

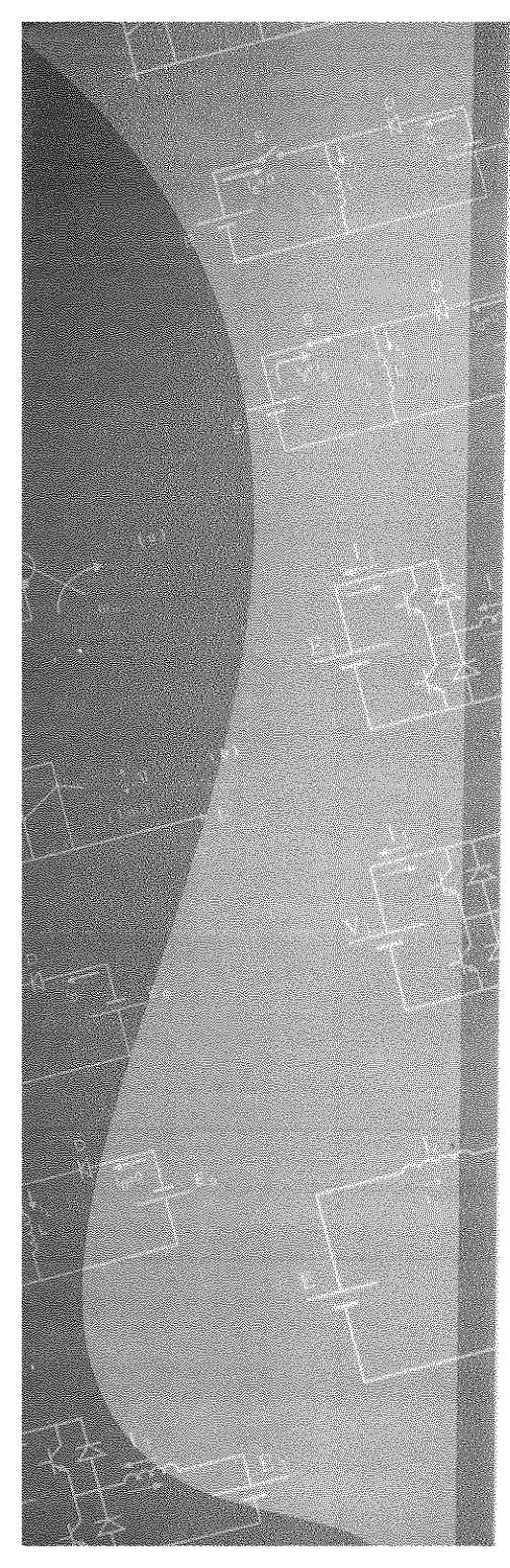
Eletrônica de Potência

Conversores CC-CC Básicos Não Isolados

Professor: Dr. Eng. Henrique Guedes da Cunha

Editora: Editora da UFSC
UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina

Projeto Autor



ELETRÔNICA DE POTÊNCIA: CONVERSORES CC-CC BÁSICOS NÃO ISOLADOS

2^a Edição Revisada

**DENIZAR CRUZ MARTINS
IVO BARBI**

**ELETRÔNICA DE POTÊNCIA:
CONVERSORES CC-CC BÁSICOS
NÃO ISOLADOS**

Denizar Cruz Martins

Ivo Barbi

Endereço: INEP – Instituto de Eletrônica de Potência
UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina
Caixa Postal 5119
88.040 – 970 - Florianópolis – SC
Brasil
Fone: 0(xx)48-3331.92.04
Fax: 0(xx)48-3234.54.22
Internet: <http://www.inep.ufsc.br>
E-mail: denizar@inep.ufsc.br
ivobarbi@inep.ufsc.br

2^a Edição

155970
621317
0236e
2006
222877
MEL

**Florianópolis
Edição dos Autores
2006**

CATALOGAÇÃO NA FONTE

M386e Martins, Denizar Cruz

Eletrônica de potência : conversores CC-CC básicos não isolados / Denizar Cruz Martins, Ivo Barbi. - 2. ed. rev. - Florianópolis : Ed. dos Autores, 2006.
377p. : il., graf., tabs.

Inclui bibliografia.

Traz exercícios resolvidos e propostos

1. Eletrônica de potência. 2. Conversores de corrente elétrica. 3. Conversores estáticos. 4. Conversores CC-CC.
I. Barbi, Ivo. II. Título.

CDU: 621.314.22

Catalogação na fonte por Margarete Elbert CRB14/067

É proibida a reprodução total ou parcial desta obra sem a prévia autorização dos autores.

AGRADECIMENTOS

Ao Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC, pelo apoio sempre prestado durante a execução deste trabalho.

Agradecemos especialmente o extraordinário esforço dedicado pelo Eng. Luiz Cláudio Souza dos Santos na preparação deste livro, incluindo as simulações, desenhos de figuras e curvas, e na digitação do texto. A sua competência e devoção ao trabalho serão sempre lembradas.

Desejamos também agradecer a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram na revisão deste livro, em particular aos alunos do curso de eletrônica de potência 2, mestrado em créditos do ano de 2001, e graduação do 1º semestre de 2001 turma 841.

PREFÁCIO À PRIMEIRA EDIÇÃO

BIOGRAFIA DOS AUTORES

Denizar Cruz Martins nasceu em São Paulo, São Paulo em 1955. Obteve o título de Engenheiro Eletricista e Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina em 1978 e 1981, respectivamente. Obteve o título de Doutor em Engenharia Elétrica pelo Instituto Nacional Politécnico de Toulouse, França, em 1986. Já publicou mais de 200 (duzentos) artigos científicos de âmbito nacional e internacional. Já desenvolveu vários projetos tecnológicos em parceria com empresas nacionais, resultando na realização de algumas patentes de invenção. Atualmente é professor titular do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina e, pesquisador 1C do CNPq.

Ivo Barbi nasceu em Gaspar, Santa Catarina em 1949. Formou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina em 1973. Obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Santa Catarina em 1976 e o título de Doutor em Engenharia Elétrica pelo Institut National Polytechnique de Toulouse, França, em 1979. Fundou a Sociedade Brasileira de Eletrônica de Potência e o Instituto de Eletrônica de Potência da Universidade Federal de Santa Catarina. Atualmente é professor titular do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina e, pesquisador 1A do CNPq.

A Eletrônica de Potência se tornou, nas últimas décadas, uma das áreas mais ativas da Engenharia Elétrica e Eletrônica, e se encontra hoje nas mais variadas atividades do campo tecnológico e científico ligado a Engenharia em geral; seja na conversão pura e simples de energia elétrica, ou no comando e controle de sistemas eletrônicos. Certas atividades que no passado, aparentemente, não necessitavam do seu conhecimento, hoje devem ao menos estar ciente dos efeitos causados pela Eletrônica de Potência. Cita-se como exemplo os engenheiros da área de Sistemas de Potência, que necessitam conhecer o comportamento que os Conversores Estáticos apresentam sobre a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, no que se refere à geração de reativos e à distorção das formas de onda de tensão e corrente.

A Eletrônica de Potência é fundamentalmente uma ciência, cujo objetivo básico é estudar os Conversores Estáticos. Esses Conversores são divididos em quatro categorias: conversores CC-CC, CC-CA, CA-CC e CA-CA. O material que ora se apresenta, tem como meta difundir, de forma simples, a teoria fundamental dos conversores CC-CC não isolados.

Atualmente, a maioria dos cursos de Engenharia Elétrica das Universidades brasileiras apresenta em seu programa a disciplina de Eletrônica de Potência, devido a grande procura que essa área desperta no setor industrial, principalmente o setor de "no-breaks", de fontes chaveadas e de acionamento de máquinas elétricas.

As novas tecnologias, como a miniaturização de componentes e a expansão de memórias em microprocessadores, facilitaram a proliferação da Eletrônica de Potência, por tornar os sistemas eletrônicos industriais mais simples, eficientes, baratos e mais acessíveis a todos os níveis da população. Essa questão foi fundamental para a popularização da Eletrônica de Potência em todos os países do mundo industrializado.

No século 21, teremos a oportunidade de observar o grande impacto da Eletrônica de Potência sobre a indústria de automação, de transporte, de transmissão e distribuição de energia elétrica, na conversão de energia, e no tratamento de energias renováveis como a eólica, a solar e a de célula combustível. Estamos no limiar de completar 100 anos de avanço da Eletrônica de potência, que teve seu início na indústria eletrônica. Durante todos esses anos a contribuição prestada pela Eletrônica de Potência, no desenvolvimento tecnológico mundial, é incontestável. Os programas aeroespaciais, aeronavais e a indústria de informática, de automação industrial, acionamento elétrico e controle de processos industriais, foram os

mais beneficiados, devido, principalmente, a concepção de fontes de alimentação mais performantes, de baixo peso e volume.

No seio da Eletrônica de Potência, os Conversores Estáticos CC-CC representam um ramo importante no progresso dessa ciência. Diante dessa constatação os autores sentiram a necessidade e a responsabilidade de gerar um material que pudesse ser utilizado para iniciar os estudos daqueles que estivessem interessados em ingressar nessa área da Engenharia Elétrica.

Este trabalho foi particularmente escrito para dar aos leitores noções das características básicas dos Conversores CC-CC não isolados, e permitir solidificar os conceitos fundamentais dessa ciência, procurando ampliar os seus horizontes para o amadurecimento de novas idéias.

Este livro é destinado essencialmente a estudantes de graduação dos cursos de Engenharia Elétrica e Eletrônica, e a estudantes de nível técnico dos cursos de Eletrotécnica e Eletrônica. Contudo, esta obra pode ser muito útil em cursos de pós-graduação, no que se refere à introdução da teoria básica dos Conversores CC-CC não isolados. O livro serve também como referência para engenheiros envolvidos em projetos e aplicações de circuitos elétricos chaveados, exigindo como pré-requisitos o conhecimento de eletrônica básica e circuitos elétricos.

Outra preocupação desta obra é apresentar uma série de exercícios resolvidos e propostos, objetivando exercitar os principais conceitos discutidos durante o texto. Alguns exemplos orientam o leitor a desencadear uma metodologia de cálculo que permita criar novos projetos de circuitos eletrônicos.

Com base nisso os autores esperam que esta obra possa ser útil a estudantes, profissionais e acadêmicos envolvidos com a área de Eletrônica de Potência.

Florianópolis, janeiro de 2006
Denizar Cruz Martins e Ivo Barbi

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO AOS CONVERSORES CC-CC

1.1. OBJETIVOS.....	1
1.2. DESCRIÇÃO FUNCIONAL E DEFINIÇÕES.....	1
1.3. VANTAGENS DO CONVERSOR CHAVEADO SOBRE O REGULADOR LINEAR	2
1.4. CLASSIFICAÇÃO DOS CONVERSORES CC-CC NÃO ISOLADOS QUANTO À TOPOLOGIA E AO GANHO ESTÁTICO	3
1.5. CLASSIFICAÇÃO QUANTO À REVERSIBILIDADE.....	5
1.6. EXERCÍCIOS.....	6
1.6.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS.....	6
1.6.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS	12
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	14

CAPÍTULO 2

CONVERSOR CC-CC ABAIXADOR DE TENSÃO (BUCK)

2.1. INTRODUÇÃO.....	15
2.2. PRÍNCIPIO DO CONVERSOR CC-CC ABAIXADOR COM CARGA RESISTIVA.....	15
2.3. PRÍNCIPIO DE FUNCIONAMENTO COM CARGA RLE.....	18
2.4. CONDUÇÃO CONTÍNUA E DESCONTÍNUA.....	21
2.5. ANÁLISE DO CONVERSOR BUCK EM CONDUÇÃO CONTÍNUA PARA CARGA RLE	22
2.5.1. RELAÇÕES ENTRE OS VALORES MÉDIOS	22
2.5.2. ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE CARGA EMPREGANDO MODULAÇÃO POR LARGURA DE PULSO (PWM)	25
2.5.3. ESTUDO DA MODULAÇÃO POR VALORES EXTREMOS DA CORRENTE	30
2.6. ANÁLISE EM CONDUÇÃO DESCONTÍNUA PARA CARGA RLE	33
2.6.1. CÁLCULO DA TENSÃO E DA CORRENTE MÉDIA NA CARGA.....	33
2.6.2. DETERMINAÇÃO DA RAZÃO CÍCLICA DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA D_{cd} EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONVERSOR (a , D , T/t)	35
2.7. ESTUDO EM CONDUÇÃO CRÍTICA PARA CARGA RLE	36
2.8. CARACTERÍSTICA DE CARGA (CARGA RLE)	38
2.9. CÁLCULO DA INDUTÂNCIA CRÍTICA.....	41

2.10. FILTRAGEM DA CORRENTE DE ENTRADA	42
2.11. FILTRAGEM DA TENSÃO DE SAÍDA	46
2.12. CONTROLE DO CONVERSOR BUCK EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM.....	51
2.13. EXERCÍCIOS.....	52
2.13.1 EXERCÍCIOS RESOLVIDOS	52
2.13.2 EXERCÍCIOS PROPOSTOS	62
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65

CAPÍTULO 3

CONVERSOR CC-CC ELEVADOR DE TENSÃO (BOOST)

3.1. INTRODUÇÃO	67
3.2. PRINCÍPIO DO CONVERSOR CC-CC ELEVADOR DE TENSÃO.....	67
3.2.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO.....	68
3.2.2. CARACTERÍSTICA IDEAL DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA DO CONVERSOR BOOST	69
3.3. OPERAÇÃO EM CONDUÇÃO CONTÍNUA.....	70
3.3.1. ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE ENTRADA (ΔI)	73
3.3.2. ONDULAÇÃO DA TENSÃO DE SAÍDA (ΔV_o)	76
3.3.3. RELAÇÃO ENTRE A CORRENTE MÉDIA DE SAÍDA (I_o) E A CORRENTE MÉDIA DE ENTRADA (I_{Erd})	78
3.4. OPERAÇÃO EM CONDUÇÃO DESCONTÍNUA	79
3.5. CONDUÇÃO CRÍTICA	82
3.6. CÁLCULO DA INDUTÂNCIA CRÍTICA (L_{CR})	86
3.7. CARACTERÍSTICA DE CARGA.....	86
3.8. FILTROS DE ENTRADA E DE SAÍDA.....	89
3.8.1. FILTRO DE ENTRADA (L)	89
3.8.2. FILTRO DE SAÍDA (C)	90
3.9. CONTROLE DO CONVERSOR BOOST EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM.....	90
3.10. EXERCÍCIOS.....	91
3.10.1 EXERCÍCIOS RESOLVIDOS	91
3.10.2 EXERCÍCIOS PROPOSTOS	107
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	110

CAPÍTULO 4

CONVERSOR CC-CC À ACUMULAÇÃO DE ENERGIA

4.1. INTRODUÇÃO	111
4.2. CONVERSOR CC-CC À ACUMULAÇÃO INDUTIVA (BUCK-BOOST)	111
4.2.1. INTRODUÇÃO	111
4.2.2. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DO CONVERSOR BUCK-BOOST	112
4.2.3. OPERAÇÃO NO MODO DE CONDUÇÃO CONTÍNUA	115
a) DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE I_M e I_m	117
b) DETERMINAÇÃO DA ONDULAÇÃO DE CORRENTE ΔI E DA ONDULAÇÃO DE TENSÃO ΔV_o NA SAÍDA DO CONVERSOR	118
4.2.4. OPERAÇÃO NO MODO DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA	119
4.2.5. OPERAÇÃO NO MODO DE CONDUÇÃO CRÍTICA	123
4.2.6. CARACTERÍSTICA DE CARGA	124
4.2.7. CONTROLE DO CONVERSOR BUCK-BOOST EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM	127
4.3. CONVERSOR CC-CC À ACUMULAÇÃO CAPACITIVA (CONVERSOR CUK).....	127
4.3.1. INTRODUÇÃO	127
4.3.2. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE Onda	130
4.3.3. ANÁLISE QUANTITATIVA DE UM CIRCUITO PRÁTICO	132
a) DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES DE CORRENTE	132
a.1) CÁLCULO DE ΔI_E (ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE ENTRADA)	132
a.2) CÁLCULO DE ΔI_{Lo} (ONDULAÇÃO DA CORRENTE NO INDUTOR L_o)	135
b) DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES DE TENSÃO	137
b.1) CÁLCULO DE ΔV_C (ONDULAÇÃO DE TENSÃO NO CAPACITOR C)	137
b.2) CÁLCULO DE ΔV_o (ONDULAÇÃO DE TENSÃO NA CARGA)	137
4.3.4. CARACTERÍSTICA DE CARGA	139
4.4. EXERCÍCIOS	143
4.4.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS	143
4.4.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS	165
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	169

CAPÍTULO 5	
CONVERSOR CC-CC SEPIC	
5.1. INTRODUÇÃO	171
5.2. ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC SEPIC EM REGIME PERMANENTE	
E MODO DE CONDUÇÃO CONTÍNUA.....	171
5.2.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA	172
5.2.2. ANÁLISE MATEMÁTICA.....	173
a) BALANÇO DE ENERGIA.....	176
b) DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÉDIOS DE CORRENTE	176
b.1 - CORRENTE MÉDIA DE ENTRADA (I_{Emd}).....	176
b.2 - CORRENTE MÉDIA NA INDUTÂNCIA DE MAGNETIZAÇÃO (I_{Lmd}).....	177
b.3 - RELAÇÃO ENTRE A CORRENTE MÉDIA DE ENTRADA E A CORRENTE MÉDIA NA INDUTÂNCIA MAGNETIZANTE.....	177
b.4 - CORRENTE MÉDIA DE SAÍDA (I_o).....	178
c) ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE ENTRADA (ΔI_E).....	179
d) ONDULAÇÃO DA CORRENTE NA INDUTÂNCIA MAGNETIZANTE (ΔI_{Lm}).....	180
e) CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA (G)	180
f) ONDULAÇÃO DE TENSÃO NOS CAPACITORES C E C_o	181
g) CORRENTE E TENSÕES MÉDIAS, EFICAZES E DE PICO NA CHAVE "S".....	182
g.1 - CORRENTE MÉDIA NA CHAVE "S"	182
g.2 - CORRENTE DE PICO NA CHAVE "S"	184
g.3 - CORRENTE EFICAZ NA CHAVE "S"	185
g.4 - TENSÃO DE PICO NA CHAVE "S"	185
g.5 - TENSÃO MÉDIA NA CHAVE "S"	186
5.3.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA.....	187
5.3.2. ANÁLISE MATEMÁTICA.....	188
a) FORMA DE ONDA DA CORRENTE NO DIODO D	192
b) FORMA DE ONDA DA CORRENTE NA CHAVE "S"	193
c) DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO D , E DA CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA.....	194
5.4. ANÁLISE DOS LIMITES DE CONDUÇÃO CONTÍNUA E DESCONTÍNUA DO CONVERSOR SEPIC EM REGIME PERMANENTE (CONDUÇÃO CRÍTICA).....	196
5.5. CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA E CARACTERÍSTICA DE CARGA DO CONVERSOR SEPIC EM REGIME PERMANENTE.....	199
5.6. ANÁLISE DOS TEMPOS DE CONDUÇÃO E ABERTURA DA CHAVE DE POTÊNCIA NO MODO DE CONDUÇÃO CONTÍNUA.....	201
5.7. CONTROLE DO CONVERSOR SEPIC EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM.....	204
5.8. COMENTÁRIOS	204

5.9. EXERCÍCIOS	206
5.9.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS.....	206
5.9.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS	231
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	235

CAPÍTULO 6

CONVERSOR CC-CC ZETA

6.1. INTRODUÇÃO	237
6.2. ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC ZETA NO MODO DE CONDUÇÃO CONTÍNUA EM REGIME PERMANENTE	237
6.2.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA.....	239
6.2.2. EQUACIONAMENTO BÁSICO DO CONVERSOR.....	242
6.2.3. CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA.....	243
6.2.4. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE CORRENTE	244
a) INDUTOR DE MAGNETIZAÇÃO L_m	244
b) INDUTOR DE SAÍDA L_o	246
c) CHAVES DE POTÊNCIA	247
6.2.5. ANÁLISE DA ONDULAÇÃO DE TENSÃO NOS CAPACITORES C E C_o	249
a) CAPACITOR DE ACOPLAGEM C	249
b) CAPACITOR DE SAÍDA C_o	251
6.2.6. ANÁLISE DA ONDULAÇÃO DE CORRENTE NOS INDUTORES L_m E L_o	252
a) INDUTOR DE MAGNETIZAÇÃO L_m	253
b) INDUTOR DE FILTRAGEM L_o	253
6.2.7. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE TENSÃO	254
a) CHAVES DE POTÊNCIA	254
b) CAPACITOR DE ACOPLAGEM C	255
c) CAPACITOR DE FILTRAGEM C_o	256
6.2.8. VALORES MÉDIOS DE CORRENTE E TENSÃO NAS CHAVES DE POTÊNCIA	257
a) CHAVE "S" DE POTÊNCIA	257
b) DIODO "D" DE POTÊNCIA	258
6.2.9. DETERMINAÇÃO DOS VALORES EFICAZES DE CORRENTE	260
a) CORRENTE EFICAZ NA CHAVE "S"	261
b) CORRENTE EFICAZ NO DIODO D	262
c) CORRENTE EFICAZ NO CAPACITOR DE ACOPLAGEM C	262
d) CORRENTE EFICAZ NO CAPACITOR DE SAÍDA C_o	263
6.3. ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC ZETA NO MODO DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA EM REGIME PERMANENTE	264
6.3.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA.....	265
6.3.2. EQUACIONAMENTO BÁSICO DO CONVERSOR.....	266
6.3.3. CARACTERÍSTICA DE DESCONTINUIDADE DA CORRENTE	269
6.3.4. CORRENTE MÉDIA NA CHAVE "S"	270

