1m \cdot 13600 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} - \vec{p}_B = 0$$

$$\vec{p}_A + 112,5 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} - 120 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} + 50 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} + 720 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} - 1360 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} - \vec{p}_B = 0$$

$$\vec{p}_A - \vec{p}_B = 597,5 \text{ kgf/m}^2$$

Uma aplicação...

**O Tensiômetro:** É um instrumento (sensor) utilizado para a determinação da tensão da água no solo. O conteúdo de água no solo (umidade) pode ser determinado em função da tensão da água no solo. Logo, o tensiômetro apresenta-se como um instrumento muito utilizado para a determinação, de forma indireta, da umidade do solo.



$$\sum \vec{p} = 0$$

$$\vec{p}_{atm}^0 - \gamma_{Hg} \cdot h_L + \gamma_{H_2O} \cdot h_L + \gamma_{H_2O} h_C + \gamma_{H_2O} \cdot z - \vec{p}_m = 0$$

$$\vec{p}_m = (\gamma_{H_2O} - \gamma_{Hg}) \cdot h_L + \gamma_{H_2O} \cdot h_C + \gamma_{H_2O} \cdot z \quad \div (\gamma_{H_2O})$$

$$\frac{\vec{p}_m}{\gamma_{H_2O}} = \left( \frac{1000 - 13600}{1000} \right) \cdot h_L + h_C + z$$

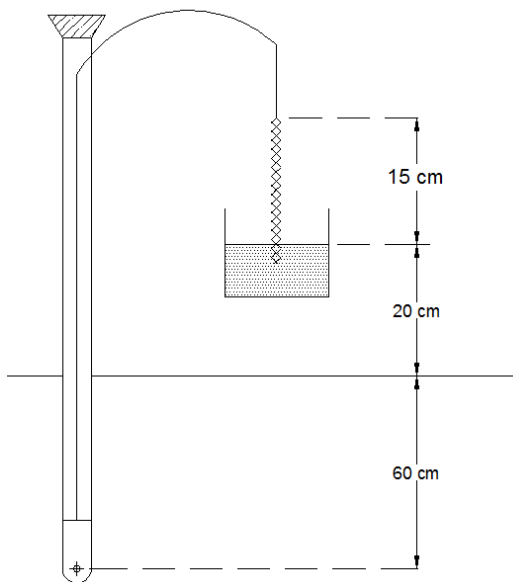
$$\frac{\vec{p}_m}{\gamma_{H_2O}} = -12,6 \cdot h_L + h_C + z$$

$$\boxed{\psi_m = -12,6 \cdot h_L + h_C + z}$$

(11)

Potencial matricial da água no solo → estado de tensão da água no solo → varia em função do conteúdo de água no solo

### Exemplo:

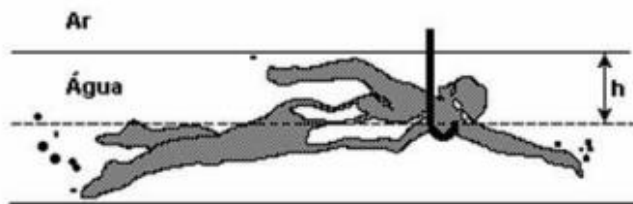


$$\frac{\vec{p}_m}{\gamma_{H_2O}} = \psi_m = -12,6 \times 0,15m + 0,2m + 0,6m$$

$$\frac{\vec{p}_m}{\gamma_{H_2O}} = \psi_m = -1,09m \text{ ou } -109cm \text{ ou } -109hPa \text{ ou } -0,109atm$$

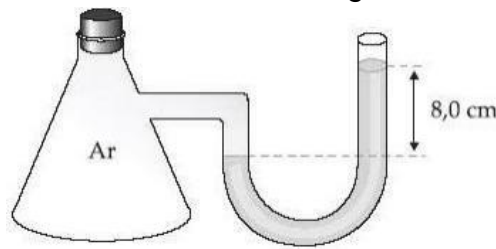
### Exercícios propostos:

- 1) Sabe-se que é impossível uma pessoa respirar se a diferença de pressão entre o meio externo e o ar dentro dos pulmões for maior do que 0,05 atm. Calcule a profundidade máxima, **h**, dentro d'água, em **cm**, na qual um mergulhador pode respirar por meio de um tubo, cuja extremidade superior é mantida fora da água.



R:  $h = 51,65cm$  físico ou  $h = 50cm$  técnico.

- 2) Na Figura a seguir é apresentado um frasco contendo ar, conectado a um manômetro de mercúrio em tubo “U”. O desnível indicado vale 8,0 cm. A pressão atmosférica é 69 cm de Hg. Determine a pressão do ar dentro do frasco em cm de Hg.



R: 77cmHg

- 3) Encontrou-se um navio afundado a 40 m de profundidade. Qual a pressão hidrostática (em **kPa**) a que fica submetido um mergulhador que visita o navio? Considere a densidade da água unitária e a aceleração da gravidade igual a  $9,81m.s^{-2}$ .

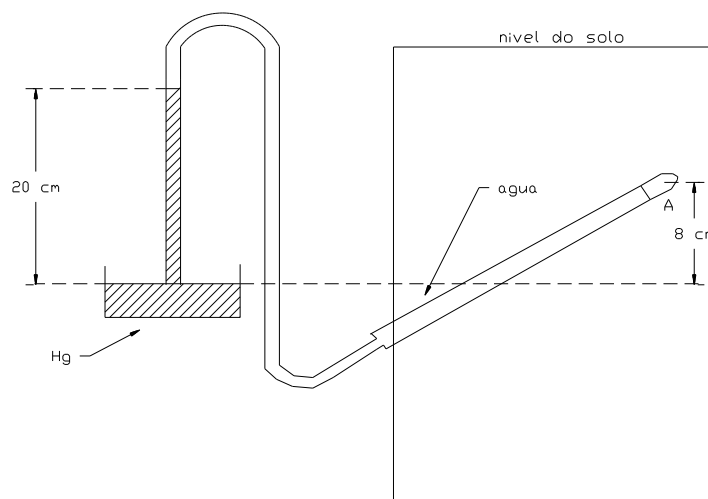
R: 392,4kPa

- 4) Um barril contém óleo até  $\frac{1}{4}$  de sua altura. Após uma chuva intensa, ele fica totalmente cheio, sem chegar a derramar. Se a altura do barril é de 0,8 m, qual será a pressão (em  $kgf.m^{-2}$ ) no fundo, depois da chuva, devido só a seu conteúdo? Considere o peso específico do óleo de  $800kgf.m^{-3}$ .

R: 760kgf.m<sup>-2</sup>

- 5) Dado o tensiômetro esquematizado abaixo, determinar:

Dados: densidade da água = 1,0 e densidade do mercúrio (Hg) = 13,6

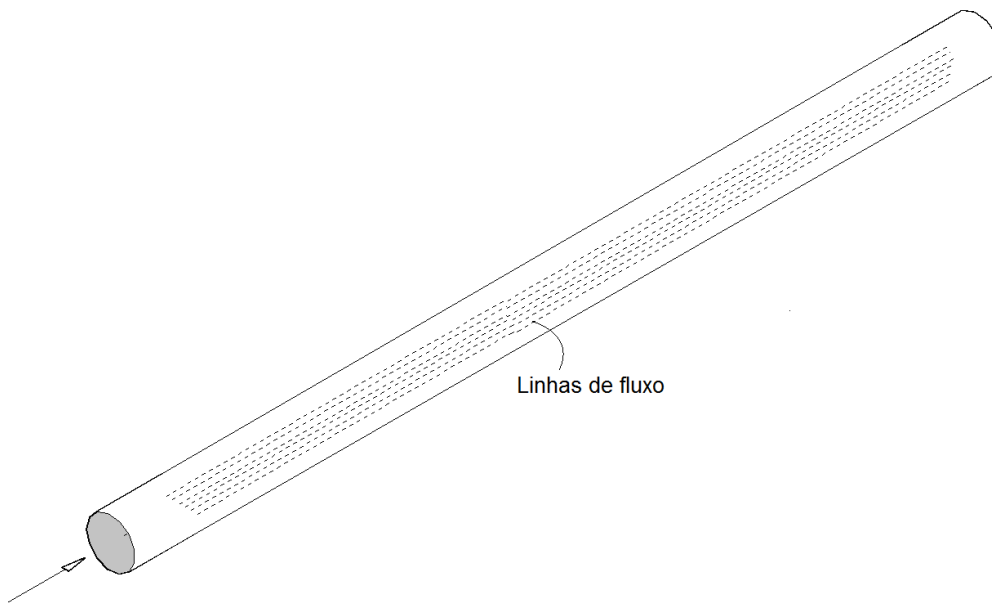


- a) O potencial matricial (tensão) no ponto A em atmosferas técnicas (atm).  
b) Para um potencial matricial de -0,008 atm, qual o valor da leitura da coluna de mercúrio?

R: a) - 0,26 atm b) 1,27 cm



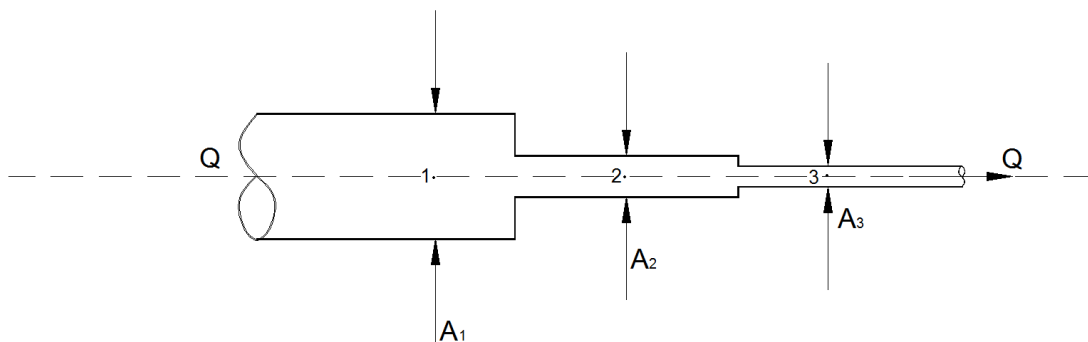
#### 4. DINÂMICA DOS FLUIDOS



Estuda o movimento do fluido. Aqui, será feito o estudo do movimento *permanente*, ou seja, quando a velocidade e a pressão não variam em um dado ponto com o tempo. Ademais, adotar-se-á que o movimento da água também será *uniforme*, ou seja, os pontos de uma mesma trajetória (linhas de fluxo) apresentam a mesma velocidade.

##### 4.1 Teorema de Bernoulli para um Fluido Ideal ou Teórico

$$\text{Vazão } (Q) = \frac{\text{Volume } (V)}{\text{tempo } (t)} = \text{Área } (A) \times \text{velocidade } (\vec{v}) \quad (12)$$



a) Equação da continuidade: Considerando-se o movimento da água permanente e uniforme, a energia se conserva nos três pontos da tubulação telescópica.

$$Q = A_1 \cdot \vec{v}_1 = A_2 \cdot \vec{v}_2 = A_3 \cdot \vec{v}_3 \quad (13)$$

em que:

$Q$ : vazão ou descarga,  $L^3 T^{-1}$ ;

$A$ : área de secção transversal do tubo,  $L^2$ ;

$\vec{v}$ : velocidade média de escoamento,  $L T^{-1}$ .

**Energia:** De uma maneira bem simples, pode-se definir energia como a capacidade de se produzir trabalho.

Recordando...

Energia Mecânica  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Energia Cinética} \\ \text{Energia Potencial} \end{array} \right.$

Quadro 2 – Algumas formas de energia e suas análises dimensionais.

Formas de Energia	Fórmula	Unidade	Símbolo
Energia Cinética	$\frac{m\vec{v}^2}{2}$	$\frac{kg.m.m}{s^2} = N.m = J$	joule
Energia Cinética por unidade de peso	$\frac{m\vec{v}^2/2}{m.\vec{g}} = \frac{\vec{v}^2}{2g}$	$\frac{J}{N} = \frac{N.m}{N} = m$	mca
Energia Potencial	$m.\vec{g}.z$	$kg.\left(\frac{m}{s^2}\right).m = N.m = J$	joule
Energia Potencial por unidade de peso	$\frac{m.\vec{g}.z}{m.\vec{g}} = z$	$\frac{J}{N} = \frac{N.m}{N} = m$	mca
Energia por unidade de volume (Pressão)	$\frac{E}{V}$	$\frac{J}{m^3} = \frac{N.m}{m^3} = \frac{N}{m^2} = Pa$	pascal
Energia por unidade de peso	$\frac{E}{\vec{P}}$	$\frac{N.m}{N} = m$	mca
Pressão por unidade de peso específico	$E_p = \frac{\vec{p}}{\gamma}$	$\frac{N/m^2}{N/m^3} = m$	mca

O teorema...

$$\frac{\vec{p}_1}{\gamma} + \frac{\vec{v}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + \frac{\vec{v}_2^2}{2g} + z_2 = \frac{\vec{p}_n}{\gamma} + \frac{\vec{v}_n^2}{2g} + z_n \quad (14)$$

em que:

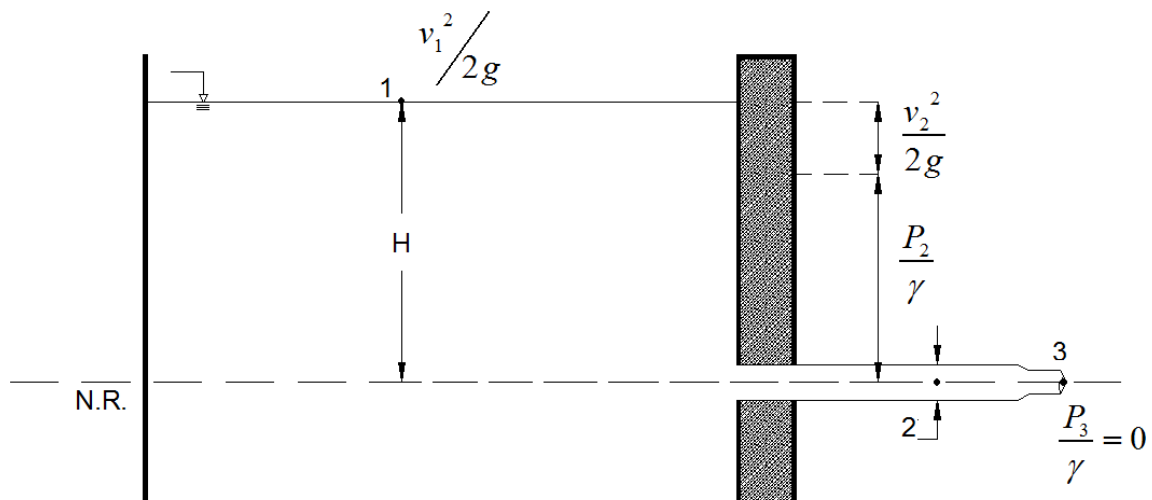
$\frac{\vec{p}}{\gamma}$ : carga piezométrica ou pressão por unidade de peso específico, L;

$\frac{\vec{v}^2}{2g}$ : carga cinética, energia cinética por unidade de peso ou energia de velocidade, L;

$z$ : carga gravitacional ou energia potencial por unidade de peso, L.

Exercícios resolvidos:

- 1) Determine a potência hidráulica disponibilizada pela barragem a seguir sabendo-se que o diâmetro da tubulação no ponto 2 ( $D_2$ ) é de 250 mm, no ponto 3 ( $D_3$ ) é de 125 mm e a descarga ( $Q$ ) na saída da tubulação (ponto 3) é de 105 L/s.



$$Q = A_2 \cdot \vec{v}_2 = A_3 \cdot \vec{v}_3$$

$$0,105 \frac{m^3}{s} = \frac{\pi(0,25)^2 m}{4} \cdot \vec{v}_2 = \frac{\pi(0,125)^2 m}{4} \cdot \vec{v}_3$$

$$\vec{v}_2 = \frac{4 \cdot 0,105}{\pi \cdot (0,25)^2} \therefore \vec{v}_2 = 2,15 m/s$$

$$\vec{v}_3 = \frac{4 \cdot 0,105}{\pi \cdot (0,125)^2} \therefore \vec{v}_3 = 8,56 m/s$$

$$E_1 = H \therefore E_2 = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + \frac{\vec{v}_2^2}{2g} \therefore E_3 = \frac{\vec{v}_3^2}{2g}$$

$$E_1 = E_2 = E_3$$

$$H = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + \frac{\vec{v}_2^2}{2g} = \frac{\vec{v}_3^2}{2g}$$

$$H = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + \frac{2,14^2}{2g} = \frac{8,56^2}{2g}$$

$$H = 0,2334m + \frac{\vec{p}_2}{\gamma} = 3,7346$$

$$H \cong 3,74mca$$

$$\frac{\vec{p}_2}{\gamma} = 3,50mca$$

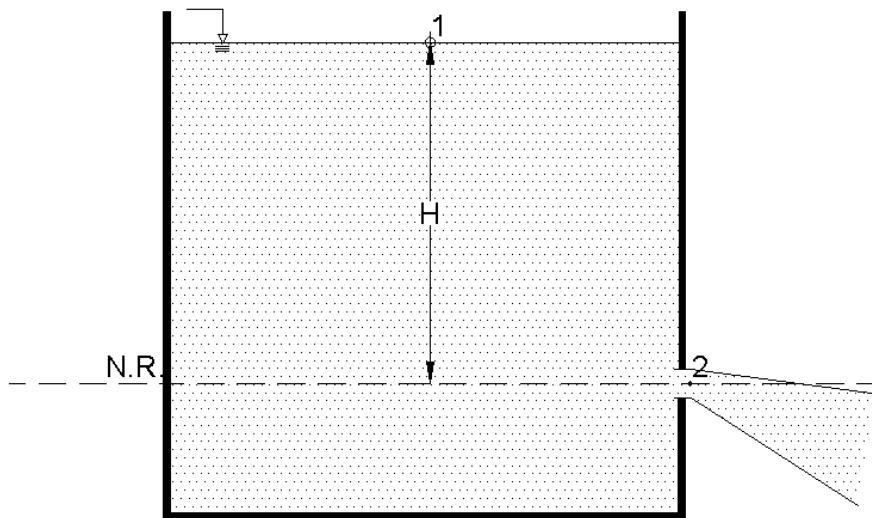
$$Pot_{Hid} = \gamma \cdot Q \cdot H$$

$$Pot_{Hid} = 9806,65 \frac{N}{m^3} \cdot 0,105 \frac{m^3}{s} \cdot 3,74m = 3851,07 \frac{N \cdot m}{s}$$

$$Pot_{Hid} = 3851,07 \frac{J}{s} = 3851,07W \times \left( \frac{1,0cv}{735,6W} \right)$$

$$Pot_{Hid} = 5,24cv$$

- 2) Utilizando-se a eq. (14), determine a velocidade no ponto 2 e compare a equação encontrada com a equação de Torricelli.



$$\frac{\vec{p}_1}{\gamma} + \frac{\vec{v}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + \frac{\vec{v}_2^2}{2g} + z_2$$

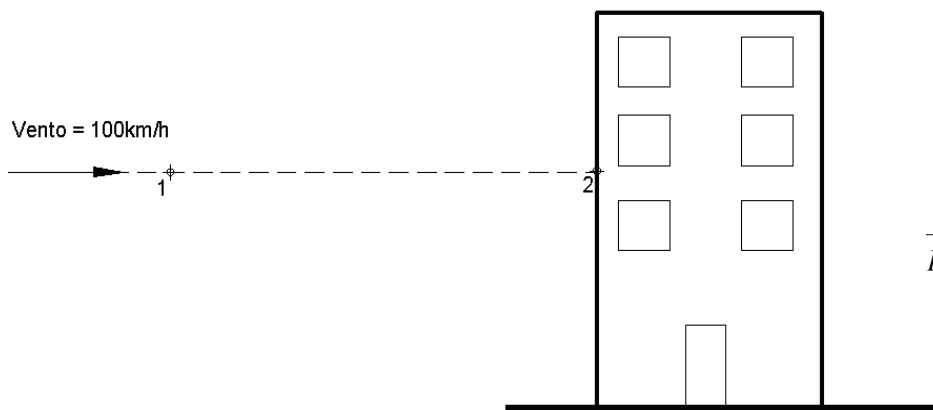
$$0 + 0 + H = 0 + \frac{\vec{v}_2^2}{2g} + 0$$

$$\vec{v}_{2(\text{teórico})} = \sqrt{2gH}$$

$$\vec{v}_{(\text{real})} = C \cdot \vec{v}_{(\text{teórico})} \therefore C = 0,985$$

$$\vec{v}_{(\text{real})} = 0,985 \cdot \vec{v}_{(\text{teórico})}$$

- 3) Um vento em Curitiba atingiu a velocidade de 100 km/h. Sendo assim, qual pressão que esse vento proporcionou na parede de uma edificação? Considere  $\gamma_{Ar} = 1,27 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$ .



