

嵌入空间的复杂网络关联维数研究

戴维凯, 张 胜, 吴 峰, 蓝文祥

(南昌航空大学 信息工程学院, 南昌 330063)

[摘 要] 关联维数是定量分析复杂网络分形特性的一种重要指标。现有的关联维数方法在嵌入空间后通过节点的遍历随机游走来重构高维的节点向量, 游走过程仅考虑邻居节点, 导致重构的向量中元素之间包含了相似的节点信息, 这并不利于恢复系统的动力学特性。针对这一问题提出了一种新的复杂网络关联维方法, 将混沌理论中嵌入空间的延迟时间概念引入复杂网络, 扩大游走对象的距离, 降低了节点向量内元素之间的相关性。同时定义了在非欧氏空间的复杂网络关联和, 解决了现有方法在传统度量空间不能直接使用的问题。通过 3 个具有分形维数的网络进行分析, 结果表明了该方法在分析动力系统维数时是有效的, 比原方法计算的维数更容易趋向真实值。

[关键词] 复杂网络; 分形特性; 关联维数; 嵌入空间

[中图分类号] O157.5

[文献标志码] A

doi: 10.3969/j.issn.2096-8566.2020.03.004

[文章编号] 2096-8566(2020)03-0025-09

Research on Correlation Dimension of Complex Network Embedded in Space

DAI Wei-kai, ZHANG Sheng, WU Feng, LAN Wen-xiang

(School of Information Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

Abstract: The correlation dimension is an important indicator for quantitatively analyzing the fractal properties of complex networks. In the existing correlation dimension method, the high-dimensional node vectors will be reconstructed by ergodic random walks when the network embedded in Euclidean space. The walking process only considers neighbors and causes the node vectors to contain more similar node information, which is not conducive to recovery dynamic characteristics of complex systems. To solve this problem, a new correlation dimension method for complex networks is proposed. The concept of delay time of embedded space in chaos theory is introduced into complex networks to increase the distance of traveling objects and reduce the correlation between nodes in the node vector. And we define the complex network correlation sum in non-Euclidean space, which makes correlation dimension method can be directly used in the traditional metric space. We validate the method from three networks with fractal dimensions. The results show that the method is effective in estimating the dimensions of the dynamic system, and the dimensions tend to the true correlation dimension values.

Key words: complex networks; fractal properties; correlation dimension; embedded space

[收稿日期] 2020-07-01 [修回日期] 2020-08-06

[基金项目] 国家自然科学基金 (61661037); 江西省教育厅科技项目 (GJJ170575); 南昌航空大学研究生创新专项资金 (YC2018018)

[通讯作者] 张 胜 (1968—), 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 复杂系统与复杂网络、无线传感器网络、人工智能等。

引言

复杂系统的组件交互形成一个网络,描述了个体之间的关系和交互行为。网络的视角下虽难以完整描述整个系统,但总体来说能呈现出系统的一些共同特征如涌现、演化、自适应、自组织和自相似等^[1]。网络科学也成为了研究复杂系统的主流趋势。复杂网络是具有非平凡拓扑特征的图,是复杂系统的抽象和研究的重要工具。20 世纪末人们逐渐对规模更大,结构更复杂的网络进行分析,并取得了重大成果,复杂网络的研究迎来了一个新时代。许多真实网络中具有 2 个基本拓扑特征之一的小世界性意味着节点的数量与网络的直径呈增长,即不会是幂律关系。然而 2005 年, Song 等^[2-3]分析了各种真实的复杂网络,发现得到的结果正好相反,且在所有标度尺度上都由自我重复的模式所组成,由此发现了存在于复杂网络中的自相似拓扑结构特征。定量分析自相似的方法之一是计算分形维数,因此这种自相似特性也称为分形特性。有人认为分形特性是有别于小世界性和无标度性的复杂网络基本拓扑特性^[4-6]。

盒子覆盖法是复杂网络中计算分形维数的常用方法,实施过程中需要解决寻找最小覆盖网络的盒子数。但寻找最小覆盖数是一个 NP 难问题,为了避免这一情况, Lacasa 等^[7]将混沌理论中用于检测混沌序列的关联维数引入复杂网络中,作者通过将网络嵌入到一个欧几里得空间,使得每个节点都拥有坐标信息。再通过节点的遍历随机游走将节点扩展成节点向量,由此将网络展开至高维相空间当中。在同一年, Wang 等^[8]也使用关联维数研究了复杂网络的分形特性。区别在于 Wang 的方法并未考虑嵌入空间和相空间在平面网络中计算关联维数。Lacasa 等^[9]进一步对复杂网络的关联维数进行研究,在晶格空间 \mathbb{Z}^d 获得了与 Hasussdorf 维^[10]相接近的结果。Rosenberg 在平面 n 维晶格网络中计算关联维数,发现计算结果与网络中的维数相去

甚远,因此提出了整体斜率(overall slope)的概念,使得关联维能有效用于分析平面 n 维晶格的分形维数^[11-12]。关联维数在分形混沌系统时,通常需要选择合适的嵌入维数 m 和延迟时间 τ 参数将系统重构到相空间中。而对于复杂网络的关联维数方法在嵌入至 m 相空间时,并未考虑参数 τ 的影响。因此本文在现有关联维数算法基础上提出了一种间隔遍历随机游走的嵌入空间的关联维数分形特性分析方法。

