

平成28年度

大学院博士前期課程（修士）一般入学試験問題

数 学

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけません。
2. 問題用紙が2枚、解答用紙が4枚、草案用紙が1枚あります。
3. 解答始めの合図があったら、全ての用紙を見て枚数を確認して下さい。
また、全ての解答用紙及び草案用紙に、受験番号を記入して下さい。
4. 解答は、それぞれの問題の解答用紙に記入して下さい。他の問題の解答を記入しても採点の対象となりません。
5. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入して下さい。
裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に解答を記入していることを明記して下さい。

岡山大学大学院自然科学研究科（工学系）
機械システム工学専攻（機械系）

数 学

【1】 $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ ($n=0, 1, 2, \dots$) とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $n \geq 2$ における I_n の漸化式を求めよ.

(2) $I_6 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx$ を求めよ.

【2】 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ について, 以下の問いに答えよ. ただし n は整数で, $n \geq 1$ とする.

(1) 固有値と固有ベクトルを求めよ.

(2) (1) の結果を利用し, 行列 A を対角化して, A^n を求めよ.

(3) $A + A^2 + \dots + A^{n-2} + A^{n-1}$ を求めよ.

【3】 以下の問いに答えよ.

(1) 常微分方程式 $\frac{dy}{dx} + y = x \cdots \textcircled{1}$ を次の指示にしたがって解け.

(i) $\textcircled{1}$ 式 of 同次方程式を示し, その一般解を求めよ.

(ii) (i) の結果を利用し, $\textcircled{1}$ 式 of 一般解を求めよ.

(2) 以下の連立常微分方程式の一般解を求めよ.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} + y = 0 \\ \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} = 3(x - y) \end{cases}$$

【4】 図1に示された周期 2π の関数 $f(x)$ (区間 $[-\pi, \pi]$ で $f(x) = x^2$) のフーリエ級数展開について、以下の問いに答えよ.

(1) フーリエ級数の係数を求めよ.

(2) $f(x)$ をフーリエ級数で表せ.

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ を求めよ.

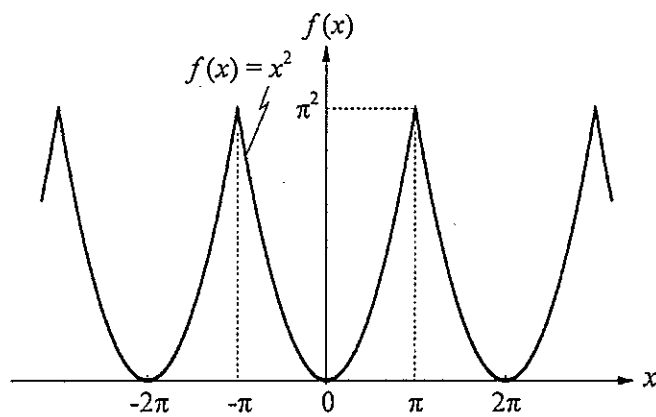


図 1