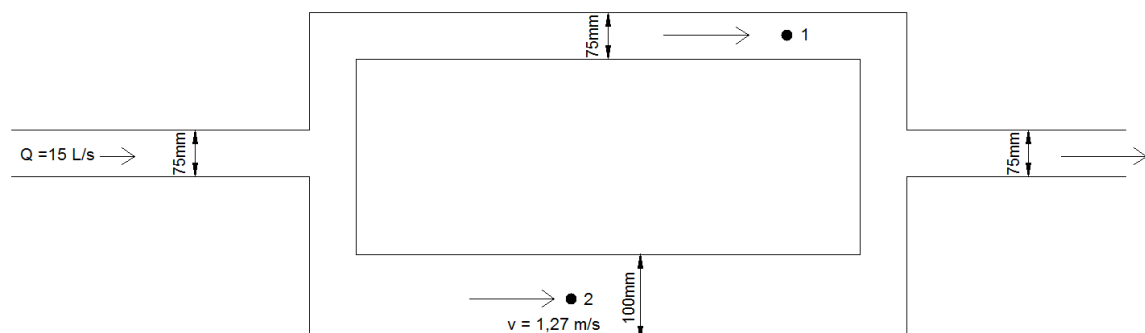
$$\frac{\vec{p}_1}{\gamma} + \frac{\vec{v}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + \frac{\vec{v}_2^2}{2g} + z_2$$

$$0 + \frac{(100/3,6)^2}{2g} + 0 = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + 0 + 0$$

$$\vec{p}_2 = \frac{(100/3,6)^2}{2g} \cdot 1,27 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \rightarrow \vec{p}_2 = 50 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

### Exercício proposto:

- 1) No circuito hidráulico a seguir flui nas tubulações de entrada e saída uma vazão de 15 L/s. No ponto 2, onde a tubulação possui diâmetro de 100 mm, existe um escoamento uniforme da água com velocidade de  $1,27 \text{ m.s}^{-1}$ .



Sendo assim, determine:

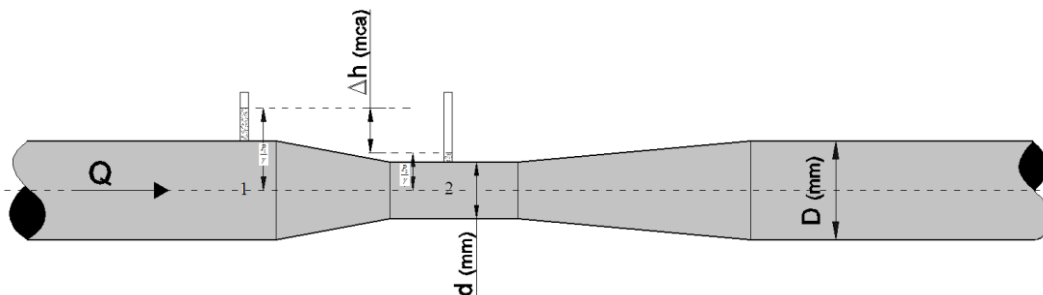
- A vazão no ponto 2.
- A vazão e a velocidade de escoamento no ponto 1.

R: a)  $Q = 10 L.s^{-1}$ . b)  $Q = 5 L.s^{-1}$  e  $\vec{v} = 1,13 m.s^{-1}$ .

## 4.2 Determinação de vazão em condutos forçados

Alguns instrumentos como medidor magnético, hidrômetro e tubo *pitot* são utilizados para monitorar a vazão em condutos forçados. Um instrumento amplamente utilizado é o tubo Venturi.

### Venturímetro ou tubo Venturi



Pelo teorema de Bernoulli, eq.(14), tem-se que

$$\frac{\vec{p}_1}{\gamma} + z_1 + \frac{\vec{v}_1^2}{2g} = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + z_2 + \frac{\vec{v}_2^2}{2g}$$

Contudo, os pontos 1 e 2 estão no mesmo plano de referência, o que permite anular a parcela gravitacional  $z$ .

$$\begin{aligned} \frac{\vec{p}_1}{\gamma} + \frac{\vec{v}_1^2}{2g} &= \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + \frac{\vec{v}_2^2}{2g} \\ \frac{\vec{p}_1}{\gamma} - \frac{\vec{p}_2}{\gamma} &= \frac{\vec{v}_2^2}{2g} - \frac{\vec{v}_1^2}{2g} \end{aligned}$$

Na figura é possível observar que  $\Delta h$  é exatamente a diferença das pressões piezométricas 1 e 2.

$$\Delta h = \frac{\vec{p}_1}{\gamma} - \frac{\vec{p}_2}{\gamma}$$

Então,

$$\Delta h = \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_2}{\gamma} = \frac{\vec{v}_2^2 - \vec{v}_1^2}{2g}$$

$$\boxed{\Delta h = \frac{\vec{v}_2^2 - \vec{v}_1^2}{2g}}$$

(15)

com a eq. (13) e desenvolvendo-se, tem-se que

$$Q = A_1 \cdot \vec{v}_1 = A_2 \cdot \vec{v}_2$$

$$\begin{aligned}
 A_1 \cdot \vec{v}_1 &= A_2 \cdot \vec{v}_2 \\
 \vec{v}_1 \cdot \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) &= \vec{v}_2 \cdot \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) \\
 \vec{v}_1 \cdot D^2 &= \vec{v}_2 \cdot d^2 \\
 \boxed{\vec{v}_2 = \vec{v}_1 \cdot \left( \frac{D}{d} \right)^2} & \quad (16)
 \end{aligned}$$

Substituindo-se (16) em (15), tem-se então

$$\begin{aligned}
 \Delta h &= \frac{\left[ \vec{v}_1 \cdot \left( \frac{D}{d} \right)^2 \right]^2 - \vec{v}_1^2}{2g} \\
 \vec{v}_1^2 \cdot \left( \frac{D}{d} \right)^4 - \vec{v}_1^2 &= 2g \cdot \Delta h \\
 \vec{v}_1^2 \cdot \left[ \left( \frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right] &= 2g \cdot \Delta h \\
 \boxed{\vec{v}_1 = \frac{\sqrt{2g \cdot \Delta h}}{\sqrt{\left[ \left( \frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right]}}} & \quad (17)
 \end{aligned}$$

mas,

$$\begin{aligned}
 Q &= A_1 \cdot \vec{v}_1 \\
 Q &= \left( \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right) \cdot \frac{\sqrt{2g \cdot \Delta h}}{\sqrt{\left[ \left( \frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right]}} \\
 Q &= \left( \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right) \cdot \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{\left[ \left( \frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right]}} \cdot \sqrt{\Delta h}
 \end{aligned}$$

e, finalmente

$$Q = \frac{3,4782 \cdot D^2}{\sqrt{\left[ \left( \frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right]}} \cdot \sqrt{\Delta h} \quad \therefore \quad k = \frac{3,4782 \cdot D^2 \cdot cd}{\sqrt{\left[ \left( \frac{D}{d} \right)^4 - 1 \right]}}$$

$$\boxed{Q = k \cdot \sqrt{\Delta h}} \quad (18)$$

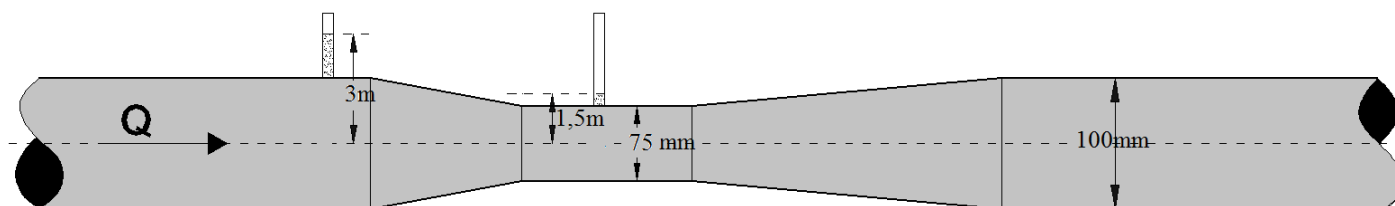
em que:

cd: coeficiente de descarga, cd=0,98 para venturímetro.

k : constante do tubo venturi,  $m^{5/2} \cdot s^{-1}$ .

$\Delta h$ : diferença piezométrica, mca.

**Exercício resolvido:** Na figura a seguir, determine a vazão que passa pelo venturímetro que possui  $cd = 0,98$ .



**Solução:**

$$Q = \frac{3,4782 \cdot D^2 \cdot cd}{\sqrt{\left[\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1\right]}} \sqrt{\Delta h}$$

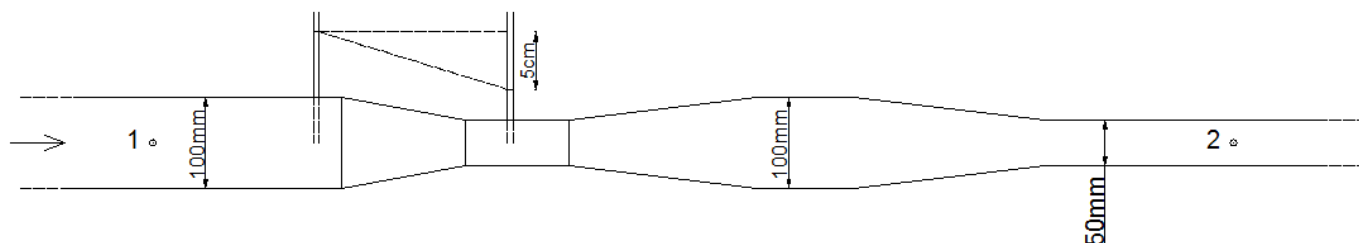
$$Q = 0,0232 \cdot \sqrt{1,5} = 0,0284 m^3 \cdot s^{-1}$$

$$Q = \frac{3,4782 \cdot (0,98) \cdot (0,1)^2}{\sqrt{\left[\left(\frac{0,100}{0,075}\right)^4 - 1\right]}} \sqrt{1,5}$$

$$Q = 28,4 L / s$$

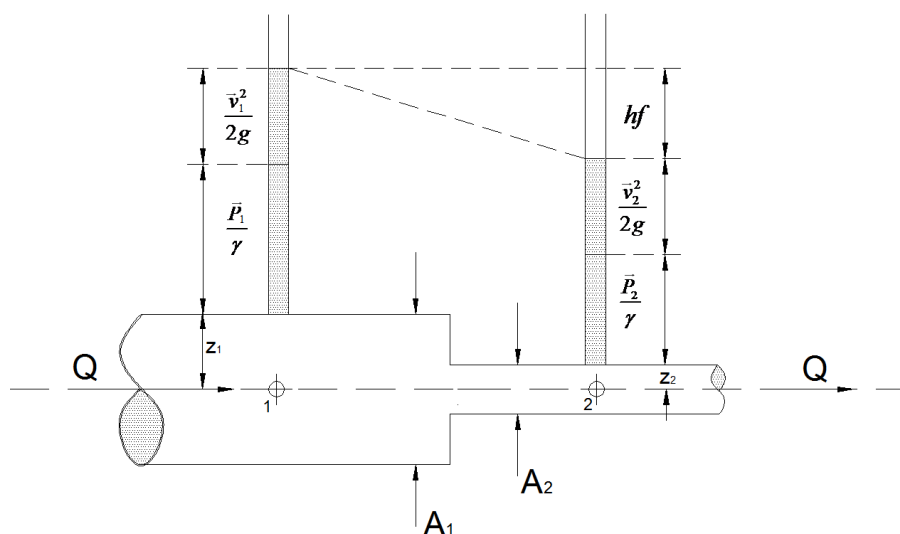
**Exercício proposto:**

- 1) Calcule as velocidades de escoamento  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  nos pontos 1 e 2, sabendo-se que o coeficiente k do Venturi possui valor de 0,025.



R:  $\vec{v}_1 = 0,712 m \cdot s^{-1}$  e  $\vec{v}_2 = 2,847 m \cdot s^{-1}$ .

### 4.3 Teorema de Bernoulli para um Fluido Real

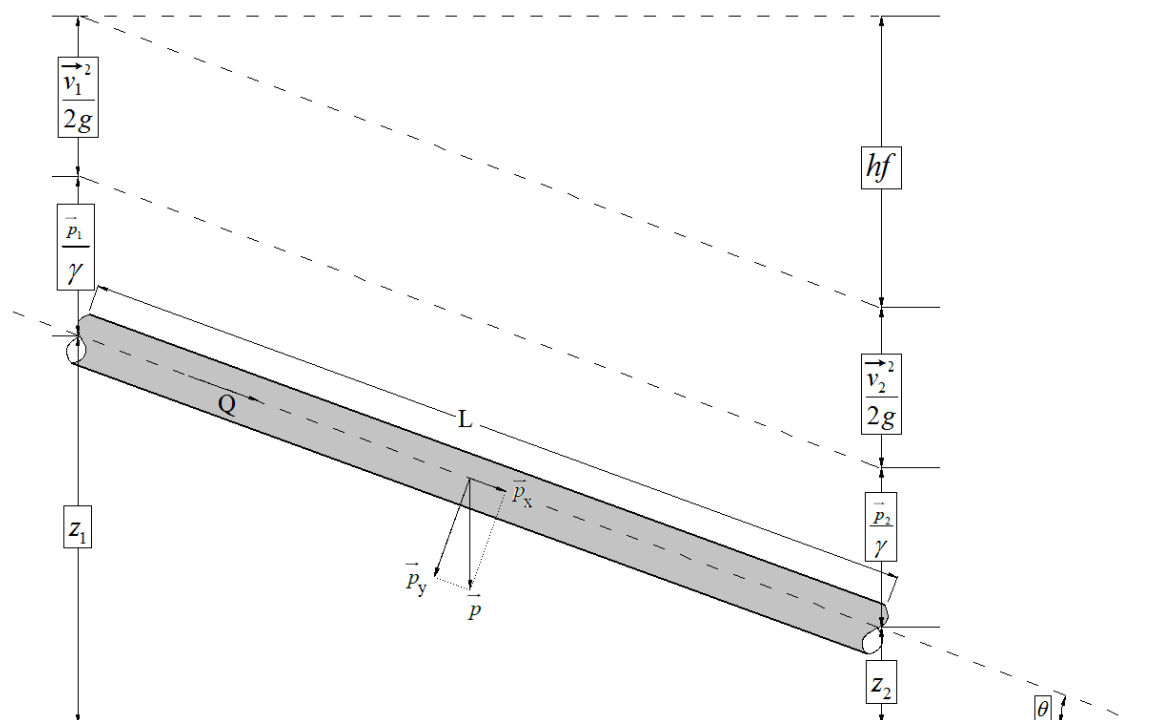


Quando ocorre o escoamento, no esquema para teorema de Bernoulli para fluido real, devido ao atrito interno entre as moléculas da água (viscosidade) e ao atrito da água com a parede da tubulação, existe uma perda de energia (liberada em forma de calor) denominada perda de carga  $h_f$ .

$$\frac{\bar{p}_1}{\gamma} + \frac{\bar{v}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\bar{p}_2}{\gamma} + \frac{\bar{v}_2^2}{2g} + z_2 + h_{f_{1 \rightarrow 2}} \quad (19)$$

em que:

$h_{f_{1 \rightarrow 2}}$ : Perda de energia ou perda de carga piezométrica, L.



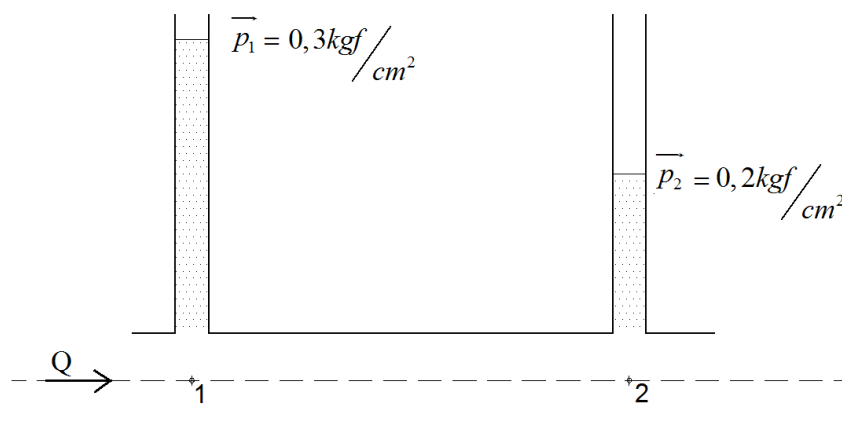
$$h_f = \frac{128 \cdot \nu \cdot L \cdot Q}{\pi \cdot g \cdot D^4}$$

Equação  
válida apenas  
para regime  
**laminar** de  
escoamento

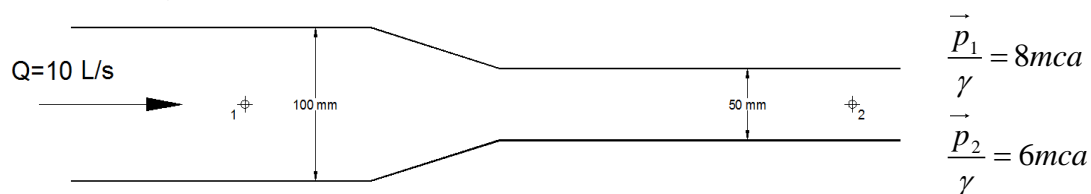


Exercícios propostos:

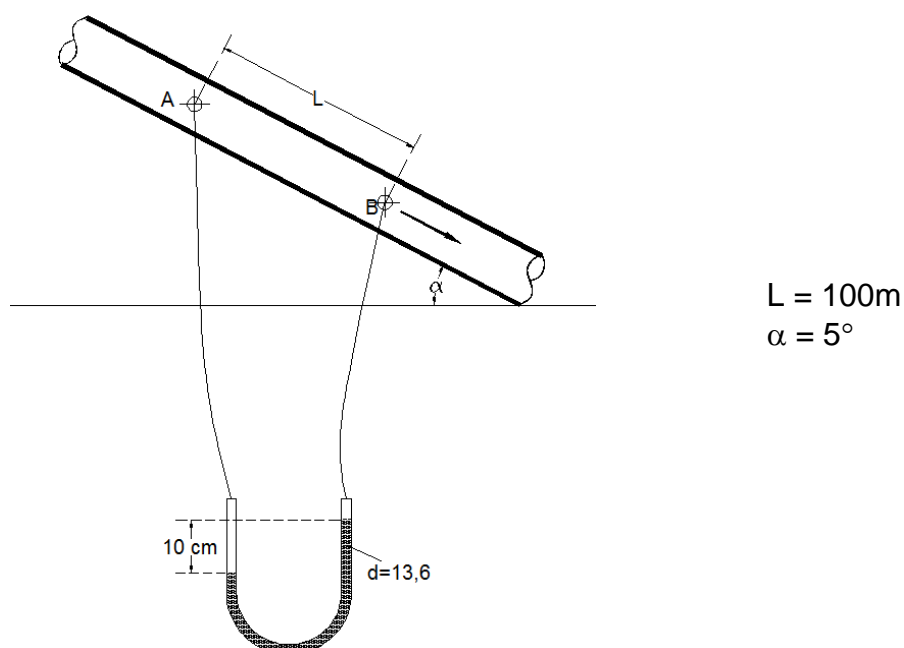
- 1) No esquema a seguir calcule
- $h_f$
- .