1 相空间的关联维数

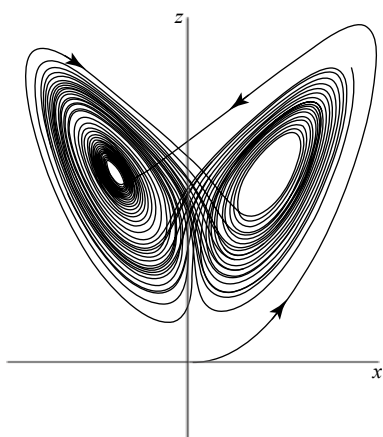
1.1 混沌现象

自然界存在着诸多无法精确预测的系统,例如气候变化、流动的流体、心跳规律、钟摆系统等。著名的气象学家洛伦兹曾说“亚马逊的一只蝴蝶扇动翅膀就可能引起得克萨斯州的一场飓风”,这就是著名的“蝴蝶效应”^[13],系统的自变量经过微小的变化,系统的应变量却会发生巨大的变化,这是一种典型混沌行为。一般来说,混沌是无序的行为,在短期具有确定性,而在长期而言却有不可预测的随机性^[14]。为了说明混沌行为的基本特征,将通过经典的 Lorenz 系统来介绍。

Lorenz 系统是为大气对流开发的简化数学模型。该模型是由 3 个常微分方程组成(简称洛伦兹方程):

$$\begin{cases} dx/dt = \sigma(y-x) \\ dy/dt = x(\rho-z)-y \\ dz/dt = xy-\beta z \end{cases} \quad (1)$$

其中: σ, ρ, β 均为系统参数, x, y, z 为运动的轨迹坐标,实际上 x 与流速成正比, y, z 分别为水平和垂直温度变化。此外, Lorenz 系统模型还可用于分析发电机、电路、化学反应、渗透等问题。图 1 为 Lorenz 系统参数 $\sigma=10, \rho=28, \beta=8/3$ 下的 x, z 的截面轨迹图。Lorenz 系统的轨迹图看似围绕着两个区域点来回运动,具有一定的周期性,但轨迹线几乎不重合,那么这个朝着 2 个稳态区域运动的点称为吸引子。吸引子在系统中形成恒定的反馈环,并且不断

图1 Lorenz系统 x, z 截面图

重复, 拥有自相似、分形和自组织的特性。吸引子通常具有分形微观结构, 那么计算分形维数就可用于定量分析其分形特性。在具有吸引子的系统中生成点 $\{x_i, i=1, \dots, n\}$, 如图2所示。由于点数多, 因此使用盒子覆盖法是非常困难的。更合理和有效的方法是计算关联维数。

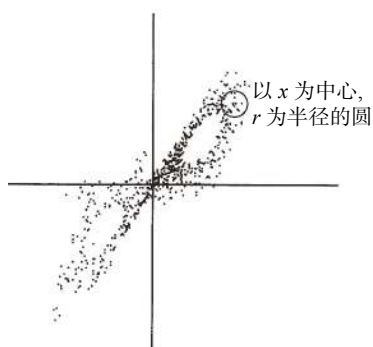


图2 具有吸引子系统下的随机点

在点集中选取一个点 x , 设 $N_x(r)$ 为以 x 为中心, r 为半径内所包含的点数, 反映的是轨迹到达 x 的 r 邻域内的频数。通过增加尺寸, 若发现 r 与 $N_x(r)$ 呈幂律关系: $N_x(r) \propto r^d$, 则 d 为单点维数。通过将取多数点 $N_x(r)$ 的平均, 则平均值物理量 $C(r) \propto r^d$, 此时 d 为关联维数。其反映的是吸引子上点的密度, 因此与盒维不同, 盒维是统计盒子的数量, 忽略了盒子中包含点的个数。这个例子中点有横纵坐标轴有两个观测维度, 如果观测能力有限, 只能观测到一个维度的数据, 那么可以通过相空间重构的方法还原系统的高维信息。

1.2 相空间的关联维数

Grassberger 和 Procaccia 提出的 G-P 算法^[15]基于嵌入理论和重构相空间用于关联维数计算方法。系统在一个时刻的状态称作为相, 决定状态的空间称为相空间。一个系统如果由多个变量控制, 且变量之间互相作用, 那么一个变量受其他所有变量的影响, 所以它蕴含着所有变量的信息和轨迹。因此相空间则是将原低维数据尽可能的还原成原始的高维信息和系统的动力学行为特征^[14], 这种方法即为重构相空间。

设一个时间序列为 $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$, 根据 Taken 的嵌入空间理论^[16]构造一批扩展向量, 即:

$$X_i = [x_i, x_{i+\tau}, x_{i+2\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