6.3.5. BALANÇO DE ENERGIA E CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA.....	271
6.3.6. CORRENTE MÉDIA NO INDUTOR DE FILTRAGEM L_o E NO INDUTOR MAGNETIZANTE L_m	273
6.3.7. CORRENTE MÉDIA NA CARGA (I_o)	273
6.3.8. DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES DE CORRENTE	274
a) ONDULAÇÃO DE CORRENTE NO INDUTOR DE MAGNETIZAÇÃO L_m (ΔI_{Lm})	274
b) ONDULAÇÃO DE CORRENTE NO INDUTOR DE SAÍDA L_o (ΔI_{Lo})	276
6.3.9. DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES DE TENSÃO	276
a) ONDULAÇÃO DE TENSÃO NO CAPACITOR DE ACOPLAMENTO C	276
b) ONDULAÇÃO DE TENSÃO NO CAPACITOR DE SAÍDA C_o	278
6.3.10. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE CORRENTE NAS CHAVES E INDUTORES	280
a) CHAVES DE POTÊNCIA	280
b) INDUTORES L_m e L_o	281
6.3.11. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE TENSÃO NAS CHAVES DE POTÊNCIA	283
6.4. ANÁLISE DOS LIMITES DE CONDUÇÃO CONTÍNUA E DESCONTÍNUA DO CONVERSOR ZETA EM RÉGIME PERMANENTE (CONDUÇÃO CRÍTICA)	283
6.5. CARACTERÍSTICA DE CARGA DO CONVERSOR ZETA EM RÉGIME PERMANENTE	286
6.6. CONTROLE DO CONVERSOR ZETA EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM	287
6.7. COMENTÁRIOS	291
6.8. EXERCÍCIOS	292
6.8.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS	292
6.8.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS	316
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	319

CAPÍTULO 7

REVERSIBILIDADE DOS CONVERSORES CC-CC DIRETOS

7.1. INTRODUÇÃO	321
7.2. CLASSIFICAÇÃO DOS CONVERSORES CC-CC QUANTO AO QUADRANTE DE OPERAÇÃO	321
7.3. CONVERSOR CC-CC REVERSÍVEL EM CORRENTE	323
7.3.1. INTRODUÇÃO	323
7.3.2. MODOS DE FUNCIONAMENTO	325
7.4. CONVERSOR CC-CC REVERSÍVEL EM TENSÃO	329

7.4.1. INTRODUÇÃO	329
7.4.2. MODOS DE FUNCIONAMENTO	330
a) FLUXO DE ENERGIA DE "E" PARA " E_m " (MODO DE OPERAÇÃO BUCK → TRAÇÃO)	330
b) FLUXO DE ENERGIA DE " E_m " PARA "E" (MODO DE OPERAÇÃO BOOST → FRENAGEM REGENERATIVA)	332
7.4.3. EQUACIONAMENTO DO CONVERSOR CC-CC REVERSÍVEL EM TENSÃO	335
a) CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA	335
b) ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE CARGA	336
c) ONDULAÇÃO RELATIVA DA CORRENTE DE CARGA	337
7.5. CONVERSOR CC-CC REVERSÍVEL EM TENSÃO E CORRENTE	338
7.5.1. INTRODUÇÃO	338
7.5.2. MODOS DE FUNCIONAMENTO	339
a) FLUXO DE ENERGIA DE "E" PARA " E_m " (MODO DE OPERAÇÃO BUCK → TRAÇÃO)	339
b) FLUXO DE ENERGIA DE " E_m " PARA "E" (MODO DE OPERAÇÃO BOOST → FRENAGEM REGENERATIVA)	340
c) REVERSIBILIDADE NO SENTIDO DE GIRO DA MÁQUINA CC	342
7.5.3. CARACTERÍSTICA DE CARGA DO CONVERSOR CC-CC DE QUATRO QUADRANTES	345
7.6. EXERCÍCIOS	350
7.6.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS	350
7.6.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS	363
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	366
RESPOSTA DE ALGUNS EXERCÍCIOS PROPOSTOS	367

INTRODUÇÃO AOS CONVERSORES CC-CC

1.1. OBJETIVOS

Neste capítulo serão apresentados conceitualmente e funcionalmente os conversores CC-CC não isolados. Também será apresentada uma classificação sumária quanto à reversibilidade, à topologia e ao ganho estático.

1.2. DESCRIÇÃO FUNCIONAL E DEFINIÇÕES

Seja o sistema representado simplificadamente na Fig. 1.1. Ele consiste de uma fonte de tensão contínua E_1 , um circuito representado por um bloco denominado conversor CC-CC, e uma fonte de tensão contínua E_2 .

A fonte E_1 está fornecendo energia elétrica ao conversor CC-CC, enquanto este está fornecendo energia elétrica à fonte E_2 . O conversor CC-CC pode então ser conceituado como um sistema, formado por semicondutores de potência operando como interruptores, e por elementos passivos, normalmente indutores e capacitores, que tem por função controlar o fluxo de energia elétrica da fonte de entrada E_1 para a fonte de saída E_2 . A variável de controle ou de entrada do sistema, representada por D , é conhecida como razão-cíclica ou ciclo de trabalho, e será definida formalmente no Capítulo 2 do presente texto.

E_1 funciona como fonte de energia e E_2 funciona como carga. Em algumas aplicações práticas a carga do conversor é constituída por um resistor. Em outras situações pode ser um motor de corrente contínua, um banco de baterias, um dispositivo de soldagem elétrica a arco, ou outro conversor estático.

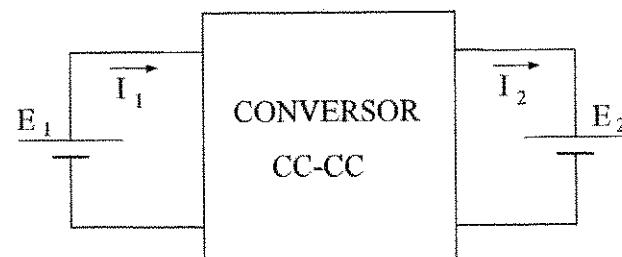


Fig. 1.1: Representação simplificada de um conversor CC-CC.

Num conversor ideal, as perdas internas são nulas e a potência entregue à carga é igual à potência cedida pela fonte E_1 , valendo então as expressões (1.1), (1.2) e (1.3).

$$P_1 = E_1 I_1 \quad (\text{potência de entrada}) \quad (1.1)$$

$$P_2 = E_2 I_2 \quad (\text{potência de saída}) \quad (1.2)$$

$$E_1 I_1 = E_2 I_2 \quad (1.3)$$

O ganho estático de um conversor CC-CC é definido pela expressão (1.4).

$$G = \frac{E_2}{E_1} \quad (1.4)$$

1.3. VANTAGENS DO CONVERSOR CHAVEADO SOBRE O REGULADOR LINEAR

Sejam os circuitos representados nas Figs. 1.2 e 1.3. Na primeira está representado o circuito equivalente de um regulador linear, e na segunda o circuito equivalente de um regulador chaveado, ambos alimentando uma carga resistiva.

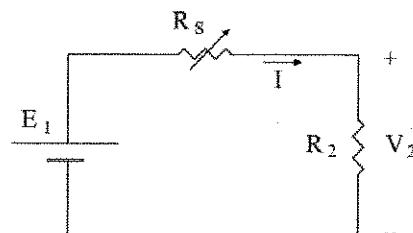


Fig. 1.2: Circuito equivalente de um regulador linear.

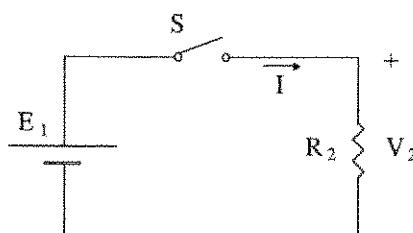


Fig. 1.3: Circuito equivalente de um regulador chaveado.

Em ambos os casos, deseja-se manter constante o valor médio da tensão de saída V_2 , quando a resistência de carga R_2 varia. Vamos admitir que a tensão de entrada E_1 seja constante em ambos os casos, e que a tensão de saída V_2 seja igual à metade da tensão de entrada E_1 .

No caso do regulador linear, a diferença entre a tensão de entrada e a tensão de saída é dada pela queda de tensão no resistor série R_g . Em aplicações reais, o resistor é substituído por um transistor bipolar. Desse modo, no exemplo em questão, a potência dissipada no regulador série é igual à potência entregue ao resistor de carga R_2 . Portanto, apenas a metade da energia cedida pela fonte de entrada E_1 alcança a carga, fazendo com que o rendimento seja igual a 50%.

No caso do regulador chaveado, com chave ideal, a perda na chave é igual a zero. Assim, a fonte de entrada E_1 só cede ao circuito a potência que é transferida à carga. O rendimento teórico do processo é então igual a 100%.

Na prática, o rendimento de um conversor CC-CC não isolado pode variar entre 70% e 98%, dependendo das potências, correntes, tensões, freqüências de chaveamento, e das tecnologias empregadas.

A conclusão acima é estendida para todo o conversor estático chaveado, ou seja, a técnica de chaveamento é empregada para o controle do fluxo de energia elétrica, com elevado rendimento.

1.4. CLASSIFICAÇÃO DOS CONVERSORES CC-CC NÃO ISOLADOS QUANTO À TOPOLOGIA E AO GANHO ESTÁTICO

O número de conversores estáticos CC-CC não isolados é muito grande. Contudo, seis deles são mais populares e difundidos, e todos serão estudados em detalhes nos capítulos subsequentes deste texto.

Os seis conversores básicos, e os respectivos ganhos estáticos, são conhecidos como: conversor Buck, Boost, Buck-Boost, Cuk, Sepic e Zeta. Os ganhos estáticos estão representados na Tabela 1.1.

Tabela 1.1: Conversores Básicos.

Conversor	Ganho estático
Buck	D
Boost	1/(1-D)
Buck-Boost	D/(1-D)
Cuk	D/(1-D)
Sepic	D/(1-D)
Zeta	D/(1-D)

Os seis conversores CC-CC básicos não-isolados mencionados estão representados na Fig. 1.4.

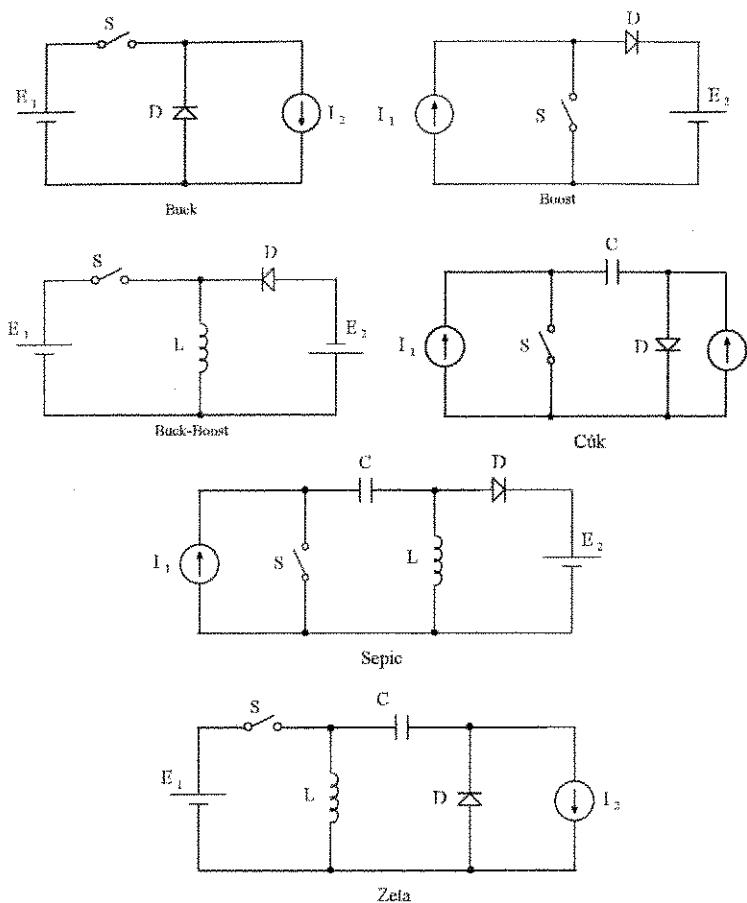


Fig. 1.4: Topologias dos 6 conversores CC-CC básicos não isolados.

Os ganhos estáticos representados na Tabela 1.1 revelam que o conversor Buck é apenas abaixador, ou seja, a tensão de carga é sempre menor que a tensão da fonte de entrada.

O conversor Boost é sempre elevador. A tensão mínima de carga é igual à tensão da fonte de entrada.

Por outro lado, os conversores Buck-Boost, Cuk, Sepic e Zeta têm o mesmo ganho estático. Todos eles geram na saída uma tensão menor que a tensão de entrada para $D < 0,5$ e uma tensão maior que a tensão de entrada para $D > 0,5$.

Pode-se também observar que o conversor Buck é o único que apresenta uma relação linear entre a tensão de entrada e a de saída. Por isto é o mais fácil de ser controlado com emprego das técnicas clássicas de controle.

1.5. CLASSIFICAÇÃO QUANTO À REVERSIBILIDADE

Há inúmeras situações práticas onde os conversores CC-CC devem ser reversíveis, ou seja, devem controlar o fluxo de energia tanto da fonte de entrada para a fonte de saída, ou vice-versa. Vejamos os exemplos descritos a seguir.

a) Seja o sistema representado na Fig. 1.5.

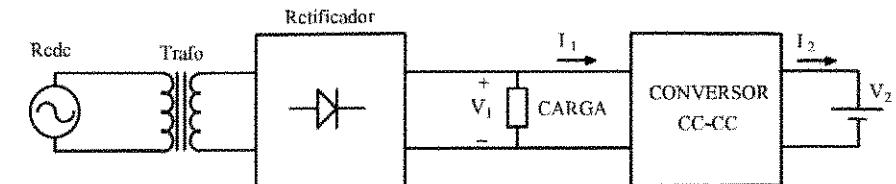


Fig. 1.5: Exemplo de emprego de conversor CC-CC reversível.

Em operação normal, a rede de energia comercial alimenta o transformador. A tensão de saída do retificador alimenta uma carga e ao mesmo tempo alimenta o conversor CC-CC. O conversor CC-CC alimenta a bateria V_2 e a mantém carregada. Nesta situação as correntes I_1 e I_2 são positivas.

Na eventual falha da rede de energia comercial, o conversor CC-CC inverte o fluxo de energia e passa a alimentar a carga a partir da bateria. Neste caso, as correntes I_1 e I_2 tornam-se negativas.

Este é um exemplo de conversor CC-CC não isolado que alimenta uma carga de dois quadrantes. A inversão do fluxo de energia dá-se pela inversão do sentido da corrente. Naturalmente, para que a reversibilidade seja possível, é necessário que a fonte de saída seja reversível em corrente.

b) Seja o sistema representado na Fig. 1.6.

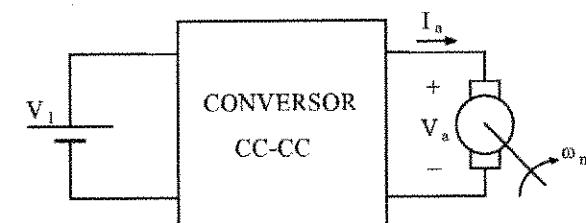


Fig. 1.6: Motor de corrente contínua alimentado por um conversor CC-CC reversível.

Trata-se de um motor de corrente contínua que opera em quatro quadrantes, alimentado por um conversor CC-CC reversível. Para que o motor opere nos quatro quadrantes, o conversor deve ser capaz de produzir na sua saída tanto tensão positiva quanto negativa, com corrente também positiva ou negativa. Essa situação é diferente da anterior, na qual havia necessidade de reversibilidade, porém a tensão de saída era sempre positiva.

Como aplicações típicas, podemos citar o emprego do motor de corrente contínua no controle de posição, e em tração elétrica.

Na Fig. 1.7 estão representados os conversores CC-CC de dois e quatro quadrantes mais populares. Eles serão estudados em detalhes no Capítulo 7 do presente texto.

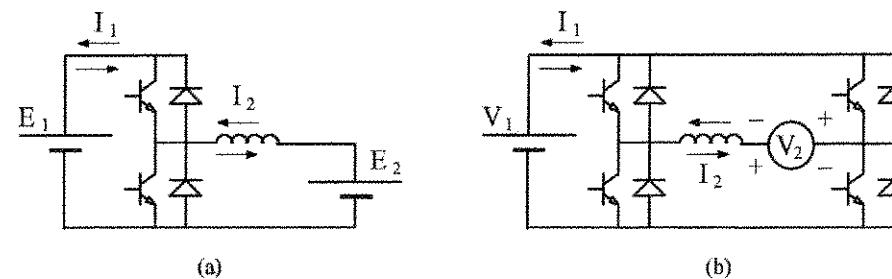


Fig. 1.7: (a) conversor CC-CC para dois e (b) para quatro quadrantes.

1.6. EXERCÍCIOS

1.6.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1º) Seja o circuito representado na Fig. 1.8.

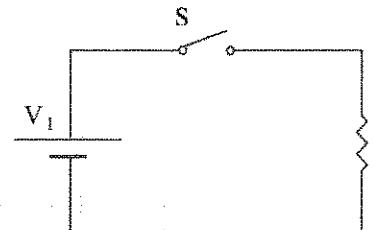


Fig. 1.8: Circuito chaveado.

A chave ideal S fecha e abre periodicamente, com freqüência f , e com razão cíclica igual a D.

- Determinar as expressões dos valores médio e eficaz da tensão de carga;
- Determinar a expressão da potência média transferida ao resistor R;
- Determinar os valores da tensão e corrente média na chave S;
- Demonstrar que a potência dissipada na chave ideal é igual a zero.

SOLUÇÃO:

- A forma da tensão aplicada ao resistor R está representada a seguir:

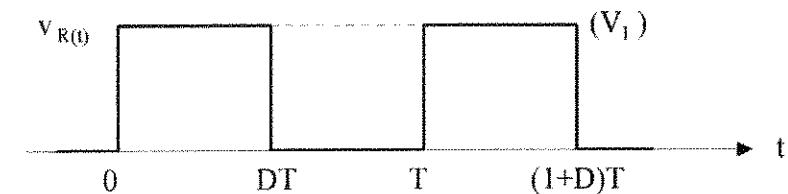


Fig. 1.9: Forma de onda da tensão nos terminais do resistor R.

Desse modo,

$$V_{R\text{med}} = \frac{V_1 \cdot DT}{T} \Rightarrow V_{R\text{med}} = DV_1 \quad (1.5)$$

$$V_{\text{Ref}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_1^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} V_1^2 t \Big|_0^T} \quad (1.6)$$

$$V_{\text{Ref}} = \sqrt{\frac{V_1^2}{T} DT} \Rightarrow V_{\text{Ref}} = \sqrt{D} V_1 \quad (1.7)$$

$$\text{b)} P_R = \frac{V_{\text{Ref}}^2}{R} \Rightarrow P_R = \frac{DV_1^2}{R} \quad (1.8)$$

- As formas de onda da corrente e tensão na chave S estão representadas na Fig. 1.10.

Assim:

$$V_{S\text{med}} = \frac{(1-D)T \cdot V_1}{T} \Rightarrow V_{S\text{med}} = (1-D)V_1 \quad (1.9)$$

$$I_{Smed} = \frac{V_1}{R} \cdot \frac{DT}{T} \Rightarrow I_{Smed} = D \frac{V_1}{R} \quad (1.10)$$

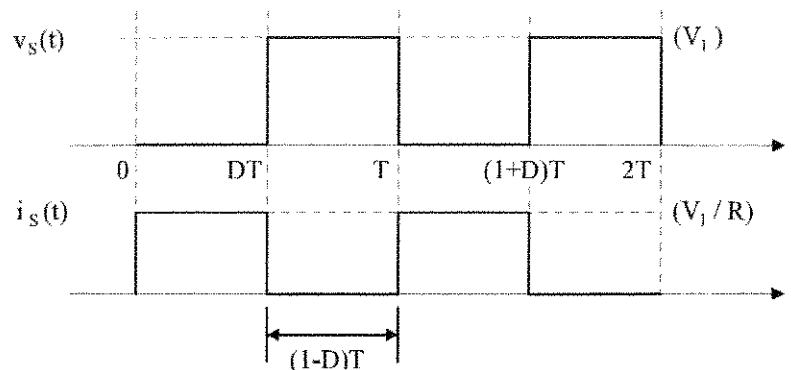


Fig. 1.10: Formas de onda de tensão e de corrente na chave S.

