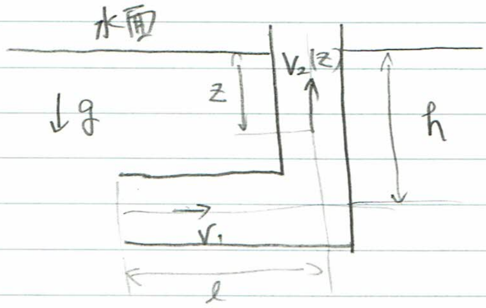
H28 流体力学



[1] (1) ベルヌーイの定理より

$$\frac{1}{2}v_1^2 + p_1 + gz_1 = \frac{1}{2}v^2 + p + z$$

ここで $p_1 = p$, $v = 0$, $z - z_1 = h$

よって

$$v_1^2 = 2gh$$

$$v_1 = \sqrt{2gh} \quad (v_1 > 0)$$

(2) ベルヌーイの定理より

$$\frac{1}{2}v_2^2 + p_2 + gz_2 = \frac{1}{2}v^2 + p + gz_0$$

ここで $v = 0$, $p = p_2$, $z_0 - z_2 = z$

よって

$$v_2^2 = 2gz$$

$$v_2(z) = \sqrt{2gz} \quad (v_2 > 0)$$

(3) まず水平円管を進み切る時間は

$$t_1 = \frac{l}{\sqrt{2gh}}$$

次に垂直円管を進み切る時間は

$$\frac{dz}{dt_2} = -\sqrt{2gz}$$

$$dt_2 = -\frac{1}{\sqrt{2gz}}dz$$

$$t_2 = -\int_h^0 \frac{1}{\sqrt{2gz}}dz = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

よって

$$t = \frac{l}{\sqrt{2gh}} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

No.

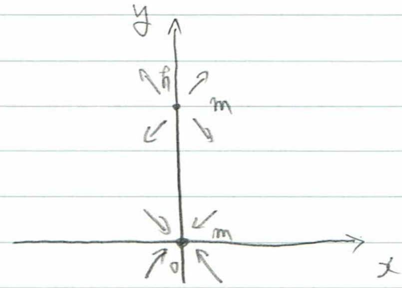
Date . .

[2] (1) 吸い込み

$$W_{吸}(Z) = m \log Z$$

吹き出し

$$W_{吹}(Z) = m \log \{Z + (0 - hi)\}$$
$$= m \log (Z - hi)$$



よって

$$W_{合}(Z) = W_{吹}(Z) - W_{吸}(Z)$$
$$= m\{\log(Z - hi) - \log Z\}$$

(2)

$$W(Z) = \lim_{h \to 0} \left\{ m \log \left(1 - \frac{h}{Z} i\right) \right\}$$
$$= \lim_{h \to 0} m \left(-\frac{h}{Z} i + \frac{h^2}{Z^2} - \cdots\right)$$
$$= -\frac{\mu i}{Z}$$

(3)

$$W(Z) = \frac{-\mu i}{x + iy} = \frac{-\mu i(x - iy)}{x^2 + y^2} = \frac{-\mu(y + ix)}{x^2 + y^2}$$

よって

$$\psi = -\frac{\mu x}{x^2 + y^2}$$

(4)

$$u = \frac{\psi}{\partial y} = \frac{2\mu x y}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$v = -\frac{\psi}{\partial x} = \frac{\mu}{x^2 + y^2} - \frac{2\mu x^2}{(x^2 + y^2)^2} = -\frac{\mu(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

よって

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$$

$$\frac{dx}{2xy} = \frac{dy}{-x^2 + y^2}$$

$\psi = c$ とすると

$$x^2 + y^2 = -\frac{\mu x}{c}$$

$$x^2 + \frac{\mu x}{c} + y^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{\mu}{2c}\right)^2 + y^2 = \frac{\mu^2}{4c^2}$$

よって

中心 $\left(-\frac{\mu}{2c}, 0\right)$ の円で、原点を通りy軸と接する

No.

Date . .

[3] (1) ストークスの抗力則より

抗力をDとすると

$$D = 3\pi\mu u D$$

(2)

$$ma = mg - D - B$$

ここで $m = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3\rho_w = \frac{1}{6}\pi\rho_w D^3$

$$\frac{1}{6}\pi\rho_w D^3 a = \frac{1}{6}\pi\rho_w D^3 g - 3\pi\mu u D - \frac{1}{6}\pi\rho D^3 g$$

(3) (2)より

$$3\mu u = \frac{1}{6}D^2\{\rho_w(g-a) - \rho g\}$$

$$u = \frac{D^2}{18\mu}\{\rho_w(g-a) - \rho g\}$$

終端速度のとき $a=0$ より

$$u = \frac{D^2}{18\mu}g(\rho_w - \rho)$$

(4) (3)より

$$u = \frac{(0.1\times10^{-3})^2\times9}{18\times2.0\times10^{-5}}(1.0\times10^3 - 1)$$

$$= 0.24975 \fallingdotseq 0.25 \ m/s$$

また

$$Re = \frac{uD}{\nu} = \frac{\rho u D}{\mu} \text{ より}$$

$$Re = 1.25$$

(5) $D \to 100D$

$$Re_{\text{模}} = \frac{\rho_E u\times100D}{\mu_E} = 1.25$$

$$u = 1.25\times\frac{4.0}{2.0\times10^3\times100\times0.1\times10^{-3}}$$

$$u = 0.25 \ m/s$$

(6)

$$D_1 = 3\pi\mu u D$$

$$D_2 = 3\pi\mu_E u\times100D$$

よって

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{100\mu_E}{\mu} = 2\times10^7 \ (\text{倍})$$