序号 x_i 则被扩展为 m 的向量 X_i , 也即为:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_{1+\tau} & \cdots & x_{1+(m-1)\tau} \\ x_2 & x_{2+\tau} & \cdots & x_{2+(m-1)\tau} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_i & x_{i+\tau} & \cdots & x_{i+(m-1)\tau} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

m 为嵌入维, 即相空间的维数, 相当于将一维序列映射到了 m 维空间当中。

2 复杂网络嵌入空间的关联维数

2.1 嵌入空间关联维数

给定一个具有 N 个节点和 e 条边的网络 G , 网络中将每个节点 i 标记为节点向量 v_i (如果在离散空间中 $v \in \mathbb{R}^d$)。从每个节点出发在网络的表面上进行遍历随机游走, 其轨迹生成一个长度为 n 的向量 $\{v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n\}$, 如果网络是嵌入到一个欧氏空间中, 则 v_i 向量存储的是节点的位置信息。例如, 在一个二维空间, $v_i = (v_x, v_y)^T$, 游走的向量变为 $\{v_x(1), v_y(1), v_x(2), v_y(2), \dots, v_x(n), v_y(n)\}$, 以此网络中的节点可以被扩展成了高维向量, 可以用于描述几何形状和网络维数^[7]。通过 Taken 的嵌入理论^[16], 重构节点向量得到序列 $\{V(t)\}$, 其中 $V(i) \in \mathbb{R}^{m \cdot d}$:

$$V(i) = [v_{i+1}, v_{i+2}, \dots, v_{i+m-1}] \quad (4)$$

其中 m 为嵌入维数, 则关联和函数的计算变为:

$$C_m(r) = \frac{2 \sum_{i < j} \theta(r - \|V(i) - V(j)\|)}{(n-m)(n-m+1)} \quad (5)$$

$\theta(z)$ 表示为 Heavisede 阶跃函数, 当 $z \geq 0$ 时, $\theta(z) = 1$, 否则 $\theta(z) = 0$ 。 $\|x\|$ 通常表示为求 x 的 p 范数 $x_p = \left[\sum_i |x_i|^p \right]^{1/p}$ 。这里 $|\cdots|$ 选择较为通用的 L^∞ 无穷范数, $x_\infty = \max(|x_1|, |x_2|, \cdots, |x_n|)$, 也称作切比雪夫距离。根据随机游走的相关理论^[15,17], 通过随机游走的轨迹扩展了节点向量, 通常都具有明确定义的维数:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln[C_m(r)]}{\ln(r)} = \beta_m \quad (6)$$

当嵌入维数 m 足够大时 (根据 Whitney 的嵌入空间理论, m 增大, 维数收敛), β_m 趋于真实的关联维数 β 。式 (6) 并非针对有限网络的, 因此更通用的计算是通过找到 $\ln[C_m(r)]$ 与 $\ln(r)$ 的线性增长的区间进行拟合直线, 求取直线斜率得到 β_m 。

2.2 嵌入空间的间隔随机游走

上述的方法通过遍历随机游走将网络重构到 m 维相空间, 但随机游走的每一步都限制在了了一跳的邻居节点。一般来说, 节点间距离越小表示关系越紧密, 而重构至相空间的 m 维节点向量 $V(i) = [v_{i+1}, v_{i+2}, \cdots, v_{i+m-1}]$, v_{i+1} 与 v_{i+2} 过于接近, 则只能反映网络中较小范围内的局部信息。因此这里提出一种间隔随机游走的嵌入空间方法。

通过加入游走间隔 τ , 则公式 (4) 扩展的节点向量变为:

$$V(i) = [v_i, v_{i+\tau}, v_{i+2\tau}, \cdots, v_{i+(m-1)\tau}] \quad (7)$$

τ 满足节点 v_i 与节点 $v_{i+\tau}$ 的距离为 τ , 在重构到 $\mathbb{R}^{m \cdot d}$ 空间轨线上原始动力系统将保持微分同胚, 即只需要选取好 τ 与 m 的合适值, 就可以在拓扑等价的基础上恢复原来系统的动态特性。

如图 3 所示, 间隔 τ 进行随机游走, 图 3a 种子节点向外扩散找到可进行下一跳的点, 为邻居节点。图 3b 中, 种子节点再外扩散, 此时 $\tau = 2$, 则节点不能选择邻居作为下一跳, 而是扩散第二层的节点进行游走。同样的, 图 3c 中节点向外扩散 3 层,

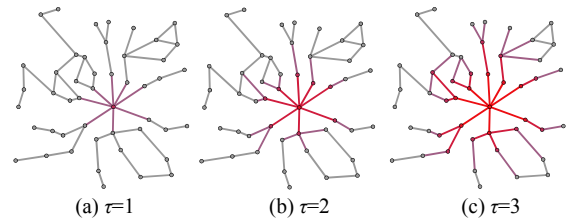


图 3 间隔 τ 的随机游走图

游走只能从第三层中的节点进行选择。为了方法更适用平面网络, 关联和的计算公式由 (5) 变为:

$$C_m(r) = \frac{2 \sum_{i < j} \theta(\text{dis}(V(i), V(j)) - r)}{(n-m)(n-m+1)} \quad (8)$$

其中 $\text{dis}(V(i), V(j)) = [d_{(v_i)(v_j)}, d_{(v_{i+\tau})(v_{j+\tau})}, d_{(v_{i+2\tau})(v_{j+2\tau})}, \cdots, d_{(v_{i+(m-1)\tau})(v_{j+(m-1)\tau})}]$, $d_{(v_i)(v_j)}$ 为节点 v_i 与 v_j 之间的距离。同时范数...选择为 L^∞ 无穷范数。由于复杂网络的随机游走生成的 m 维向量并不会像时间序列丢失 m 个数据点, 因此节点对的总数将由 $(n-m)(n-m+1)$ 恢复成 $n(n-1)$, 则关联和的计算为:

$$C_m(r) = \frac{2 \sum_{i < j} \theta(\text{dis}(V(i), V(j)) - r)}{n(n-1)} \quad (9)$$