R:  $h_f = 1mca$ 

- 2) No esquema a seguir calcule
- $h_f$
- .

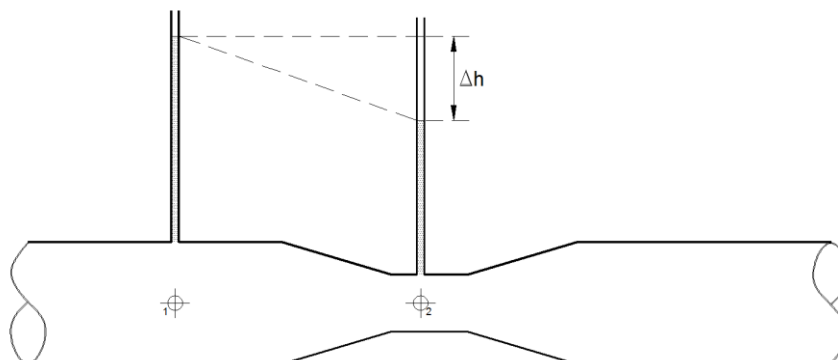
R:  $h_f = 0,76mca$ 

- 3) No esquema a seguir calcule a diferença de pressão entre os pontos A e B. Explique o significado físico do resultado encontrado.



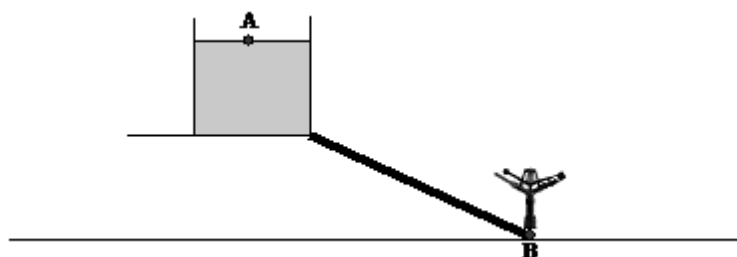
R:  $-7,46mca$ . O sinal negativo indica que a pressão no ponto B é o valor da pressão no ponto A mais o valor de  $7,46mca$ . Isso ocorre devido ao declive imposto a tubulação.

- 4) No venturímetro a seguir flui uma vazão de 10 L/s. Sendo assim, calcule o valor de  $\Delta h$  sabendo-se que a constante  $k$  vale  $0,025 \text{ m}^{5/2} \cdot \text{s}^{-1}$ .



R:  $\Delta h = 16 \text{ cm}$

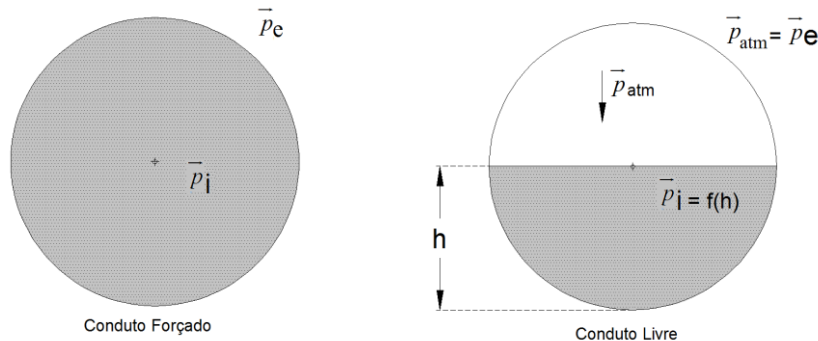
- 5) O reservatório a seguir abastece um aspersor. O desnível entre o aspersor e o reservatório é de 35 m. Sabendo-se que o diâmetro da tubulação (D) é de 25 mm, que a pressão no aspersor é  $2,5 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^{-2}$  e a perda de carga entre os pontos A e B ( $h_{f_{A \rightarrow B}}$ ) vale 9,5 mca, estime a vazão do aspersor.



R:  $q = 5,53 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$

## 5. ESCOAMENTO EM TUBULAÇÕES

**5.1 Perda de carga:** Refere-se a perda de energia decorrente do processo dinâmico de movimento da água nas canalizações.



$$hf = f \cdot \left( \frac{L}{D} \right) \cdot \left( \frac{\bar{v}^2}{2g} \right) \quad (20)$$

Equação de Darcy-Weisbach conhecida como **Equação Universal**

em que:

$hf$  : Perda de carga, m;

$f$  : Coeficiente de atrito, que é função do tipo de escoamento (Re) e da rugosidade (k), adimensional;

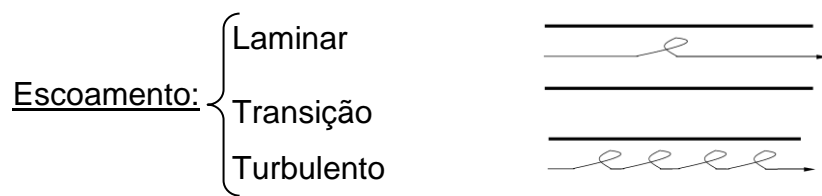
$L$  : Comprimento da tubulação, m;

$D$  : Diâmetro da tubulação, m;

$\bar{v}$  : velocidade de escoamento água, m s<sup>-1</sup>.

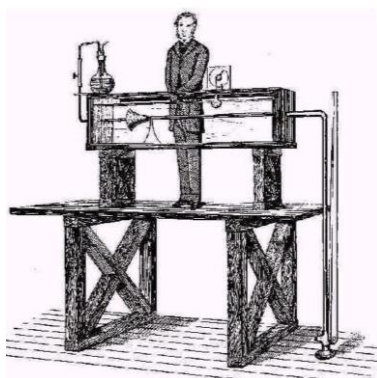
A perda de carga  $hf$  consiste na resistência oferecida ao escoamento de um fluido (que tem viscosidade) pelas tubulações e acessórios (que têm rugosidade).

## 5.2 Tipos de escoamento



**\*Como determinar em qual regime o escoamento da água se encontra?\***

A experiência de Reynolds...



$$\text{Re} = \frac{\vec{v} \cdot D}{\nu}$$

(21)

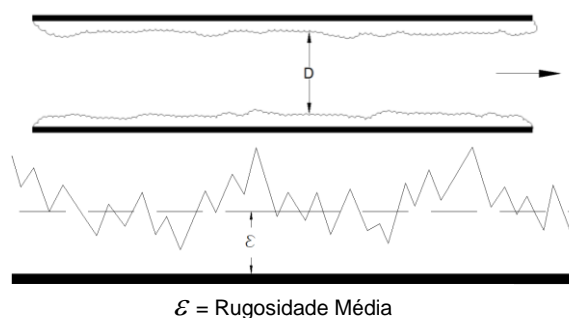
em que:

$\nu$  = viscosidade cinemática (em  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )

Se  $\text{Re} \leq 2000 \rightarrow$  Laminar

Se  $2000 < \text{Re} < 4000 \rightarrow$  Transição

Se  $\text{Re} \geq 4000 \rightarrow$  Turbulento



- Para laminar:

$$f = \frac{64}{\text{Re}}$$

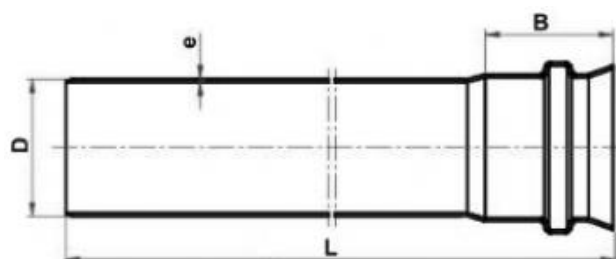
(22)

- Para turbulento: Se divide em três sub-regimes:

- Turbulento liso  $\rightarrow f = f(\text{Re})$

- Turbulento rugoso  $\rightarrow f = f\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$

- Turbulento de transição  $\rightarrow f = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$



Quadro 3 - Diâmetros das tubulações de PVC em mm.

Peça de rosca (polegada)	Tubulação soldável (mm)	Tubulação roscável (mm)
½	15	20
¾	20	25
1	25	32
1 ¼	32	40
1 ½	40	50
2	50	60
2 ½	60	75
3	75	80
4	100	110

\*Verificar espessura e classe de pressão (PN) nos sites ou catálogos dos fabricantes

### 5.2.1 As condições dos subregimes

Quadro 4 – Condições dos subregimes de escoamento, equações e faixas de utilização.

Condições		Equações	Faixas
Turbulento Liso	$\frac{\varepsilon}{\delta} < 0,43$	Von Karman-Prandtl $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{Re \sqrt{f}}{2,51} \right)$	$4000 < Re < 10^6$
		Nikuradse $f = 0,0032 + 0,221 Re^{-0,237}$	$10^4 \leq Re \leq 3,4 \times 10^6$
		Blasius $f = 0,316 \cdot Re^{-0,25}$	$4000 < Re < 100.000$
Turbulento de Transição	$0,43 < \frac{\varepsilon}{\delta} \leq 6$	Colebrook-White $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{2\varepsilon}{3,71D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right)$	$14 < \frac{Re \sqrt{f}}{\left( \frac{D}{\varepsilon} \right)} < 200$
		Moody $f = 0,0055 \left[ 1 + \left( 20.000 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right]$	$4000 < Re < 10^7$
Turbulento Rugoso	$\frac{\varepsilon}{\delta} \geq 6$	Von Karman-Prandtl $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( 3,7 \frac{D}{\varepsilon} \right)$	-

#### Passos para determinação do fator “f”

- 1) Calcula-se o número de Reynolds.
- 2) Verifica-se o provável sub-regime em função do número de Reynolds.
- 3) Escolhe-se a equação do provável sub-regime e calcula-se o fator “f”.
- 4) Calcula-se  $\delta$  por meio da equação  $\delta = \frac{32,8 \times \nu}{\bar{v} \sqrt{f}}$

- 5) Calcula-se a relação  $\frac{\varepsilon}{\delta}$
- 6) Se o valor da relação  $\frac{\varepsilon}{\delta}$  satisfizer a condição do sub-regime escolhido você encontrou o valor de  $f$ , se não testar outro sub-regime até que a condição seja satisfeita.

**Exemplo 1:** Calcular o fator de atrito  $f$  para o escoamento em um conduto com diâmetro de 100 mm, rugosidade absoluta de 0,002 mm, velocidade de 2 m s<sup>-1</sup> e temperatura da água de 20 °C.

**Solução:**

- 1) Calcula-se o número de Reynolds.

$$Re = \frac{\vec{v} \cdot D}{\nu} = \frac{2 \times 0,1}{1,01 \times 10^{-6}} = 198019 \rightarrow \text{turbulento}$$

- 2) Pelo número de Reynolds admite-se como regime turbulento de transição escolhendo-se a eq. De Colebrook-White para determinação do fator  $f$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{2\varepsilon}{3,71D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{2 \times 0,002}{3,71 \times 100} + \frac{2,51}{198019 \sqrt{f}} \right)$$

resolvendo-se  $\rightarrow f = 0,0495$

- 3) Calcula-se o valor de  $\delta$

$$\delta = \frac{32,8 \times 1,01 \times 10^{-6}}{2\sqrt{0,0495}} = 0,0744 \text{ mm}$$

- 4) Calcula-se a relação  $\frac{\varepsilon}{\delta}$

$$\frac{\varepsilon}{\delta} = \frac{0,002 \text{ mm}}{0,0744 \text{ mm}} = 0,0269$$

0,0269 é menor que 0,43, portanto o valor de  $f$  encontrado não atende ao regime turbulento de transição.

- 5) Supõe-se agora o regime turbulento liso escolhendo-se a eq. de Nikuradse

$$f = 0,0032 + 0,221 Re^{-0,237}$$

$$f = 0,0032 + 0,221 (198019)^{-0,237}$$

$$f = 0,01545$$

- 6) Calcula-se novamente o valor da espessura do filme laminar

$$\delta = \frac{32,8 \times 1,01 \times 10^{-6}}{2\sqrt{0,01545}} = 0,13 \text{ mm}$$

7) Agora a relação  $\frac{\varepsilon}{\delta} = \frac{0,002mm}{0,13mm} = 0,015$

8)  $0,015 < 0,43$  satisfazendo a condição; portanto o regime é Turbulento Liso e o valor de  $f = 0,01545$ .

Swamee & Jain (1976) desenvolveram uma equação que pode ser utilizada tanto para o regime turbulento liso quanto para o rugoso.

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{Re} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{Re} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (23)$$

O exercício anterior seria resolvido por

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{198019} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{0,002}{3,7 \times 100} + \frac{5,74}{198019^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{198019} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125}$$

$$f = 0,015738$$

Observe a diferença entre 0,01545 e 0,01574 ocorre, neste caso, a partir da quarta casa decimal.

**Exemplo 2:** Baseando-se no exemplo anterior, estime a perda de carga existente considerando o comprimento do tubo de 60 m. Verifique a diferença do resultado em função da diferença dos valores de  $f$  encontrados no exemplo anterior.

**Solução:** Para estimar a perda de carga utilizar-se-á a equação de Darcy.

$$hf = f \frac{L}{D} \cdot \frac{\vec{v}^2}{2g}$$

$$hf = f \frac{60}{0,1} \cdot \frac{2,0^2}{2 \cdot 9,806}$$

considerando-se os passos considerando-se a eq. de Swamee

$$hf = 0,01545 \cdot \frac{60}{0,1} \cdot \frac{2,0^2}{2 \cdot 9,806} \quad hf = 0,01574 \cdot \frac{60}{0,1} \cdot \frac{2,0^2}{2 \cdot 9,806}$$

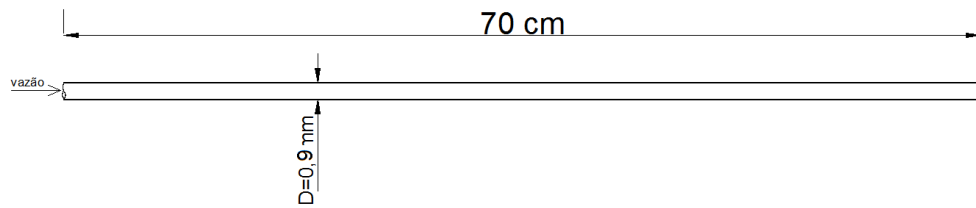
$$hf = 1,89m$$

$$hf = 1,93m$$

**OBS:** Verifique que a diferença da perda de carga, neste caso, é de 0,04 m comprovando a utilidade da equação proposta por Swamee & Jain (1976).

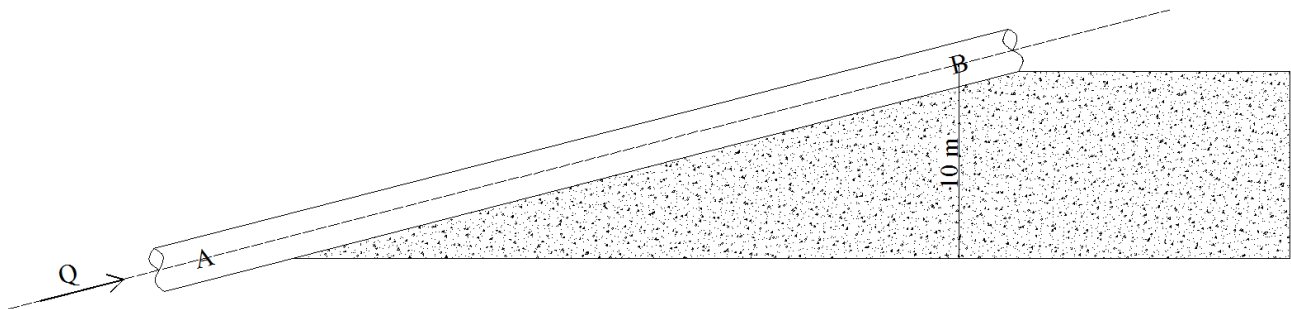
**Exercício proposto:**

1) Um microtubo de 70 cm de comprimento possui diâmetro interno de 0,9 mm e tem a capacidade de produzir gotas. Em um projeto de irrigação por gotejamento utilizou-se esse microtubo com uma vazão de  $0,5 \text{ L h}^{-1}$ . Sabendo-se que a viscosidade da água possui valor de  $1,06 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , determine a perda de carga ( $hf$ ) gerada nesse microtubo.



R:  $hf = 65,24 \text{ mca}$

2) Na tubulação a seguir de 30m de comprimento, 100 mm de diâmetro e rugosidade absoluta ( $\varepsilon$ ) de 0,002 mm flui uma vazão de  $70 \text{ m}^3/\text{h}$ . Sabendo-se que a pressão desejada no ponto B é de 5,0 mca, determine a pressão necessária no ponto A. A temperatura da água é de  $20^\circ\text{C}$  ( $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ).



R:  $\frac{p_A}{\gamma} = 16,43 \text{ mca}$

3) Por uma tubulação de aço galvanizado ( $\varepsilon = 0,20 \text{ mm}$ ) de diâmetro  $D = 150 \text{ mm}$  e comprimento  $L = 200 \text{ m}$  flui uma vazão de  $20 \text{ L/s}$ . Sabendo-se que a água está a uma temperatura de  $20^\circ\text{C}$  ( $\nu = 1,06 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ), calcule a perda de carga  $hf$ .

R:  $hf = 1,97 \text{ mca}$

4) Por uma tubulação de 100 m de comprimento e 50 mm de diâmetro escoar água com velocidade de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$ . Sabendo que a rugosidade ( $\varepsilon$ ) da tubulação é de 0,05 mm, calcule:

- O coeficiente  $f$  de atrito testando as condições de regime de turbulência.
- O coeficiente  $f$  de atrito pela equação de Swamee Jain.
- A perda de carga utilizando os valores encontrados nas letras “a” e “b”. Compare e discuta os resultados.

R: a)  $f = 0,0200$  b)  $f = 0,01948$  c)  $hf = 4,59 \text{ mca}$  e  $5,31 \text{ mca}$

### 5.3 As equações experimentais

Como foi visto, estimar-se a perda de carga em canalizações é um processo trivial, mas um pouco trabalhoso. Em função disso, algumas equações práticas (que não tem significado físico) baseadas na regressão de muitos dados de laboratório foram propostas atendendo muito bem os



projetos. Darcy, Levy-Vallot, Manning, Scobey, entre outros propuseram suas equações experimentais. Abordar-se-ão as equações de Hazen-Williams e Flamant.

a) Equação de Hazen-Williams: Bastante utilizada em projetos de irrigação por aspersão e adutoras. Recomendada para tubulações com diâmetros que estão entre 50 e 3500 mm. Baseado em trabalhos experimentais, Hazen-Williams verificaram que a velocidade  $\vec{v}$  em tubulações era diretamente proporcional ao raio hidráulico  $R_h$  e a declividade da linha de energia  $S$ .

$$\vec{v} \propto R_h^{0,63} . S^{0,54}$$

Para tirar o sinal de proporcionalidade, inseriu-se a constante C chamada de rugosidade relativa da tubulação.

$$\vec{v} = C . R_h^{0,63} . S^{0,54}$$

Chamando-se a declividade  $S$  de perda de carga unitária  $J$  e colocando-se o fator 0,849 para transformação das unidades para o Sistema Internacional de medidas tem-se

$$\vec{v} = 0,849 . C . R_h^{0,63} . J^{0,54} \quad (24)$$

em que:

$\vec{v}$ : velocidade de escoamento da água, m / s.

$R_h$ : raio hidráulico, m.

$J$ : perda de carga unitária, mca / m<sub>de tubulação</sub>.