- d) No intervalo $(0, DT)$, a tensão sobre a chave é igual a zero. Assim, o produto $v_s(t) \cdot i_s(t) = 0$. Durante o intervalo (DT, T) , a corrente é igual a zero. Assim, $v_s(t) \cdot i_s(t) = 0$. Desse modo, fica demonstrado que a potência dissipada numa chave ideal é igual a zero.

2º) Seja o exemplo anterior. Sejam os seguintes dados:

$$V_1 = 100V; \quad R = 20\Omega; \quad D = 0,5$$

Calcular V_{Rmed} , V_{Ref} e P_R :

SOLUÇÃO:

$$(a) \quad V_{Rmed} = D \cdot V_1 = 0,5 \cdot 100 = 50V \quad (1.11)$$

$$(b) \quad V_{Ref} = \sqrt{D} \cdot V_1 = \sqrt{0,5} \cdot 100 = 70,7V \quad (1.12)$$

$$(c) \quad P_R = \frac{V_{Ref}^2}{R} = \frac{70,7^2}{20} = 250 \text{ W} \quad (1.13)$$

- 3º) No circuito apresentado na Fig. 1.8 deseja-se uma tensão média na carga de 150V. A chave S opera com uma freqüência $f = 20\text{kHz}$, e a tensão de entrada V_1 foi ajustada em 200V. Admitindo que a potência dissipada na carga seja de 300W, determinar:

- a) A razão cíclica (D);
b) A tensão eficaz na carga (V_{Ref});

- c) Valor da resistência de carga (R);
d) A Corrente média na carga (I_{Rmed});
e) As formas de onda de tensão e corrente na carga.

SOLUÇÃO:

- a) Razão cíclica (D).

A razão cíclica D pode ser obtida a partir da seguinte expressão:

$$V_{Rmed} = D \cdot V_1 \Rightarrow D = \frac{V_{Rmed}}{V_1} = \frac{150}{200} \quad (1.14)$$

$$\boxed{D = 0,75}$$

- b) Tensão eficaz na carga (V_{Ref}).

Segundo o item (a) do exercício resolvido (1), tem-se:

$$V_{Ref} = \sqrt{D} \cdot V_1 \quad \therefore \quad V_{Ref} = \sqrt{0,75} \cdot 200 \quad (1.15)$$

$$\boxed{V_{Ref} = 173,20V}$$

- c) Valor da resistência de carga (R).

Aplicando a expressão da potência dissipada na carga, obtém-se:

$$P_R = \frac{D \cdot V_1^2}{R} \quad \therefore \quad R = \frac{D \cdot V_1^2}{P_R} = \frac{0,75 \cdot 200^2}{300} \quad (1.16)$$

$$\boxed{R = 100\Omega}$$

- d) Corrente média na carga (I_{Rmed}).

A corrente média na carga é dada por:

$$V_{Rmed} = R \cdot I_{Rmed} \quad \therefore \quad I_{Rmed} = \frac{V_{Rmed}}{R} = \frac{150}{100} \quad (1.17)$$

$$\boxed{I_{Rmed} = 1,5A}$$

(e) Formas de onda de tensão e corrente na carga.

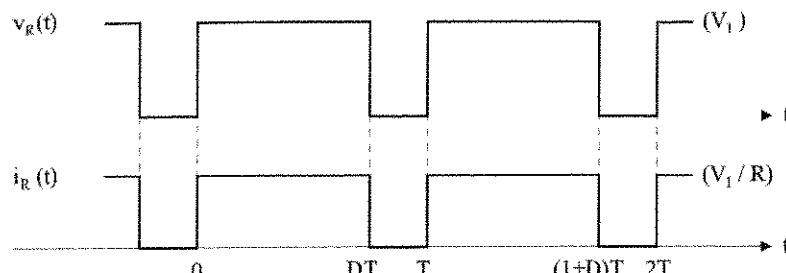


Fig. 1.11: Formas de onda de tensão e de corrente na carga.

4º) Para as mesmas condições apresentadas no exercício anterior, determinar:

- As correntes máxima, eficaz e média na chave S ($I_{S\max}$, I_{Sef} e I_{Smed});
- A tensão máxima e média na chave S ($V_{S\max}$, V_{Smed});
- O tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c);
- As formas de onda de tensão e corrente na chave S.

SOLUÇÃO:

- Correntes máxima, eficaz e média na chave S ($I_{S\max}$, I_{Sef} e I_{Smed}).

A corrente máxima na chave S é dada pela expressão:

$$I_{S\max} = \frac{V_1}{R} = \frac{200}{100} \quad (1.18)$$

$$I_{S\max} = 2,0A$$

A corrente eficaz na chave S pode ser obtida da seguinte forma:

$$I_{Sef} = I_{Ref} = \frac{V_{Ref}}{R} = \frac{\sqrt{D} \cdot V_1}{R} = \frac{\sqrt{0,75} \cdot 200}{100} \quad (1.19)$$

$$I_{Sef} = 1,73A$$

A partir do equacionamento desenvolvido no exercício resolvido (1), tem-se que:

$$I_{Smed} = \frac{D \cdot V_1}{R} = I_{Rmed} \quad (1.20)$$

Assim:

$$I_{Smed} = 1,5A$$

- Tensão máxima e média na chave S ($V_{S\max}$, V_{Smed}).

Quando a chave S está aberta a tensão máxima nos seus terminais é:

$$V_{S\max} = 200V$$

A tensão média é dada por:

$$V_{Smed} = (1 - D)V_1 \Rightarrow V_{Smed} = (1 - 0,75) \cdot 200 \quad (1.21)$$

$$V_{Smed} = 50V$$

- Tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c).

O tempo durante o qual a chave S permanece em condução é dado por:

$$t_c = D \cdot T = \frac{D}{f} \quad \therefore \quad t_c = \frac{0,75}{20\text{kHz}} \quad (1.22)$$

$$t_c = 37,5\mu\text{s}$$

- Formas de onda de tensão e corrente na chave S.

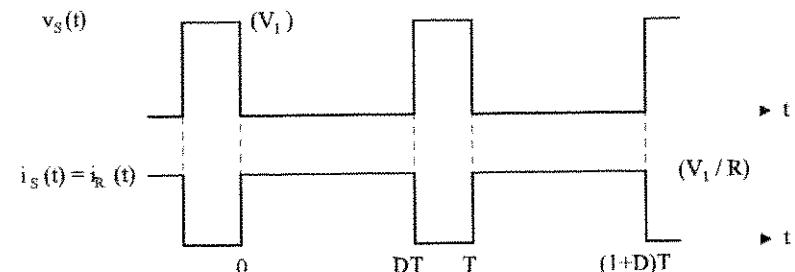


Fig. 1.12: Formas de onda de tensão e de corrente na chave S.

1.6.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 1º) Imagine uma situação onde se dispõem de um barramento em corrente contínua de 180V, e se deseja manter a tensão nos terminais da carga em 120V. O sistema é concebido de forma a evitar o uso de transformadores. Pergunta-se: qual dos conversores CC-CC não isolados, é o mais adequado para esta aplicação, e por quê?
- 2º) Qual a função básica de um conversor CC-CC?
- 3º) Por que na análise teórica dos conversores CC-CC chaveados é possível se considerar um rendimento de 100%?
- 4º) Entre os conversores CC-CC citados neste capítulo, quais os que podem operar tanto como elevador ou como abaixador de tensão, bastando para isso agir apenas sobre a razão cíclica D?
- 5º) Qual a importância da reversibilidade dos conversores CC-CC nas aplicações industriais?
- 6º) Sejam os sistemas apresentados nas Figs. 1.13 e 1.14. Quais as estruturas de conversores CC-CC não isolados que podem ser aplicadas, de forma a permitir o controle de fluxo de energia entre as fontes? Apresente os respectivos circuitos.

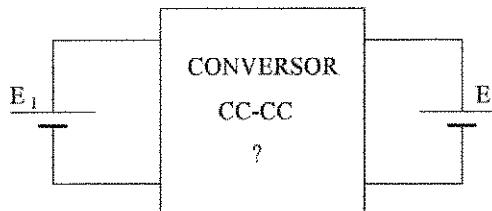


Fig. 1.13

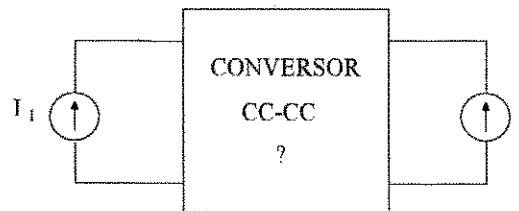


Fig. 1.14

- 7º) O circuito da Fig. 1.15 apresenta os seguintes valores: $V_1=150V$; $R=50\Omega$; $V_{Rmed}=60V$, onde V_{Rmed} representa a tensão média sobre o resistor R. A chave

S é considerada ideal, abrindo e fechando periodicamente, com freqüência igual a f. A partir desses dados determinar a:

- a) Razão cíclica (D);
- b) Corrente média no resistor R (I_{Rmed});
- c) Corrente máxima na chave S (I_{Smax});
- d) Tensão eficaz no resistor R (V_{Ref});
- e) Potência dissipada no resistor R (P_R).

Apresente ainda, as formas de onda de tensão e corrente no resistor R.

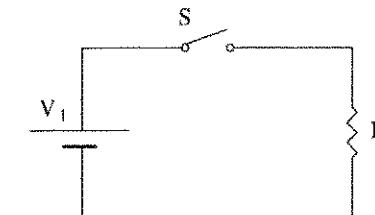


Fig. 1.15: Circuito equivalente de um regulador chaveado.

- 8º) Para as mesmas condições apresentadas no exercício anterior, determinar:
 - a) A corrente média e eficaz na chave S (I_{Smed} ; I_{Sef});
 - b) A tensão máxima e média na chave S (V_{Smax} ; V_{Smed});
 - c) As formas de onda de tensão e corrente na chave S;
 - d) O tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c), considerando que a mesma opera com uma freqüência de 50kHz.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] I. Barbi, *Eletônica de Potência*. Edição do Autor, 4^a Edição, Florianópolis, SC, 2002.
- [2] I. Barbi & F. P. de Souza, *Conversores CC-CC Isolados de Alta Freqüência com Comutação Suave*. Edição dos Autores, Florianópolis – SC, 1999.
- [3] N. Mohan, T. Undeland & W. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [4] R. W. Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*. Editora Chapman & Hall, New York – USA, 1997.

CAPÍTULO 2

CONVERSOR CC-CC ABAIXADOR DE TENSÃO (BUCK)

2.1. INTRODUÇÃO

Conforme o próprio nome sugere, o conversor CC-CC abaixador de tensão, também conhecido como conversor Buck, produz um valor médio de tensão na saída inferior ao valor médio da tensão de entrada, enquanto que a corrente média de saída é maior que a corrente média de entrada, esse comportamento é consequência do princípio da conservação de energia. Teoricamente, esse tipo de conversor é concebido de forma a possibilitar uma variação contínua da tensão média na carga desde zero até o valor da tensão de alimentação.

Neste capítulo será descrito o princípio de funcionamento deste conversor, tanto para condução contínua como descontínua. Serão também analisados os problemas relativos à característica de carga, indutância crítica, filtragem e ondulação da corrente de carga empregando modulação PWM.

2.2. PRINCÍPIO DO CONVERSOR CC-CC ABAIXADOR COM CARGA RESISTIVA

Seja a estrutura representada na Fig. 2.1(a). Se a chave S fechar e abrir periodicamente, a tensão e a corrente na carga terão as formas representadas na Fig. 2.1(b).

O valor médio da tensão de carga (V_{Rmd}) é dado por:

$$V_{Rmd} = \frac{1}{T} \int_0^T v_R(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{tc} E dt = \frac{tc}{T} E \quad (2.1)$$

onde: $tc \rightarrow$ tempo em que a chave S permanece conduzindo.

$ta \rightarrow$ tempo em que a chave S permanece aberta.

$T = tc + ta = 1/f \rightarrow$ período de chaveamento.

Definindo:

$$D = \frac{tc}{T} \rightarrow \text{razão cíclica (duty cycle)} \quad (2.2)$$

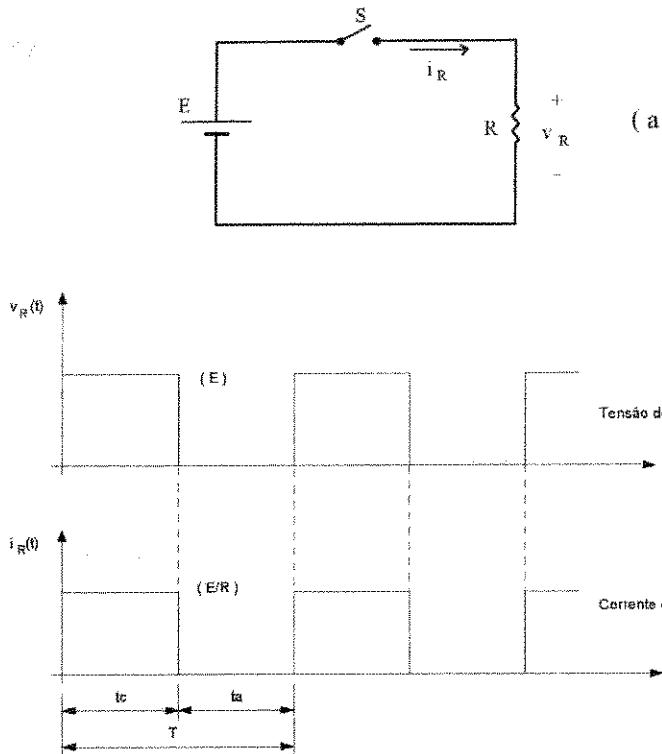


Fig. 2.1: (a) Configuração básica do Conversor CC-CC Abaixador;
(b) Formas de onda.

obtém-se:

$$V_{Rmd} = DE \quad (2.3)$$

A corrente média é facilmente obtida a partir da equação (2.4).

$$I_{Rmd} = \frac{V_{Rmd}}{R} = D \frac{E}{R} \quad (2.4)$$

A potência de entrada, que pode ser encarada como a própria potência entregue à carga (se forem desprezadas as perdas internas), é dada pela expressão (2.5).

$$P_E = \frac{1}{T} \int_0^T v_R(t) i_R(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{[v_R(t)]^2}{R} dt$$

$$P_E = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} \frac{E^2}{R} dt = D \frac{E^2}{R} \quad (2.5)$$

A resistência efetiva de entrada vista pela fonte de alimentação é dada pela expressão (2.6).

$$R_E = \frac{E}{I_{Rmd}} = \frac{R}{D} \quad (2.6)$$

A partir da Eq. (2.3) verifica-se que a tensão média na carga varia linearmente com D, conforme mostra a Fig. 2.2. Essa característica possibilita o controle da tensão média na carga através da razão cíclica D.

Os valores possíveis de D são dados pela expressão (2.7).

$$0 \leq D \leq 1 \quad (2.7)$$

Uma das formas de se controlar a razão cíclica, é através da variação do tempo de condução t_c da chave S. Assim tem-se:

- * para $t_c = 0$ (chave permanentemente aberta) $\Rightarrow D = 0$
- * para $t_c = T$ (chave permanentemente fechada) $\Rightarrow D = 1$

Com isso, a tensão média na carga varia de zero à E, e a potência transferida à carga pode ser controlada.

Os conversores CC-CC também podem operar com t_c fixo e t_a variável, ou seja, operam com frequência variável. Contudo, essa é uma técnica menos empregada.

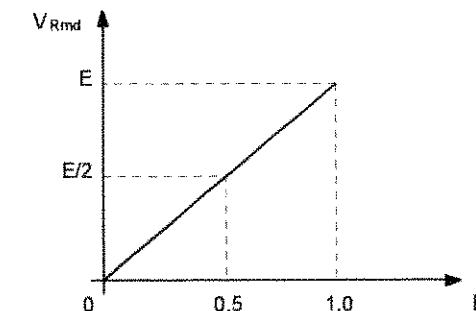


Fig. 2.2: Variação de V_{Rmd} com D .

2.3. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO COM CARGA RLE

Antes de se iniciar este item é fundamental relembrar duas observações extremamente importantes dentro da Engenharia Elétrica:

1º) Uma fonte de tensão só pode ser conectada a uma carga com características de fonte de corrente. Assim, uma carga que tenha comportamento de fonte de tensão, seja permanente (bateria), ou instantânea (capacitor), deverá ser associada em série com um indutor, a fim de apresentar um comportamento de fonte de corrente.

2º) A abertura de uma fonte de corrente, ou de uma carga com características de fonte de corrente (bateria ou capacitor, ambos em série com um indutor), não é permitida. Em eletrônica de potência, nas situações que exigem semelhante operação, é empregado um diodo em anti-paralelo com a fonte (ou carga) que será submetida à abertura.

Considerando as observações apresentadas anteriormente, a configuração de um conversor Buck alimentando uma carga RLE é mostrada na Fig. 2.3, cujas etapas de funcionamento estão representadas na Fig. 2.4.

Analizando a Fig. 2.4, observam-se claramente duas etapas de funcionamento. Na primeira etapa a chave S encontra-se fechada e a corrente de carga circula pela fonte E (etapa de transferência de energia da fonte E para a carga). Na segunda etapa a chave S está aberta e a corrente de carga circula pelo diodo D_{RL} (etapa de roda-livre). A ausência do diodo D_{RL} provocaria tensões destrutivas sobre a chave S na transição da primeira para a segunda etapa.

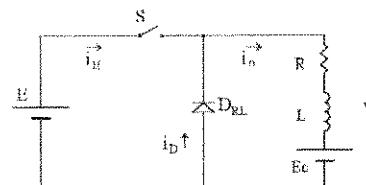


Fig. 2.3: Conversor CC-CC abaixador alimentando carga R/L.

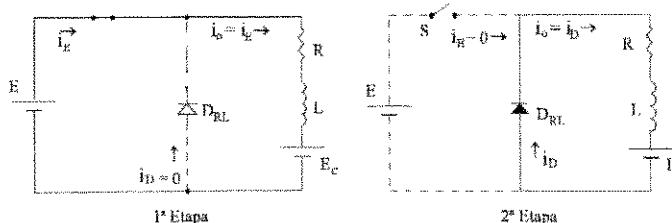


Fig. 2.4: Etapas de funcionamento com carga RLE.

As duas etapas, idealizando os interruptores, são representadas pelas expressões (2.8) e (2.9), respectivamente.

$$E = R i_E + L \frac{di_E}{dt} + E_c \quad (2.8)$$

$$0 = R i_D + L \frac{di_D}{dt} + E_c \quad (2.9)$$

As soluções das expressões (2.8) e (2.9) são representadas pelas equações (2.10) e (2.11), respectivamente.

$$i_E = I_m e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{(E - E_c)}{R} (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (2.10)$$

$$i_D = I_M e^{\frac{-t}{\tau}} - \frac{E_c}{R} (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (2.11)$$

onde $\tau = \frac{L}{R}$ representa a constante de tempo da carga.

As correntes I_M e I_m são os valores máximos e mínimos, respectivamente, da corrente de carga i_o , e estão definidas na Fig. 2.5, onde são apresentadas as principais formas de onda obtidas a partir do funcionamento da estrutura em regime permanente.

A contagem do tempo inicial para a Eq. (2.10) se dá em $t = 0$, e o intervalo de validade dessa equação é $0 \leq t \leq t_c$. Para a Eq. (2.11) a origem da contagem do tempo inicial é redefinida, iniciando em zero para $t = t_c$, e o intervalo de validade da Eq. (2.11) será $0 \leq t \leq t_a$. Portanto, para $t = t_c$, $i_E = I_M$ e para $t = t_a$, $i_D = I_m$.

A Fig. 2.6 mostra como varia a tensão média na carga V_o , com a variação da razão cíclica D, mantendo-se a freqüência de chaveamento fixa. Na Fig. 2.7 está representada a variação da tensão V_o com a freqüência, para as situações em que a freqüência de chaveamento deve ser variada, mantendo-se o tempo de condução t_c fixo (verifica-se neste caso, que a tensão de saída é reduzida a medida que a freqüência de chaveamento decresce). Em ambas as situações (controle por freqüência fixa ou variável), a tensão de saída é nula quando a chave S está aberta, e é igual à tensão de alimentação E, quando a chave está fechada.