3 嵌入相空间的复杂网络分形特性分析

3.1 晶格网络的关联维数分析

晶格 (lattice) 网络是可嵌入欧氏几何空间的点阵网络, 如果该网络有无穷大的规模, 则每个节点都拥有 4 个邻居。网络是具有明确的 Hausdorff 维的光滑度量空间的离散极限。

生成一个规模为 1000 的二维 lattice 网络, 通过间隔遍历随机游走的方法将该网络嵌入到维的空间当中, 结果如图 4 所示为游走范围 τ 从 1 到 5 时不同嵌入维 m 下关联和 $C_m(r)$ 与尺度距离 r 在双对数坐标轴上的曲线图。在不同的游走范围 τ 和嵌入维 m 的改变下都可以看出其分形特性, 当嵌入维数等于 1 时, 不管 τ 的值取多大, 关联维数值都不会变化。因为节点向量并未扩展至高维, 因此关联和中由求取 $V(i)$ 与 $V(j)$ 向量的距离变为求解两个节点的距离。在 τ 较小时, 关联维数值随着嵌入维 m 的

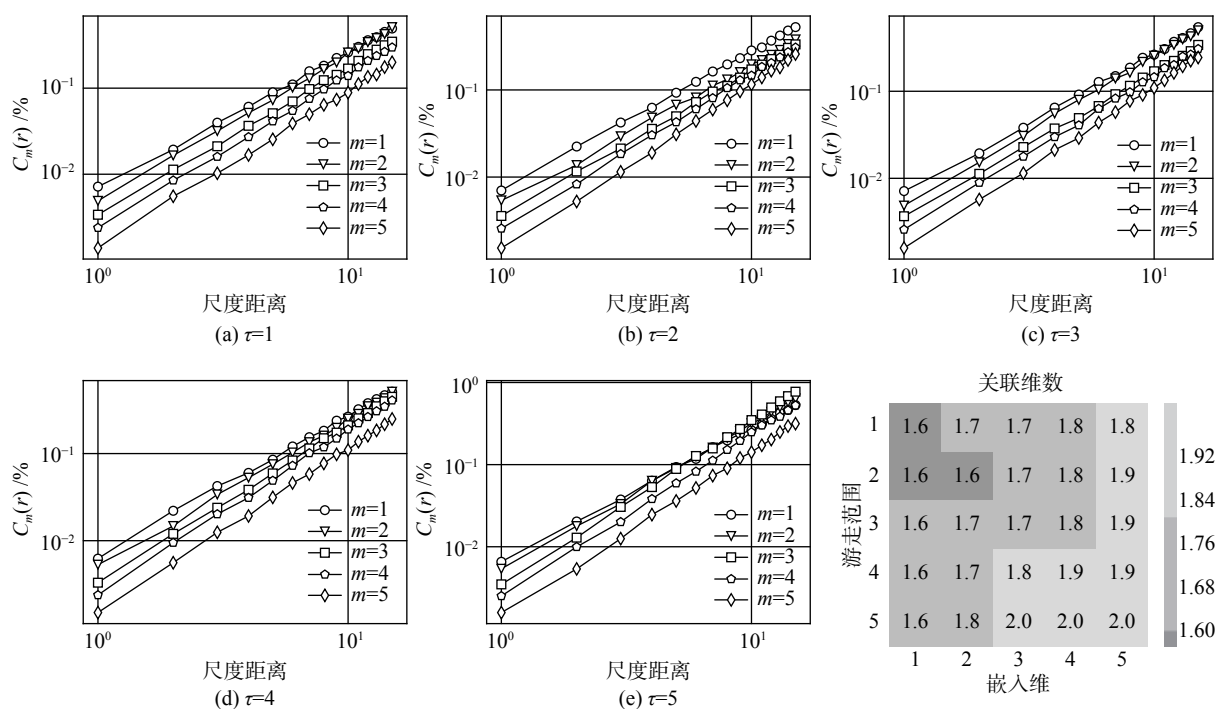


图4 二维 lattice 网络的关联维

增加而减小, 当 $\tau > 4$ 之后, 随着嵌入维的增加关联维 β_m 收敛不再有较大的波动。根据 Whitney 嵌入空间理论当嵌入维 $m > 2D + 1$ 时(D 为动力系统的维数), 系统的原始动力学特性在拓扑等价的意义下可以得到恢复^[14]。但从 2D lattice 的结果来看, 嵌入维并不需要在达到很高, 在 $\tau = 5, m = 3$ 时关联维数值为 1.96 与系统的维数值 2 较为接近。由于间隔 τ 的加入, 关联维数值更容易收敛且接近真实的系统值。

3.2 分形网络的分形特性分析

为了验证方法是否有效, 在构造生成的分形的网络上进行关联维数的分析, 模型选择一个分形增长的复杂网络, 通过逆重整化的方法迭代生成分形网络, 生长过程由 p, q, e 3 个参数控制^[18], 满足

$$N(t) = pN(t-1) \quad (10)$$

$$k_i(t) = qk_i(t-1) \quad (11)$$

$N(t)$ 和 $k_i(t)$ 分别表示 i 次迭代时的节点数量和节点 i 的度, 节点 i 在逆重整化中将重新加入 $p-1$ 节点数, 其中 $q-1$ 个节点将连接到节点 i 上, 剩余的 $p-q-2$ 个节点随机连接到节点 i 的邻居上。 $e \in [0, 1]$