Trabalhando-se a eq. (18) para encontrar vazão Q, ao invés de velocidade, tem-se que

$$\begin{aligned} \vec{v} &= 0,849 . C . R_h^{0,63} . J^{0,54} & \therefore R_h &= \frac{D}{4} \text{ e } Q = A . \vec{v} \\ \frac{Q}{A} &= 0,849 . C . \left( \frac{D}{4} \right)^{0,63} . J^{0,54} & \therefore A &= \frac{\pi D^2}{4} \\ \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} &= 0,849 . C . \frac{D^{0,63}}{4^{0,63}} . J^{0,54} \\ Q &= \frac{0,849 . C . \pi D^2}{4} . \frac{D^{0,63}}{4^{0,63}} . J^{0,54} \\ \boxed{Q &= 0,27842 . C . D^{2,63} . J^{0,54}} \end{aligned} \quad (25)$$

Para encontrar-se a equação de perda de carga  $hf$ , basta isolar J no primeiro membro da equação.

$$Q = 0,27842.C.D^{2,63}.J^{0,54}$$

$$J^{0,54} = \frac{Q}{0,27842.C.D^{2,63}}$$

$$J = \left( \frac{Q}{0,27842.C.D^{2,63}} \right)^{\frac{1}{0,54}}$$

$$J = \frac{Q^{1,852}}{0,093684.C^{1,852}.D^{4,870}}$$

$$J = \frac{10,674.Q^{1,852}}{C^{1,852}.D^{4,870}}$$

Mas  $J = \frac{hf}{L}$ , o que resulta em

$$\frac{hf}{L} = \frac{10,674.Q^{1,852}}{C^{1,852}.D^{4,870}}$$

$$hf = \frac{10,674.L}{D^{4,870}} \left( \frac{Q}{C} \right)^{1,852}$$

(26)

em que:

$hf$  : Perda de carga, m;

$D$ : Diâmetro; m.

$L$ : Comprimento; m.

$Q$ : Vazão;  $m^3 s^{-1}$ .

$C$ : Constante de rugosidade relativa que varia em função do tipo de material.

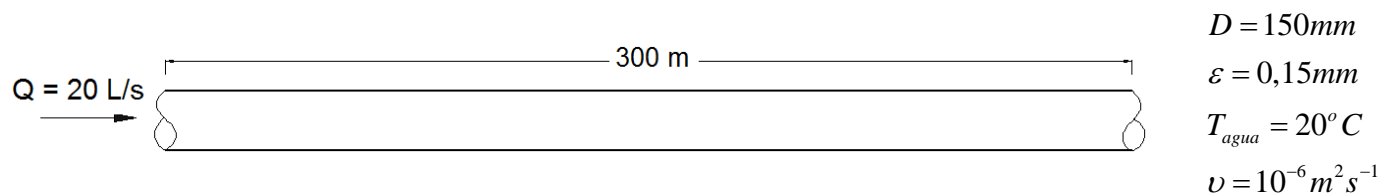
Tabela 3 - Valores do coeficiente  $C$  da equação de Hazen-Williams.

Material da tubulação	$C$	Material da tubulação	$C$
Aço corrugado	60	Ferro Fundido usado	90
Aço galvanizado	125	Ferro Fundido com cimento amianto	130
Cimento amianto	140	Manilha vitrificada	110
Ferro fundido novo	130	Vidro	140
Ferro Fundido (15-20 anos)	100	Plástico (PVC)	140

Fonte: Carvalho, J. de A.(2008)

### Exercício resolvido:

Encontre o coeficiente  $C$  da eq. (26) para a tubulação a seguir, de aço galvanizado, e compare com o valor da Tabela 3.



Calculando-se o número de Reynolds

$$Q = A.\vec{v}$$

$$\frac{20L/s}{1000L/m^3} = \frac{\pi(0,15m)^2}{4} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{v} = 1,13m/s$$

$$Re = \frac{\vec{v}.D}{\nu} = \frac{0,15 \times 1,13}{10^{-6}} = 169500 \rightarrow \text{Regime Turbulento}$$

Calculando-se o fator de atrito

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{\text{Re}} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{\text{Re}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125}$$

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{169500} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{0,00015}{3,7 \times 0,150} + \frac{5,74}{169500^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{169500} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125}$$

$$f = 0,01813$$

Calculando-se a perda de carga

$$hf = f \cdot \left( \frac{L}{D} \right) \cdot \left( \frac{v}{2g} \right)^3$$

$$hf = 0,01813 \cdot \left( \frac{300}{0,150} \right) \cdot \left( \frac{1,13^2}{2 \times 9,81} \right)$$

$$hf = 2,36 mca$$

Substituindo-se o valor da perda de carga na eq. (26)

$$hf = \frac{10,674 \cdot L}{D^{4,87}} \left( \frac{Q}{C} \right)^{1,852}$$

$$2,36 = \frac{10,674 \times 300}{0,150^{4,87}} \left( \frac{20/1000}{C} \right)^{1,852}$$

$$C^{1,852} = \frac{10,674 \times 300}{0,150^{4,87} \times 2,36} \left( \frac{20}{1000} \right)^{1,852}$$

$$C \approx 144$$

Percebe-se que, **neste exemplo**, se utilizarmos o valor de C tabelado (125), ocorrerá na verdade um valor superestimado da perda de carga.

$$hf = \frac{10,674 \times 300}{0,150^{4,87}} \left( \frac{20/1000}{125} \right)^{1,852}$$

$$hf = 3,08 mca$$

$$\Delta = 3,08 - 2,36 = 0,72 mca$$

$$\Delta_{relativo} \rightarrow 30\%$$

b) Equação de Flamant: Muito utilizada em projetos de irrigação localizada com tubulações de polietileno e PVC, que possuem diâmetros que variam de 12 a 160 mm.

$$hf = \frac{6,107 \cdot b \cdot Q^{1,75} \cdot L}{D^{4,75}} \quad \text{ou} \quad hf = \frac{k \cdot Q^{1,75} \cdot L}{D^{4,75}} \quad (27)$$

em que:

$hf$  : perda de carga, m;

D: diâmetro, m;

L: comprimento, m;

Q: vazão,  $m^3 s^{-1}$ ;

k e b: constante que varia em função do tipo de material.

Tabela 4 - Valores do coeficiente  $k$  e  $b$  da equação de Flamant.

	Polietileno	PVC	Ferro Fundido e Aço novos	Ferro Fundido e Aço usados	Cimento amianto	Chumbo
$b$	0,000135	0,000135	0,0001855	0,000230	0,0001555	0,000141
$k$	0,000824445	0,000824	0,001133	0,0014	0,00095	0,00086

Adaptado de Carvalho, J. de A. (2008)

Flamant sugere também que sua equação seja utilizada para velocidades de escoamento que estejam contidas no intervalo de  $0,1 < \vec{v} < 4 \text{ m/s}$ .

**5.3.1 Perda de carga unitária (J):** Muito utilizada para facilitar o processo de cálculo em projetos de dimensionamento hidráulico de tubulações.

$$J = \frac{hf}{L} \quad (28)$$

em que:

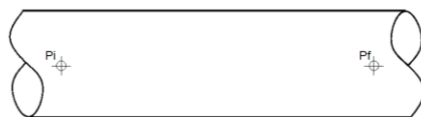
J: perda de carga unitária;  $mca / m_{de \text{ tubulação}}$ .

**OBS:** Os valores de J devem ser utilizados com, no mínimo, cinco casa decimais.

Exercícios resolvidos:

1) Sabendo-se que a eq. (27) para cálculo da perda de carga em função da vazão pode ser

escrita da forma  $hf = \frac{b \cdot (\vec{v})^{1,75} \cdot L}{D^{1,25}}$ , calcule a pressão no final da tubulação  $\vec{p}_f$ .



$$b = 0,00048$$

$$D_{ext} = 50,5 \text{ mm}$$

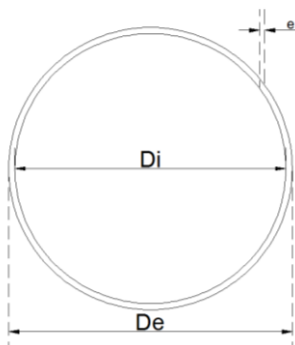
$$\text{Espessura}(e) = 1,25 \text{ mm}$$

$$Q = 15 \text{ m}^3 / \text{h}$$

$$L = 158 \text{ m}$$

$$\vec{p}_i = 2,0 \text{ kgf cm}^{-2}$$

Solução:



$$D_{int} = D_{ext} - 2e$$

$$D_{int} = 50,5 \text{ mm} - 2 \times 1,25 \text{ mm}$$

$$D_{int} = 48 \text{ mm} = 0,048 \text{ m}$$

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{(15/3600) \times 4}{\pi \times 0,048^2}$$

$$\vec{v} = 2,3 \text{ m/s}$$

$$hf = \frac{0,00048 \cdot 2,3^{1,75} \cdot 158}{0,048^{1,25}} = 14,5 \text{ m}$$

$$\frac{\vec{p}_f}{\gamma} = \frac{\vec{p}_i}{\gamma} - hf$$

$$\frac{\vec{p}_f}{\gamma} = \frac{2,0 \text{ kgf/cm}^2}{1000 \text{ kgf/m}^3} - 14,5 \text{ m}$$

$$\frac{\vec{p}_f}{\gamma} = 20 \text{ m} - 14,5 \text{ m} = 5,5 \text{ mca}$$

$$\vec{p}_f = 0,55 \text{ kgf/cm}^2$$

2) Utilizando-se a eq. (26), calcule a perda de carga unitária  $J$  na tubulação a seguir.



$C=90$   
 $Q=25 \text{ L/s}$   
 $D=100 \text{ mm}$

Solução:

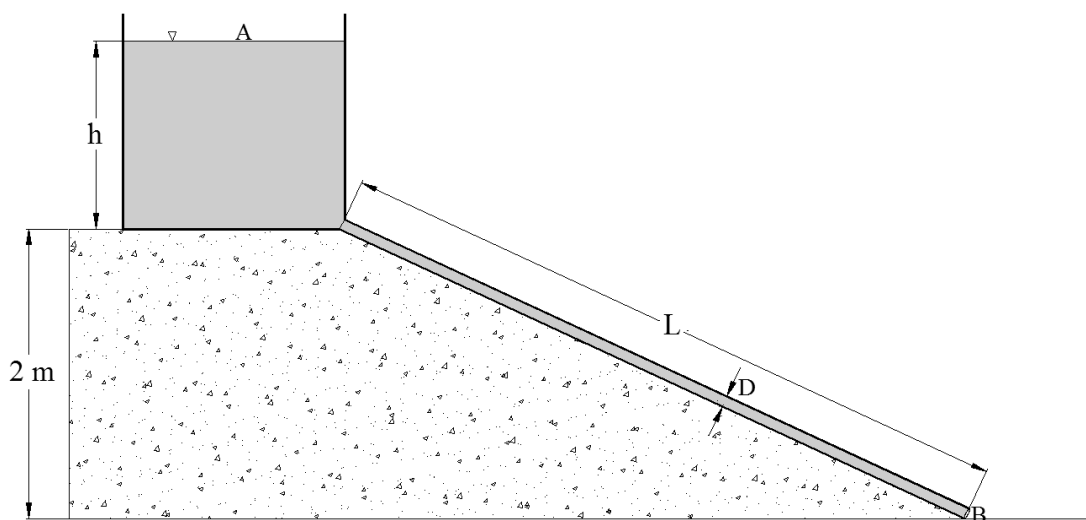
$$J = \frac{hf}{L} = \frac{10,674}{D^{4,870}} \left( \frac{Q}{C} \right)^{1,852}$$

$$J = \frac{10,674}{0,1^{4,870}} \left( \frac{0,025}{90} \right)^{1,852}$$

$$J = 0,2051 \text{ m / m}$$

Exercício proposto:

1) Se a carga hidráulica  $H$  possui valor de 3,5 m, calcule a vazão de saída da água no ponto B, uma vez que a tubulação conectada ao reservatório possui  $L = 30 \text{ m}$ ,  $D = 25 \text{ mm}$  e coeficiente  $C = 140$ .

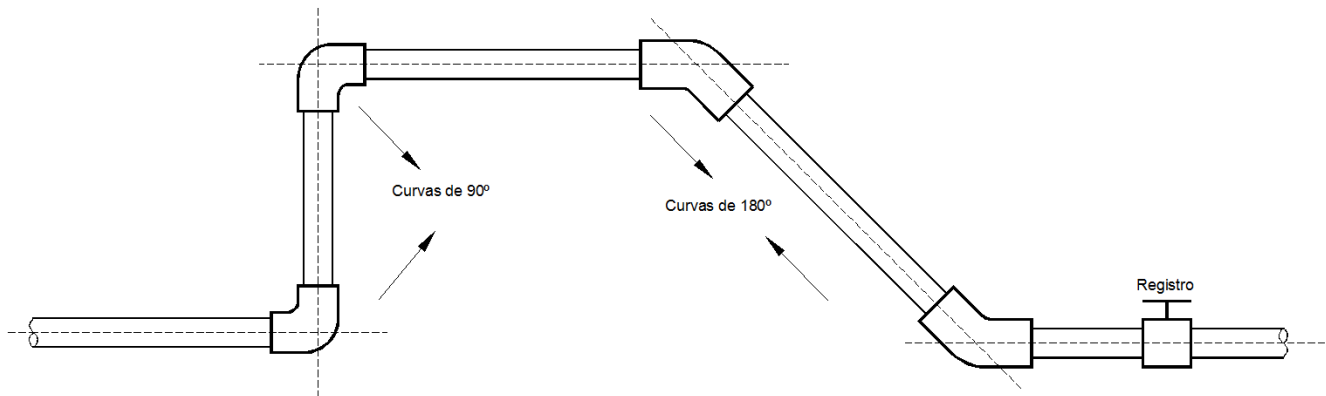


R:  $Q = 3,38 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

#### 5.4 Perda de carga localizada ( $hf_{loc}$ )

Existe perda de carga localizada ( $hf_{loc}$ ) sempre que houver variação da forma, direção ou da seção de escoamento do conduto. Normalmente essas perdas são desprezíveis nos casos que:

- a velocidade média de escoamento for menor que 1,0 m/s;
- o comprimento do conduto for 4000 vezes maior que o diâmetro;
- houver poucas peças especiais.



Assim, a perda de carga total ( $H_f$ ) pode ser escrita da forma:

$$H_f = h_f + h_{f_{loc}} \quad (29)$$

em que:

$H_f$  : Perda de carga total; mca.

$h_f$  : Perda de carga contínua; mca.

$h_{f_{loc}}$  : Perda de carga localizada; mca.

#### 5.4.1 Formas de determinação da perda de carga localizada

$$h_{f_{loc}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{- Método Direto} \\ \text{- Método do Comprimento Equivalente} \end{array} \right.$$

a) Método Direto: Consiste em encontrar o valor do coeficiente  $k$  na Tabela 5 e determinar a perda de carga localizada por meio da equação abaixo.

→ para uma peça:

$$h_{f_{loc}} = k \left( \frac{v^2}{2g} \right) \quad (30)$$

em que:

$k$  : coeficiente que depende da peça (obtido experimentalmente)

→ para mais de uma peça:

$$h_{f_{Loc}} = \sum_{i=1}^n k_i \left( \frac{v^2}{2g} \right) \quad (31)$$

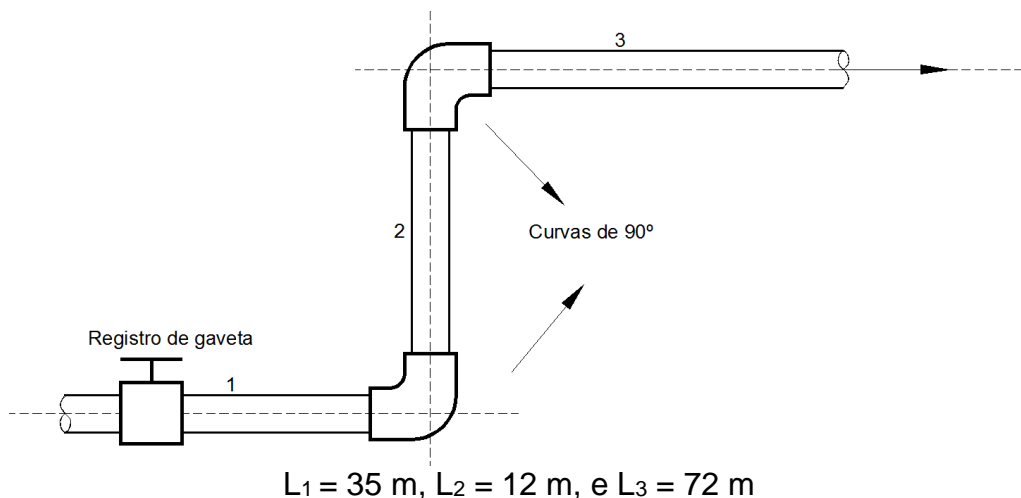
Tabela 5 – Valores de  $k$  para o cálculo da perda de carga localizada.

Peça	$k$	Peça	$k$
Ampliação Gradual	0,30*	Junção	0,40
Bocais	2,75	Medidor Venturi	2,50**
Comporta aberta	1,00	Redução gradual	0,15*
Controlador de vazão	2,50	Registro de ângulo aberto	5,00
Cotovelo de 90°	0,90	Registro de gaveta aberto	0,20
Cotovelo de 45°	0,40	Registro de globo aberto	10,00
Crivo	0,75	Tê com passagem direta aberta	0,60

Peça	k	Peça	k
Curva de 90°	0,40	Tê com saída de lado	1,30
Curva de 45°	0,20	Tê com saída bilateral	1,80
Curva de 22,5°	0,10	Válvula de pé	1,75
Entrada normal de tubulação	0,50	Válvula de retenção	2,50
Entrada de borda	1,00	Velocidade	1,00
Pequena derivação	0,03	* Com base na velocidade maior (seção menor) ** Relativa à velocidade na canalização	

Fonte: Azevedo Netto (2000)

**Exercício resolvido:** Em um sistema com tubos de PVC, todos com diâmetro de 50 mm e com algumas conexões, flui uma vazão (Q) de 2L/s. Sendo assim, calcule a perda de carga total.



**Solução:**

1º passo: Calcula-se a perda de carga contínua.

$$J = \frac{10,674}{0,05^{4,87}} \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852}$$

$$J = \frac{10,674}{0,05^{4,87}} \cdot \frac{(2/1000)^{1,852}}{140^{1,852}} \therefore J = 0,0246 \text{ m/m}$$

$$hf_1 = 0,0246 \text{ m/m} \times 35 \text{ m}$$

$$hf_2 = 0,0246 \text{ m/m} \times 12 \text{ m}$$

$$hf_3 = 0,0246 \text{ m/m} \times 72 \text{ m}$$

$$hf = 2,93 \text{ mca}$$

2º passo: Calcula-se a perda de carga localizada com base nos valores de k encontrados na Tabela 5.

- Registro de gaveta  $\rightarrow k_1$

- Curva de 90°  $\rightarrow k_2$

Encontrando-se a velocidade de escoamento

e

somando-se os valores de k

$$Q = A \cdot \vec{v} \therefore \vec{v} = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

$$\vec{v} = 4 \cdot \frac{(2/1000)}{\pi \cdot 0,05^2}$$

$$\vec{v} = 1,02 \text{ m/s}$$

$$hf_{loc} = (k_1 + 2k_2) \cdot \left(\frac{\vec{v}^2}{2g}\right)$$

$$hf_{loc} = (0,2 + 2 \times 0,4) \cdot \frac{1,02^2}{2g}$$

$$hf_{loc} = 0,05 \text{ mca}$$

3º passo: Por fim, calcula-se a perda de carga total.

$$Hf = hf_c + hf_{loc} \therefore Hf = 2,93 + 0,05 \therefore \boxed{Hf = 2,98 \text{ mca}}$$

b) Método do comprimento equivalente: Neste método, transformam-se os valores de perda de carga localizada, proporcionada pelas peças utilizadas, em um comprimento equivalente de tubulação. Somando-se esse comprimento equivalente ao comprimento real da tubulação, tem-se o comprimento virtual.

