> 我们讨论的第二类距离称为矩阵距离，它由图形中顶点之间的成对亲和力结构的直接比较组成（有关矩阵距离的详细讨论，请参见[9]）。 这些亲和力通常组织成矩阵，然后可以通过入门级ℓp范数比较矩阵。 矩阵距离都需要节点对应。

我们已经讨论了用于测量两个图形之间距离的频谱方法。 为了介绍矩阵距离，我们首先关注测量在一个图上距离的方法。 也就是说，两个顶点v，w属于V之间的距离δ（v，w）。 这种距离的几个例子包括最短路径距离[25]，有效图形阻力[26]以及随机行走距离的变化[27]。 在上面列出的那些路径中，最短的路径距离是最古老且研究最彻底的路径； 实际上，它无处不在，以至于经常使用“图形距离”作为最短路径距离的代名词[28]

我们可能选择的距离δ之间存在重要差异。 最短路径距离仅考虑两个顶点之间的单个路径。 相比之下，有效的图形电阻考虑了顶点之间的所有可能路径，因此不仅测量了长度，而且还测量了顶点之间通信的健壮性。

在一个网络图上的这些距离如何帮助我们计算几个图之间的距离？ 让我们用σ表示：V X V-> R在一个图上的通用距离。 我们不需要对这个函数做任何假设，除了它是实值的之外。 特别地，它不必是对称的，甚至可以允许δ（v，v）≠0。**当我们说“距离”时，我们隐式地假设较小的值意味着较大的相似性**； 但是，**我们也可以使用“相似性得分”来执行此方法，其中更大的值表示更大的相似性**。 回顾顶点v属于V = {1，...，n}用自然数标记，然后我们可以通过M_ {i; j} = defσ（i，j）构造成对距离M的矩阵。 我们所谓的矩阵距离背后的想法是，该矩阵M承载了有关图的重要结构信息。

考虑在同一顶点集上定义的两个图G =（V，E）和G'=（V，E'）。 给定图距离δ（-，-），令M和M'分别为图G和G'中顶点之间成对距离的矩阵。 我们定义由δ引起的G和G'之间的距离d，如下所示：

$$d(G,G') \stackrel{\text{def}}{=} \| \boldsymbol{M} - \boldsymbol{M}' \|, \tag{4}$$

其中||-|| 这是我们可以自由选择的规范。 原则上，我们可以在此处使用度量标准，甚至使用相似性函数，否则可能会失去某些期望的属性。

让我们阐明这种距离的一个具体例子。 特别是，我们展示了编辑距离如何符合此描述。 令δ（v，w）定义为

$$\delta(v,w) = \begin{cases} 1 & \text{if } v \sim w, \\ 0 & \text{else.} \end{cases} \tag{5}$$

那么矩阵**M**就是邻接矩阵**A**。如果我们使用范数

$$\| \boldsymbol{M} \| = \sum_{i,j=1}^{n} |M_{i,j}|, \tag{6}$$

那么我们称结果距离d（G，G'）= def || A -A'|| 编辑距离

当然，这种距离的有用性直接取决于矩阵M反映图的拓扑结构的程度。 编辑距离根据定义着重于局部结构。 它只能看到边缘扰动级别的变化。 如果图形中发生了明显的体积变化，则编辑距离会检测到这些变化，其他矩阵距离也是如此

为了补偿这种微小的一阶变化（体积变化），我们匹配了比较模型的预期体积（请参阅第3.1节）。 然后，我们可以研究距离是否可以检测结构变化。