

平成 1 7 年度

大学院博士前期課程(修士)入学試験問題

数 学

注意事項：問題の解答にあたっては，解答用紙に指示してある問題
番号、解答の仕方に従って記入すること

(解答用紙 4 枚、草案用紙 1 枚)

岡山大学大学院自然科学研究科(工学系)

機械システム工学専攻(機械系)

数 学

【1】関数 $F(x, y) = xe^y - y$ について次の問いに答えよ.

- (1) $F(x, y) = 0$ によって定まる陰関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を $x \geq 0, y \geq 0$ の範囲で描け.
- (2) $f'(x)$ を x と y で表せ.

【2】次の問いに答えよ.

- (1) 直線 $y = x$ 上に中心をもつ任意の半径の円を考える. これらの円が満たす微分方程式を求めよ.
- (2) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} - x(1 + y^2) = 0$$

の一般解を求めよ. また, $x = 0$ のとき $y = 0$ を満たす場合のグラフの概形を, $-\sqrt{\pi} \leq x \leq \sqrt{\pi}$ の範囲で描け.

【3】関数 $\phi(x, y, z) = \frac{1}{2}x^2 + y^2 + 2z^2$ について次の問いに答えよ.

- (1) C を正の定数として, 曲面 $\phi(x, y, z) = C$ 上の点 (x, y, z) における単位法線ベクトルを求めよ.
- (2) 曲面 $\phi(x, y, z) = C$ が点 $P(1, 1, 1)$ を通るとき C を求めよ.
- (3) 点 P において, 直線 $x = y = z$ の x の正方向に対する $\phi(x, y, z)$ の方向微分係数を求めよ.

【4】関数 $f(t)$ のラプラス変換を $L[f(t)] = F(s)$ で表すものとする. 次の問いに答えよ.

- (1) 次の関係式が成り立つことを示せ.

$$L\left[\frac{f(t)}{t}\right] = \int_s^\infty F(x) dx$$

- (2) $g(t) = \frac{1 - e^{at}}{t}$ のラプラス変換を求めよ. ただし, a はゼロでない定数とする.