平成２７年度

大学院博士前期課程（修士）一般入学試験問題

流体力学

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで，中の頁を見てはいけません．
2. 問題用紙が２枚，解答用紙が３枚，草案用紙が１枚あります．
3. 解答始めの合図があったら，全ての用紙を見て枚数を確認して下さい．また，全ての解答用紙及び草案用紙に，受験番号，氏名を記入して下さい．
4. 解答は，それぞれの問題の解答用紙に記入して下さい．他の問題の解答を記入しても採点の対象となりません．
5. 解答欄が足りないときは，同じ問題の解答用紙の裏に記入して下さい．裏に解答を記入するときは，表の頁に裏に解答を記入していることを明記して下さい．

岡山大学大学院自然科学研究科（工学系）
機械システム工学専攻（機械系）

流　体　力　学

【１】図１に示す非粘性・非圧縮流中の z 軸を中心とするランキン渦を考える．$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ をそれぞれ x, y, z 方向の単位ベクトルとし，z 軸正方向を紙面手前向きとする．また，$\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$ をそれぞれ半径方向，および円周方向の単位ベクトルとし，以下の問いに答えよ．なお，図中の r と θ は，それぞれ $r=\sqrt{x^2+y^2}$，$\theta=\tan^{-1}(y/x)$ である．

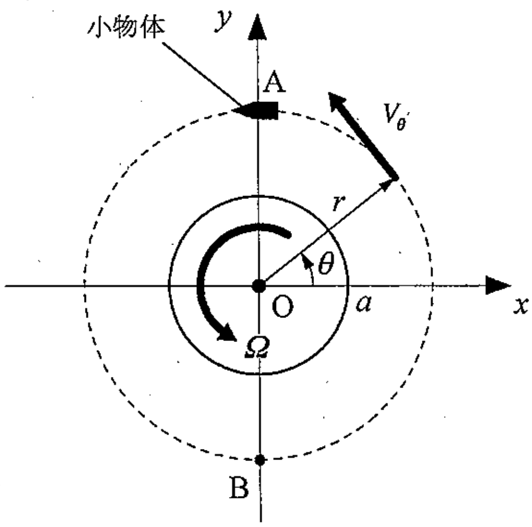

図１

(1)　$r<a$ で流体は，角速度 $\Omega\boldsymbol{k}$ で剛体回転（一様回転）する．このとき，$r<a$ における流体の速度 $\boldsymbol{V}$ を r と θ の関数として求め，渦度 $\boldsymbol{\omega}$ を計算せよ．

(2)　$r>a$ での流体は，θ によらない円周方向成分の速度 V_θ のみを持つポテンシャル流である．このとき，$r>a$ における流体の速度 $\boldsymbol{V}$ を r の関数として求めよ．なお，速度 $\boldsymbol{V}$ は $r=a$ で連続で，円柱座標系における流速 $\boldsymbol{V}$ の回転は，以下のように与えられる．

$$\nabla\times\boldsymbol{V} = -\frac{\partial}{\partial z}V_\theta\boldsymbol{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rV_\theta\right)\boldsymbol{k}$$

(3)　$r>a$ の点Ａに置かれた小物体は，流れによって半径 r の円上を移動する．この小物体が点Ｂに達したとき，尖った先端はどちらの方向を向くか，理由をつけて答えよ．

【２】xy 平面内の非粘性・非圧縮・ポテンシャル流を考える．原点Ｏに x の正方向を向いた強さ μ (>0) の二重吹き出しがある．このとき，以下の問いに答えよ．

(1)　二重吹き出しを表す複素速度ポテンシャル $W(z)$ を，複素数 $z=x+i\,y$ の関数として書け．なお，i は虚数単位である．

(2)　流れ関数を，x と y の関数として求めよ．

(3)　流線の式を，x と y の関数として求めよ．

流　体　力　学

【３】xy 平面内の点 $P(x_0, y_0)$に循環Γの直線渦糸がある．ただし，$x_0 > 0$, $y_0 > 0$とする．このとき，以下の問いに答えよ．なお，流れは非粘性で，渦糸がある点を除き，渦なしとする．

(1) この直線渦糸が誘起する流れの流線群は，図２に示すように点Ｐを中心とする同心円となる．点Ｐを中心とする半径 r の円周(破線)上の流速を $u(r)$とするとき，$u(r)$の向きを解答用紙の図中に描け．また，この円周に沿った循環Γ_1を，r と $u(r)$を用いて表せ．

(2) 問(1)で求めた循環Γ_1は r の値によらず直線渦糸の循環Γと一致する．その理由を説明せよ．

(3) この直線渦糸は流れ場に壁が存在すると移動する．図３に示すように，時刻 $t=0$ における渦糸の位置を $P(x_0, y_0)$とし，壁は$y=y_1$に位置し，x 軸に平行で無限に長いものとする．ただし，$y_0 > y_1 \geq 0$ とする．このとき，直線渦糸が有する速度(大きさと向き)と，時刻 $t\ (>0)$ における直線渦糸の位置$(x(t), y(t))$を求めよ．

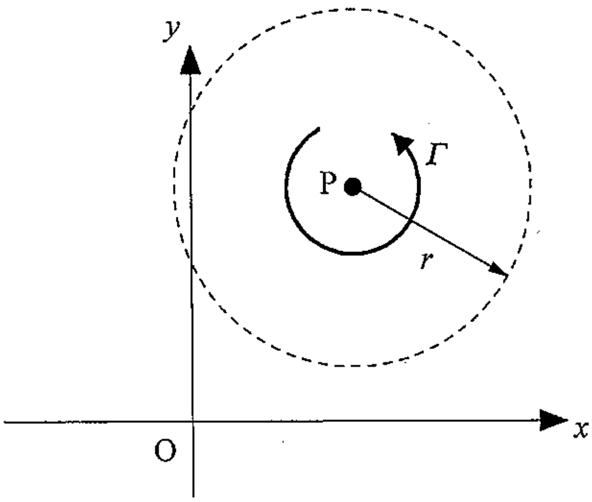

図２

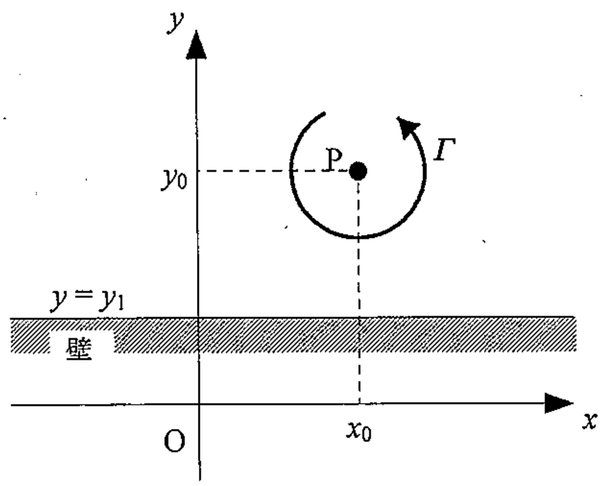

図３