Nome: Gabriel Tetsuo Haga N°USP: 11260680

Ex.1

1) Para $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$,

verifique a estabilidade pelo critério de Routh – Hurwitz:

a) $D(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 1$

b) $D(s) = s^5 - 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 5s + 1$

c) $D(s) = s^4 + 3s^3 + 2s + 3$

d) $D(s) = s^4 + s^3 + s^2 + 4s + 1$

a)

$$\begin{array}{c|cccc} s^4 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ s^3 & 2 & 4 & 0 & 0 \\ s^2 & 1 & 1 & 0 & \\ s^1 & 2 & 0 & & \\ s^0 & 1 & & & \end{array}$$

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{2} = -\frac{4-6}{2} = 1 \qquad b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{2} = 1$$

$$b_3 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{2} = 0 \qquad c_3 = -\frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}}{-1} = 2$$

$$c_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{-1} = 0 \qquad d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{-2} = 1$$

· Não houve mudança de sinal na primeira coluna, logo o sistema estável

b) · Como há um coeficiente negativo, o sistema é instável

c)

$$\begin{array}{c|cccc} s^4 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ s^3 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ s^2 & -\frac{2}{3} & 3 & 0 & \\ s^1 & \frac{31}{2} & 0 & & \\ s^0 & 3 & & & \end{array}$$

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}}{3} = -\frac{2}{3} \qquad b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = 3$$

$$b_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = 0 \qquad c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -\frac{2}{3} & 3 \end{vmatrix}}{-\frac{2}{3}} = +\frac{31}{2}$$

$$c_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 0 \end{vmatrix}}{-\frac{2}{3}} = 0 \qquad d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} -\frac{2}{3} & 3 \\ \frac{31}{2} & 0 \end{vmatrix}}{\frac{31}{2}} = 3$$

· Como houve mudança de sinal na primeira coluna, o sistema é instável.

d)

$$\begin{array}{c|cccc}
s^4 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
s^3 & 1 & 4 & 0 & 0 \\
s^2 & -3 & 1 & 0 & \\
s^1 & \frac{13}{3} & 0 & & \\
s^0 & 1 & & &
\end{array}$$

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}}{1} = 3 \qquad b_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 1 \qquad b_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 0$$

$$c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{13}{3} \qquad c_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = 0$$

$$d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -\frac{13}{3} & 0 \end{vmatrix}}{-\frac{13}{3}} = 1$$

· Como houve mudança de sinal na primeira coluna, o sistema é instável.

Exercício 2

segunda-feira, 29 de novembro de 2021 23:36

Ex.2

2) Para D(s) = $s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K$

a) Determine K para a estabilidade;

b) Verifique se o sistema pode ser marginalmente estável.

a)

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 3 & K \\ s^3 & 3 & 2 & 0 \\ s^2 & \frac{7}{3} & K & \\ s^1 & \frac{14-9K}{7} & 0 & \\ s^0 & K & & \end{array}$$

$$b_1 = \frac{-\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}}{3} = \frac{7}{3} \qquad b_2 = \frac{-\begin{vmatrix} 1 & K \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = K$$

$$c_1 = \frac{-\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ \frac{7}{3} & K \end{vmatrix}}{\frac{7}{3}} = \frac{14-9K}{7}$$

$$d_1 = \frac{-\begin{vmatrix} \frac{7}{3} & K \\ \frac{14-9K}{7} & 0 \end{vmatrix}}{\frac{14-9K}{7}} = K$$

· P/ o sistema ser estável: $\left| \begin{array}{l} \frac{14-9K}{7} > 0 \\ K > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} K < \frac{14}{9} \\ K > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\frac{14}{9} > K > 0}$

b) · Se $\frac{14-9K}{7} = 0$, a linha de s^1 é toda nula, logo é possível que sistema seja marginalmente estável.

· A condição é: $K = \frac{14}{9} \Rightarrow \frac{7}{3}s^2 + \frac{14}{9} = 0 \Rightarrow s = \pm i\sqrt{\frac{2}{3}}$ ⇒ Polos com parte real nula.