表示分形程度, e 越接近 1 则网络的分形特性强度越低。生长过程如图 5 所示, 图 5a 为 $e = 1$ 时, 每次迭代节点度数大于 2 的可视为 Hub 节点, 此时以概率 $1-e$ 将相连的 Hub 与 Hub 之间进行分离。图 5b 则为 $e = 0$ 时的生成过程, Hub 节点分离后通过一个节点进行分隔。

图 6 为嵌入空间下为参数 $p = 6, q = 3, e = 0.3$ 迭代 4 次时的分形网络关联维数值, 在嵌入空间时并不是所有嵌入维数 m 都可以表现出良好的分形特性。如, 嵌入维 $m = 2$ 时, 大多数情况不能得到理想的拟合曲线。根据文献 [18] 所述, 其理论盒维数为 $d_B = \ln 6 / \ln 2 \approx 2.6$, 但实际计算的关联维数并未收敛于此理论值, 而是在 $\tau = 3, m = 4$ 时得到的关联维数估计值 3.1。造成这个的原因是由于需要合理的选择嵌入维数值, 和该分形网络的生成过程存在的一定随机性, 拥有理论的盒维数, 但并不一定表示系统维数就等于盒维。当 $\tau > 2$ 时, 关联和与尺度的关系曲线的会随着嵌入维的增加而更具有线性关系。因此在分析分形网络时, 合适的嵌入维 m 和游走范围 τ 的选择, 将得到更好的分形特性分析结果。

