I - 狠简单的构造题

题意:构造一个长度为 n的字符串 s,使 s中出现的子串的次数均为奇数次。

模拟小样例后发现,当 n=1 时输出 a 即可。当 n 为偶数时,字符串 $\underbrace{aaa \dots aaa}_{\frac{n}{2} \uparrow} \underbrace{baaa \dots aa}_{\frac{n}{2} - 1 \uparrow}$ 符合条件。当 n 为大于等于 3 的奇数时,字符串

 $\underbrace{aaa...aaa}_{\frac{n-1}{2}\uparrow}$ $\underbrace{baaa...aac}_{\frac{n-1}{2}-1\uparrow}$ 符合条件。

M - 质树

题意:给一棵树的每个边权赋权,使得每个边的边权是质数,任意两个相邻边的边权之和也是质数。

注意到要满足题目条件,那么树中不可能存在一个度数大于等于3的结点。证明如下:

假设存在一个结点的度数不小于 3 。 考虑这个结点的任意三个边的边权,假设分别为 x,y,z ,那么应该满足 x,y,z,x+y,x+z,y+z 均为质数。

最小的质数为 2 ,那么 x+y,x+z,y+z 至少为 4 ,且由于这些数都是质数,所以,他们一定都是大于等于 5 的奇质数。考虑 (x+y)+(x+z)+(y+z)=2(x+y+z) ,等式左边为三个奇数相加,应为奇数,等式右边为偶数乘上一个数,应为偶数。这是不可能的,所以假设不成立。

因此,能够给边赋权的必要条件是不存在度数大于等于3的结点。而满足所有结点度数小于等于2的树只有链。而对于一个链,我们可以依次给相邻的边交替赋2和3这两个值。易证这样赋值符合题目条件。