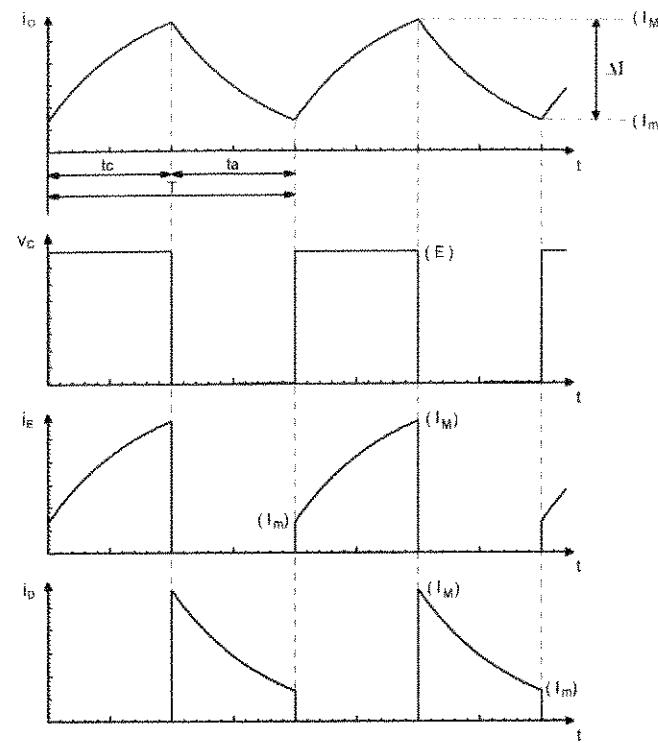


Fig. 2.5: Principais formas de onda para o conversor CC-CC abaixador em regime permanente, com carga RLE.

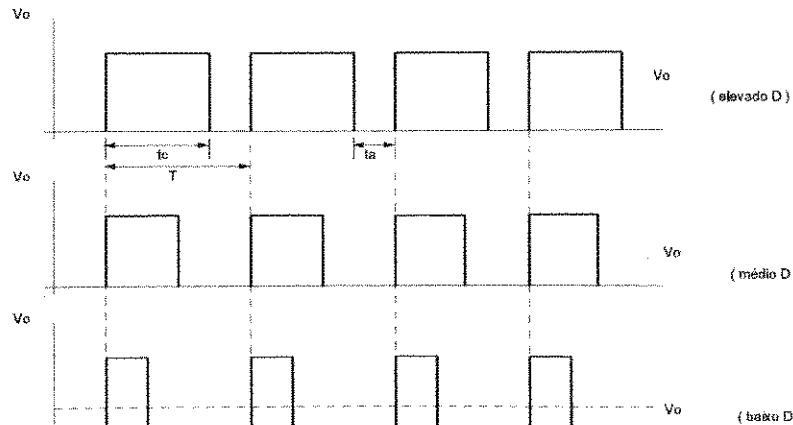


Fig. 2.6: Controle da tensão v_o em função da razão ciclica D , mantendo a frequência de chaveamento constante.

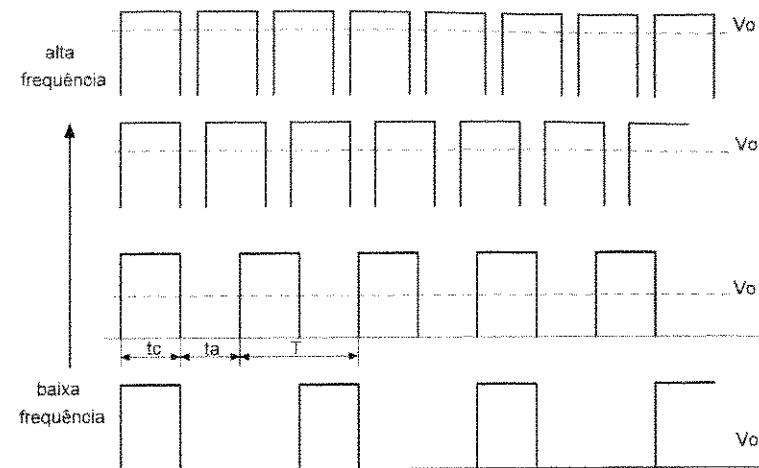


Fig. 2.7: Forma de onda da tensão de saída, com controle da variação da frequência de chaveamento, mantendo t_c constante.

2.4. CONDUÇÃO CONTÍNUA E DESCONTÍNUA

Se a corrente de carga i_o não se anular antes que o tempo t_a seja esgotado, a condução é dita contínua; caso contrário, a condução é dita descontínua. Os dois casos estão representados na Fig. 2.8.

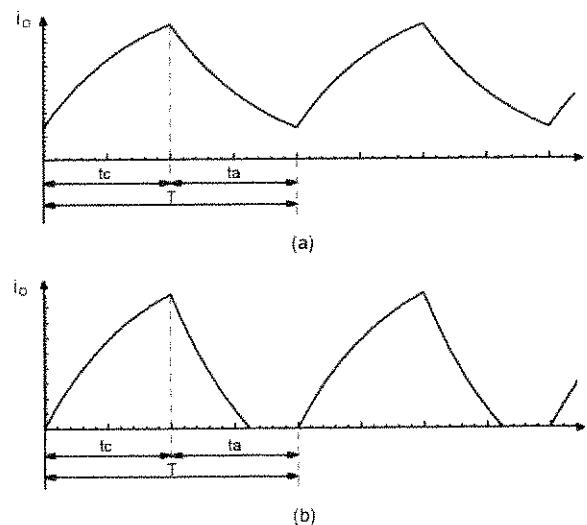


Fig. 2.8: Corrente de carga. (a) condução contínua e (b) condução descontínua.

Existe uma terceira situação em que a corrente de carga se anula exatamente no tempo t_a . Este tipo de condução é conhecido como condução crítica (Fig. 2.9).

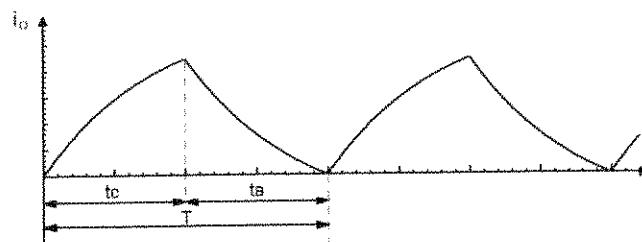


Fig. 2.9: Condução crítica da corrente de carga.

2.5. ANÁLISE DO CONVERSOR BUCK EM CONDUÇÃO CONTÍNUA PARA CARGA RLE

2.5.1. RELAÇÕES ENTRE OS VALORES MÉDIOS

A partir das formas de onda apresentadas na Fig. 2.5, fica estabelecido que o valor médio da tensão de carga é dado pela expressão (2.12).

$$V_o = DE \quad (2.12)$$

A tensão média de carga também pode ser obtida a partir da seguinte relação:

$$V_o = Ec + V_{Rmd} + V_{Lmd} \quad (2.13)$$

Assim:

$$V_o = Ec + \frac{1}{T} \int_0^T R \cdot i_o \cdot dt + \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_o}{dt} dt \quad (2.14)$$

$$V_o = Ec + R \frac{1}{T} \int_0^T i_o dt + \frac{1}{T} \int_0^T L di_o \quad (2.15)$$

onde:

$$I_o = \frac{1}{T} \int_0^T i_o dt \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_o}{dt} dt = \frac{L}{T} \left(\int_0^{t_c} di_o + \int_{t_c}^{t_a} di_o \right) = \frac{L}{T} ((I_M - I_m) + (I_m - I_M)) = 0 \quad (2.17)$$

Desse modo, a tensão e a corrente média de carga relacionam-se pela expressão (2.18).

$$V_o = Ec + R I_o \quad (2.18)$$

Seja o seguinte procedimento:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{Ec}{E} + \frac{R}{E} I_o \quad (2.19)$$

Definindo:

$$\frac{V_o}{E} = D \rightarrow \text{razão cíclica} \quad (2.20)$$

$$\frac{Ec}{E} = a \rightarrow \text{relação entre tensões} \quad (2.21)$$

$$\frac{E}{R} = I \rightarrow \text{pseudo-corrente} \quad (2.22)$$

Obtém-se:

$$\frac{I_o}{I} = D - a \quad (2.23)$$

onde o termo I não possui significado físico, e sim, faz parte de uma estratégia matemática para análise do conversor.

Multiplicando-se as Eqs. (2.20) e (2.23), obtém-se:

$$\frac{V_o}{E} \frac{I_o}{I} = D (D - a) \quad (2.24)$$

A potência média de saída é definida pela seguinte equação:

$$P_o = V_o \cdot I_o \quad (2.25)$$

$$I_M = \frac{-Ec}{E} \frac{E}{R} + \frac{E}{R} \left(\frac{\frac{-tc}{\tau}}{1 - e^{\frac{-T}{\tau}}} \right) \quad (2.33)$$

Assim:

$$\frac{RI_M}{E} = \frac{\left(\frac{-tc}{\tau} \right)}{\left(\frac{-T}{\tau} \right)} - \frac{Ec}{E} \quad (2.34)$$

como $\frac{E}{R} = I$ e $\frac{Ec}{E} = a$, obtém-se:

$$\boxed{\frac{I_M}{I} = \frac{\left(\frac{-tc}{\tau} \right)}{\left(\frac{-T}{\tau} \right)} - a} \quad (2.35)$$

Por um processo semelhante, pode-se estabelecer a expressão (2.36)

$$\boxed{\frac{I_m}{I} = \frac{\left(\frac{-ta}{\tau} - \frac{-T}{\tau} \right)}{\left(\frac{-T}{\tau} \right)} - a} \quad (2.36)$$

A ondulação da corrente de carga, que representa o ripple pico-a-pico de corrente será:

$$\Delta I = I_M - I_m \quad (2.37)$$

Com as expressões (2.35), (2.36) e (2.37), obtém-se a expressão (2.38).

$$\boxed{\frac{\Delta I}{I} = \frac{\left(\frac{-tc}{\tau} \right) - \left(\frac{-ta}{\tau} - \frac{-T}{\tau} \right)}{\left(\frac{-T}{\tau} \right)}} \quad (2.38)$$

Contudo,

$$\frac{-tc}{\tau} - \frac{-ta}{\tau} + \frac{-T}{\tau} = \left(\frac{-tc}{\tau} \right) \left(1 - e^{\frac{-ta}{\tau}} \right) \quad (2.39)$$

Portanto:

$$\boxed{\frac{\Delta I}{I} = \frac{\left(\frac{-tc}{\tau} \right) \left(1 - e^{\frac{-ta}{\tau}} \right)}{\left(\frac{-T}{\tau} \right)}} \quad (2.40)$$

Sejam as relações (2.41) e (2.42):

$$\frac{tc}{T} = D \quad (2.41)$$

$$\frac{ta}{T} = (1 - D) \quad (2.42)$$

Dessa forma:

$$\boxed{\frac{\Delta I}{I} = \frac{\left(\frac{-DT}{\tau} \right) \left(1 - e^{\frac{-(1-D)T}{\tau}} \right)}{\left(\frac{-T}{\tau} \right)}} \quad (2.43)$$

Com a expressão (2.43) pode-se determinar a ondulação relativa da corrente de carga em função da razão cíclica D.

Na maioria das aplicações a resistência R é desprezível em relação a L . É possível nesses casos, a partir da série de Taylor, fazer as simplificações descritas a seguir:

$$e^{-\frac{DT}{\tau}} = 1 - \frac{D}{\tau} T \quad (2.44)$$

$$e^{\frac{-(1-D)T}{\tau}} = 1 - \frac{(1-D)}{\tau} T \quad (2.45)$$

Desse modo, com (2.44), (2.45) e (2.43) obtém-se a expressão (2.46).

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\left(\frac{DT}{\tau}\right)\left[\left(1-\frac{DT}{\tau}\right)^T\right]}{\frac{T}{\tau}} \quad (2.46)$$

Assim:

$$\boxed{\frac{\Delta I}{I} = \frac{T}{\tau} D (1-D)} \quad (2.47)$$

$$\text{onde } \tau = \frac{L}{R}$$

$$\text{Portanto, } \frac{\Delta I}{RI} = \frac{T}{L} D (1-D) \quad (2.48)$$

$$\text{Por definição } E = RI \quad (2.49)$$

Assim:

$$\boxed{\Delta I = \frac{E}{L \cdot f} D (1-D)} \quad (2.50)$$

ou ainda:

$$\boxed{\frac{\Delta I}{I} \frac{\tau}{T} = D (1-D)} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{\Delta I \cdot L \cdot f}{E} = D (1-D)} \quad (2.51)$$

A expressão (2.51) está representada graficamente na Fig. 2.12.

Matematicamente, a máxima ondulação relativa da corrente de carga é obtida do modo descrito a seguir.

$$\frac{\partial}{\partial D} \left(\frac{\Delta I}{I} \right) = \frac{T}{\tau} (1 - 2D) = 0 \quad (2.52)$$

Desse modo, a ondulação máxima ocorre para uma razão cíclica igual a 0,5. Assim:

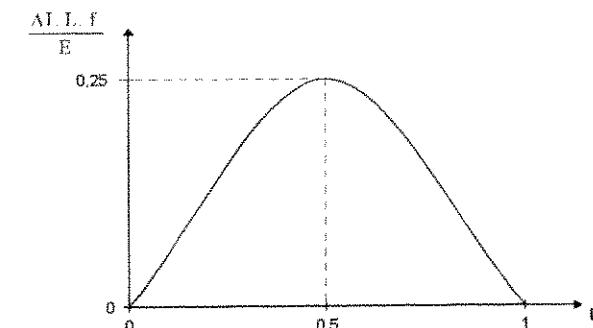


Fig. 2.12: Ondulação relativa da corrente de carga em função da razão cíclica.

$$\left(\frac{\Delta I}{I} \right)_{\max} = \frac{T}{4\tau} \quad (2.53)$$

ou ainda:

$$(\Delta I)_{\max} = \frac{T}{4\tau} I = \frac{T}{4\tau} \frac{E}{R} = \frac{T}{4L} \frac{R}{f} E \quad (2.54)$$

Portanto, a ondulação máxima da corrente de carga fica definida pela expressão (2.55).

$$\boxed{(\Delta I)_{\max} = \frac{E}{4 \cdot L \cdot f}} \quad (2.55)$$

Analizando-se a Eq. (2.55), verifica-se que para uma dada tensão de alimentação E , o valor de ΔI_{\max} depende fundamentalmente da indutância L e da freqüência de chaveamento f . Assim, quanto maior $f \Rightarrow$ menor ΔI_{\max} . Por outro lado, quanto maior $L \Rightarrow$ menor ΔI_{\max} .

Em muitas aplicações, onde o volume do conversor é um requisito importante a ser considerado, recomenda-se o aumento da freqüência de chaveamento para diminuir o ΔI_{max} .

2.5.3. ESTUDO DA MODULAÇÃO POR VALORES EXTREMOS DA CORRENTE

Neste tipo de modulação, a ondulação ΔI é mantida constante. A chave S é aberta ou fechada em função dos valores assumidos pela corrente de carga. O comando é concebido de forma que a corrente mantém sempre seu valor instantâneo dentro de dois limites (superior definido por I_M e inferior definido por I_m), simétricos em relação a um valor de referência dado por I_{ref} (Fig. 2.13). Dessa forma, a chave S é aberta quando a corrente de carga i_o atinge o valor máximo ($I_M = I_{ref} + \Delta I/2$), e se fecha quando i_o retorna ao valor mínimo ($I_m = I_{ref} - \Delta I/2$). Um diagrama simplificado de um comando para realizar este tipo de modulação está representado na Fig. 2.14.

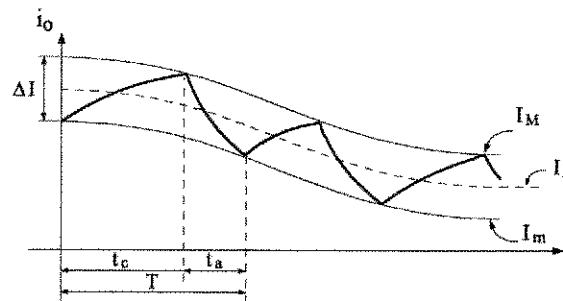


Fig. 2.13: Comportamento da corrente de carga, empregando modulação por valores extremos da corrente.

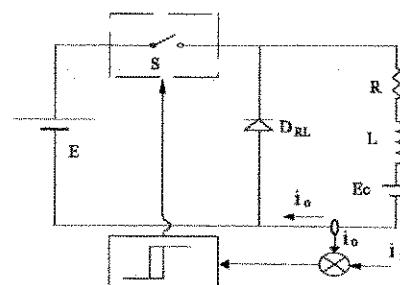


Fig. 2.14: Comando do conversor Buck modulado por valores extremos da corrente.

Verifica-se que a freqüência de chaveamento é livre e os tempos t_c e t_a são variáveis, por isto é fundamental que se conheça as leis de variação dessas grandezas.

Seja a expressão (2.51), repetida aqui por conveniência.

$$\frac{\Delta I}{I} \cdot \frac{\tau}{T} = D(1-D) \quad (2.56)$$

Assim:

$$f = \frac{D(1-D)}{\Delta I \cdot \tau} I \quad (2.57)$$

Verifica-se que a máxima freqüência ocorre para D igual a 0,5. Desse modo:

$$f_{max} = \frac{E}{4 \cdot L \cdot \Delta I} \quad (2.58)$$

A expressão (2.57), devidamente modificada, encontra-se representada graficamente na Fig. 2.15.

A seguir são determinadas as leis de variação dos tempos t_c e t_a . Sabe-se que:

$$t_c = D T = \frac{D}{f} \quad (2.59)$$

$$t_a = (1-D) T = \frac{(1-D)}{f} \quad (2.60)$$

Seja a expressão (2.61):

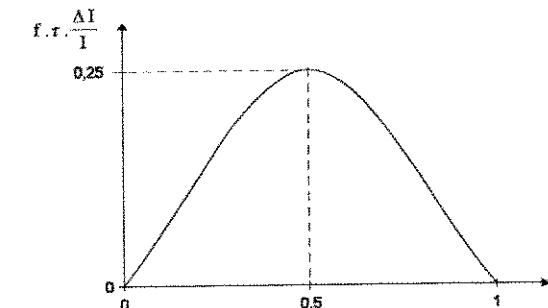


Fig. 2.15: Lei de variação da freqüência em função da razão cíclica.

$$f \cdot \tau \cdot \frac{\Delta I}{I} = D(1-D) \quad (2.61)$$

Dessa forma:

$$f \cdot \tau \cdot \frac{\Delta I}{I} = D \cdot t_a \cdot f \quad (2.62)$$

Logo:

$$t_a = \frac{\tau \cdot \Delta I}{I \cdot D} = \frac{L \cdot R}{E} \frac{\Delta I}{D} \quad (2.63)$$

Portanto:

$$t_a = \frac{\Delta I \cdot L}{D \cdot E} \quad (2.64)$$

Quando D tende à unidade, t_a assume o valor mínimo. Consequentemente:

$$t_{amin} = \Delta I \frac{L}{E} \quad (2.65)$$

Por outro lado, levando-se a expressão (2.59) em (2.61), obtém-se:

$$f \cdot \tau \cdot \frac{\Delta I}{I} = (1-D) \cdot f \cdot t_c \quad (2.66)$$

Então:

$$t_c = \frac{\tau \cdot \Delta I}{I(1-D)} = \frac{\Delta I}{(1-D)} \frac{L}{E} \quad (2.67)$$

Quando D tende a zero, t_c tende ao seu valor mínimo. Desse modo:

$$t_{cmin} = \Delta I \frac{L}{E} \quad (2.68)$$

As expressões (2.64) e (2.67), apresentadas de outra forma pelas equações (2.69) e (2.70), estão representadas graficamente na Fig. 2.16.

$$\bar{t_a} = \frac{t_a}{\Delta I \cdot L} = \frac{1}{D} \quad (2.69)$$

$$\bar{t_c} = \frac{t_c}{\Delta I \cdot L} = \frac{1}{(1-D)} \quad (2.70)$$

A modulação por valores extremos da corrente é de grande interesse pelos seguintes motivos:

- a) A corrente nos componentes e na carga é controlada nos seus valores instantâneos, fato que lhe confere grande segurança.
- b) Propicia controles mais rápidos.

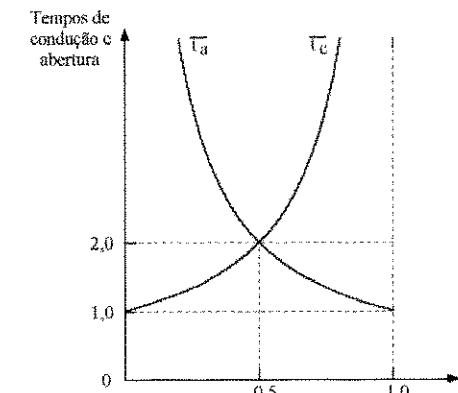


Fig. 2.16: Representação dos tempos de condução e abertura da chave S.