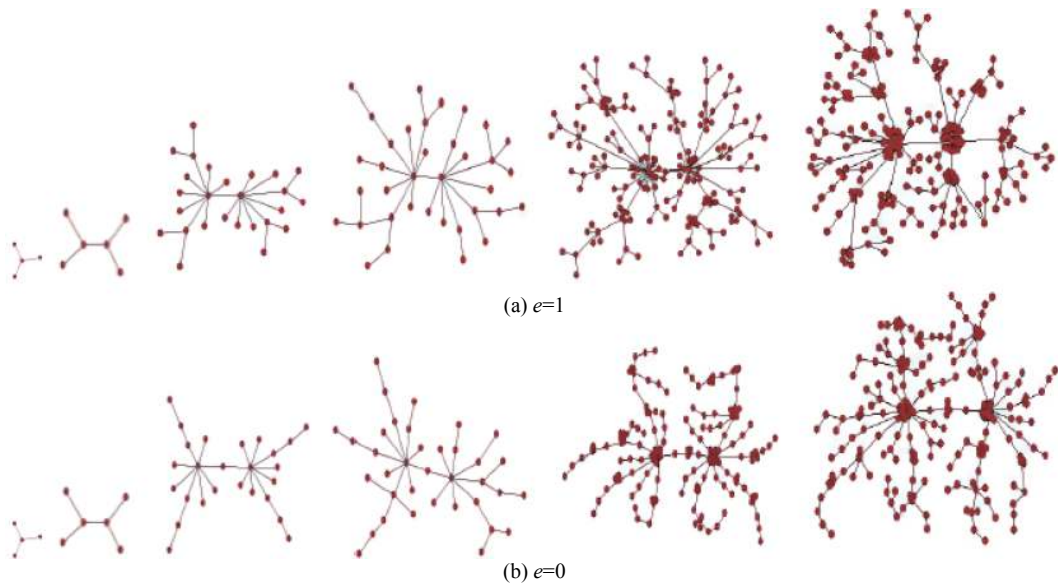


图 5 Hub 互斥的分形网络构造过程

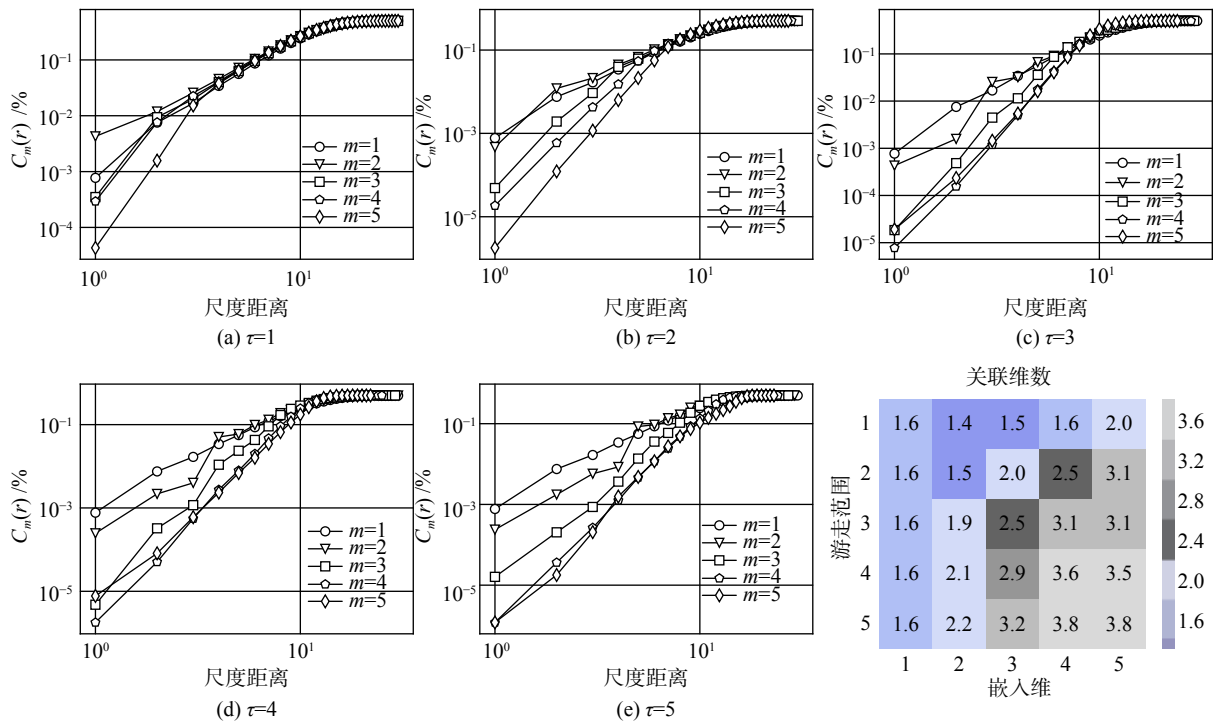


图 6 分形网络的嵌入空间关联维

3.3 复杂网络视角的混沌序列分形特性分析

混沌时间序列是混沌系统随时间变化的数列。混沌序列中出现吸引子现象,通常拥有一个确定的分形维数。本文通过水平可视图的方法将时间序列转化复杂网络,通过复杂网络的视角研究混沌序列的分形维数。

1) 水平可视图。

Xie 等^[19]通过水平可视图的方法将分型布朗运动的时间序列转化为复杂网络,发现混沌序列的分形维数与复杂网络中的分形维数是非常接近的^[20],这表明了动力系统从复杂网络视角下是有效的。水平可视图的转换过程如图 7 所示,当 2 个时间点

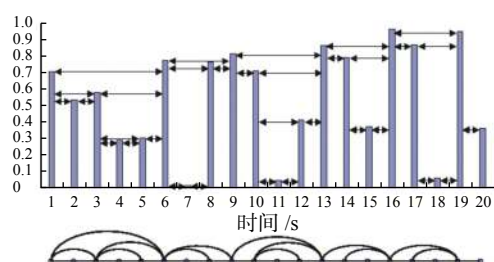


图7 水平可视图额时间序列转换过程

的信号值之间未有遮挡互相可视, 连时间点形成连边可通过下式判断是否形成连边:

$$x_i, x_j > x_n \quad i < n < j \quad (12)$$

其中 x_i 表示为时间点 i 下的信号值大小。

2) 分形特性分析。

将典型参数 $\sigma = 10, \beta = 8/3, \rho = 28$, 根据式 (1) 生成 2500 个时间点的 Lorenz 混沌序列, 取其中的坐标轴 x 的时间序列, 通过水平可视图转换为复杂网络。在不同游走范围 τ 下关联和 $C_m(r)$ 与尺度距离 r 在无标度区间的关系曲线如图 8 所示。当未加入 τ 参数时, 随着嵌入维 m 的增大, 所计算的关联维并没有收敛的迹象, 当 $\tau > 1$ 时分形特性的线性程度更高。随着 τ 的增大至 4 时, 关联维数的估计值不再随嵌入维而增加, 呈现出收敛于区间 (1.4, 1.6)

的趋势。

为了分析复杂网络视角下与时间序列的关系, 通过嵌入空间理论分析时间序列如图 9 所示。可以发现在不同 τ 和不同的嵌入维 m 下都具有分形特性, 在 τ 增加到 3 时, 关联维数的估计值收敛于 1.5, 这与在复杂网络视角下表现了相似的现象。因此提出的方法在混沌序列的研究可一定程度反映混沌动力系统的关联维数。尽管关联维数收敛于特定值, 但要求得更接近真实动力系统维数, 则需要对嵌入维 m 和游走范围 τ 有更合理的选择。

4 结 论

将混沌理论中嵌入空间的延迟时间概念引入复杂网络, 扩大游走对象的距离。通过对时间二维的 lattice 网络、分形网络和混沌网络进行了分析, 结果表明提出的嵌入空间的关联维数方法在嵌入维数较低的情况下更容易反映动力系统的真实维数值。在复杂网络视角与混沌时间序列的嵌入空间关联维数分析中也表现出相同的现象, 说明该方法在混沌系统中也是有效的。

