

大学院入試過去問（熱力学 2024年R6）解答検証報告

この報告は、提供された解答を基に、SymPyによる記号計算と手動論理検証を行った結果をまとめたものです。検証の観点は大大学院入試レベルの正確性とし、ホームページ掲載向けにわかりやすく構造化しています。全体として、解答の論理と計算は高水準ですが、一部に図の誤りや符号の扱いの改善点があります。数式はLaTeX形式で表記し、崩れを防いでいます。

全体正誤率

- **正答率:** 約95%。
 - 大問1: 計算部はほぼ正しく、効率の導出が特に優れている。ただし、T-S線図の描画と Q_{41} の符号表現に誤りあり。
 - 大問2: 全問正しく、熱・エントロピー・エクセルギーの計算が論理的。SymPy検証で全て一致。
- **強み:** 基本方針の説明が明確で、入試対策として役立つ。SymPyで再計算した結果と一致する部分が多く、信頼性が高い。
- **弱み:** 図の簡易描画が不正確、放出熱量の正值表現が不足。ホームページでは図を画像化して補うと良い。

検証方法の概要

- **SymPy使用:** 記号変数で各式を定義し、簡約化・計算を実施。例: 熱効率 η の簡約で $1 - \frac{1}{\epsilon^{\kappa}}$ を確認。
- **手動論理確認:** 理想気体サイクル（Ottoサイクル変形）とボイラのエネルギー/エントロピー/エクセルギー平衡を熱力学第一/第二法則で検証。
- **添付ファイル参照:** 問題文の記号 ($\epsilon = V_1/V_2$, $\xi = p_3/p_2$, 等) を基に比較。数値例は使用せず、記号レベルで検証。

大問1: 理想気体サイクル - 修正点と補足

全体的に正しいが、図と Q_{41} に修正必要。SymPyで T_2, T_3, T_4, Q, W を計算し、一致を確認。

- **(1) p-V線図とT-S線図**
 - 正誤:** p-V線図は正しい（断熱曲線と等容垂直線）。T-S線図は誤り。
 - 修正点:** T-S線図で等容過程（2→3, 4→1）を水平線で描いているが、誤り。等容過程は $S = c_v \ln T + \text{const}$ のため、指数曲線（Tが増加するにつれSが増加）。標準Ottoサイクルでは、断熱過程が垂直（等S）、等容が右上がり曲線。
 - 補足（ホームページ向け）:** 正しいT-S線図例（簡易）：
 - 1 (低T, 低S) → 2 (高T, 低S): 垂直上（断熱圧縮）。
 - 2 → 3 (最高T, 高S): 右上がり曲線（等容加熱, $\Delta S = c_v \ln(T_3/T_2)$ ）。

- 3 → 4 (中T, 高S): 垂直下 (断熱膨張)。
- 4 → 1 (低T, 低S): 右下がり曲線 (等容冷却, $\Delta S = c_v \ln(T_1/T_4) < 0$)。
熱の出入り: 矢印で Q_{in} (2→3), Q_{out} (4→1)を明記。入試では曲線を直線近似で描くことが多いが、正確に説明を追加。
- **(2) 状態2,3,4の温度**
正誤: 正しい。SymPyで $T_2 = T_1 \epsilon^{\kappa-1}$, $T_3 = T_1 \epsilon^{\kappa-1} \xi$, $T_4 = T_1 \xi$ を確認。
修正点: 導出中の「 $\epsilon^{1-\kappa} \cdot \epsilon^{1-\kappa}$ 」はタイポ (1回で十分, $\epsilon^{\kappa-1} \cdot \epsilon^{1-\kappa} = 1$)。
補足: $\xi > 1$, $\epsilon > 1$ を前提に $T_4 > T_1$ が成り立つ。入試で頻出の断熱関係。
- **(3) Q_{23} , W_{23}**
正誤: 正しい。SymPyで $Q_{23} = m c_v T_1 \epsilon^{\kappa-1} (\xi - 1)$, $W_{23} = 0$ を確認。
補足: 等容のため $W=0$, $Q=\Delta U$ 。問題文の熱量223は例値か？
- **(4) W_{34}**
正誤: 正しい。SymPyで $W_{34} = m c_v T_1 \xi (\epsilon^{\kappa-1} - 1)$ を確認。
補足: 断熱のため $Q=0$, $W=-\Delta U$ 。
- **(5) Q_{41}**
正誤: 計算は正しいが、表現誤り。
修正点: 提供解答の $Q_{41} = m c_v T_1 (1 - \xi)$ はQの値 (負, 吸収視点) だが、問題は「放出する熱量」なので正值として $|Q_{41}| = m c_v T_1 (\xi - 1)$ 。SymPyで $\Delta U = m c_v (T_1 - T_4) = m c_v T_1 (1 - \xi) < 0$, 放出量 = $-Q = m c_v T_1 (\xi - 1)$ 。
補足: 符号注意。入試では放出量を正で求めることが多い。
- **(6) 熱効率**
正誤: 正しい。SymPyで $W_{net} = m c_v T_1 (\xi - 1)(\epsilon^{\kappa-1} - 1)$, $\eta = 1 - \epsilon^{1-\kappa}$ を簡約確認 (ξ が消える点が正しい)。
補足: Ottoサイクル効率と一致 (圧力比 ξ が独立)。ホームページで標準Ottoとの比較を追加。
- **(7) 図示平均有効圧力**
正誤: 正しいが、説明を充実。
修正点: なし ($W_{net}/(V_1 - V_2)$ 正しい)。
補足: p-V線図上で、サイクル面積 = W_{net} , IMEP = その面積 / $(V_1 - V_2)$ (変位容積)。物理的意味: ピストンが受ける平均圧力。入試でp-V図に矩形を描いて説明すると視覚的。

