

平成24年度

大学院博士前期課程（修士）入学試験問題

数 学

注意事項：解答用紙に指示してある問題番号，解答の仕方にしたがって記入すること。

岡山大学大学院自然科学研究科（工学グループ）
機械システム工学専攻（機械系）

数 学

【1】次の問いに答えよ.

- (1) $y = \cos^{-1}(\sin x)$ のとき, $\frac{dy}{dx}$ を求めよ. ただし $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ かつ $0 < y < \pi$ とする.
- (2) サイクロイド $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ のとき, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ. ただし, a は $a > 0$ の定数とし, θ を媒介変数とする.

【2】次の問いに答えよ.

- (1) 次の微分方程式が完全微分形でないことを示し, 完全微分形となる積分因子を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{y}{x} - e^x \right) = 0$$

- (2) (1) の微分方程式の一般解を求めよ.

【3】以下の3つのベクトル x_1 , x_2 , x_3 がある.

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ k \end{bmatrix}$$

x_1 , x_2 , x_3 は一次従属 (線形従属) である. 次の問いに答えよ.

- (1) k の値を求めよ.
- (2) x_3 を x_1 , x_2 を用いて表せ.
- (3) x_1 , x_2 , x_3 が原点 O を始点とするとき, これらを含む平面の方程式を求めよ.
- (4) ベクトル x_4 が, x_1 , x_2 , x_3 を用いて

$$x_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = ax_1 + bx_2 + cx_3 \quad (a, b, c \text{ は定数})$$

で表されるものとする. a , b , c を求めよ.

【4】以下の微分方程式について考える.

$$y' + y = f(t)$$

$f(t)$ は, 区間 $0 \leq t$ で定義され, 図1で表される関数とする. 次の問いに答えよ.

- (1) $f(t)$ を, 単位ステップ関数 $u(t)$ を用いて表せ. なお $u(t)$ は, 次式で定義される.

$$u(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases}$$

- (2) $f(t)$ をラプラス変換せよ.
- (3) 微分方程式をラプラス変換し, 微分方程式の解 $y(t)$ を求めよ. ただし $y(0) = 0$ とする.

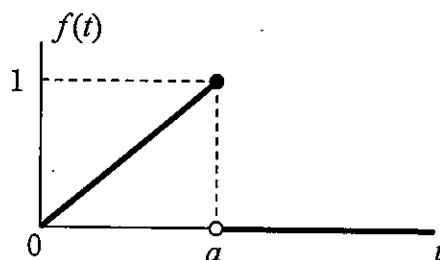


図 1