2.6. ANÁLISE EM CONDUÇÃO DESCONTÍNUA PARA CARGA RLE

A Fig. 2.17 apresenta o comportamento do conversor Buck (Fig. 2.3), operando em condução descontínua. Observa-se que a corrente de carga se anula em $t = t_o$. O tempo t_o , necessário para descarregar toda a energia armazenada no campo magnético da indutância L durante o intervalo de roda livre, é menor que o tempo t_a .

2.6.1. CÁLCULO DA TENSÃO E DA CORRENTE MÉDIA NA CARGA.

A tensão média na carga é obtida a partir da expressão (2.71)

$$V_o = \frac{1}{T} \left[\int_0^{t_c} E dt + \int_{t_c+t_o}^T E_C dt \right] = \frac{1}{T} \left\{ E t_c + E_C [T - (t_c + t_o)] \right\} \quad (2.71)$$

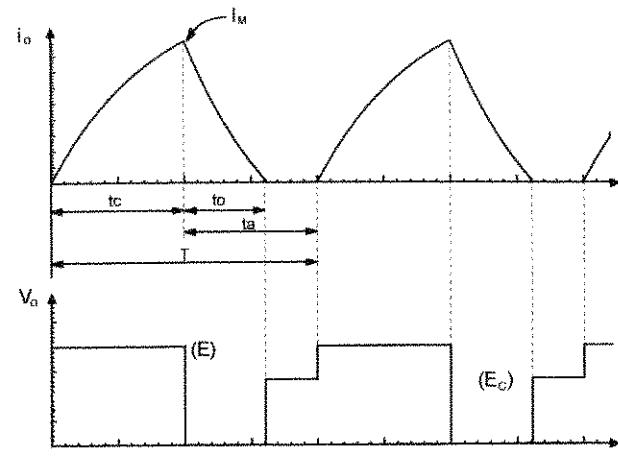


Fig. 2.17: Conversor Buck operando em condução descontínua.

$$V_o = E \frac{t_c}{T} + Ec \left[\frac{T - (t_c + t_o)}{T} \right] \quad (2.72)$$

Considerando a Eq. (2.2), e definindo:

$$Dcd = \frac{t_c + t_o}{T} \quad (2.73)$$

como sendo a razão cíclica de condução descontínua, obtém-se:

$$V_o = ED + Ec(1 - Dcd) \quad (2.74)$$

onde:

$$\frac{Ec}{E} = a \Rightarrow Ec = aE \quad (2.75)$$

Logo:

$$V_o = ED + aE(1 - Dcd) \quad (2.76)$$

Conseqüentemente, a tensão média de carga normalizada será:

$$\boxed{\frac{V_o}{E} = D + a(1 - Dcd)} \quad (2.77)$$

Verifica-se que a tensão média depende da carga, e que o seu valor aumenta com a diminuição de Dcd.

A corrente média é facilmente determinada a partir da relação seguinte:

$$V_o = Ec + R I_0 \quad (2.78)$$

Logo:

$$I_0 = \frac{V_o - Ec}{R} = \frac{E[D + a(1 - Dcd)] - Ec}{R} \quad (2.79)$$

Levando-se as expressões (2.22) e (2.75) em (2.79), obtém-se:

$$I_0 = [D + a(1 - Dcd)] I - a \cdot I$$

Portanto, a corrente média na carga normalizada será:

$$\boxed{\frac{I_0}{I} = D - a \cdot Dcd} \quad (2.80)$$

2.6.2. DETERMINAÇÃO DA RAZÃO CÍCLICA DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA Dcd EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONVERSOR (a, D, T/τ).

A partir das Eqs. (2.30) e (2.32), e considerando que para $t = t_o \Rightarrow I_m = 0$, obtém-se:

$$I_M = \frac{E - Ec}{R} \left(1 - e^{-\frac{-tc}{\tau}} \right) \quad (2.81)$$

$$I_m = 0 = I_M \cdot e^{-\frac{-to}{\tau}} - \frac{Ec}{R} \left(1 - e^{-\frac{-to}{\tau}} \right) \quad (2.82)$$

Substituindo a expressão (2.81) em (2.82), obtém-se:

$$Dcd = \frac{\tau}{T} \ln \left[\frac{1}{a} + \left(1 - \frac{1}{a} \right) e^{-\frac{DT}{\tau}} \right] + D \quad (2.83)$$

O tempo t_0 pode ser obtido diretamente reunindo as expressões (2.83) e (2.73), resultando na expressão (2.84).

$$t_0 = \tau \times \ln \left[\frac{1}{a} + \left(1 - \frac{1}{a} \right) e^{-D \frac{T}{\tau}} \right] \quad (2.84)$$

Em muitas situações esta equação pode ser muito importante.

As Eqs. (2.77), (2.80) e (2.83) estabelecem o comportamento do conversor Buck em regime de condução descontínua para toda a faixa de operação compreendendo o intervalo $t_c < t_0 < T$.

Obs.: O funcionamento em condução descontínua apresenta sérios inconvenientes, na medida em que o controle da tensão média na carga não depende apenas da razão cíclica D mas também de Dcd ; o que implica em se ter, a todo instante, conhecimento do momento da anulação da corrente em $t = t_0$. Além do mais, o conversor não se comporta como uma boa fonte de tensão, apresentando a característica de uma impedância interna.

2.7. ESTUDO EM CONDUÇÃO CRÍTICA PARA CARGA RLE

A condução crítica, mostrada na Fig. 2.18, estabelece o limite entre a condução descontínua e a condução contínua.

Nesse caso, $t_0 = t_a \Rightarrow Dcd = 1$, e a tensão média na carga é a própria tensão obtida para condução contínua, ou seja:

$$V_o = DE \quad (2.85)$$

De forma semelhante determina-se a corrente média. Logo:

$$\frac{I_o}{I} = D - a \quad (2.86)$$

A condição para condução crítica é obtida igualando-se a zero a Eq. (2.36); lembrando que para esta situação em particular $t_0 = t_a$. Assim:

$$\frac{I_m}{I} = 0 = \frac{\left(\frac{-t_0}{\tau} - \frac{-T}{\tau} \right)}{\left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right)} - a \quad (2.87)$$

ou ainda:

$$\frac{\left(\frac{-t_0}{\tau} - \frac{-T}{\tau} \right)}{\left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right)} = a \quad (2.88)$$

Considerando que $t_0 = t_a$ e realizando as devidas manipulações matemáticas encontra-se a expressão (2.89).

$$\frac{DT}{e^{\frac{T}{\tau}}} = 1 + a \left(\frac{T}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1} \right) \quad (2.89)$$

que representa a condição para se obter condução crítica.

A partir da Eq. (2.89) é possível determinar a indutância crítica, uma vez que $\tau = L/R$. A indutância crítica é um parâmetro muito importante; ela garante a condução crítica para um dado ponto de operação do conversor. Por questões de facilidade no encadeamento das idéias, o cálculo deste parâmetro será visto no parágrafo 2.9.

A expressão da ondulação de corrente em regime de condução crítica é obtida a partir da expressão (2.35), resultando na Eq. (2.90).

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{1 - e^{-\frac{-t_c}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{-T}{\tau}}} - a \quad (2.90)$$

As expressões aqui definidas representam o comportamento do conversor Buck em condução crítica.

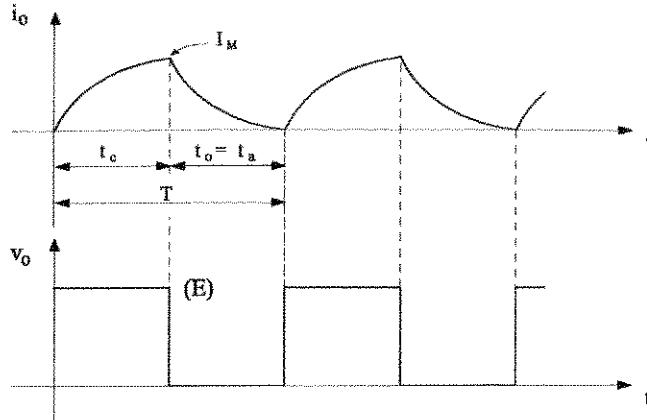


Fig. 2.18: Conversor Buck operando em condução crítica.

2.8. CARACTERÍSTICA DE CARGA (CARGA RLE)

Neste parágrafo será estabelecida a função que relaciona a tensão e a corrente média na carga do conversor CC-CC abaixador, tendo como parâmetro a razão cíclica D. Para simplificar a análise, a resistência de carga R (Fig. 2.3) será ignorada.

Sejam as formas de onda da tensão e da corrente de carga para condução descontínua, como estão representadas na Fig. 2.19.

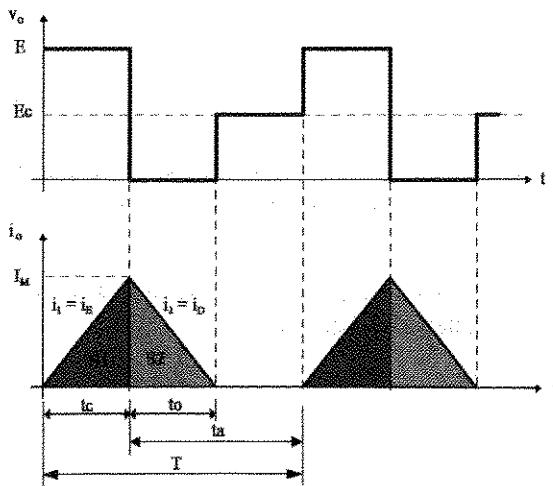


Fig. 2.19: Tensão e corrente de carga para condução descontínua com resistência de carga nula.

Pela observação da figura, são estabelecidas as expressões apresentadas a seguir.

$$I_M = \frac{(E - E_c)}{L} t_c \quad (2.91)$$

$$S_1 = \frac{1}{2} t_c^2 \frac{(E - E_c)}{L} \quad (2.92)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} t_0 t_c \frac{(E - E_c)}{L} \quad (2.93)$$

$$i_2 = I_M - \frac{E_c}{L} t = \frac{(E - E_c)}{L} t_c - \frac{E_c}{L} t \quad (2.94)$$

quando: $i_2 = 0 \Rightarrow t = t_0$. Assim:

$$t_0 = \frac{(E - E_c)}{E_c} t_c \quad (2.95)$$

Levando a Eq. (2.95) em (2.93), obtém-se a expressão (2.96).

$$S_2 = \frac{1}{2} \frac{t_c^2}{L} \frac{(E - E_c)^2}{E_c} \quad (2.96)$$

Por outro lado:

$$I_0 = \frac{(S_1 + S_2)}{T} \quad (2.97)$$

Assim:

$$I_0 = \frac{t_c^2}{2 \cdot T \cdot L} \left[(E - E_c) + \frac{(E - E_c)^2}{E_c} \right] \quad (2.98)$$

Logo:

$$\frac{I_0 \cdot 2 \cdot L}{T \cdot E} = \frac{t_c^2}{T^2} \left[\left(1 - \frac{E_c}{E} \right) + \left(\frac{E}{E_c} - 2 + \frac{E_c}{E} \right) \right] \quad (2.99)$$

Considerando que a resistência de carga foi ignorada e, que a tensão média na indutância L é nula, então:

$$a = \frac{E_c}{E} = \frac{V_o}{E} \quad (2.100)$$

Substituindo as Eqs. (2.41) e (2.100) em (2.99), obtém-se a expressão (2.101).

$$\frac{2 \cdot L \cdot I_o}{T \cdot E} = D^2 \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \quad (2.101)$$

Definindo:

$$\gamma = \frac{2 \cdot L \cdot I_o}{T \cdot E} \quad (2.102)$$

obtém-se:

$$\boxed{\gamma = D^2 \left(\frac{1}{a} - 1 \right)} \quad (2.103)$$

A Eq. (2.103) pode ser modificada adquirindo a forma representada pela expressão (2.104).

$$\boxed{a = \frac{D^2}{\gamma + D^2}} \quad (2.104)$$

A expressão (2.104) foi deduzida para condução descontínua. Para condução crítica ou contínua a tensão de carga depende apenas da razão cíclica D, fato que é representado pela expressão (2.105).

$$\boxed{a = D} \quad (2.105)$$

As características externas ou de carga estão representadas na Fig. 2.20 e são universais, devido à normalização adotada.

A figura mostra a região ① de condução descontínua e a região ② de condução contínua. Observa-se que quando a condução é descontínua a tensão média na carga varia com a corrente média de carga. Para a grande maioria das aplicações práticas esta é uma forma indesejável de funcionamento e que deve ser evitada, sobretudo porque ela dificulta o controle do sistema do qual o conversor faz parte, pela não-linearidade que ela introduz. Por essa razão, é muito importante operar, sempre que

possível, em condução contínua. Para isso, deverá ser determinada a mínima indutância que possibilita essa operação para uma dada freqüência de chaveamento. Tal indutância é denominada indutância crítica, e será estudada a seguir.

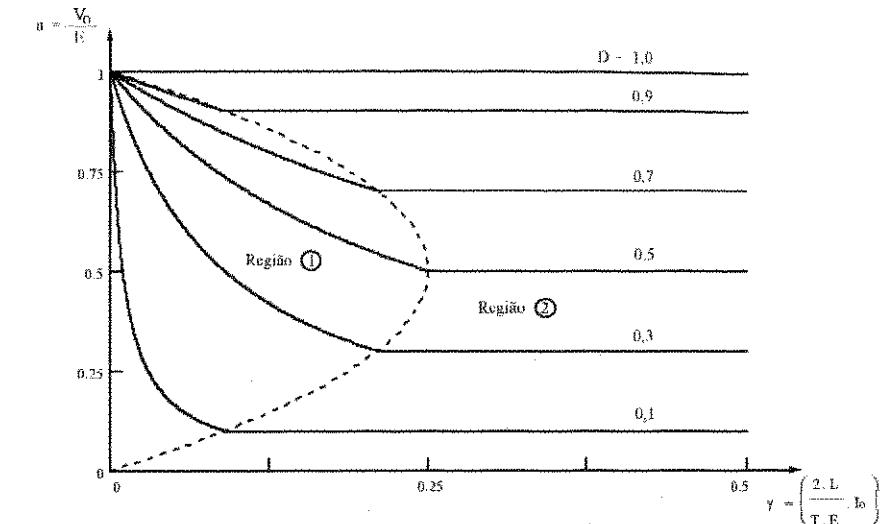


Fig. 2.20: Característica de carga do conversor CC-CC abaixador.

2.9. CÁLCULO DA INDUTÂNCIA CRÍTICA

A partir da Fig. 2.20 pode-se determinar a indutância crítica; que é a menor indutância de carga capaz de assegurar condução contínua.

Seja $D = a$. Assim:

$$\gamma = D - D^2 \quad (2.106)$$

Logo:

$$\frac{2 \cdot LCR \cdot I_o}{T \cdot E} = D - D^2 \quad (2.107)$$

O pior caso ocorre quando D é igual a 0,5. Desse modo:

$$\boxed{LCR = \frac{E}{8 \cdot f \cdot I_o}} \quad (2.108)$$

A expressão (2.108) é muito importante e é empregada nos projetos envolvendo este tipo de conversor.

A expressão (2.107) encontra-se representada graficamente na Fig. 2.21.

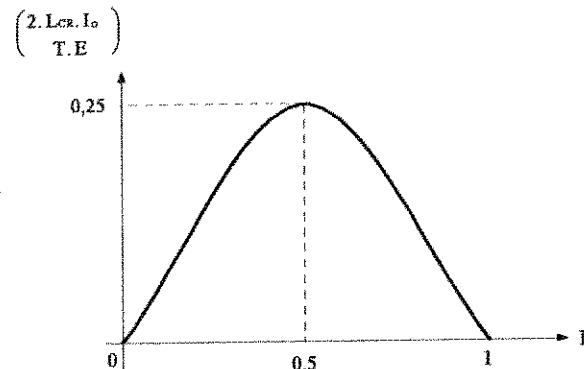


Fig. 2.21: Indutância crítica para o conversor CC-CC abaixador.

2.10. FILTRAGEM DA CORRENTE DE ENTRADA

Conforme foi mostrado na Fig. 2.5, a corrente i_E da fonte que alimenta o conversor é pulsada. Este fato apresenta dois inconvenientes:

- A presença de elevado conteúdo harmônico produz perturbações radioelétricas nos equipamentos de comunicação e sinalização.
- Se houver indutância em série com a fonte, mesmo que seja parasita, no instante da abertura da chave serão produzidas sobretensões normalmente destrutivas para os semicondutores de potência.

Para corrigir estas dificuldades, é recomendado o emprego de um filtro $L_E C_E$ como está indicado na Fig. 2.22.

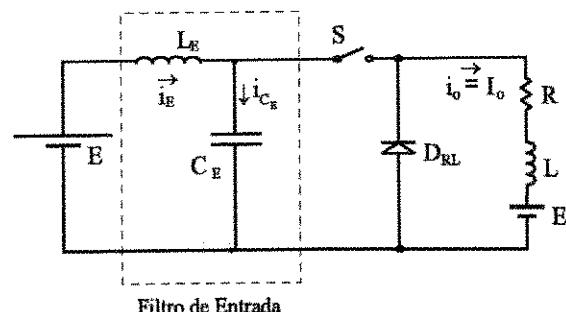


Fig. 2.22: Conversor Buck com filtro de entrada.

Para simplicidade da análise, a corrente de carga i_o será considerada constante igual a I_o e $R \approx 0$. Desse modo, as duas etapas de funcionamento são as

representadas na Fig. 2.23. As formas de onda correspondentes estão representadas na Fig. 2.25.

Pela igualdade entre a potência P_E cedida pela fonte E e a potência P_o recebida pela carga, obtém-se:

$$P_E = E \cdot I_{Emd} \quad (2.109)$$

$$P_o = E_c \cdot I_o \quad (2.110)$$

$$P_o = D \cdot E \cdot I_o \quad (2.111)$$

Assim:

$$I_{Emd} = D I_o \quad (2.112)$$

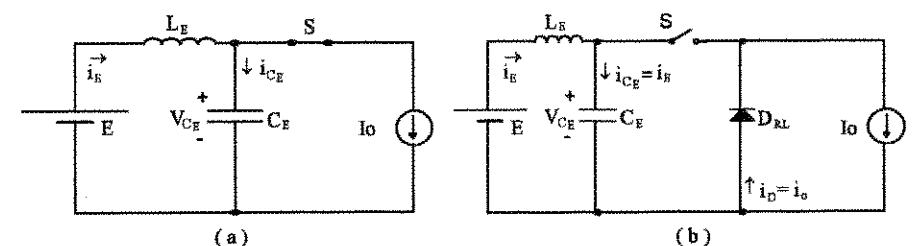


Fig. 2.23: Etapas de funcionamento com o filtro de entrada.

Na análise que se segue, será admitido que a tensão no capacitor C_E aumenta e diminui linearmente, quando a chave S está aberta e fechada respectivamente.

Quando S está aberta, a corrente no capacitor é igual a I_{Emd} . Dessa forma:

$$I_{Emd} = D I_o = C_E \frac{2 \left(\frac{\Delta V_{C_E}}{2} \right)}{ta} \quad (2.113)$$

veja Fig. 2.25. Então:

$$I_{Emd} = 2 \frac{C_E \left(\frac{\Delta V_{C_E}}{2} \right)}{(1-D) T} \quad (2.114)$$

Logo:

$$\frac{\Delta V_{CE}}{2} = \frac{(1-D)D}{2 \cdot C_E \cdot f} I_o \quad (2.115)$$

Lembrando sempre que I_o representa, neste caso, a corrente média na carga.

Quando $D = 0,5$ a ondulação no capacitor é máxima. Desse modo:

$$\frac{\Delta V_{CE\ max}}{2} = \frac{I_o}{8 \cdot C_E \cdot f} \quad (2.116)$$

A ondulação máxima pico-a-pico será:

$$\Delta V_{CE\ max} = \frac{I_o}{4 \cdot C_E \cdot f} \quad (2.117)$$

Nos projetos usuais o valor de $\Delta V_{CE\ max}$ é especificado. Logo:

$$C_E = \frac{I_o}{4 \cdot f \cdot \Delta V_{CE\ max}} \quad (2.118)$$

É necessário que se estabeleça também a expressão da componente alternada da corrente no indutor. Para isto será empregado o circuito equivalente representado na Fig. 2.24.

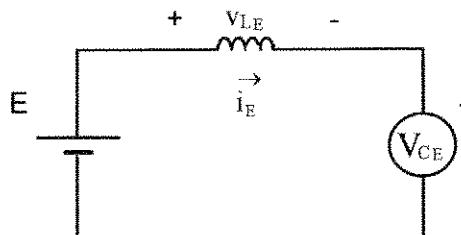


Fig. 2.24: Circuito para o cálculo da ondulação da corrente no indutor i_E .

Sabe-se que $V_{CE\ ind} = E$. Desse modo, a tensão instantânea sobre o indutor L_E é igual à componente alternada da tensão no capacitor C_E com o sinal invertido (Fig. 2.25).

