

Nome: Gabriel Tetsuo Haga N°USP: 11260680

Ex. 1)

1) Para $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$,

verifique a estabilidade pelo critério de Routh – Hurwitz:

a) $D(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 1$

b) $D(s) = s^5 - 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 5s + 1$

c) $D(s) = s^4 + 3s^3 + 2s + 3$

d) $D(s) = s^4 + s^3 + s^2 + 4s + 1$

a)

$$\begin{array}{c|cccc} s^4 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ s^3 & 2 & 4 & 0 & 0 \\ s^2 & 1 & 1 & 0 & \\ s^1 & 2 & 0 & & \\ s^0 & 1 & & & \end{array}$$

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{2} = -\frac{4-6}{2} = 1 \quad b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{2} = 1$$

$$b_3 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{2} = 0 \quad c_3 = -\frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}}{-1} = 2$$

$$c_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{-1} = 0 \quad d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{-2} = 1$$

• Não houve mudança de sinal na primeira coluna, logo o sistema é estável

b) Como há um coeficiente negativo, o sistema é instável

c)

$$\begin{array}{c|cccc} s^4 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ s^3 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ s^2 & -\frac{2}{3} & 3 & 0 & \\ s^1 & \frac{31}{2} & 0 & & \\ s^0 & 3 & & & \end{array}$$

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}}{3} = -\frac{2}{3} \quad b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = 3$$

$$b_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = 0 \quad c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -\frac{2}{3} & 3 \end{vmatrix}}{-\frac{2}{3}} = +\frac{31}{2}$$

$$c_2 = -\frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 0 \end{vmatrix}}{-\frac{2}{3}} = 0 \quad d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} -\frac{2}{3} & 3 \\ \frac{31}{2} & 0 \end{vmatrix}}{\frac{31}{2}} = 3$$

• Como houve mudança de sinal na primeira coluna, o sistema é instável.

$$\begin{array}{l}
 d) \quad s^4 \mid 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 s^3 \mid 1 \quad 4 \quad 0 \quad 0 \\
 s^2 \mid -3 \quad 1 \quad 0 \\
 s^1 \mid \frac{13}{3} \quad 0 \\
 s^0 \mid 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}}{1} = 3 \quad b_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 1 \quad b_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 0 \\
 c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}}{-3} = \frac{13}{3} \quad c_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = 0 \\
 d_1 = -\frac{\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -\frac{13}{3} & 0 \end{vmatrix}}{-\frac{13}{3}} = 1
 \end{array}$$

• Como houve mudança de sinal na primeira coluna, o sistema é instável.