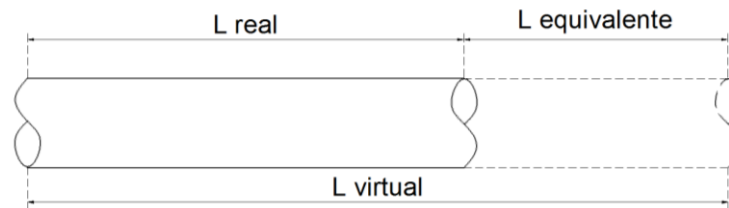


Tabela 6 - Valores de  $L_{eq}$  para as peças especiais de material PVC rígido.

Diâmetro		Curva 90°	Curva 45°	Tê Direto	Válvula de retenção		Registro Gaveta Aberto	Registro Globo Aberto	Válvula Pé com crivo
mm	pol				leve	pesada			
20	½	0,4	0,2	0,7	2,5	3,6	0,1	11,1	8,1
25	¾	0,5	0,3	0,8	2,7	4,1	0,2	11,4	9,5
32	1	0,6	0,4	0,9	3,8	5,8	0,3	15,0	13,3
40	1 ¼	0,7	0,5	0,5	4,9	7,4	0,4	22,0	15,5
50	1 ½	1,2	0,6	2,2	6,8	9,1	0,7	35,8	18,3
60	2	1,3	0,7	2,3	7,1	10,8	0,8	37,9	23,7
75	2 ½	1,4	0,8	2,4	8,2	12,5	0,9	38,0	25,0
85	3	1,5	0,9	2,5	9,3	14,2	0,9	40,0	26,8
110	4	1,6	1,0	2,6	10,4	15,0	1,0	42,3	28,6
140	5	1,9	1,1	3,3	12,5	19,2	1,1	50,9	37,4
160	6	2,1	1,2	3,8	13,9	21,4	1,2	56,7	43,4

Fonte: Carvalho, J. de A.(2008)

Exercício resolvido: Refaça o exemplo anterior pelo método do comprimento equivalente e compare os resultados.

Solução: Buscando-se na Tabela 6 os valores de  $L_{eq}$

→ Registro de gaveta:  $L_{eq} = 0,7\text{m}$

→ Curvas de 90°:  $L_{eq} = 1,2\text{ m} \rightarrow 2 \times 1,2 = 2,4\text{ m}$

Um comprimento equivalente total de 3,1 m refere-se à perda de carga localizada. Assim, calcula-se a perda de carga total da seguinte forma:

$$H_f = \frac{10,674 \cdot (35 + 12 + 72 + 3,1)}{0,05^{4,87}} \cdot \left( \frac{0,002}{140} \right)^{1,852}$$

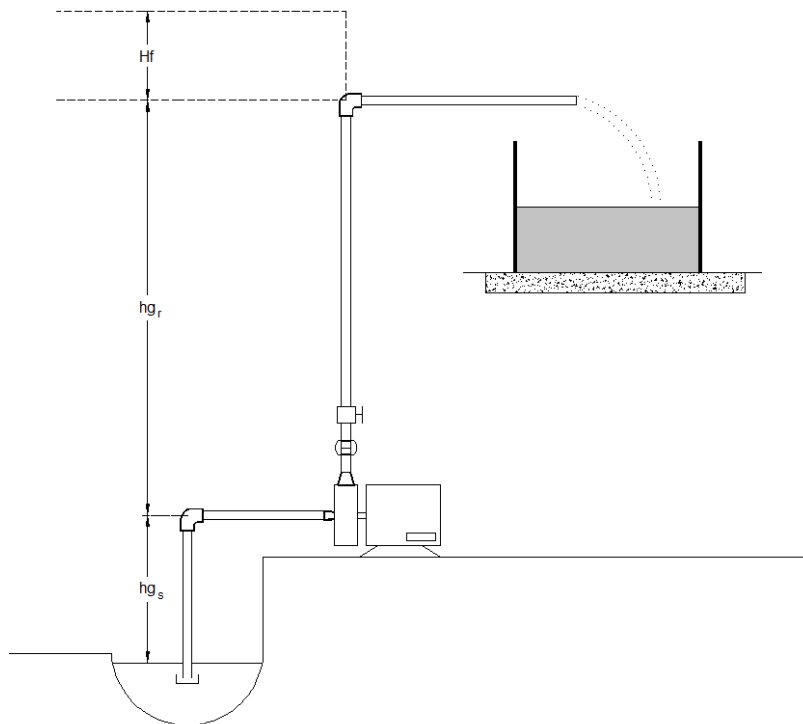
$$H_f = \frac{10,674 \cdot (122,1)}{0,05^{4,87}} \cdot \left( \frac{0,002}{140} \right)^{1,852}$$

$$H_f = 3,00\text{mca}$$

Pelo método direto o valor encontrado foi de  $H_f = 2,98\text{m}$ , o que representa um  $\Delta = 0,02\text{m}$  entre os dois métodos, para este caso.



## 6. ALTURA MANOMÉTRICA ( $H_{man}$ )



Pode ser definida como a energia total necessária para transportar o líquido do ponto de captação ao destino (ponto) final. Essa energia tem que ser suficiente para vencer as perdas de desnível geométrico ( $hg$ ) e de carga ( $Hf_T$ ). Seu cálculo é de extrema importância para o dimensionamento do conjunto motobomba em projetos de irrigação.

$H_{man} = hg + Hf_T$ , mas a altura geométrica divide-se em altura geométrica de sucção e recalque, então

$H_{man} = hg_s + hg_r + Hf_T$ , mas a perda de carga total divide-se em  $Hf_T = Hf_s + Hf_r$  então

$H_{man} = hg_s + hg_r + Hf_s + Hf_r$ , mas a perda de carga divide-se em  $Hf = hf_c + hf_{loc}$ , e finalmente

$$H_{man} = hg_s + hg_r + hf_{cs} + hf_{cr} + hf_{locs} + hf_{locr} \quad (32)$$

em que:

$H_{man}$ : altura manométrica, mca;

$hg_s$ : altura geométrica de sucção, m;

$hg_r$ : altura geométrica de recalque, m;

$hf_{cs}$ : perda de carga contínua na sucção, m;

$hf_{cr}$ : perda de carga contínua no recalque, m;

$hf_{locs}$ : perda de carga localizada na sucção, m;

$hf_{locr}$ : perda de carga localizada no recalque, m.

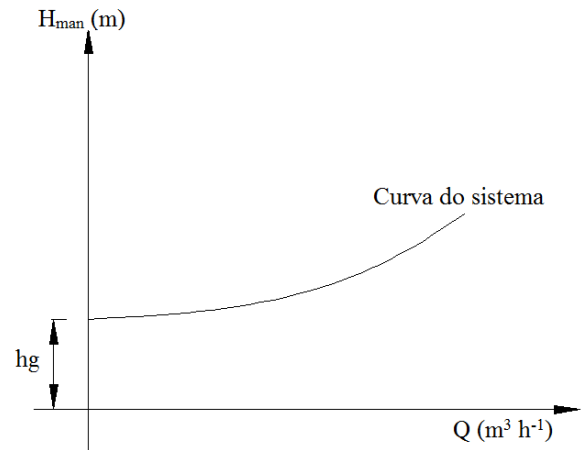
Colocando-se as equações de perda de carga em função da vazão e analisando-se graficamente o comportamento da altura manométrica em função da vazão, tem-se a curva do sistema.

Hazen-Williams:

$$H_f = \frac{10,674 \cdot L}{D^{4,87}} \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852} \Rightarrow H_f = k_{HW} \cdot Q^{1,852}$$

Flamant:  $H_f = k \cdot \frac{Q^{1,75}}{D^{4,75}} \cdot L \Rightarrow H_f = k_{Flamant} \cdot Q^{1,75}$

Darcy:  $H_f = \frac{8 \cdot f \cdot L}{\pi^2 \cdot g} \cdot \frac{Q^2}{D^5} \Rightarrow H_f = k_{Darcy} \cdot Q^2$



Nota-se que independente da equação utilizada, a perda de carga sempre pode ser colocada em função de uma constante  $k$  e a vazão  $Q$ . Dessa forma, pode-se reescrever a eq. (32) da seguinte forma:

$$H_{man} = hg + H_f$$

$$H_{man} = hg + k \cdot Q^m$$

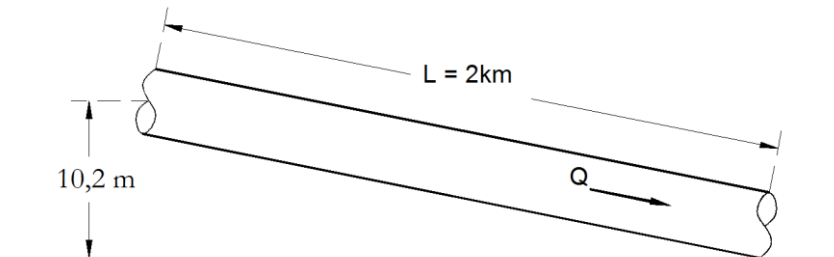
(33)

em que:

$k$  e  $m$  são constantes que variam em função do tipo de equação de perda de carga utilizada.

### Exercícios resolvidos:

1) Para uma vazão de 11L/s, dimensione os diâmetros da tubulação a seguir considerando um material de ferro fundido ( $C=100$ ) e de cimento amianto ( $C=140$ ). Considere também que nas duas extremidades da tubulação há a presença de ar atmosférico. Analise os resultados.



Considerando que na entrada e na saída da tubulação está agindo a pressão atmosférica, fica

$$\frac{\vec{p}_1}{\gamma} + \frac{\vec{v}_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\vec{p}_2}{\gamma} + \frac{\vec{v}_2^2}{2g} + z_2 + hf_{1 \rightarrow 2}$$

$$0 + \left( \frac{\vec{v}_1^2}{2g} - \frac{\vec{v}_2^2}{2g} \right) + z_1 = 0 + z_2 + hf_{1 \rightarrow 2}$$

$$hf_{1 \rightarrow 2} = 0 + (z_1 - z_2)$$

$$hf = 10,2mca$$

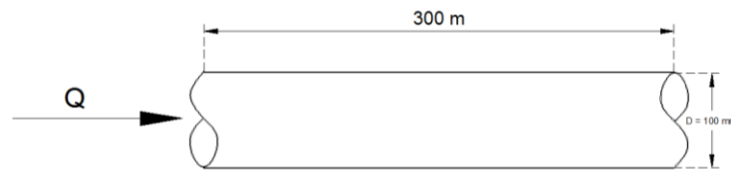
$$10,2 = \frac{10,674 \cdot 2000}{D^{4,87}} \cdot \frac{(11/1000)^{1,852}}{100^{1,852}} \rightarrow \text{Ferro Fundido}$$

$$\boxed{D = 150mm}$$

$$10,2 = \frac{10,674 \cdot 2000}{D^{4,87}} \cdot \frac{(11/1000)^{1,852}}{140^{1,852}} \rightarrow \text{Cimento amianto}$$

$$\boxed{D = 132mm}$$

2) Na tubulação a seguir existe um escoamento de água com velocidade de 2,26 m/s. O revestimento interno é de cimento ( $\varepsilon = 0,07\text{mm}$ ) e o diâmetro interno de 100 mm. Considerando a temperatura da água em  $20^\circ\text{C}$  ( $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ), calcule a perda de carga.



**Solução:**

**1º passo:** Calculando-se o número de Reynolds

$$Re = \frac{\bar{v} \cdot D}{\nu} = \frac{2,26 \times 0,1}{10^{-6}} = 226000$$

**2º passo:** Calculando-se o fator de atrito

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{Re} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{Re} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125}$$

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{226000} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{0,07\text{mm}}{3,7 \cdot 100\text{mm}} + \frac{5,74}{226000^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{226000} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125}$$

$$f = 0,019735$$

**3º passo:** Calculando-se a perda de carga

$$hf = f \cdot \left( \frac{L}{D} \right) \cdot \left( \frac{\bar{v}^2}{2g} \right)$$

$$hf = 0,019735 \cdot \left( \frac{300}{0,1} \right) \cdot \left( \frac{2,26^2}{2 \times 9,81} \right)$$

$$hf = 15,41\text{mca}$$

➔ Se fosse pela eq. de Hazen-Williams ( $C=130$ )

$$hf = \frac{10,674 \cdot 300}{0,1^{4,87}} \cdot \frac{\left( \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 2,26 \right)^{1,852}}{130^{1,852}}$$

$$\Delta \cong 1,1\text{m} \rightarrow 7\% \text{ de erro superestimado.}$$

$$hf = 16,51\text{mca}$$

## 3) Dimensionar as tubulações de sucção, recalque e o conjunto motobomba.

Dados:

$L_s = 10 \text{ m}$   
 $L_r = 978 \text{ m}$   
 Aço Zincado ( $C=125$ )  
 $Q = 240 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$   
 veloc. econômica =  $1,5 \text{ m/s}$

Solução:

1º passo: Calculando-se os diâmetros.

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} \cdot v$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot v}}$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot (240/3600)}{\pi \cdot 1,5}}$$

$$D = 0,238 \text{ m} \rightarrow 238 \text{ mm}$$

$$D_{c_{sucção}} = 250 \text{ mm}$$

$$D_{c_{recalque}} = 200 \text{ mm} \rightarrow \text{um abaixo}$$

Para os diâmetros comerciais:  $D_s = 250 \text{ mm} \rightarrow \vec{v}_s = 1,36 \text{ m/s}$   
 $D_r = 200 \text{ mm} \rightarrow \vec{v}_r = 2,12 \text{ m/s}$

Para a sucção é recomendado velocidade menor para que não haja danos ao rotor da bomba. Sendo assim, o valor de  $1,36 \text{ m/s}$  é um bom valor.

2º passo: Verificando-se as perdas de carga ocorrentes referentes aos diâmetros escolhidos.

Sucção:

Peças	L eq
1 válvula de pé com crivo	65m
1 curva 90°	5,5m
1 redução excêntrica	1,5m
<b>Total</b>	<b>72m</b>

$$L_s = 10 \text{ m}$$

$$L_{eq} = 72 \text{ m}$$

$$L_v = 82 \text{ m}$$

$$Hf_s = \frac{10,674 \cdot (82)}{0,25^{4,87}} \cdot \left( \frac{240/3600}{125} \right)^{1,852}$$

$$\boxed{Hf_s = 0,65 \text{ mca}}$$

Recalque:

Peças	L eq
1 ampliação concêntrica	2,4m
1 curva 90°	4,3m
1 válvula de retenção leve	16m
1 registro de gaveta	1,4m
<b>Total</b>	<b>24,1m</b>

$$L_r = 978 \text{ m}$$

$$L_{eq} = 24,1 \text{ m}$$

$$L_v = 1002,1 \text{ m}$$

$$Hf_r = \frac{10,674 \cdot (1002,1)}{0,2^{4,87}} \cdot \left( \frac{240/3600}{125} \right)^{1,852}$$

$$\boxed{Hf_r = 23,53 \text{ mca}}$$

3º passo: Calculando-se a altura manométrica do sistema.

$$H_{man} = h_{g_s} + h_{g_r} + H_{f_t}$$

$$H_{man} = (103,5 - 100) + (149 - 103,5) + (0,65 + 23,53)$$

$$H_{man} = 73,18 mca$$

4º passo: Calculando-se a potência da bomba hidráulica considerando-se um rendimento de 70%.

$$Pot = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_{man}}{\eta_b}$$

$$Pot = \frac{\left(9792 \frac{N}{m^3}\right) \left(\frac{240 m^3}{h} \cdot \frac{1h}{3600s}\right) \cdot 73,18 m}{0,70}$$

$$Pot = 68245,58 \frac{N \cdot m}{s} = 68245,58 \frac{J}{s} = 68245,58 W$$

$$Pot = 68245,58 W \cdot \frac{1cv}{735W}$$

$$Pot = 92,8cv$$

5º passo: Considerando-se o rendimento do motor elétrico de 80%, calcula-se a potência do motor elétrico para acionar a bomba hidráulica

$$Pot = \frac{Pot_{bomba}}{\eta_{me}}$$

$$Pot = \frac{92,8}{0,80}$$

$$Pot = 116cv$$

Na prática, existe uma recomendação de acréscimo para a potência instalada do motor, de acordo com o quadro a seguir.

Quadro 5 – Acréscimo para a potência instalada do motor.

Acréscimo	Potência
50% para as bombas até	2 HP*
30% para as bombas de	2 a 5 HP
20% para as bombas de	5 a 10 HP
15% para as bombas de	10 a 20 HP
10% para as bombas de mais de	20 HP

Fonte: Azevedo Netto (Manual de Hidráulica) \* 1 cv equivale a 0,986 HP

Dessa maneira, a potência recomendada do conjunto motobomba é de

$$Pot = 116cv \times \frac{0,986HP}{cv}$$

$$Pot = 114HP \times 1,1 \rightarrow \text{folga}$$

$$Pot = 125HP$$

No Brasil, os motores elétricos geralmente são encontrados nas seguintes potências

Potências (HP): ¼, 1/3, ½, ¾, 1, 1 ½, 2, 3, 5, 6, 7 ½, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 60, 80, 100, 125, 150, 200 e 250.

**OBS:** Alguns fabricantes nacionais já disponibilizam bombas a partir de certa potência sob encomenda. Observe quanta folga é colocada no processo de dimensionamento do conjunto motobomba. Esse processo, sem dúvida, implica em maior gasto de energia.

6º passo: Estudo da curva característica da tubulação

Desmembrando-se o cálculo da perda de carga total em perda de carga de sucção e recalque, e explicitando-se a perda de carga em função da variável Q, tem-se

$$H_f = \frac{10,674 \cdot (82)}{0,25^{4,87}} \cdot \left( \frac{Q/3600}{125} \right)^{1,852} + \frac{10,674 \cdot (1002,1)}{0,2^{4,87}} \cdot \left( \frac{Q/3600}{125} \right)^{1,852}$$

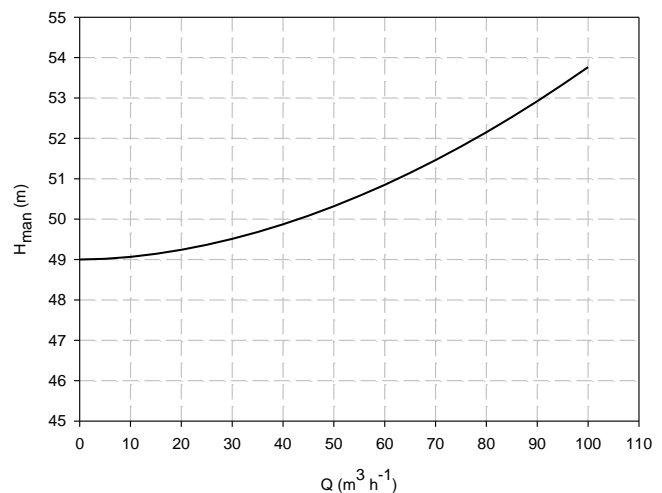
$$H_f = 0,000945 Q^{1,852}$$

Sabendo-se que a altura manométrica é a soma da perda de carga total com o desnível geométrico total tem-se pela eq. (33)

$$H_{man} = hg + K \cdot Q^m \quad \therefore hg = 49m$$

$$H_{man} = 49 + 0,000945 \cdot Q^{1,852}$$

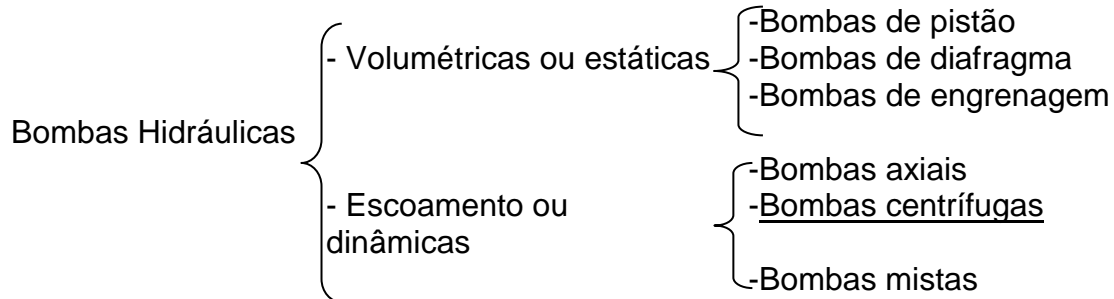
equação que representa a curva do sistema



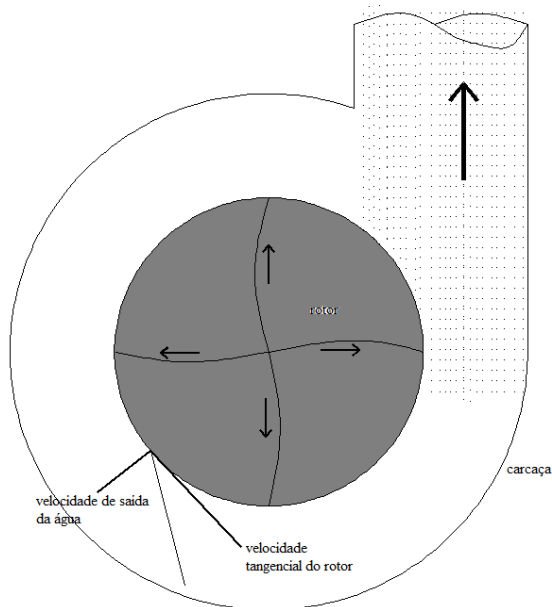
## 7. BOMBAS HIDRÁULICAS

As bombas hidráulicas são máquinas que apresentam a função de fornecer energia ao líquido.