Decompondo-se v_{CE} em série de Fourier e tomando-se a componente fundamental obtém-se a expressão (2.119).

$$v_{CE} \approx \frac{8}{\pi^2} \frac{\Delta V_{CE}}{2} \sin(2\pi f \cdot t) \quad (2.119)$$

Assim:

$$i_E = \frac{v_{CE}}{\omega L_E} \quad (2.120)$$

$$i_E = \frac{8 \left(\frac{\Delta V_{CE}}{2} \right)}{2\pi^3 \cdot f \cdot L_E} \sin\left(2\pi f \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.121)$$

A amplitude da componente alternada da corrente i_E é dada pela expressão (2.122).

$$\frac{\Delta i_E}{2} = \frac{8 \left(\frac{\Delta V_{CE}}{2} \right)}{2\pi^3 \cdot f \cdot L_E} \quad (2.122)$$

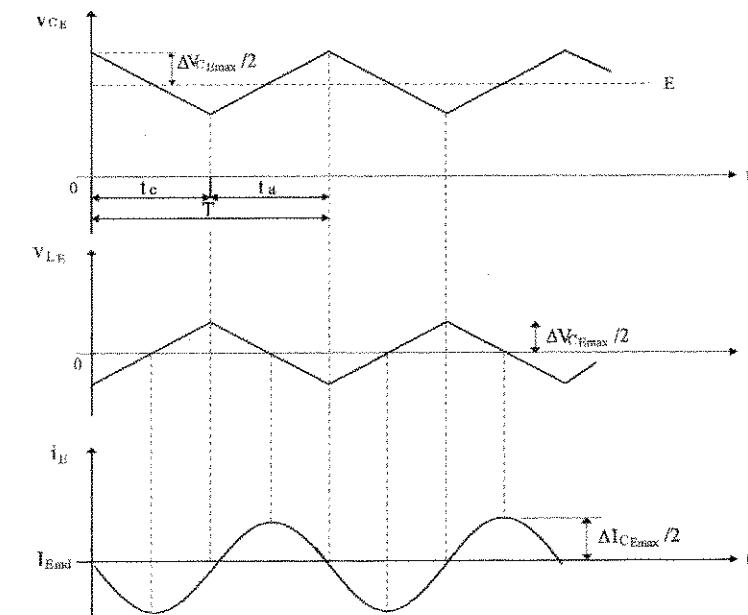


Fig. 2.25: Correntes e tensões no filtro de entrada.

A ondulação máxima da corrente i_E ocorre para $D = 0,5$. Portanto, substituindo a Eq. (2.116) em (2.122), obtém-se:

$$\frac{\Delta I_E \max}{2} = \frac{1}{2} \frac{I_0}{\pi^3 \cdot f^2 \cdot L_E \cdot C_E} \quad (2.123)$$

Desse modo:

$$\frac{\Delta I_E \max}{2} \approx \frac{1}{62} \frac{I_0}{f^2 \cdot L_E \cdot C_E} \quad (2.124)$$

A ondulação máxima pico-a-pico da corrente no indutor L_E é dado por:

$$\Delta I_E \max \approx \frac{1}{31} \frac{I_0}{f^2 \cdot L_E \cdot C_E} \quad (2.125)$$

A partir da expressão (2.125), obtém-se a expressão (2.126), para o cálculo de L_E :

$$L_E = \frac{1}{31} \frac{I_0}{f^2 \cdot C_E \cdot \Delta I_E \max} \quad (2.126)$$

As grandezas envolvidas na filtragem estão representadas na Fig. 2.25.

2.11. FILTRAGEM DA TENSÃO DE SAÍDA

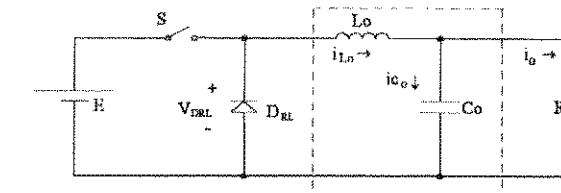
Nas aplicações em que o conversor Buck deve produzir na saída uma tensão contínua de baixa ondulação, é necessário adicionar um filtro passa-baixa, constituído de um indutor e um capacitor, conforme está mostrado na Fig. 2.26(a).

A Fig. 2.26(b) mostra a forma de onda da tensão na entrada do filtro passa-baixa (V_{DRL}) que é composta de uma componente contínua (V_o), mais as harmônicas na frequência de chaveamento f e suas múltiplas. A característica do filtro passa-baixa, alimentando uma carga resistiva, é apresentada na Fig. 2.26(c). A frequência de corte f_C deve ser bem menor que a frequência de chaveamento f , de forma a minimizar a ondulação da tensão de saída V_o .

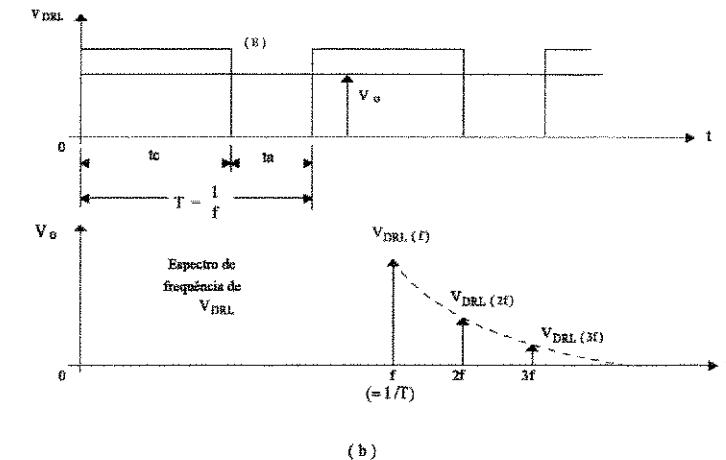
Uma vez definido o objetivo do filtro LC de saída e sua característica, será iniciado o procedimento de projeto do mesmo, começando pela determinação da ondulação de corrente.

Para o cálculo da ondulação da corrente no indutor L_o , a tensão no capacitor será admitida constante. Desse modo, é válida a expressão (2.55), aqui repetida como (2.127).

$$\Delta I_{L_o \max} = \frac{E}{4 \cdot L_o \cdot f} \quad (2.127)$$



(a)



(b)

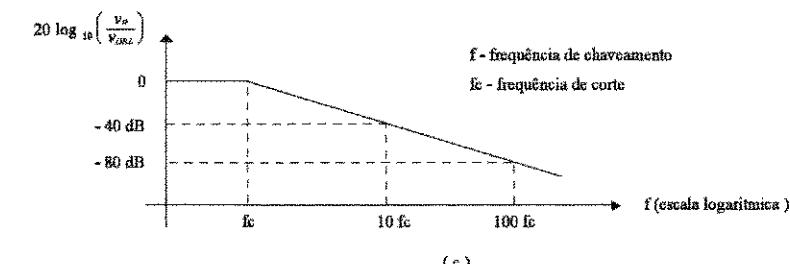


Fig. 2.26: a) Conversor Buck com filtro LC na saída;
b) Conteúdo harmônico da tensão v_{DRL} ;
c) Característica do filtro passa-baixa.

Portanto:

$$L_o = \frac{E}{4 \cdot f \cdot \Delta I_{Lo,md}} \quad (2.128)$$

$$I_{Lo,md} = I_o \quad (2.129)$$

Para o cálculo da ondulação da tensão no capacitor C_o , admite-se que a componente alternada da corrente no indutor L_o circule toda por C_o . Desse modo, é adotado o circuito equivalente representado na Fig. 2.27. Assim:

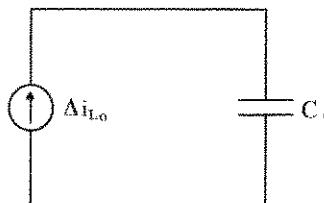


Fig. 2.27: Circuito para o cálculo da ondulação da tensão no capacitor C_o .

$$\Delta i_{Lo} = i_{Co} \quad (2.130)$$

onde $I_{Lo,md}$ e Δi_{Lo} representam, respectivamente, a componente média e alternada da corrente i_{Lo} .

Decompondo-se i_{Co} (Fig. 2.28) em série de Fourier e conservando a componente fundamental, obtém-se:

$$i_{Co} = \frac{4 \Delta i_{Lo}}{\pi^2} \cos \omega t \quad (2.131)$$

A ondulação é máxima para $D = 0,5$. Portanto:

$$\frac{\Delta i_{Comax}}{2} = \frac{4 \Delta i_{Lo,md}}{\pi^2} \quad (2.132)$$

A tensão no capacitor é dada pela expressão:

$$v_{Co} = i_{Co} \cdot X_C = \frac{i_{Co}}{\omega C} \quad (2.133)$$

Logo:

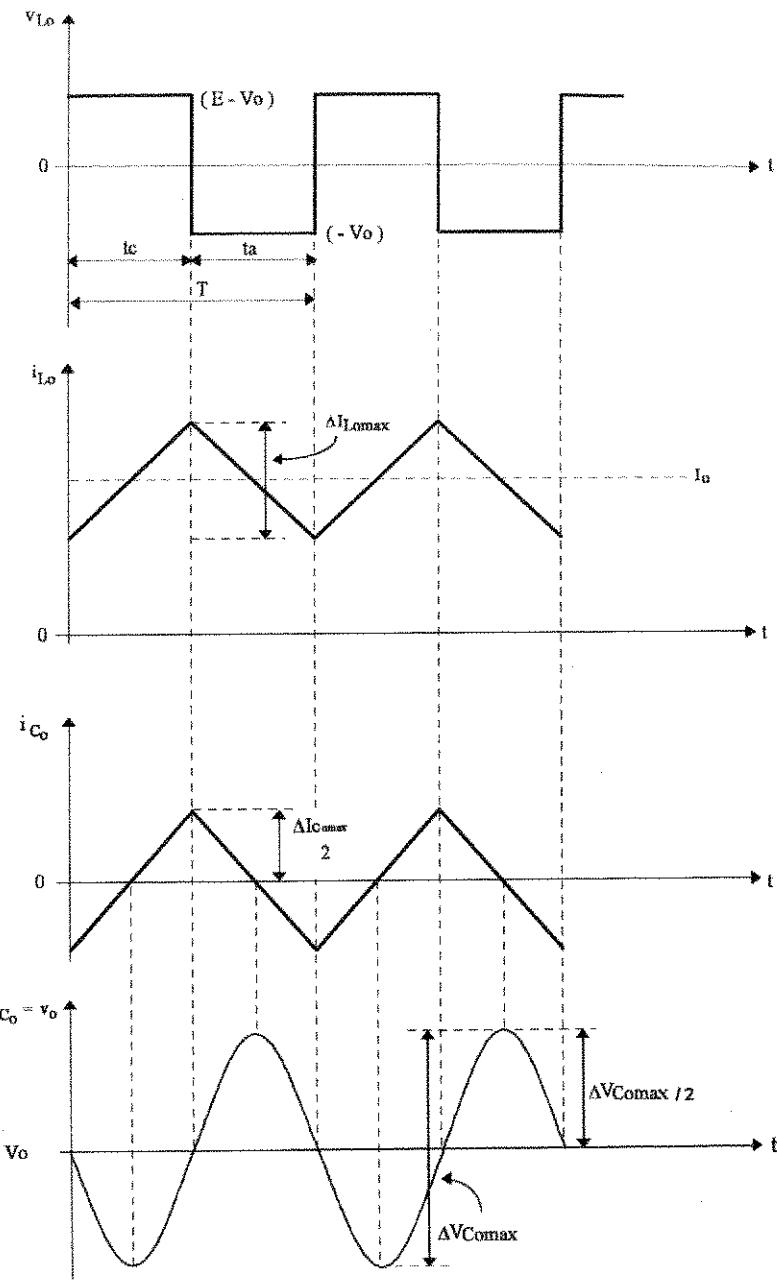


Fig. 2.28: Principais formas de onda no filtro de saída.

$$v_{Co} = \frac{4\Delta I_{Lo}}{2\pi^3 \cdot f \cdot C_o} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

A amplitude da componente alternada da tensão v_{Co} será:

$$\frac{\Delta V_{Co}}{2} = \frac{2\Delta I_{Lo}}{\pi^3 \cdot f \cdot C_o} \quad (2.134)$$

para $D = 0,5$, obtém-se:

$$\frac{\Delta V_{Comax}}{2} = \frac{2\Delta I_{Lmax}}{\pi^3 \cdot f \cdot C_o} \quad (2.135)$$

Levando-se a expressão (2.127) em (2.135), obtém-se:

$$\frac{\Delta V_{Comax}}{2} \approx \frac{E}{62 \cdot L_o \cdot C_o \cdot f^2} \quad (2.136)$$

A ondulação máxima pico-a-pico é dada pela seguinte equação:

$$\Delta V_{Comax} = \frac{E}{31 \cdot L_o \cdot C_o \cdot f^2} \quad (2.137)$$

Dessa forma, o valor do capacitor C_o pode ser obtido a partir da Eq. (2.138).

$$C_o = \frac{E}{31 \cdot L_o \cdot f^2 \cdot \Delta V_{Comax}} \quad (2.138)$$

Com as expressões (2.128) e (2.138) é possível dimensionar o filtro de saída.

Um aspecto importante a ser considerado no dimensionamento dos filtros, tanto de entrada quanto de saída, é a sua freqüência de ressonância f_o , que é a própria freqüência de corte f_c do filtro, dada pela Eq. (2.140). Deve-se sempre escolher o filtro cuja freqüência de ressonância seja muito menor que a freqüência de chaveamento, ou seja:

$$f \gg f_o \quad (2.139)$$

onde:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_o \cdot C_o}} \quad (2.140)$$

Caso o conversor opere com a freqüência de ressonância do filtro, ou muito próximo dela, a tensão de saída pode apresentar ondulações de valores excessivos.

A ondulação da tensão de saída obtida neste parágrafo pressupõe que a Resistência Série Equivalente (RSE) do capacitor de saída C_o seja nula. Nas situações em que isso não for verificado a queda de tensão na RSE produz uma tensão alternada de forma triangular em fase com i_{Co} (Fig. 2.28), que é somada ao valor calculado de $(\Delta V_{Comax}/2)$ dado pela Eq. (2.136). O valor pico-a-pico da tensão na RSE do capacitor C_o é obtido a partir de expressão (2.141).

$$\Delta V_{RSE} = \Delta I_{Co \text{ max}} \cdot RSE \quad (2.141)$$

2.12. CONTROLE DO CONVERSOR BUCK EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM

A modulação PWM (Pulse Width Modulation) ou Modulação por Largura de Pulso é uma das mais empregadas. Neste tipo de modulação é realizado o controle da tensão de saída, de forma a mantê-la em um nível desejado. O princípio básico é apresentado na Fig. 2.29, onde uma imagem da tensão de saída V_o , obtida a partir de um divisor resistivo, é comparada com um sinal de referência na entrada do amplificador de erro. O sinal obtido na saída do amplificador de erro V_{erro} , é o resultado da diferença entre a imagem da tensão de saída V_o ^{ímagem} e o valor de referência V_{ref} . O sinal V_{erro} é comparado com um sinal dente de serra na entrada de um comparador PWM de tensão, gerando uma forma de onda retangular v_G , que definirá o tempo de condução da chave S (t_c). A freqüência do sinal dente de serra estabelece a freqüência de chaveamento do conversor. Quando o sinal na saída do amplificador de erro V_{erro} (cuja variação é bastante lenta em relação a freqüência de chaveamento), for maior que o sinal dente de serra v_{sr} , então v_G será alto, colocando em condução a chave S, caso contrário a chave S estará aberta. Assim, o tempo de condução da chave S é proporcional ao nível do sinal V_{erro} . Portanto, a razão cíclica pode também ser definida da seguinte forma:

$$D = \frac{t_c}{T} = \frac{V_{erro}}{V_{sr\text{pico}}} \quad (2.142)$$

onde $V_{sr\text{pico}}$ representa o valor de pico do sinal dente de serra.

Observa-se, portanto, que o tempo de condução t_c da chave S é controlado de forma a manter a imagem da tensão de saída V_o ^{ímagem} = $V_o \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$ sempre igual ao valor da tensão de referência V_{ref} .

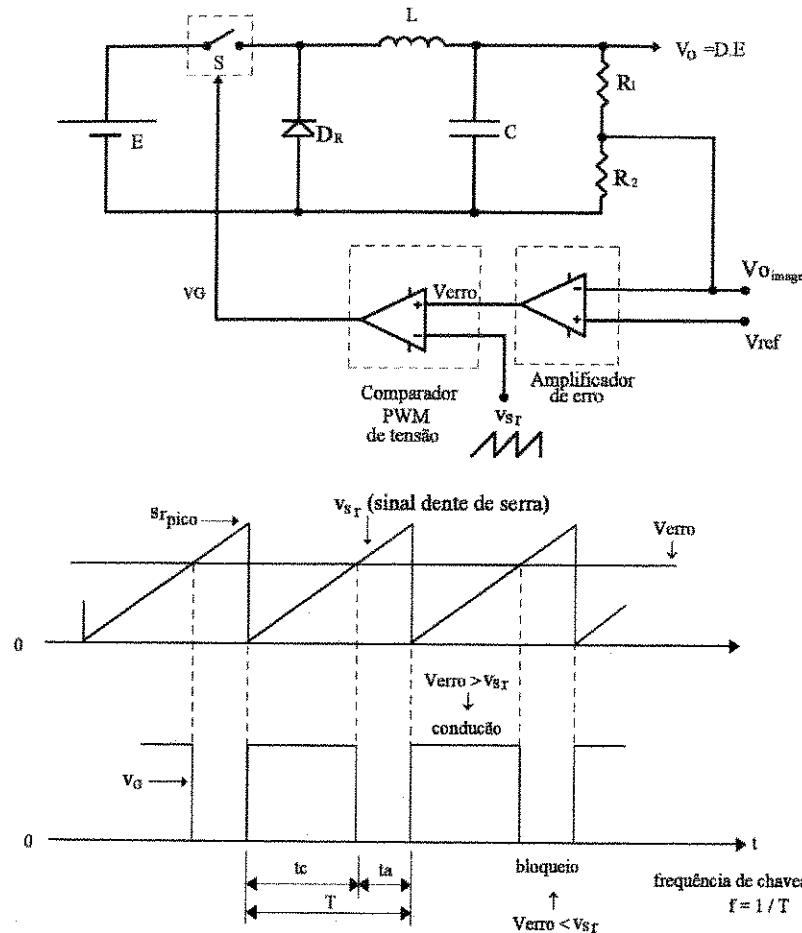


Fig. 2.29: Conversor Buck com modulação PWM.

2.13. EXERCÍCIOS

2.13.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 1º) Um motor de corrente contínua, cuja corrente nominal é de 180A, é alimentado por um conversor CC-CC abaixador a partir de uma fonte de tensão contínua de 500V. A indutância de armadura é igual a 0,060 Henrys, e a resistência de armadura pode ser ignorada. Para uma razão cíclica igual a 0,20, determinar a frequência de operação de modo que a ondulação de corrente seja igual a 10A.

SOLUÇÃO:

A estrutura a ser analisada, com suas respectivas formas de onda, é apresentada na Fig. 2.30.

Conforme os dados enunciados, a resistência de armadura é tão pequena que pode ser ignorada. Logo, para a solução desta questão será empregada a expressão (2.47), ou seja:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{T}{\tau} D (1-D)$$

onde $\tau = \frac{L}{R}$. Portanto:

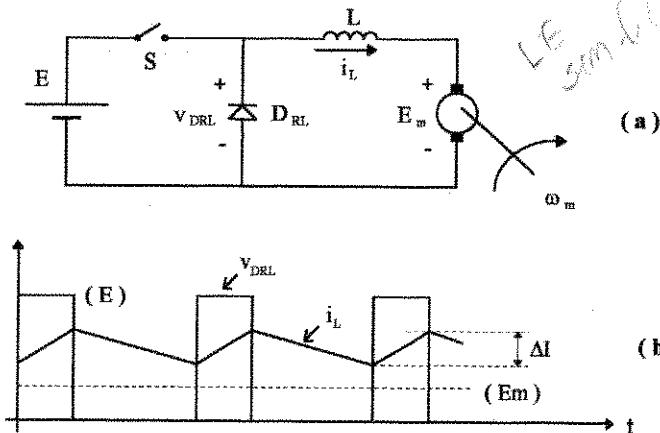


Fig. 2.30: (a) Estrutura de potência; (b) Principais formas de onda.

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{T}{\tau} D (1-D)$$

por definição $E = R I$. Assim:

$$\Delta I = \frac{E}{L} T D (1-D)$$

Sabendo que $f = \frac{1}{T}$, tem-se:

$$f = \frac{E}{L} \frac{1}{\Delta I} D (1-D)$$

Substituindo-se os respectivos valores, obtém-se:

$$f = \frac{500}{0,060} \cdot \frac{1}{10} \cdot 0,2 (1-0,2)$$

$$f = 133,33 \text{ Hz}$$

2º) Seja a estrutura representada na Fig. 2.31.

