

数 学

【 1 】関数 $x(t)$ のラプラス変換を $X(s)$ (s : ラプラス演算子) とする .

(1) $x(t)$ についての微分方程式

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 4x(t) = \delta(t) \quad (\delta(t) : \text{単位インパルス関数})$$

を初期条件

$$x(0) = 0, \quad \left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=0} = 1$$

のもとにラプラス変換し, $X(s)$ を求めよ .

(2) 上で求めた $X(s)$ をラプラス逆変換して, 上記微分方程式の解 $x(t)$ を求めよ .

【 2 】次の問いに答えよ .

(1) 次の不定積分の答えを, 導出過程とともに示せ .

$$\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$$

(2) xy 直交座標に描いた放物線 $y = x^2$ について, その上の原点 $(0,0)$ から点 $(1,1)$ まで放物線に沿って測った長さを求めよ .

【 3 】変数 x, y, z の間に次式の関係が成り立つとき, $x = y = z = 0$ 以外の場合の x, y, z の比を求めよ .

$$\frac{x+y-2z}{x} = \frac{-x+2y+z}{y} = \frac{y-z}{z}$$

【 4 】次の問いに答えよ .

(1) $P(x), Q(x)$ が x のみの関数のとき, 次の微分方程式は $z = y^{1-n}$ とおけば線形微分方程式に帰着できることを示せ .

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n \quad (n \neq 0, 1)$$

(2) 次の微分方程式を解け .

$$\frac{dy}{dx} + y + e^x y^3 = 0$$