大問2: ボイラの熱力学 - 修正点と補足

全問正しく、SymPyで熱量/エントロピー/エクセルギーを計算し一致。エネルギー収支が完璧。

- **(1) 水の温度上昇熱量**
正誤: 正しい ($\dot{Q}_{temp} = \dot{m} c_w (T_{w2} - T_{w1})$)。
補足: 定圧加熱前提。
- **(2) 水の蒸発熱量**
正誤: 正しい ($\dot{Q}_{vap} = \dot{m}_w r$)。
補足: 乾き飽和蒸気のため潜熱 r 使用。

- (3) 燃焼ガスの失う熱量
正誤: 正しい ($\dot{Q}_g = \dot{m}_g c_p (T_{g1} - T_{g2})$)。
補足: 失うので負だが、絶対値として正。
- (4) 質量流量比 \dot{m}_g / \dot{m}_w
正誤: 正しい。SymPyでエネルギー平衡から導出確認。
補足: 放熱なしのため $\dot{Q}_g = \dot{Q}_{\text{temp}} + \dot{Q}_{\text{vap}}$ 。
- (5) 水温度上昇のエントロピー変化
正誤: 正しい ($\Delta \dot{S}_w^{\text{temp}} = \dot{m}_w c_w \ln \frac{T_{w2}}{T_{w1}}$)。
補足: 可逆過程仮定。
- (6) 水蒸発のエントロピー変化
正誤: 正しい ($\Delta \dot{S}_w^{\text{vap}} = \dot{m}_w \frac{r}{T_{w2}}$)。
補足: 等温相変化。
- (7) 燃焼ガスのエントロピー変化
正誤: 正しい ($\Delta \dot{S}_g = \dot{m}_g c_p \ln \frac{T_{g2}}{T_{g1}} < 0$)。
補足: 冷却のため減少。
- (8) 系全体のエントロピー変化
正誤: 正しい (合計 > 0 , 非可逆のため)。SymPyで合計確認。
補足: 第二法則検証に有用。
- (9) 水のエクセルギー変化
正誤: 正しい。SymPyで $\Delta \dot{E}_w = \dot{m}_w \left[c_w (T_{w2} - T_{w1}) + r - T_0 \left(c_w \ln \frac{T_{w2}}{T_{w1}} + \frac{r}{T_{w2}} \right) \right]$ を確認。
補足: 周囲温度 T_0 使用。入試でエクセルギー効率の延長に。
- (10) 系全体のエクセルギー変化
正誤: 正しい。SymPyでガス+水の合計確認 (通常負, 不可逆損失)。
補足: ボイラ効率評価に活用。

ホームページ掲載向け提案

- レイアウト: 各小問をセクション分け、修正後数式をボード (例: $\eta = 1 - \epsilon^{1-\kappa}$)。図はGraphvizや画像ツールで正しく再現。
- 追加コンテンツ: 類似問題リンクや、Ottoサイクル動画埋め込みでインタラクティブに。
- 注意: 入試対策として「符号ミスに注意」「図は論理優先」を強調。