### 7.1 Classificação



### 7.2 Bombas Centrífugas



**“Para elevar a pressão deve-se aumentar a rotação ou o diâmetro do rotor”**

### 7.3 Potência

A seguir são apresentadas as três formas de potência: hidráulica, absorvida e elétrica.

- Hidráulica

$$\rightarrow Pot_{Hid} = \gamma \cdot Q \cdot H_{man} \quad (34)$$

- Absorvida

$$\rightarrow Pot_{abs} = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_{man}}{\eta_b} = \frac{Pot_{Hid}}{\eta_b} \quad (35)$$

- Elétrica

$$\rightarrow Pot_{Elet} = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_{man}}{\eta_b \cdot \eta_{me}} = \frac{Pot_{abs}}{\eta_{me}} \quad (36)$$

em que:

$Pot$  : potência, W ;

$\gamma$  : peso específico da água,  $9792 N / m^3$  ;

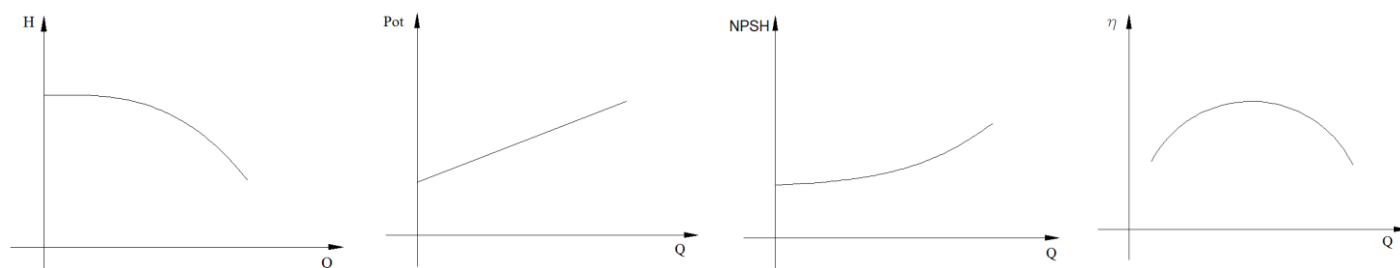
$Q$ : vazão,  $m^3 s^{-1}$ ;

$H_{man}$ : altura manométrica, mca;

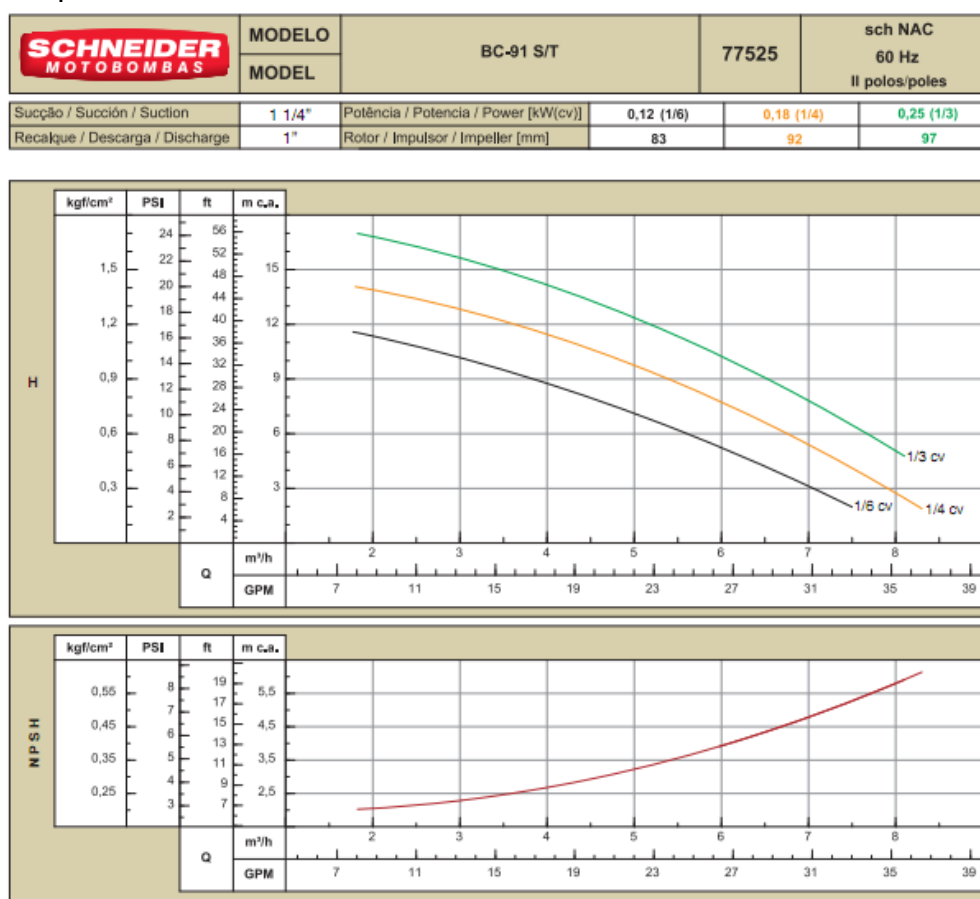
$\eta$ : rendimento.

## 7.4 Curvas da bomba

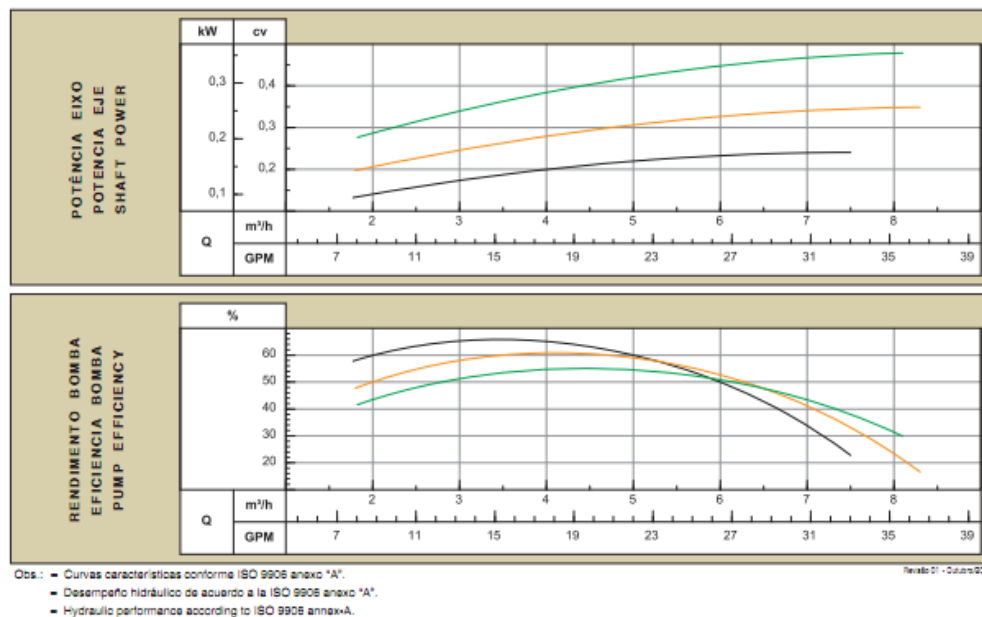
Para realizar a escolha da bomba utilizam-se gráficos de pré-seleção, onde se entra com o par “Vazão versus Altura Manométrica” ( $Q \times H_{man}$ ). Depois de escolher a bomba, utilizam-se as curvas características para obter maior detalhamento da bomba escolhida.



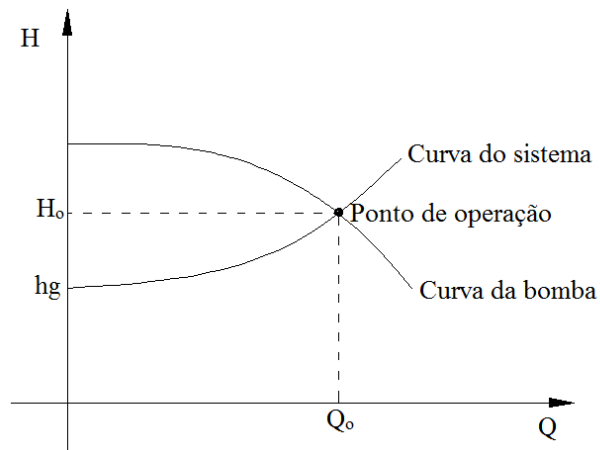
A seguir um exemplo de curvas de bomba de um fabricante nacional.







Colocando-se no mesmo gráfico as curvas do sistema e da bomba, tem-se o **Ponto de Operação**, definido pela interseção das duas curvas. Esse ponto indica a vazão e a pressão de operação da bomba durante seu funcionamento.



Pode-se alterar o Ponto de Operação da bomba modificando-se

- a curva do sistema por meio do fechamento ou abertura parcial do registro de gaveta.
- a curva do sistema alterando a perda de carga por meio da alteração do comprimento ou diâmetro da tubulação.
- a curva da bomba alterando o diâmetro do rotor \*.
- a curva da bomba alterando sua velocidade de rotação \*\*.

\*Uma prática comum realizada por projetistas de sistemas de irrigação é a usinagem (corte) de um rotor básico para alteração de seu diâmetro a fim de alterar a altura manométrica, ou seja, o ponto de operação. Na prática, não recomenda-se promover uma redução do diâmetro original maior que 20%. Assim, mantendo-se a velocidade de rotação ( $\varphi$ ) constante, as seguintes relações são válidas

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left( \frac{D_1}{D_2} \right) \quad \quad \frac{H_1}{H_2} = \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2$$

\*\*Variando-se a velocidade de rotação ( $\varphi$ ) da bomba, altera-se a curva característica da bomba e, conseqüentemente, o ponto de operação. Os pontos do par (QxH) que possuem o mesmo rendimento são chamados pontos homólogos. As relações de Rateaux para esses pontos são expressas da seguinte forma

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left( \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right) \quad \frac{H_1}{H_2} = \left( \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^2 \quad \frac{Pot_1}{Pot_2} = \left( \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^3$$

#### Exercícios resolvidos:

1) Sabendo-se que uma bomba centrífuga opera sob uma altura geométrica de 40 m, pede-se para traçar a curva característica da tubulação, sendo a perda de carga total do sistema de 10 m. Utilize o coeficiente da eq. de Darcy-Weisbach.

Vazão (m <sup>3</sup> .h <sup>-1</sup> )	0	10	20	30	40	50	60	70
H <sub>man</sub> (mca)	52,5	52	51,5	51	50	48	42	37

#### Solução:

A equação da curva característica é  $H_{man} = hg + K.Q^2$

Se  $hg = 40m$  e  $H_f = 10mca$  então

$$H_{man} = hg + H_f$$

$$H_{man} = 40 + 10 = 50mca$$

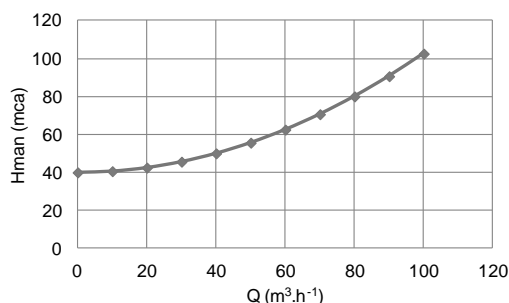
Verifica-se, na tabela acima, que para altura manométrica de 50 m, a vazão Q correspondente é de 40 m<sup>3</sup>.h<sup>-1</sup>.

Baseando-se na eq. de Darcy-Weisbach (m=2), tem-se que

$$H_f = K.Q^2$$

$$10 = K.40^2 \quad \text{e, portanto a curva característica é } H_{man} = 40 + 0,00625.Q^2$$

$$K = 0,00625$$



2) Certo conjunto moto-bomba eleva 26 m<sup>3</sup>.h<sup>-1</sup> de água a uma altura geométrica de 30 m e  $\varphi$  rotações por minuto. Sendo a perda de carga total na instalação igual a 5 mca e recomendando-se o uso da eq. de Darcy-Weisbach, pede-se:

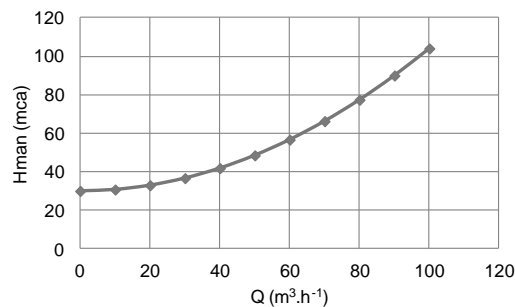
a) Traçar a curva característica da tubulação

$$h_g = 30m; \quad H_f = 5mca; \quad Q = 26m^3h^{-1}$$

Adotando-se a eq. de Darcy-Weisback (m=2) para cálculo da perda de carga tem-se:

$$H_{man} = h_g + K.Q^2 \quad \text{onde} \quad H_f = K.Q^2 \rightarrow 5 = K.26^2 \rightarrow K = 0,0074$$

Então, a curva característica da tubulação é  $H_{man} = 30 + 0,0074.Q^2$



b) Calcular a altura manométrica e a vazão para  $\eta_B = 75\%$ ,  $\eta_{me} = 92\%$  com rotação variável e potência demandada de 7 cv.

$$Pot_{Elet}(W) = \frac{\gamma.Q.H_{man}}{\eta_b.\eta_{me}}$$

$$7cv = \frac{9792,64.(Q/3600_{s/h}).H_{man}}{0,75 \times 0,92 \times 735,5 \frac{W}{cv}}$$

$$Q.H_{man} = 1305,97 m^3.mca/h$$

Igualando-se esse valor a equação da curva característica (letra a), tem-se

$$H_{man} = 30 + 0,0074.\left(\frac{1305,97}{H_{man}}\right)^2$$

$$H_{man} = 30 + \frac{12621,09}{H_{man}^2}$$

$$H_{man}^2 = 30H_{man} + \frac{12621,09}{H_{man}}$$

$$H_{man}^2 - 30H_{man} - \frac{12621,09}{H_{man}} = 0$$

$$H_{man} = 38,51mca$$

$$Q.H_{man} = 1305,97$$

$$Q.38,51 = 1305,97$$

$$Q = 33,91m^3h^{-1}$$

c) Calcular qual foi o acréscimo de rotação do motor

$$\frac{26m^3h^{-1}}{33,91m^3h^{-1}} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 0,767$$

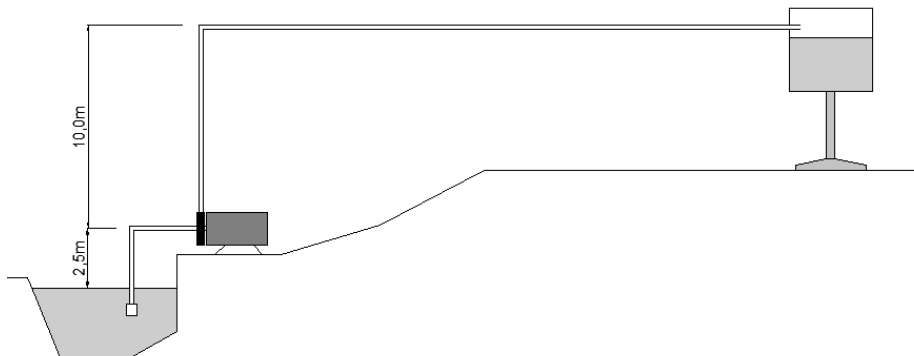
$$\varphi_2 = 1,3.\varphi_1$$

Pela relação  $\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\right)$ , tem-se que

Ou seja, a velocidade de rotação 2 é 30% maior que a velocidade de rotação 1.

### Exercício proposto:

1) Para realizar um projeto de abastecimento de água para uma vila rural um projetista levantou os seguintes dados:



Número de residentes na vila (até o ano de 2022) = 200 habitantes

Vazão demandada por cada habitante = 250L/dia.hab

$L_{sucção} = 4m$  /  $L_{recalque} = 407m$  /  $D_{sucção} = D_{recalque} = 1 \text{ pol} = 25,4 \text{ mm}$

$hf_{loc \text{ sucção}} = 5\vec{v}^2/2\vec{g}$  ,  $hf_{loc \text{ recalque}} = 2\vec{v}^2/2\vec{g}$

Coeficiente C de Hazen-Williams = 120

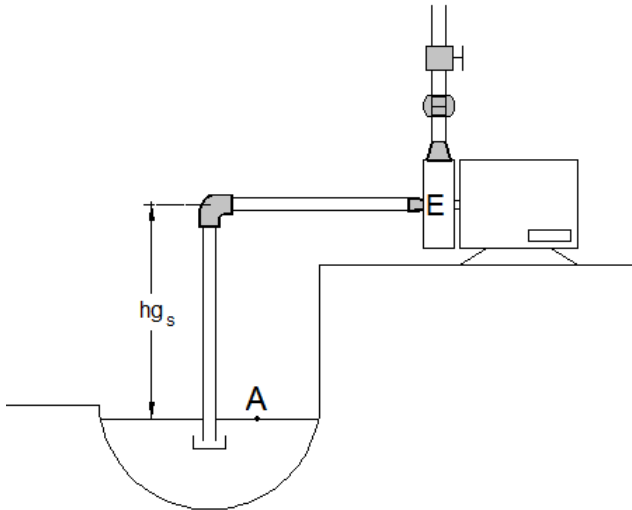
Calcule:

- a vazão necessária para abastecer a vila, em  $m^3.h^{-1}$ .
- a altura manométrica do sistema de abastecimento, em mca.
- a potência hidráulica necessária para atender ao sistema, em cv.

R: a)  $Q = 2,083m^3.h^{-1}$  b)  $H_{man} = 49,61mca$  c)  $pot_H = 0,38cv$

### 7.5 Cavitação e Net Positive Suction Head (NPSH)

A cavitação é o efeito decorrente da rápida vaporização e condensação do líquido, que atinge a pressão de vapor, ocasionando implosões que podem danificar a bomba.