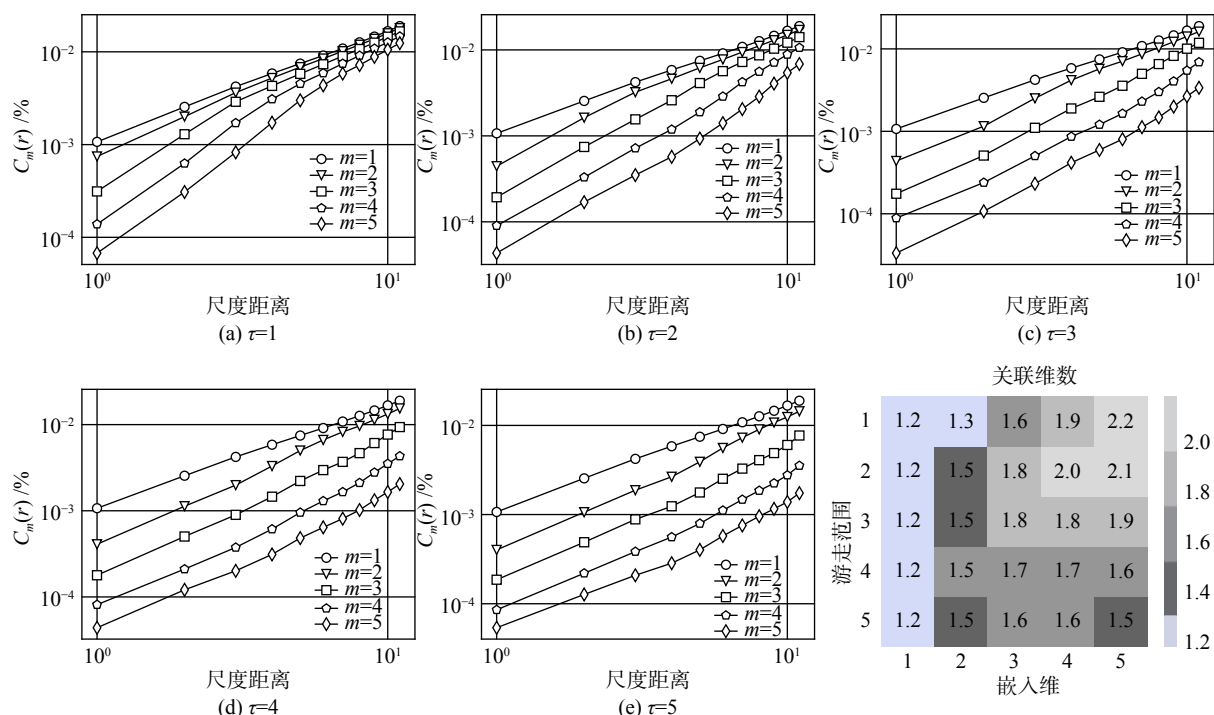


图8 Lorenz 系统在复杂网络视角的分形特性

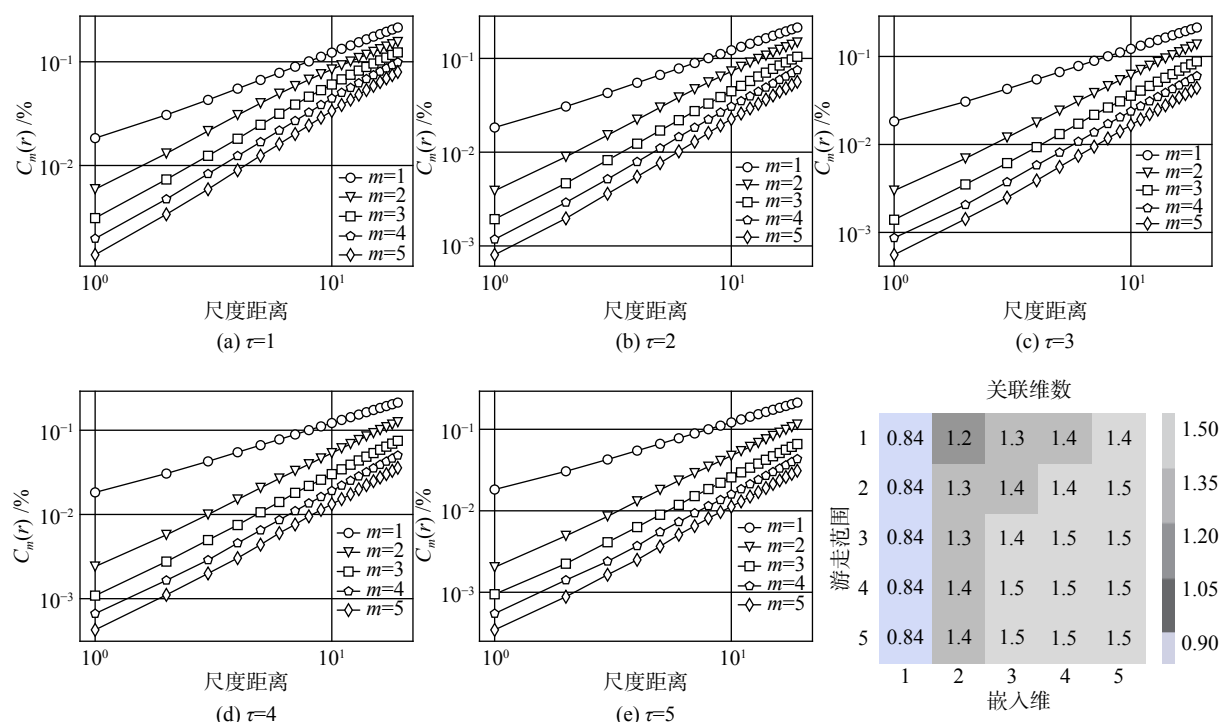


图 9 Lorenz 混沌序列的关联维数分析

【参考文献】

- [1] NEWMAN M E J. 网络科学引论 [M]. 北京:电子工业出版社,2014.
- [2] SONG C,HAVLIN S,MAKSE H A. Self-similarity of complex networks [J]. Nature,2005,433(7024):392-395.
- [3] SONG C,HAVLIN S,MAKSE H A. Origins of fractality in the growth of complex networks [J]. Nature physics,2006,2(4):275-281.
- [4] 刘胜久,李天瑞,刘小伟. 网络维数:一种度量复杂网络的新方法 [J]. 计算机科学,2019,46(1):51-56.
- [5] 魏代俊. 复杂网络分形性质及应用研究 [D]. 重庆:西南大学,2014.
- [6] 黄毅,张胜,戴维凯,等. 加权网络的体积维数 [J]. 复杂系统与复杂性科学,2019,15(3):47-55.
- [7] LACASA L,GÓMEZ-GARDEÑES J. Correlation dimension of complex networks [J]. Physical review letters,2013,110(16):1-5.
- [8] WANG X,LIU Z,WANG M. The correlation fractal dimension of complex networks [J]. International journal of modern physicsc, 2013,24(5):1350033.
- [9] LACASA L,GÓMEZ-GARDEÑES J. Analytical estimation of the correlation dimension of integer lattices [J]. Chaos,2014,24(4): 043101.
- [10] BANDT C,FALCONER K,ZÄHLE M. Fractal geometry and stochastics V [M]. Birkhäuser,2015,70.
- [11] ERIC ROSENBERG. A survey of fractal dimensions of networks [M]. Springer,2018.
- [12] ROSENBERG E,LABS T. The correlation dimension of a rectilinear grid [J]. Journal of interconnection networks,2016,16(1):1-19.
- [13] LORENZ E. The butterfly effect [J]. World scientific series on nonlinear science series a,2000,39:91-94.
- [14] 朱华,姬翠翠. 分形理论及其应用 [M]. 北京:科学出版社,2011.
- [15] PETER GRASSBERGER I P. Measuring the strangeness of strange attractors [J]. Physica d:nonlinear phenomena,1983,9(1-2):189-208.
- [16] TAKENS F. Detecting strange attractors in turbulence [M]. Springer Verlag,1982.
- [17] ECKMANN J-P,RUELLE D. The theory of chaotic attractors [M]. Springer New York,1985:273-312.