- a) Calcular os valores médios de tensão e de corrente na carga;
- b) Calcular os valores máximos e mínimos instantâneos da corrente de carga;
- c) Determinar para qual razão cíclica a condução torna-se descontínua;
- d) Representar em função do tempo as grandezas envolvidas no funcionamento da estrutura em condução contínua (i_o , i_{DRL} , i_E , V_S , V_{DRL}).

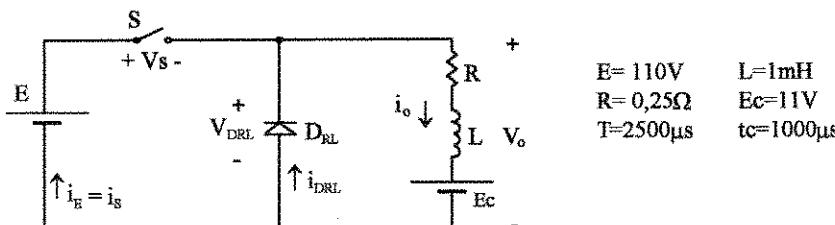


Fig. 2.31: Conversor Buck alimentando carga RLE.

SOLUÇÃO:

a) $V_o = ?$ e $I_o = ?$

Para a resolução desta questão basta aplicar as expressões (2.18) e (2.23), ou seja:

$$V_o = E_C + R \cdot I_o$$

$$\frac{I_o}{I} = D - a$$

sendo que: $I = \frac{E}{R} = \frac{110}{0,25} = 440 \text{ A}$

$$D = \frac{t_C}{T} = \frac{1000}{2500} = 0,4$$

$$a = \frac{E_C}{E} = \frac{11}{110} = 0,1$$

Portanto:

$$I_o = I (D - a)$$

$$I_o = 440 (0,4 - 0,1)$$

$$I_o = 132 \text{ A}$$

$$V_o = 11 + 0,25 \cdot 132$$

$$V_o = 44 \text{ V}$$

ou ainda:

$$D = \frac{V_o}{E} \Rightarrow V_o = D \cdot E$$

$$V_o = 0,4 \cdot 110$$

$$V_o = 44 \text{ V}$$

b) $I_M = ?$ e $I_m = ?$

Para o cálculo de I_M emprega-se a expressão (2.35). Assim:

$$\frac{I_M}{I} = \frac{\left(1 - e^{\frac{-tc}{\tau}}\right)}{\left(1 - e^{\frac{-T}{\tau}}\right)} - a$$

$$\text{onde: } \tau = \frac{L}{R} = \frac{1\text{mH}}{0,25\Omega} \Rightarrow \tau = 4\text{ms}$$

Logo:

$$I_M = I \left[\frac{\begin{pmatrix} -t_c \\ 1-e^{-\frac{-t_c}{\tau}} \end{pmatrix} - a}{\begin{pmatrix} -T \\ 1-e^{-\frac{-T}{\tau}} \end{pmatrix}} \right]$$

Substituindo os respectivos valores, tem-se:

$$I_M = 440 \left[\frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 1-e^{-\frac{-1}{4}} \end{pmatrix} - 0,1}{\begin{pmatrix} -2,5 \\ 1-e^{-\frac{-2,5}{4}} \end{pmatrix}} \right] \Rightarrow I_M \approx 165\text{A}$$

Na determinação da corrente mínima instantânea aplica-se a Eq. (2.36):

$$\frac{I_m}{I} = \frac{\begin{pmatrix} -ta & -T \\ e^{-\tau} - e^{-ta} & \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -T \\ 1 - e^{-\tau} \end{pmatrix}} - a$$

onde: $ta = T - t_c = 2500 - 1000 = 1500\mu\text{s}$. Portanto:

$$I_m = I \left[\frac{\begin{pmatrix} -ta & -T \\ e^{-\tau} - e^{-ta} & \end{pmatrix} - a}{\begin{pmatrix} -T \\ 1 - e^{-\tau} \end{pmatrix}} \right]$$

$$I_m = 440 \left[\frac{\begin{pmatrix} -1,5 & -2,5 \\ e^{-4} - e^{-1,5} & \end{pmatrix} - 0,1}{\begin{pmatrix} -2,5 \\ 1 - e^{-2,5} \end{pmatrix}} \right]$$

$$I_m \approx 100\text{A}$$

Obs.: Empregue as expressões simplificadas e compare os resultados obtidos.

c) Para a solução deste item utiliza-se a Eq. (2.89), apresentada a seguir:

$$\frac{DT}{e^{-\tau}} = 1 + a \left(e^{\frac{T}{\tau}} - 1 \right)$$

$$\frac{DT}{e^{-\tau}} = 1 + 0,1 \left(e^{\frac{2,5}{4}} - 1 \right)$$

$$\frac{DT}{e^{-\tau}} = 1,0868$$

$$\frac{DT}{\tau} = \ln(1,0868)$$

$$D = \frac{\tau}{T} \ln(1,0868)$$

$$D = \frac{4}{2,5} \ln(1,0868)$$

Portanto,

$$D = 0,133$$

d)

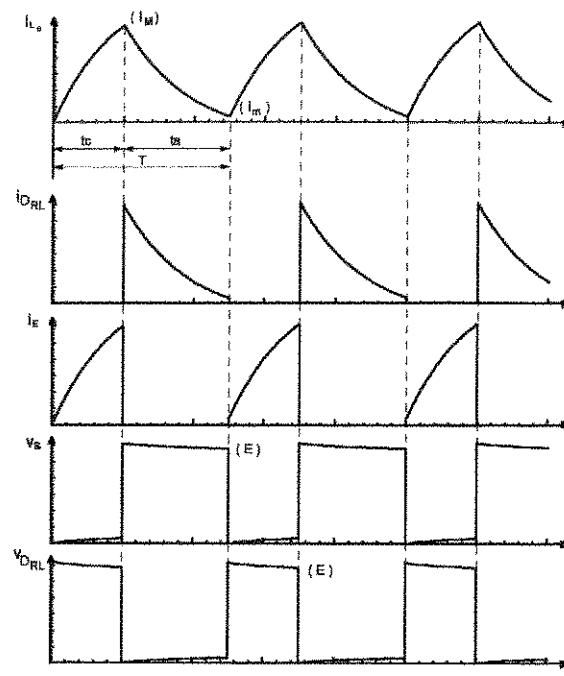


Fig. 2.32: Principais Formas de onda.

- 3º) O conversor CC-CC abaixador apresentado na Fig. 2.33 opera em condução contínua com uma freqüência de 50kHz. A tensão de alimentação é de 50V. Deseja-se que a tensão média de saída seja de 24V, e que a ondulação máxima de tensão permaneça em 25mV. A ondulação máxima da corrente no indutor deve ficar na ordem de 500mA. Determine:

- A razão cíclica de trabalho;
- O valor da indutância de filtro L_o ;
- O valor do capacitor de filtro C_o .

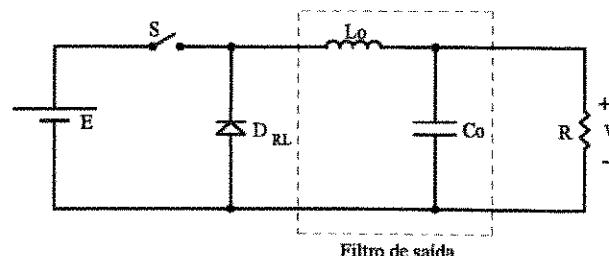


Fig. 2.33: Estrutura de potência do conversor Buck.

SOLUÇÃO:

Os dados do problema são:

$$f = 50\text{kHz}$$

$$\Delta V_{C_0 \text{ max}} = 25\text{mV}$$

$$E = 50\text{V}$$

$$\Delta I_{L_0 \text{ max}} = 500\text{mA}$$

$$V_o = 24\text{V}$$

- a) A razão cíclica é definida a partir da seguinte expressão:

$$D = \frac{V_o}{E} = \frac{24}{50}$$

$$D = 0,48$$

- b) A indutância de filtro L_o é obtida a partir da Eq. (2.128):

$$L_o = \frac{E}{4 \cdot f \cdot \Delta I_{L0 \text{ max}}} = \frac{50}{4 \times 50 \times 10^3 \times 500 \times 10^{-3}}$$

$$L_o = 0,5\text{mH}$$

- c) A Eq. (2.138) fornece o valor do capacitor de filtro C_o . Assim,

$$C_o = \frac{E}{31 \cdot L_o \cdot f^2 \cdot \Delta V_{comax}} = \frac{50}{31 \times 0,5 \times 10^{-3} \left(50 \times 10^3\right)^2 25 \times 10^{-3}}$$

$$C_o = 51,6\mu\text{F}$$

Uma vez determinado o filtro de saída deve-se calcular sua freqüência de corte, como segue:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_o \cdot C_o}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 51,6 \cdot 10^{-6}}}$$

$$f_c \approx 1\text{kHz}$$

Portanto:

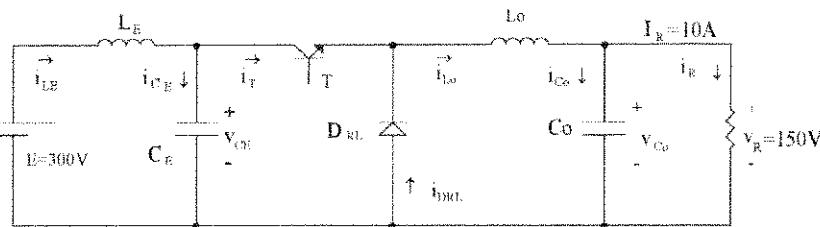
$$f \gg f_c$$

$$L_E = 7,74 \text{ mH}$$

estando, assim, dentro das especificações recomendadas.

- 4º) O circuito da Fig. 2.34 opera com freqüência de 1kHz. A ondulação máxima da tensão no capacitor de entrada C_E e da corrente i_{L_E} é igual a 1%. Com esses dados, obter:

- a) Os valores do filtro de entrada C_E e L_E ;
 b) Os valores do filtro de saída C_o e L_o , considerando as mesmas especificações dadas para o filtro de entrada.



* $L_E, C_E \rightarrow$ filtro de entrada

* $L_o, C_o \rightarrow$ filtro saída

* Transistor T funciona como uma chave ideal.

Fig. 2.34: Estrutura do conversor Buck com os filtros de entrada e de saída.

SOLUÇÃO:

a) $f = 1\text{kHz}$

$$\Delta V_{CEmax} = 1\% (E) \Rightarrow \Delta V_{CEmax} = 0,001 \cdot E = 0,001 \cdot 300 = 3\text{V}$$

$$\Delta I_{LEmax} = 1\% (I_E) \Rightarrow \Delta I_{LEmax} = 0,001 \cdot I_E = 0,001 \cdot 5 = 0,005\text{A}$$

Será considerado $D = 0,5$ (pior caso)

Na solução deste item serão empregadas as Eqs. (2.118) e (2.126). Assim:

$$C_E = \frac{I_o}{4 \cdot f \cdot \Delta V_{CEmax}} = \frac{10}{4 \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 3} \Rightarrow C_E = 833,33 \mu\text{F}$$

$$L_E = \frac{1}{31} \frac{I_o}{f^2 \cdot C_E \cdot \Delta I_{LEmax}} = \frac{1}{31} \frac{10}{(1 \times 10^3)^2 \times 833,33 \times 10^{-6} \times 0,005}$$

b) $f = 1\text{kHz}$

$$\Delta V_{comax} = 1\% (V_{co}) \Rightarrow \Delta V_{comax} = 0,01 \cdot V_{co} = 0,01 \cdot 150 = 1,5\text{V}$$

$$\Delta I_{lomax} = 1\% (I_R) \Rightarrow \Delta I_{lomax} = 0,01 \cdot I_R = 0,01 \cdot 10 = 0,1\text{A}$$

A partir das Eqs. (2.128) e (2.138) obtém-se os valores de L_o e C_o . Assim:

$$L_o = \frac{E}{4 \cdot f \cdot \Delta I_{lomax}} = \frac{300}{4 \cdot 1 \cdot 10^3 \times 0,1}$$

$$L_o = 0,75\text{H}$$

$$C_o = \frac{E}{31 \cdot L_o \cdot f^2 \cdot \Delta V_{comax}} = \frac{300}{31 \times 0,75 \times (1 \times 10^3)^2 \times 1,5}$$

$$C_o = 8,6 \mu\text{F}$$

Antes de se confirmar os valores dos filtros de entrada e saída é necessário calcular a freqüência de ressonância dos mesmos, como segue.

Filtro de entrada:

$$f_{RE} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_E \cdot C_E}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3,9 \cdot 10^{-3} \cdot 833,33 \cdot 10^{-6}}} =$$

$$f_{RE} = 88,3\text{Hz} \ll f$$

Filtro de saída:

$$f_{RO} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_o \cdot C_o}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,75 \cdot 8,6 \cdot 10^{-6}}} =$$

$$f_{RO} = 62,7\text{Hz} \ll f$$

Os resultados apresentados mostram que os valores obtidos para os filtros, tanto de entrada como de saída, são adequados.

2.13.1. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 1º) Um motor de corrente contínua de 500HP, usado para tração de um trem rápido, é controlado por um conversor CC-CC abaixador. O motor é excitado em série. Uma indutância externa é adicionada à armadura. A tensão contínua da fonte de alimentação é de 1000V. A razão cíclica pode variar de 0,15 até 1,0. Qual o valor da indutância total necessária para limitar em 25A o valor de ΔI , sabendo que a freqüência de chaveamento é de 1,0 kHz?
- 2º) Um motor de corrente contínua com excitação separada é alimentado por um conversor Buck com tensão de alimentação de 110V. O motor opera com velocidade de 800rpm, sendo sua constante de armadura $K_a = 0,4774V/(rad/s)$. A indutância de armadura é de 0,2 mH e apresenta uma resistência série associada de $0,25\Omega$. Considerando que o conversor opera com freqüência de 400 Hz, que a corrente de campo é de 1A, e que o tempo de condução da chave é de 1,25 ms, determinar o que segue:
 - a) Valores máximos e mínimos da corrente na indutância de armadura;
 - b) Tensão e corrente média no motor;
 - c) Se a condução for descontínua, determine o momento em que a corrente do motor se anula;
 - d) Representar em função do tempo as seguintes grandezas:
 - corrente na indutância de armadura;
 - corrente no diodo de roda livre;
 - corrente na chave;
 - tensão na chave;
 - tensão no diodo de roda livre.
 - e) Determinar a razão cíclica crítica (Dcrit).
- 3º) Considere o conversor mostrado na Fig. 2.35.

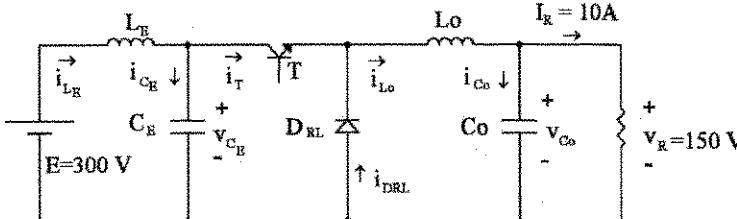


Fig. 2.35: Conversor Buck com filtro de entrada e saída.

onde:
 → LE CE constitui o filtro de entrada;
 → LO CO constitui o filtro de saída;
 → O transistor T funciona como uma chave ideal.

- a) Seja f igual a 10kHz. A ondulação máxima da tensão V_{CE} é igual a 1% de E , e a ondulação máxima da corrente i_{LE} é de 1% de I_{Lm} . Calcular os valores de LE e CE;
- b) Considerar as mesmas especificações em relação ao filtro de saída e dimensioná-lo.
- 4º) A estrutura da Fig. 2.36, opera com freqüência de 10kHz e razão cíclica de 50%. Calcular:
 - a) As correntes máximas e mínimas instantâneas na carga;
 - b) A tensão de pico no diodo de roda livre;
 - c) As correntes eficaz e média no diodo de roda livre;
 - d) A potência média transferida à carga;
 - e) A potência média consumida no resistor R_o ;
 - f) A potência média consumida na fonte Ec;
 - g) As correntes: média, eficaz, e de pico na fonte de alimentação E;
 - h) A corrente de pico no transistor T;
 - i) A ondulação absoluta e relativa na corrente de carga.
 - j) Seja $t_c = 4\mu s$ e $t_a = 10\mu s$. Quais os valores limites da tensão média na carga?

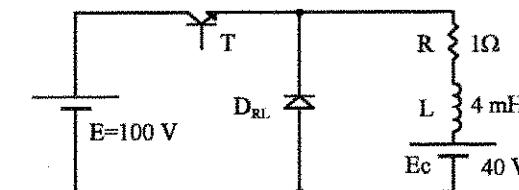


Fig. 2.36: Conversor Buck alimentando carga RLE.

- 5º) O conversor Buck apresentado na Fig. 2.37 opera com freqüência de 1kHz e razão cíclica de 0,5. Supondo que a chave S apresenta uma queda de 2V quando em condução, calcular:
 - a) A tensão média de saída;
 - b) O rendimento da estrutura;
 - c) A resistência efetiva de entrada vista pela fonte de alimentação.

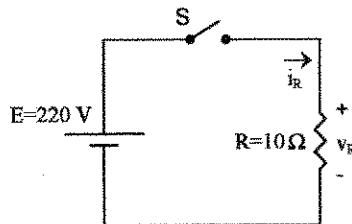


Fig. 2.37: Conversor Buck alimentando carga resistiva pura.

- 6º) Um aspecto importante a ser considerado no dimensionamento dos filtros, tanto de entrada quanto de saída, é que a sua freqüência de ressonância f_0 , definida por $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{L_C})$ deve ser muito menor que a freqüência de chaveamento f do conversor. Explicar porque (apresente uma análise matemática).

- 7º) A freqüência de operação do conversor Buck apresentado na Fig. 2.38 é de 50kHz. A tensão de saída nos terminais do resistor R é de 50V. Calcular:

- A razão cíclica e o tempo de condução da chave S;
- A corrente média na carga;
- Apresentar as formas de onda da tensão e da corrente no indutor L, a corrente no diodo de roda livre, a corrente na chave S, e a corrente no capacitor C;
- O valor eficaz e médio da corrente no diodo DRL e na chave S;
- A corrente eficaz no capacitor C.

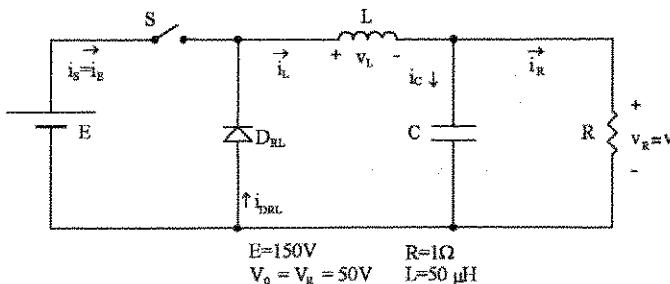


Fig. 2.38: Conversor Buck.

- 8º) Explique porque motivo o conversor Buck (Fig. 2.36), operando em condução descontínua, comporta-se como uma Fonte com característica de impedância interna não nula?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. G. Kassakian, M.F. Schlecht & G.C. Verghese, *Principles of Power Electronics*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Massachusetts-USA, 1991.
- [2] A. I. Pressman, *Switching Power Supply Design*. McGraw-Hill, Inc., New York-USA, 1991.
- [3] M. H. Rashid, *Power Electronics - Circuits, Devices, and Applications*. Prentice-Hall International Editions, Inc., New Jersey, 1988.
- [4] J. P. Ferrieux & F. Forest, *Alimentations à Découpage Convertisseurs à Résonance*. Collection Technologies, Masson, Paris, 1987.
- [5] T. Kenjo, *Power Electronics for the Microprocessor Age*. Oxford Science Publications, Oxford, New York, 1990.
- [6] INPT-LEEI, *Cours d'Electronique Industrielle-Traitement Electronique de l'Energie Electrique-Hacheurs et Onduleurs Autonomes*. Toulouse, França, Edição 1983.
- [7] N. Mohan, T. Undeland & W. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, New York-USA, 1989.
- [8] Y. Lee, *Computer-Aided Analysis and Design of Switch-Mode Power Supplies*. Marcel Dekker, Inc., New York-USA, 1993.
- [9] B. W. Williams, *Power Electronics-Devices, Drives, Applications and Passive Components*. McGraw-Hill, Inc., New York-USA, Second Edition, 1992.

