平成１５年度

大学院博士前期課程(修士)入学試験問題

数　学

岡山大学大学院自然科学研究科(工学系)

機械システム工学専攻(機械系)

平成１４年８月２６日

平成１５年度大学院博士前期（修士）入学試験問題
数　学

（注）解答用紙は４枚あるので各問題ごとに別々の解答用紙に記入すること。

【１】 次の関数を，$x=0$ においてテイラー展開し，x の６次までの項を求めよ。

$$\frac{\sin x}{x}$$

【２】 t_0 年に，サンフランシスコ湾でシマスズキが p_0 匹放流された。t 年には $p(t)$ に増えたという。以下の問に答えよ。

(1) シマスズキの年間の増殖数は，$p(t)$ に比例して増える数と，$p(t)$ に関係なく α 匹ずつ死滅する数とからなるとする。このとき，比例定数を k として，$p(t)$ に対する微分方程式を書け。

(2) 微分方程式の解を求めよ。

(3) 1880 年に 435 匹放流されたシマスズキは，20 年後の 1900 年には 100 万倍になったという。$\alpha=0$ として，k の値を有効数字２桁まで求めよ。ただし，$\log 10 = 2.30$ を用いてもよい。

【３】 ベクトル関数 $\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}+A_z\boldsymbol{k}$ について以下の問に答えよ。

(1) $\nabla^2\boldsymbol{A}$ および $\nabla(\nabla\bullet\boldsymbol{A})$ を成分で表示せよ。

(2) $\boldsymbol{A}$ が $\nabla\times\boldsymbol{A}=0$ を満たすとき

$$\nabla^2\boldsymbol{A}=\nabla(\nabla\bullet\boldsymbol{A})$$

となることを示せ。

【４】 $f(t)$ が，区間 $t\geq 0$ で定義された周期 a の周期関数: $f(t+a)=f(t)$ で，区分的に連続ならば，$f(t)$ のラプラス変換は

$$\mathrm{L}[f(t)]=\frac{1}{1-\exp(-as)}\int_0^a f(t)e^{-st}\mathrm{d}t \qquad ①$$

で与えられる。以下の問に答えよ。

(1) $g(t)$ を区間 $t\geq 0$ で定義された周期 $2a$ の周期関数: $g(t+2a)=g(t)$ とする。区間 $0\leq t\leq 2a$ で

$$g(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{a}t & 0\leq t\leq a\\[2mm] \dfrac{1}{a}(2a-t) & a<t\leq 2a\end{cases}$$

とするとき，関数 $g(t)$ のラプラス変換を求めよ。

(2) ① 式のラプラス変換を証明せよ。