- [18] KITSACK M,HAVLIN S,PAUL G,et al. Betweenness centrality of fractal and nonfractal scale-free model networks and tests on real networks Maksim [J]. Physical review e,2007,75(5):056115.
- [19] LUQUE B,LACASA L,BALLESTEROS F,et al. Horizontal visibility graphs:Exact results for random time series [J]. Physical review e,2009,80(4):1-11.
- [20] XIE W J,ZHOU W X. Horizontal visibility graphs transformed from fractional brownian motions:Topological properties versus the hurst index [J]. Physica a:statistical mechanics and its applications,2011,390(20):3592-3601.

=====

(上接第 24 页)

- [36] XU J,XIONG H,WU X. Signal processing for the guided wave test based on the empirical mode decomposition [C]//International Conference on Electrical and Control Engineering.IEEE,2011:1233-1240.
- [37] CHENG T,SONG X,XU Z. Effects of excitation parameters on the echo wave-packet of magnetostrictive guided-wave [C]//International Conference on Measurement,Information and Control.IEEE,2014:26-30.
- [38] 吴斌,刘秀成,辛军,等. 基于权值差除法的 MsS 超声导波管道检测试验研究 [J]. 压力容器,2010(1):12-16.
- [39] ROTHBART A,ROSENBERG L. A theory of pulse transmission along a magnetostrictive delay line [J]. Ultrasonic engineering ire transactions on,1957,6(2):32-58.
- [40] 张利民. 超声导波在线检测技术在石油管道中的运用 [J]. 中国高新技术企业,2016(29):131-132.
- [41] 张胜军,暴永铭,张贵华. MsS 超声导波技术在高温管道在线检测中的应用 [J]. 无损检测,2012(8):73-75.
- [42] 臧延旭,金莹,陈崇祺,等. 基于磁致伸缩效应的管道裂纹检测器机械结构的设计 [J]. 油气储运,2015(7):775-778.
- [43] 韩利哲,湛小琳,丁敏. 低频导波技术在炉管检测中的应用 [J]. 中国特种设备安全,2015(11):25-31.
- [44] 李洪刚,彭国平,张在东,等. MsS 导波技术在不锈钢换热管束中的应用 [J]. 无损探伤,2016(2):32-34.
- [45] XU J,TANG H,WU X,et al. Broken wire detection in stay cables based on guided waves [C]//International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering.IEEE,2010:1207-1210.
- [46] 邹易清,武新军,徐江,等. 磁致伸缩导波技术在桥梁缆索腐蚀检测的研究进展 [J]. 预应力技术,2015(4):9-15.
- [47] 于淑敏,刘雪芳. 电磁超声导波技术在钢丝绳检测中的应用 [J]. 华电技术,2016(12):9-11.
- [48] 段鸿杰,林鸣,李文波. 基于磁致伸缩技术的吊杆检测应用研究 [J]. 湖南交通科技,2014(1):104-106.