Aplicando-se o teorema de Bernoulli entre o nível da água e a entrada da bomba, tem-se

$$\frac{\vec{p}_{atm}}{\gamma} + \frac{\vec{v}_A^2}{2g} + z_A = \frac{\vec{p}_E}{\gamma} + \frac{\vec{v}_E^2}{2g} + z_E + hf$$

$$\left( \frac{\vec{p}_{atm} - \vec{p}_E}{\gamma} \right) + \left( \frac{\vec{v}_A^2 - \vec{v}_E^2}{2g} \right) - hf = (z_E - z_A)$$

$$hg_s = \left( \frac{\vec{p}_{atm} - \vec{p}_E}{\gamma} \right) + \left( \frac{\vec{v}_A^2 - \vec{v}_E^2}{2g} \right) - hf$$

Assim, deduz-se que a maior altura geométrica de sucção será obtida quando a pressão de entrada atingir o vácuo absoluto ( $\vec{p}_E = 0$ ), e quando o rebaixamento do nível do ponto de captação for muito lento ( $\vec{v}_A \approx 0$ ), assim

$$hg_s = \frac{\vec{p}_{atm}}{\gamma} - \frac{\vec{v}_E^2}{2g} - Hf$$

Ademais, para não ocorrer cavitação, a altura geométrica de sucção deve fornecer energia suficiente para vencer a pressão de vapor  $\left( \frac{\vec{p}_v}{\gamma} \right)$  e as perdas ocasionadas no interior da bomba ( $\Delta E_b$ ).

$$hg_s \geq \frac{\vec{p}_{atm}}{\gamma} - \frac{\vec{v}_E^2}{2g} - Hf - \frac{\vec{p}_v}{\gamma} - \Delta E_b$$

Tabela 7 – Variação da pressão de vapor da água em função da temperatura.

Temperatura (°C)	Pressão de vapor (mca)	Temperatura (°C)	Pressão de vapor (mca)
0	0,622	25	0,322
5	0,088	30	0,429
10	0,124	35	0,572
15	0,172	40	0,750
20	0,238	100	10,33

Fonte: Carvalho, J. de A. (2008)

Separando-se as variáveis que dependem das condições locais das variáveis que dependem da bomba, tem-se

$$\Delta E_b + \frac{\vec{v}_E^2}{2g} = \frac{\vec{p}_{atm}}{\gamma} - hg_s - Hf - \frac{\vec{p}_v}{\gamma}$$

O primeiro membro denomina-se  $NPSH_{requerido}$  (Energia **requerida** pela bomba) e é apresentado pelo fabricante da bomba. O segundo membro da igualdade denomina-se  $NPSH_{disponível}$  (Energia **disponibilizada** pelo local).

$$NPSH_{requerido} = \Delta E_b + \frac{v_E^2}{2g} \quad \rightarrow \text{Característica da bomba}$$

$$NPSH_{disponivel} = \frac{\bar{p}_{atm}}{\gamma} - hg_s - Hf_s - \frac{\bar{p}_v}{\gamma} \quad (37)$$

Para que não ocorra cavitação o  $NPSH_{disponivel}$  deve ser maior ou igual ao  $NPSH_{requerido}$

$$NPSH_{disponivel} \geq NPSH_{requerido}$$

$$\frac{\bar{p}_{atm}}{\gamma} - hg_s - Hf_s - \frac{\bar{p}_v}{\gamma} \geq \Delta E_b + \frac{v_E^2}{2g}$$

A pressão atmosférica varia com a altitude (A), e pode ser estimada por

$$\frac{\bar{p}_{atm}}{\gamma} = 10,33.e^{-0,00012.A} \quad (38)$$

em que:

A : altitude local, m;

$\frac{\bar{p}_{atm}}{\gamma}$  : pressão atmosférica local, mca.

### Exercício resolvido:

Para um projeto de irrigação escolheu-se uma bomba com:

$$Q = 35m^3/h, H_{man} = 46mca, \eta_b = 71\%, \eta_{me} = 80\% \text{ e } NPSH_{req} = 6mca.$$

As condições locais eram  $T = 30^\circ C$ ,  $A = 900m$ ,  $Hf_s = 1,0mca$  e  $hg_s = 4m$ . Sendo assim, pergunta-se:

a) Qual é o  $NPSH_{disponivel}$ ?

$$\frac{\bar{p}_{atm}}{\gamma} = 10,33.e^{-0,00012.A}$$

$$\frac{\bar{p}_{atm}}{\gamma} = 10,33.e^{-0,00012.900}$$

$$\frac{\bar{p}_{atm}}{\gamma} = 9,27mca$$

$$\frac{P_v}{\gamma} (30^\circ C) = 0,429mca$$

$$NPSH_{disponivel} = \frac{\bar{p}_{atm}}{\gamma} - hg_s - Hf_s - \frac{\bar{p}_v}{\gamma}$$

$$NPSH_{disponivel} = 9,27 - 4 - 1 - 0,429$$

$$NPSH_{disponivel} = 3,84mca$$

b) Haverá cavitação?

$$NPSH_{disponivel} \leq NPSH_{requerido}$$

$$3,84mca < 6mca$$

Sim. Ocorre cavitação.

c) Qual deve ser a altura geométrica de sucção para que não haja cavitação?

$$6 = 9,25 - h_{g_s} - 1 - 0,429$$

$$h_{g_s} \leq 9,27 - 1 - 0,429 - 6$$

$$\boxed{h_{g_s} \leq 1,84\text{m}}$$

d) Qual a potência absorvida pelo eixo da bomba?

$$Pot_{abs} = \frac{9792 \frac{N}{m^3} \cdot \left( \frac{35}{3600} \right) \frac{m^3}{s} \cdot 46\text{m}}{0,71.735 \frac{W}{cv}}$$

$$\boxed{Pot_{abs} = 8,4\text{cv}}$$

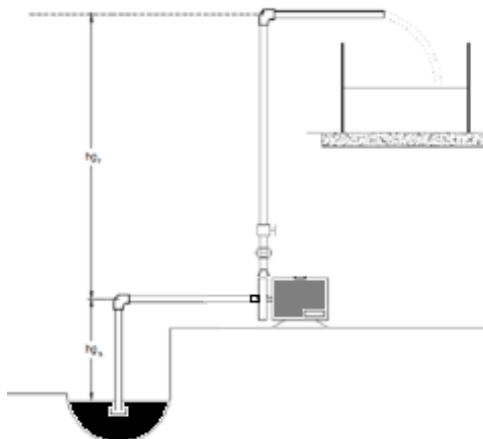
e) Qual a potência elétrica do conjunto motobomba?

$$Pot_{ele} = \frac{8,4}{0,8}$$

$$\boxed{Pot_{ele} = 10,5\text{cv}}$$

### Exercícios propostos:

1) Sendo o diâmetro da sucção ( $D_s$ ) de 50 mm, a velocidade da água na sucção ( $\vec{v}_s$ ) de 2,1 m/s, a altura geométrica de sucção ( $h_{g_s}$ ) de 1,5 m, a altura geométrica de recalque ( $h_{g_r}$ ) de 10 m, a perda de carga total na sucção ( $Hf_s$ ) de 1 m e a perda de carga total no recalque ( $Hf_r$ ) de 7 m:



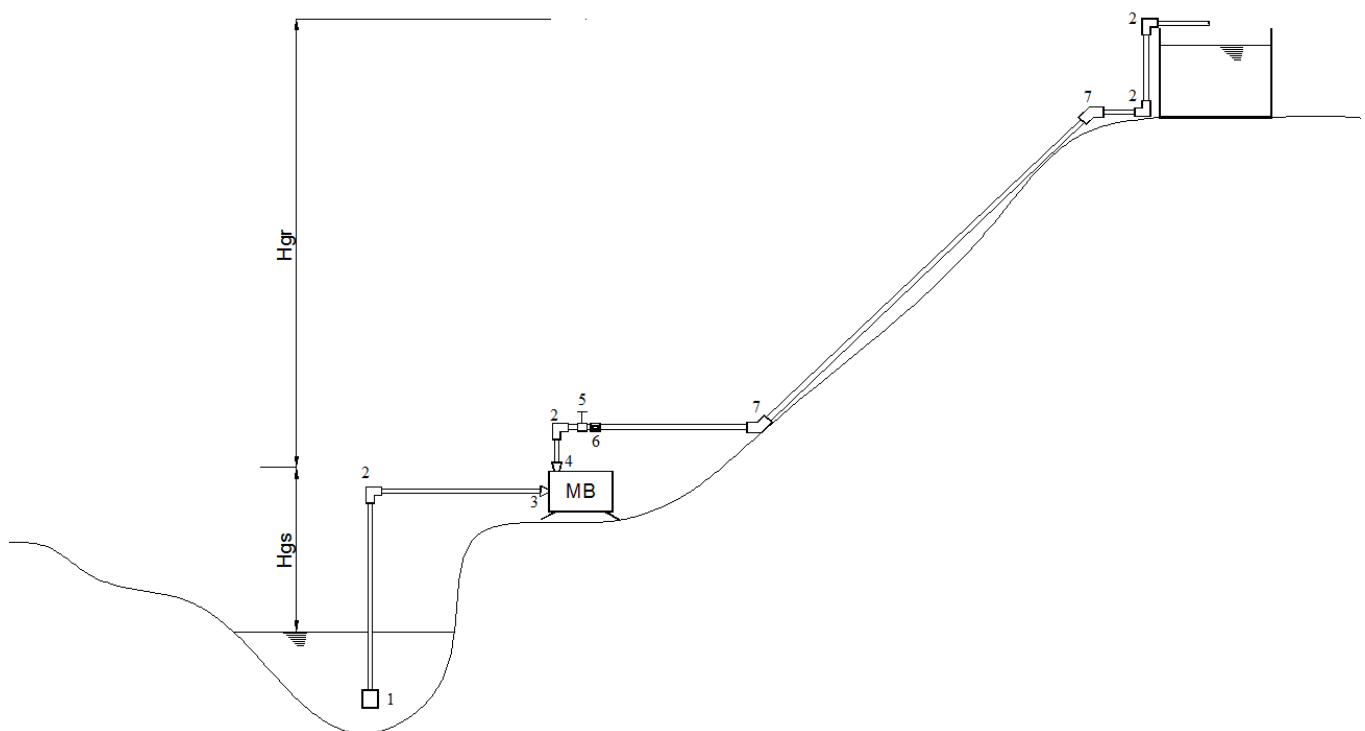
- Calcule a altura manométrica do sistema, (mca).
- Calcule a vazão do sistema, ( $m^3.h^{-1}$ ).
- A potência da bomba considerando um rendimento de 77%, (cv).
- Considerando-se que esse projeto foi instalado ao nível do mar e que a temperatura máxima desse local é de 40 °C (tensão de vapor = 0,750 mca), verifique se a bomba irá cavitatar ou não, uma vez que seu NPSH requerido é de 4,0 mca.

R: a) 19,5m b) 14,84m<sup>3</sup>.h<sup>-1</sup> c) 1,4cv d) 7,08mca. Não

2) Para o croqui a seguir considere as seguintes informações e dados:

Altura geométrica de sucção = 2 m  
 Altura geométrica de recalque = 15 m  
 Comprimento da tubulação de sucção = 12 m  
 Comprimento da tubulação de recalque = 200 m  
 Diâmetro da sucção = 100 mm  
 Diâmetro do recalque = 75 mm  
 Velocidade da água na sucção = 1,5 m/s  
 Rendimento do conjunto motobomba = 0,65  
 NPSHrequerido = 5 mca  
 Pressão atmosférica local = 9430 kgf m<sup>-2</sup>  
 Pressão de vapor da água 20°C = 0,238 m  
 Coeficiente de Hazen-Williams (C) = 120

Peças e Acessórios	L <sub>eq</sub> (m)
1 – válvula de pé com crivo	28,6
2 - curva de 90°	1,6
3 – redução gradual	1,0
4 – ampliação gradual	1,3
5 – registro de gaveta	1,0
6 – válvula de retenção	15,0
7 – curva de 45°	1,0



Pede-se:

- A vazão do sistema (Q) em m<sup>3</sup> h<sup>-1</sup>.
- A altura manométrica total (H<sub>man</sub>) em mca.
- A potência elétrica do conjunto motobomba para conduzir a água da captação até o reservatório.
- O NPSH disponível. Haverá cavitação?

R: a) 42,41m<sup>3</sup>.h<sup>-1</sup> b) 45,5mca c) 11cv d) 5,90mca. Não



## 8. CARNEIRO HIDRÁULICO

É uma máquina que utiliza energia hidráulica para bombear a água até o ponto de interesse, ou seja, não é necessária a utilização de energia elétrica. O funcionamento do carneiro hidráulico é realizado por uma sobrepressão proveniente do golpe de aríete. O rendimento do carneiro hidráulico ( $\eta$ ) é encontrado em função da razão entre altura da fonte de alimentação ( $h$ ) e a altura de interesse de recalque somada a perda de carga existente na tubulação de recalque ( $H_{man}$ ) (Tabela 8). Observa-se na eq.(39) que a vazão de recalque ( $Q$ ) diminui à medida que a razão  $\left(\frac{H_{man}}{h}\right)$  aumenta para uma vazão de alimentação ( $q$ ) constante.

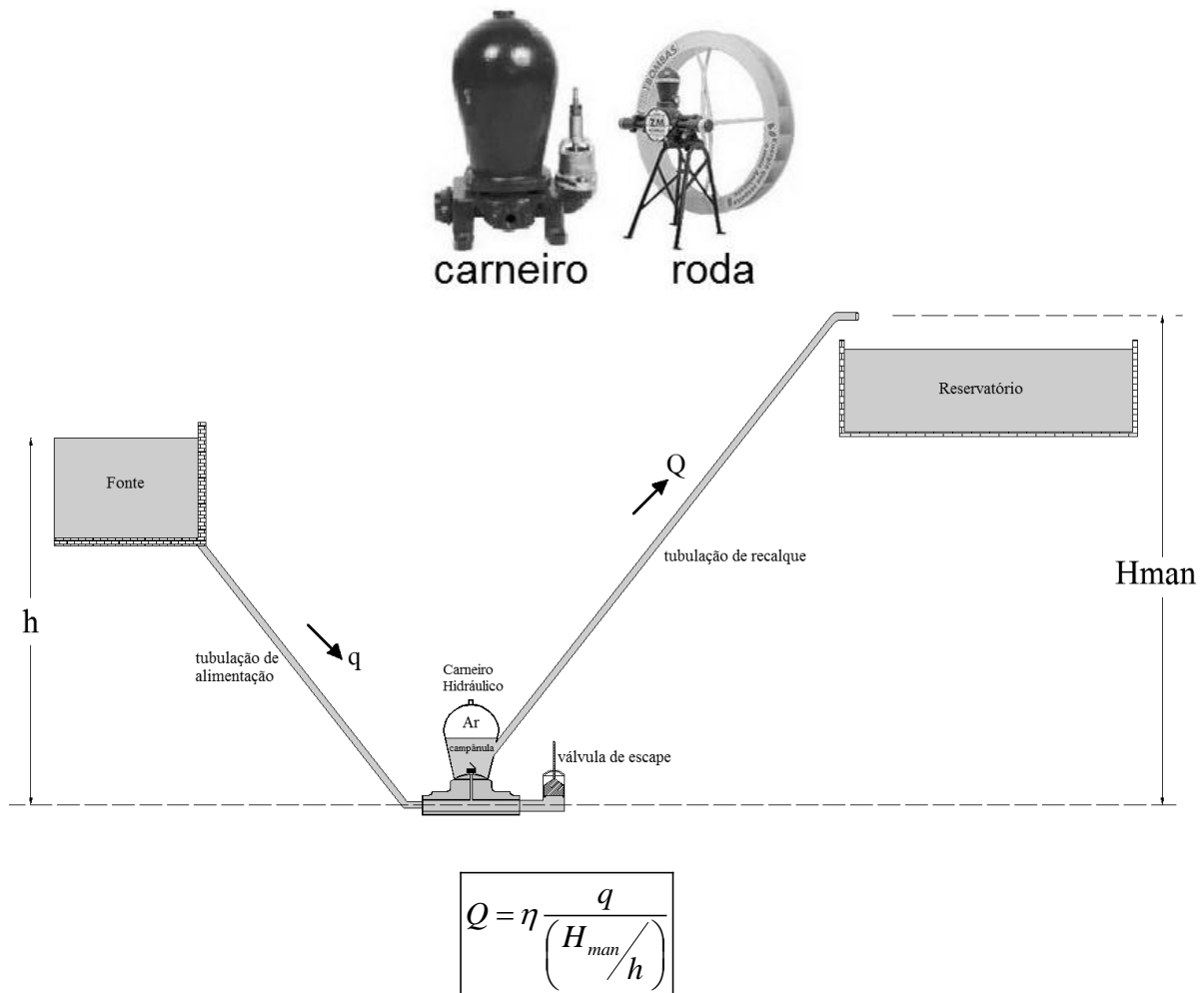


Tabela 8 – Rendimento do carneiro hidráulico.

$h / H_{man}$	$\eta$ (%)
1/2	80
1/3	75
1/4	70
1/5	65
1/6	60
1/7	55
1/8	50

Outra alternativa para bombear água utilizando energia hidráulica é a bomba de pistão, acionada por roda d'água. Em geral, comparados às rodas d'água, os carneiros hidráulicos proporcionam menores vazões de recalque, porém maiores alturas manométricas.

### Exercício resolvido:

1) Para o fornecimento de água às diversas atividades agrícolas de uma fazenda, foi construído um reservatório com capacidade de  $6m^3$  que deve ser abastecido diariamente. Próximo a este reservatório, com cota 6 m abaixo, existe uma fonte de água com vazão contínua de  $0,5L.s^{-1}$  que permite uma queda de 3 m. Sabendo-se que o diâmetro escolhido da tubulação (PVC roscável) de recalque é de  $\frac{1}{2}$ " (20mm) e o comprimento virtual de 12m, verifique se o carneiro hidráulico a ser utilizado para elevação e abastecimento de água atenderá a demanda.

### Solução:

1) Calculando-se a vazão necessária requerida ou demandada

$$Q = \frac{6m^3}{dia} = \frac{6000L}{1440min} = 4,17L.min^{-1}$$

2) Calculando-se a perda de carga unitária na tubulação de alimentação pela eq. (27) e Tabela 4.

$$J = \frac{k.q^{1,75}}{D^{4,75}} = \frac{0,000824(0,0005)^{1,75}}{(0,020)^{4,75}} = 0,1619m/m$$

3) Calculando-se a perda de carga total na tubulação de recalque .

$$H_f = J \times L_{eq}$$

$$H_f = 0,1619 \times 12m = 1,94mca$$

4) Calculando-se a altura manométrica, desprezando-se as perdas de carga localizada

$$H_{man} = 9 + 1,94$$

$$H_{man} = 10,94mca$$

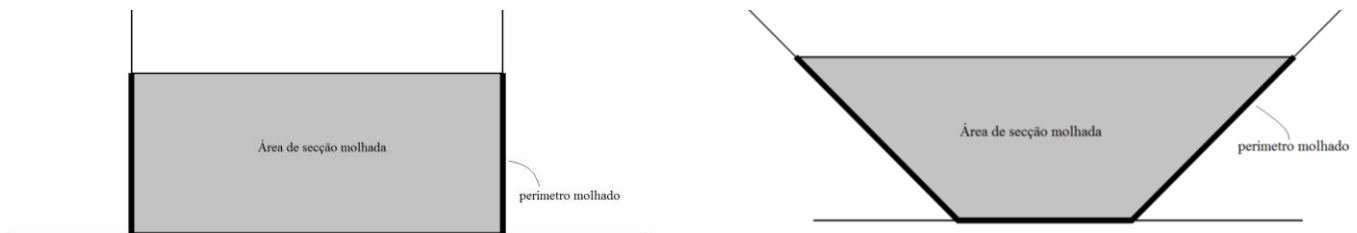
5) Calculando-se a vazão a ser recalcada pelo carneiro hidráulico

$$Q = 0,70 \times \left[ \frac{0,5L.s^{-1}}{\left( \frac{10,94m}{3m} \right)} \right] \times 60 \frac{s}{min} = 5,76L.min^{-1}$$

Como a vazão Q encontrada é maior que a vazão demandada ( $4,17L.min^{-1}$ ) verifica-se que o carneiro hidráulico suprirá a demanda de água.

## 9. CONDUTOS LIVRES

Refere-se ao escoamento dos líquidos em que a pressão referente à carga hidráulica ( $\gamma h$ ) possui menor valor que a pressão atmosférica. Como exemplo, citam-se os canais de condução de água para irrigação, os sulcos da irrigação por superfície, as galerias urbanas de escoamento de água de chuva, etc. Para o estudo de condutos livres, trabalhar-se-ão com três conceitos em todo momento: *Área da seção transversal molhada*, *perímetro molhado* e *raio hidráulico*. Na figura a seguir, a área sombreada refere-se à *área molhada* e os traços mais reforçados referem-se ao *perímetro molhado*. A relação entre a área molhada e o perímetro molhado dá-se o nome de *raio hidráulico*.

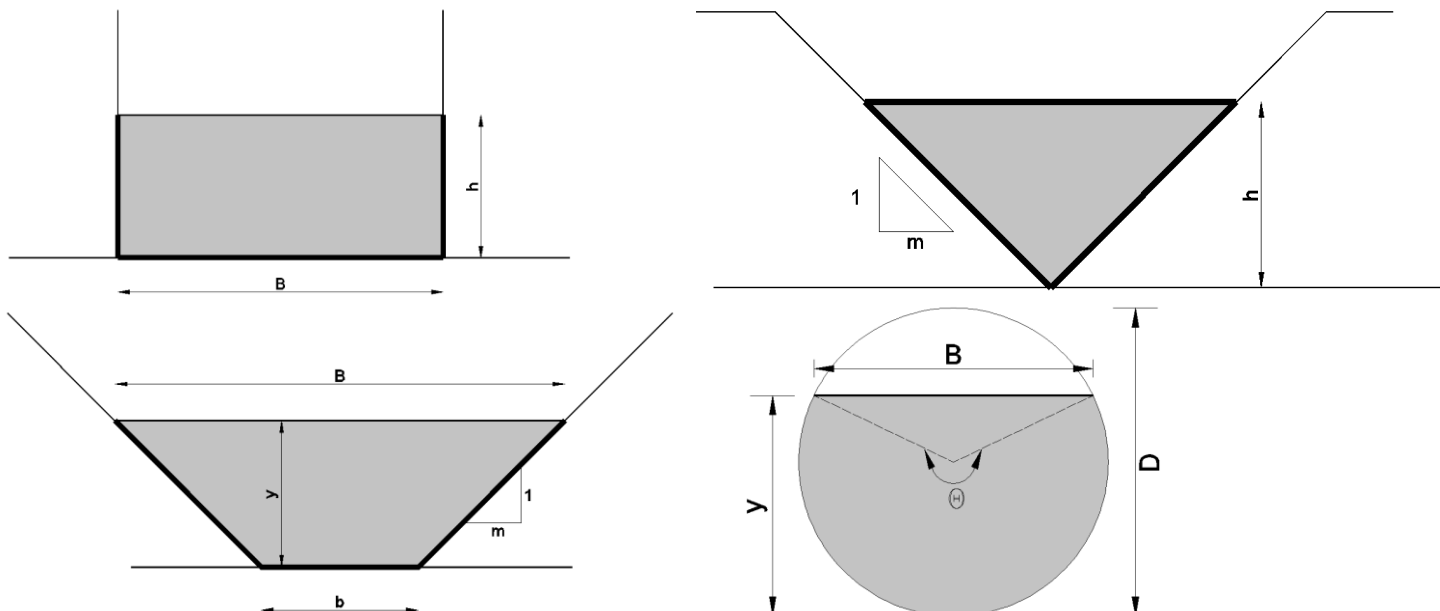


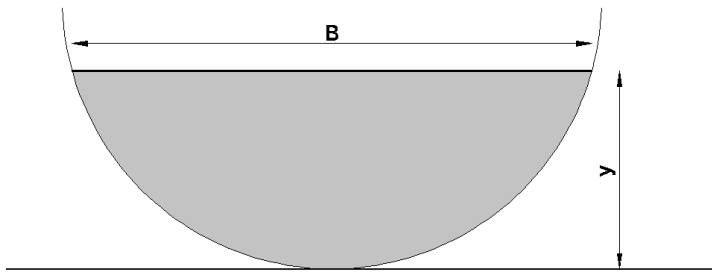
### 8.1 Vazão ou descarga

Para o cálculo da vazão que um canal transporta utiliza-se a equação da continuidade, eq. (13).

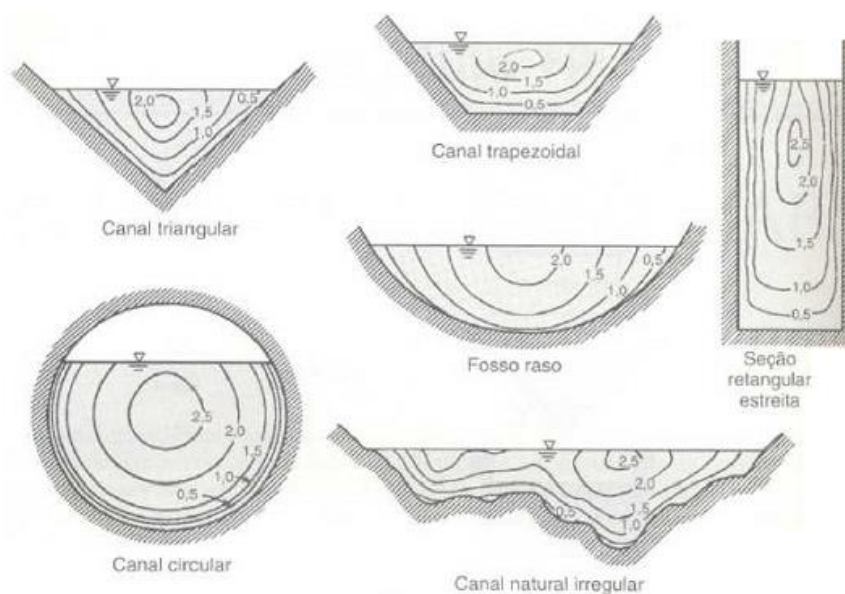
$$Q = A \cdot \vec{v}$$

Aqui, trabalhar-se-ão com 5 formas de canais que estão apresentadas na figura a seguir (retangular, triangular, trapezoidal, circular e parabolóide). Assim, basta calcular a área da forma desejada e realizar o produto dessa área pela velocidade de escoamento do canal.





Observando-se a figura a seguir nota-se que a velocidade de escoamento em um conduto livre não é constante em toda seção, o que torna seu cálculo um pouco mais complexo. Assim, para o cálculo da vazão, considera-se que a velocidade possui um valor médio, uma vez que a velocidade de escoamento da água em um conduto livre não é constante ao longo do perfil de profundidade do canal.



Assim, Manning propôs o cálculo da velocidade média de escoamento em condutos livres, por meio da equação abaixo.

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \cdot R_h^{2/3} \cdot \sqrt{I} \quad (40)$$

em que:

$\bar{v}$ : velocidade de escoamento da água no conduto livre, m/s;

$R_h$ : raio hidráulico, m;

$I$ : Declividade do fundo do canal, m/m;

$n$ : coeficiente de rugosidade de Manning, s / m<sup>1/3</sup>. (Tabela 9)

Tabela 9 - Valores do coeficiente  $n$  de Manning

Material do canal	$n$ (s/m <sup>1/3</sup> )
Alvenaria de pedra bruta	0,020
Alvenaria de tijolos sem revestimento	0,017
Alvenaria de tijolos revestida	0,012
Canais de terra em boas condições	0,025
Canais de terra compactada	0,030
Canais de terra com vegetação	0,035
Concreto	0,013
Manilhas cerâmicas	0,013
Tubos de betão	0,013
Tubos de ferro fundido	0,012
Tubos de fibrocimento	0,011
Canais de betão lisos	0,012
Nata de cimento	0,012

Note que para o cálculo da velocidade de escoamento torna-se necessário a determinação do raio hidráulico e, conseqüentemente, da área de secção molhada e perímetro molhado.

## 8.2 As relações das formas de condutos livres

### 8.2.1 Canal retangular

#### a) Perímetro molhado

$$P_m = B + 2h \quad (41)$$

#### b) Área da secção molhada

$$A_m = B.h \quad (42)$$

c) Raio Hidráulico: O Raio Hidráulico sempre será determinado pela relação entre a área molhada e o perímetro molhado.

$$R_h = \frac{A_m}{P_m}$$

$$R_h = \frac{B.h}{B + 2h} \quad (43)$$

No Quadro (6) são apresentadas as relações para as demais formas.

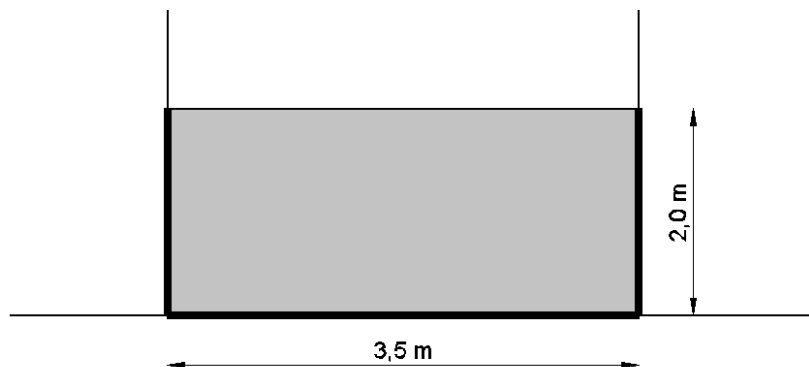
Quadro 6 - Relação das equações para o estudo de condutos livres para as formas triangular, trapezoidal, circular e parabolóide.

Secções	Largura (B)	Área molhada	Perímetro molhado	Raio Hidráulico
Triangular	$2.m.h$	$m.h^2$	$2.h.\sqrt{m^2+1}$	$\frac{A_m}{P_m}$
Trapezoidal	$b+2.m.y$	$(b+m.y).y$	$b+2.y.\sqrt{m^2+1}$	$\frac{A_m}{P_m}$
Circular	$D.\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$	$\frac{D^2}{8}(\theta - \sin(\theta))$	$\frac{\theta.D}{2}$	$\frac{A_m}{P_m}$
Parabolóide	$\frac{3}{2} \cdot \frac{A_m}{y}$	$\frac{2}{3} \cdot B.y$	<p>Se <math>\frac{4y}{B} &gt; 1</math></p> $\frac{B}{2} \cdot \left[ \sqrt{1+16\left(\frac{y}{B}\right)^2} + \frac{B}{4.y} \cdot \ln\left(\frac{4.y}{B} + \sqrt{1+16\left(\frac{y}{B}\right)^2}\right) \right]$ <p>Se <math>0 &lt; \frac{4y}{B} \leq 1</math>,</p> $B + \frac{8}{3} \cdot \frac{y^2}{B}$	$\frac{A_m}{P_m}$

\*  $\theta$  em radianos.

### Exercícios resolvidos:

- 1) Calcular a vazão a ser transportada por um canal construído de concreto ( $n=0,013$ ) com declividade de 0,3%. As dimensões e forma do canal estão na figura abaixo.



### Solução:

- Calcula-se a velocidade de escoamento no canal.

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \cdot R_h^{2/3} \cdot \sqrt{I}$$

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \cdot \left( \frac{B.h}{B+2.h} \right)^{2/3} \cdot \sqrt{I}$$

$$\bar{v} = \frac{1}{0,013} \cdot \left( \frac{3,5 \cdot 2,0}{3,5 + 2 \cdot 2,0} \right)^{2/3} \cdot \sqrt{0,003 \text{ m/m}}$$

$$\bar{v} = 4,02 \text{ m/s}$$

- Calcula-se a vazão transportada pelo canal.

$$Q = A_m \cdot \vec{v}$$

$$Q = (3,5m \cdot 2,0m) \cdot 4,02 \frac{m}{s}$$

$$Q = 28,14 \frac{m^3}{s} = 28140 \frac{L}{s}$$

- 2) Em um projeto de irrigação é necessário conduzir 1500 L/s de água em um canal trapezoidal. Encontrar a altura  $y$  da carga hidráulica ocorrente nesse canal considerando a base de 60 cm com talude de 1:0,5. O fundo do canal será de solo compactado e com declividade de 1%.

Solução:

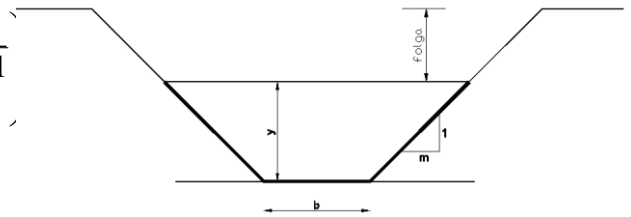
$$Q = A_m \cdot \vec{v}$$

$$Q = A_m \cdot \left( \frac{1}{n} \cdot R_h^{2/3} \cdot \sqrt{I} \right)$$

$$Q = [(b + my) \cdot y] \cdot \left( \frac{1}{n} \cdot R_h^{2/3} \cdot \sqrt{I} \right)$$

Substituindo-se os valores, tem-se

$$1,5 \frac{m^3}{s} = [(0,60 + 0,5 \cdot y) \cdot y] \cdot \left( \frac{1}{0,030} \cdot \left[ \frac{(b + my) \cdot y}{b + 2y\sqrt{m^2 + 1}} \right]^{2/3} \cdot \sqrt{0,01} \right)$$



$$1,5 \frac{m^3}{s} = [(0,60 + 0,5 \cdot y) \cdot y] \cdot \left( \frac{1}{0,030} \cdot \left[ \frac{(b + my) \cdot y}{b + 2y\sqrt{m^2 + 1}} \right]^{2/3} \cdot \sqrt{0,01} \right)$$

$$1,5 = [(0,60y + 0,5 \cdot y^2)] \cdot \left( 3,3333 \cdot \left[ \frac{(0,6 + 0,5y) \cdot y}{0,6 + 2y\sqrt{0,5^2 + 1}} \right]^{2/3} \right)$$

$$1,5 = (2y + 1,6667 \cdot y^2) \cdot \left[ \frac{(0,6y + 0,5y^2)}{(0,6 + 2,2361 \cdot y)} \right]^{2/3}$$

A equação final é de difícil solução para encontrar  $y$ . Sugere-se aqui o método iterativo, em que divide-se a equação em dois membros, lado esquerdo (LE) e lado direito (LD). Atribuem-se valores para  $y$  até que o módulo do erro  $|LE - LD|$  seja menor ou igual a 0,01. Para atribuir os valores de  $y$ , a fim de resolver a equação, utilizam-se valores medianos para encontrar a resposta mais rapidamente. O primeiro valor adotado foi de 100 cm, que proporcionou um erro negativo. Isso indica que  $LE < LD$  e que, portanto,  $y$  deve ser menor do que 100 cm. O segundo valor ( $y=75$  cm) proporcionou erro positivo,  $LE > LD$ , indicando que o valor de  $y$  deve ser maior que 75 cm. Para que a solução convirja mais rapidamente, sugere-se atribuir valores medianos nos próximos passos. Note que 87,5 é o valor mediano entre 75 e 100; 81,3 é o valor mediando entre 75 e 87,5; 84,4 é o valor mediano entre 87,5 e 81,3 e assim por diante.

N	y(cm)	y(m)	LE	LD	LE – LD	LE – LD
1	100	1,00	1,50	1,95	-0,45	0,45
2	75	0,75	1,50	1,14	0,36	0,36
3	87,5	0,875	1,50	1,52	-0,02	0,02
4	81,3	0,813	1,50	1,32	0,18	0,18
5	84,4	0,844	1,50	1,42	0,08	0,08
6	85,9	0,859	1,50	1,47	0,03	0,03
7	<b>86,7</b>	<b>0,867</b>	<b>1,50</b>	<b>1,49</b>	<b>0,01</b>	<b>0,01</b>
8	<b>87,1</b>	<b>0,871</b>	<b>1,50</b>	<b>1,50</b>	<b>0,00</b>	<b>0,00</b>

A partir da sétima iteração o erro já é aceitável, satisfazendo a condição de  $|LE - LD| \leq 0,01$ . Valores desde 86,5 até 87,1 cm satisfazem essa condição. Neste caso adotaremos o valor de **87 cm** trabalhando-se a favor da segurança. Adotando-se uma folga de 13 cm, determina-se a profundidade de escavação do canal em 1,0 m. Com os valores de  $b=0,6$  m, profundidade = 1 m e  $m=0,5$  determina-se a área de escavação do canal.

$$A = \frac{(B + b)h}{2}$$

$$A = \frac{[(0,5 + 0,6 + 0,5)m + 0,6m] \times 1m}{2}$$

$$A = 1,1m^2$$

O produto entre a área de escavação e o comprimento do canal permite encontrar o volume de solo ( $m^3_{escavacao}$ ) a ser retirado para construção do canal. Com a capacidade operacional da máquina ( $h_{maquina} / m^3_{escavacao}$ ) e o custo hora máquina ( $R\$ / h_{maquina}$ ), pode-se estimar o custo de escavação por canal.

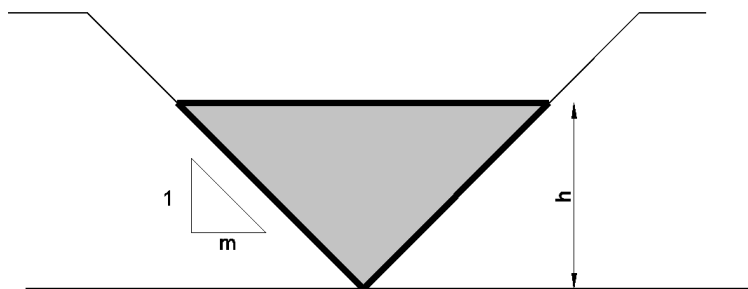
### Exercícios propostos:

1) Um canal de solo compactado ( $n=0,030$ ) com secção retangular será utilizado para conduzir uma vazão de  $75L/s$  para atender um projeto de irrigação por superfície em um arrozal. Fixando-se a carga hidráulica ( $y$ ) em 50 cm e aceitando-se uma precisão de 1% ( $|LE - LD| \leq 0,01$ ), determine a largura da base (B) que o canal deverá ter para uma declividade de 1%. **Sugestão:** O valor de B está contido entre os valores de 15 e 30 cm.

R: 22,24cm

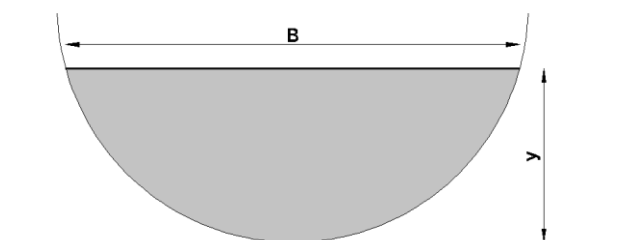
2) Em um projeto de irrigação é necessário conduzir 120 L/s de água em um canal triangular. Encontrar a altura h da carga hidráulica ocorrente nesse canal considerando o talude de 1:0,5. O fundo do canal será de solo compactado ( $n=0,030$ ) e com declividade de 0,4%.





R: 64,38cm

3) Para conduzir uma vazão de 1000 L/s foi construído um canal parabolóide de concreto ( $n=0,013$ ) e declividade de 0,6%. Sabendo-se que o valor de B no canal atinge 100 cm, determine o valor da altura de água y.



R: 63,42 cm

## **9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

AZEVEDO NETO, J.M.; FERNANDES y FERNADEZ, M.; ITO, ARAÚJO, R. Manual de Hidráulica. São Paulo, Edgar Blucher, 8ª edição. 2000. 670 p.

BOTREL, T.A.; Notas de aula. Disciplina de Hidráulica da pós-graduação em Irrigação e Drenagem. Piracicaba. ESALQ. Universidade de São Paulo. 2006.

CARVALHO, J. A. Instalações de bombeamento para irrigação - Hidráulica e consumo de energia. Lavras: Editora UFLA, 2008. v. 1. 353 p.

VIEIRA, D. B.; TELLES, D.D. Projetos de irrigação por aspersão. Associação Brasileira de Irrigação e Drenagem. Impresso no grupo de reprografia CODEVASF.

JENNINGS, G.D. Hydraulic Ram Pumps. North Carolina Cooperative Extension Service. Publication Number: EBAE 161-92, March 1996 (JWM). Disponível em <[http://www.bae.ncsu.edu/programs/extension/publicat/wqwm/ebae161\\_92.html](http://www.bae.ncsu.edu/programs/extension/publicat/wqwm/ebae161_92.html) >