CONVERSOR CC-CC ELEVADOR DE TENSÃO (BOOST)

3.1. INTRODUÇÃO

No conversor CC-CC elevador de tensão, também conhecido na literatura como conversor Boost, a tensão média de saída é maior que a tensão de entrada, ou seja, a mínima tensão média de saída é, teoricamente, igual a tensão de alimentação E . A quantidade de componentes empregada na estrutura do conversor Boost é basicamente a mesma do conversor Buck. Contudo, esses componentes são rearranjados de forma a se ter uma nova topologia, onde obrigatoriamente uma indutância L é colocada em série com a fonte de alimentação E . Assim, a fonte de alimentação terá um comportamento de fonte de corrente. A carga deve, portanto, segundo as regras já enunciadas, se comportar como uma fonte de tensão. Em uma primeira aproximação, supondo o valor de C suficientemente grande, pode-se considerar a carga como sendo uma f.e.m. de valor E_o .

As principais aplicações do conversor CC-CC elevador de tensão são em fontes de alimentação, retificadores com elevado fator de potência e no acionamento do motor de corrente contínua com frenagem regenerativa.

Neste capítulo serão estudados o princípio de operação e as características principais do conversor Boost.

3.2. PRINCÍPIO DO CONVERSOR CC-CC ELEVADOR DE TENSÃO

A estrutura básica do conversor CC-CC elevador de tensão é apresentada na Fig. 3.1(a). Para altas freqüências de chaveamento a corrente i_L pode ser considerada constante e igual a I_L , e o circuito pode ser representado pela Fig. 3.1(b).

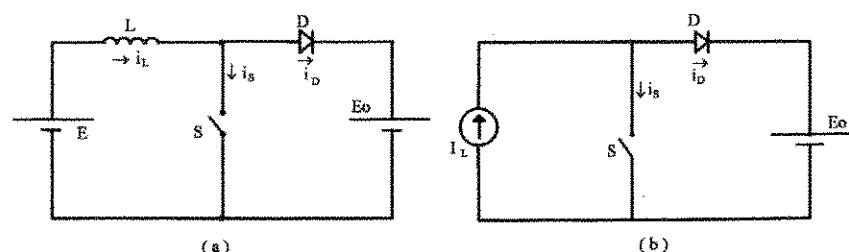


Fig. 3.1: Conversor CC-CC elevador de tensão (Boost).

3.2.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO

Este conversor apresenta duas etapas de funcionamento, descritas resumidamente a seguir:

1^a ETAPA (0, t_c) → Fig. 3.2(a): Esta etapa tem início quando a chave S é fechada. O diodo D é polarizado inversamente, isolando o estágio de saída da fonte de alimentação I_L , que durante esta etapa é curto circuitada. A corrente i_S é igual à I_L , e a corrente i_D é nula. Esta etapa termina quando a chave S é aberta.

2^a ETAPA (t_c, T) → Fig. 3.2(b): Na abertura da chave S o diodo D entra em condução, e a fonte de corrente I_L passa a entregar energia à fonte E_o . Nesta etapa $i_S = 0$ e $i_D = I_L$. O término desta etapa se dá com o fechamento da chave S, reiniciando desse modo a primeira etapa.

As principais formas de onda são apresentadas na Fig. 3.2(c).

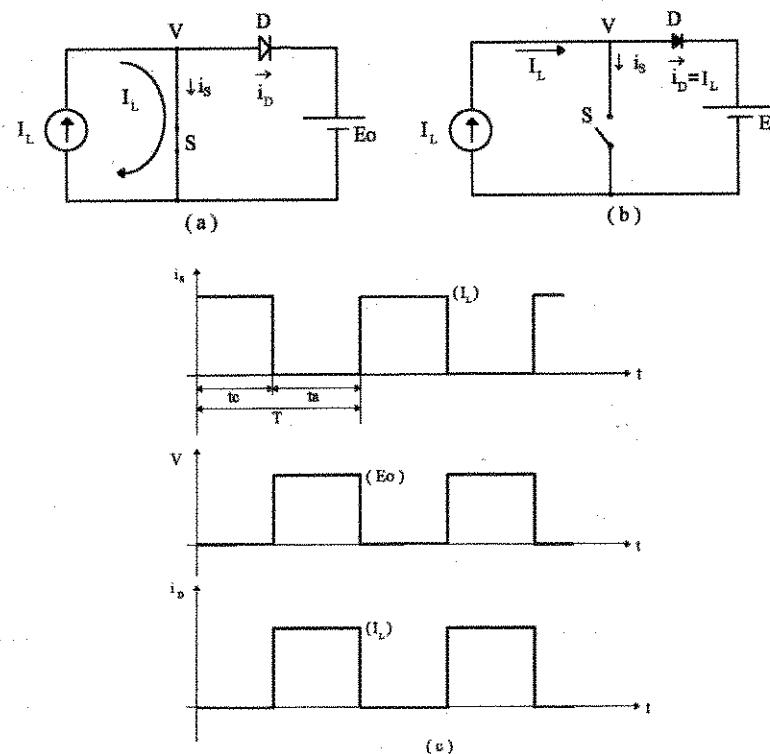


Fig. 3.2: Etapas de funcionamento e principais formas de onda.

3.2.2. CARACTERÍSTICA IDEAL DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA DO CONVERSOR BOOST

Para esta análise, considera-se a chave S operando com freqüência fixa e razão cíclica variável.

Seja a Fig. 3.1(a) e as formas de onda representadas na Fig. 3.2(c). A energia cedida pela fonte E é dada pela expressão (3.1).

$$W_E = E \cdot I_L \cdot T \quad (3.1)$$

A energia recebida pela fonte E_o é obtida a partir da expressão (3.2).

$$W_o = E_o \cdot I_L \cdot t_a \quad (3.2)$$

Assim:

$$W_o = E_o \cdot I_L \cdot (T - t_c) \quad (3.3)$$

Considerando o sistema ideal, tem-se:

$$W_E = W_o \quad (3.4)$$

Portanto:

$$E \cdot I_L \cdot T = E_o \cdot I_L \cdot (T - t_c)$$

Desse modo:

$$\frac{E_o}{E} = \frac{1}{1 - D} \quad (3.5)$$

sendo $D = \frac{t_c}{T}$, grandeza que varia de zero até a unidade.

A Eq. (3.5) representa a característica ideal de transferência do conversor Boost e está apresentada graficamente na Fig. 3.3. Quando D tende à unidade, E_o tende teoricamente a um valor infinito. Verifica-se que a mínima tensão de saída é igual a E.

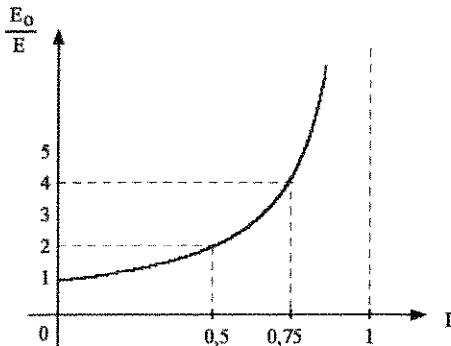


Fig. 3.3: Característica ideal de transferência estática do conversor CC-CC elevador.

Conforme já foi mencionado, a fonte de alimentação E associada em série com o indutor L comporta-se como uma fonte de corrente. Desse modo, a carga deve se comportar como uma fonte de tensão. Assim, se a carga for indutiva, deve-se associar em paralelo com a mesma um capacitor de valor adequado, como está mostrado na Fig. 3.4.

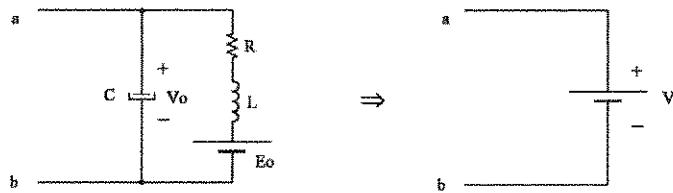


Fig. 3.4: Equivalência da carga associada em paralelo com um capacitor.

Nos casos em que a resistência R for muito pequena, a tensão V_o torna-se igual à E_o .

3.3. OPERAÇÃO EM CONDUÇÃO CONTÍNUA

No conversor Boost a corrente no diodo D é sempre descontínua. Contudo, a corrente na fonte de alimentação E pode ser contínua ou descontínua. O grau de continuidade da corrente de entrada depende do nível de energia armazenada na indutância de entrada L durante o tempo de condução da chave S. A Fig. 3.5.b, mostra as principais formas de onda em regime permanente para o modo de condução contínua (a corrente no indutor L flui continuamente). Para efeitos de análise será inicialmente considerada constante tanto a tensão de entrada E como a tensão de saída V_o , que representa a tensão média na carga (Fig. 3.5.b).

Quando a chave S está fechada, a tensão de entrada E é aplicada sobre o indutor L, e a corrente de entrada cresce linearmente segundo a equação (3.6):

$$i_E = i_L = I_m + \frac{E}{L} \cdot t \quad (3.6)$$

Em $t = t_c \Rightarrow i_E = I_M$. Assim:

$$I_M = I_m + \frac{E}{L} \cdot t_c \quad (3.7)$$

Durante o tempo de abertura da chave S, a tensão no indutor L é a diferença entre a tensão na carga V_o e a tensão da fonte de alimentação E. Assim:

$$i_D = i_E = i_L = I_M - \frac{(V_o - E)}{L} \cdot t \quad (3.8)$$

Para $t = t_a$, tem-se:

$$I_m = I_M - \frac{(V_o - E)}{L} \cdot t_a \quad (3.9)$$

Rearranjando as Eqs. (3.7) e (3.9) e sabendo que $t_c = D T$ e $t_a = (1-D)T$, obtém-se:

$$E = L \frac{(I_M - I_m)}{DT} \quad (3.10)$$

$$(V_o - E) = L \frac{(I_M - I_m)}{(1-D)T} \quad (3.11)$$

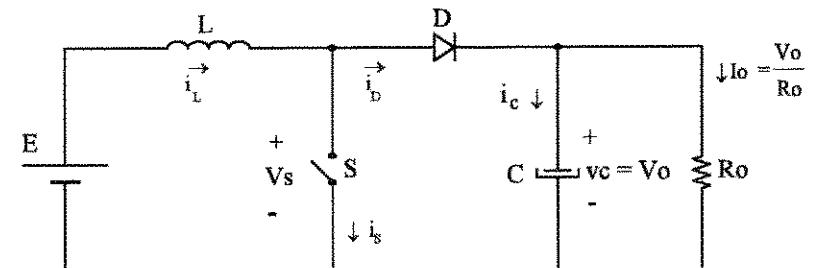


Fig. 3.5.a: Estrutura de potência do conversor Boost.

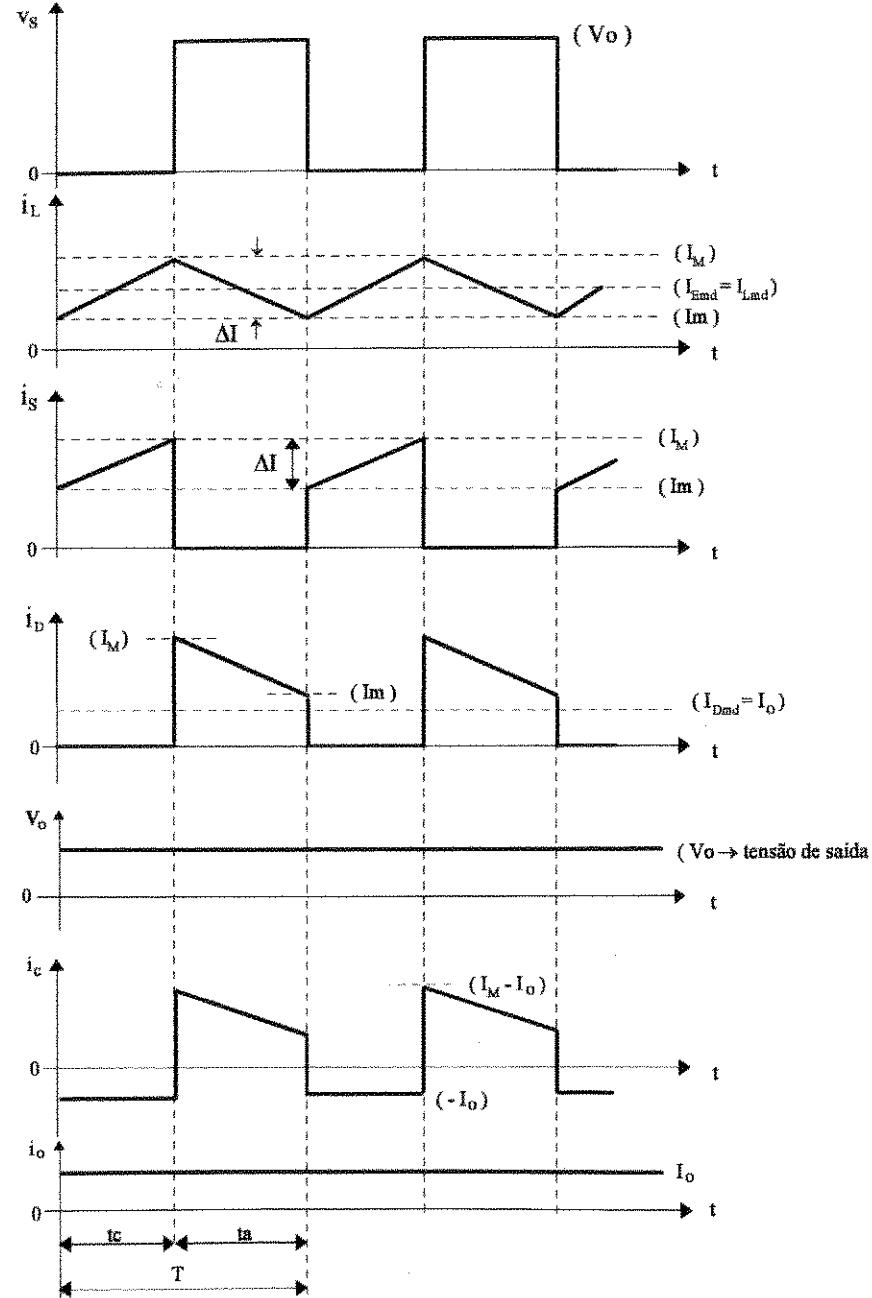


Fig. 3.5.b: Principais formas de onda.

Dividindo a Eq. (3.11) pela Eq. (3.10), tem-se como resultado a expressão (3.12).

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{1-D} \quad (3.12)$$

Fica assim confirmada a Eq. (3.5) obtida no item anterior.

Verifica-se, a partir de Eq. (3.12), que a tensão de saída independe da corrente de saída. Isso significa que este conversor tem uma boa regulação contra variações da corrente de saída.

A corrente média de saída é dada a partir da expressão (3.13).

$$I_o = \frac{1}{T} \int_0^T i_D(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T [I_M - \frac{(V_o - E)}{L} t] dt \quad (3.13)$$

Resolvendo-se a Eq. (3.13) obtém-se:

$$I_o = \frac{(I_M + I_m)(1-D)}{2} \quad (3.14)$$

onde I_o (corrente média na carga), representa a corrente média no diodo D.

Os valores máximos e mínimos da corrente de entrada i_e (I_M e I_m , respectivamente), podem ser obtidos em função da corrente da saída I_o a partir das equações (3.10) e (3.11). Assim:

$$I_M = \frac{I_o}{(1-D)} + \frac{DE}{2 \cdot L \cdot f} \quad (3.15)$$

$$I_m = \frac{I_o}{(1-D)} - \frac{DE}{2 \cdot L \cdot f} \quad (3.16)$$

sendo $f = \frac{1}{T}$ a freqüência de chaveamento.

3.3.1. ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE ENTRADA (ΔI)

Seja a Fig. 3.5.b na qual estão representadas as formas de onda das grandezas mais representativas do funcionamento da estrutura, considerando a ondulação da corrente no indutor L. A partir da forma de onda da corrente i_L , é possível estabelecer a expressão (3.17).

$$\Delta I = \frac{E}{L} tc = \frac{E \cdot T}{L} \frac{tc}{T} \quad (3.17)$$

Desse modo:

$$\boxed{\Delta I = \frac{E \cdot T}{L} D} \Rightarrow \boxed{\Delta I = \frac{E}{L \cdot f} D} \quad (3.18)$$

A ondulação relativa é calculada do modo apresentado a seguir.

As potências de entrada e saída são definidas respectivamente a partir das Eqs. (3.19) e (3.20).

$$P_E = E \cdot I_{Emd} \quad (3.19)$$

$$P_o = V_o \cdot I_o = V_o \cdot \frac{V_o^2}{R_o} = \frac{V_o^2}{R_o} \quad (3.20)$$

sendo:

$$I_{Emd} = I_{Lmd} \text{ e } I_o = I_{Dmd} \quad (3.21)$$

Levando-se a Eq. (3.12) em (3.20), obtém-se:

$$P_o = \frac{E^2}{R_o} \cdot \frac{1}{(1-D)^2} \quad (3.22)$$

Portanto: $P_E \rightarrow$ Potência cedida pela fonte E

$P_o \rightarrow$ Potência recebida pela carga

$R_o \rightarrow$ Resistência equivalente de carga.

Admitindo que todos os componentes são ideais, então toda a potência cedida pela fonte E é transferida à carga. Dessa forma:

$$P_E = P_o$$

Logo:

$$E \cdot I_{Emd} = \frac{E^2}{R_o} \cdot \frac{1}{(1-D)^2} \quad (3.23)$$

$$I_{Emd} = \frac{E}{R_o} \cdot \frac{1}{(1-D)^2} \quad (3.24)$$

A divisão da Eq. (3.18) pela Eq. (3.24), resulta na expressão (3.25).

$$\frac{\Delta I}{I_{Emd}} = \frac{E \cdot T}{L} D \frac{R_o}{E} (1-D)^2 = \frac{R_o}{L} T \cdot D (1-D)^2 \quad (3.25)$$

Portanto:

$$\left(\frac{L}{T \cdot R_o} \right) \left(\frac{\Delta I}{I_{Emd}} \right) = D (1-D)^2 = \beta \quad (3.26)$$

A expressão (3.26) representa a ondulação relativa da corrente de entrada no conversor Boost, e está representada graficamente na Fig. 3.6:

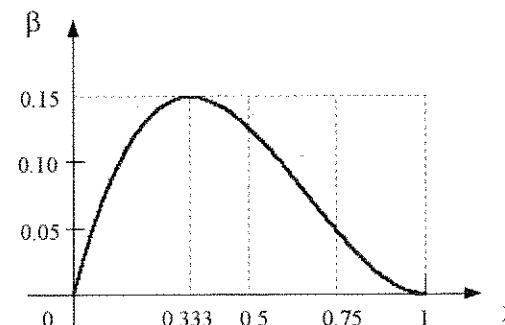


Fig. 3.6: Ondulação relativa da corrente de entrada do conversor elevador de tensão.

A ondulação relativa máxima ocorre para D igual a $\sqrt[3]{3}$. Conhecendo-se ΔI e I_{Emd} , as demais correntes podem ser estabelecidas, tanto no valor de pico quanto nos valores médios e eficazes, a partir das formas de ondas apresentadas na Fig. 3.5.b.

A corrente de pico no diodo D e na chave S é calculada pela expressão (3.27), que evidentemente coincide com a Eq. (3.15).

$$i_{Dp} = i_{Sp} = i_M = I_{Emd} + \frac{\Delta I}{2} \quad (3.27)$$

Assim:

$$i_{Dp} = i_{Sp} = \frac{E}{R_o} \frac{1}{(1-D)^2} + \frac{E \cdot T}{2L} D \quad (3.28)$$

3.3.2. ONDULAÇÃO DA TENSÃO DE SAÍDA (ΔV_o)

Na análise realizada no item anterior, partiu-se do princípio que a ondulação da tensão de saída era nula. Neste item será obtida a ondulação da tensão no capacitor C de saída.

Durante a condução da chave S o capacitor C fornece energia à carga. Isso faz com que sua carga interna decresça reduzindo dessa forma a tensão em seus terminais. Quando a chave S é aberta, a fonte de alimentação envia energia para a carga recarregando o capacitor, e elevando novamente sua tensão. Essa operação, considerando o sistema em regime permanente, produz uma ondulação nos bornes do capacitor de valor constante igual a ΔV_C . A Fig. 3.7 apresenta as principais formas de onda do circuito da Fig. 3.5.a, para essa nova situação.

Na análise que se segue será considerada uma constante de tempo $R_o \cdot C_o$ suficientemente grande, de forma que o capacitor C carrega-se e descarrega-se linearmente, a cada período de funcionamento.

Durante o intervalo de tempo $\Delta t = t_c$, o capacitor C alimenta a carga com corrente constante igual a I_o , conforme é mostrado na Fig. 3.7. Desse modo, a ondulação de tensão será dada por:

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow I_o = C \frac{\Delta v_C}{\Delta t} \quad (3.29)$$

ou seja:

$$\Delta V_C = V_{Cm} - V_{Cm} = I_o \frac{\Delta t}{C} \quad (3.30)$$

ou ainda:

$$\Delta V_C = I_o \frac{t_c}{C} = \frac{I_o \cdot T}{C} \frac{t_c}{T}$$

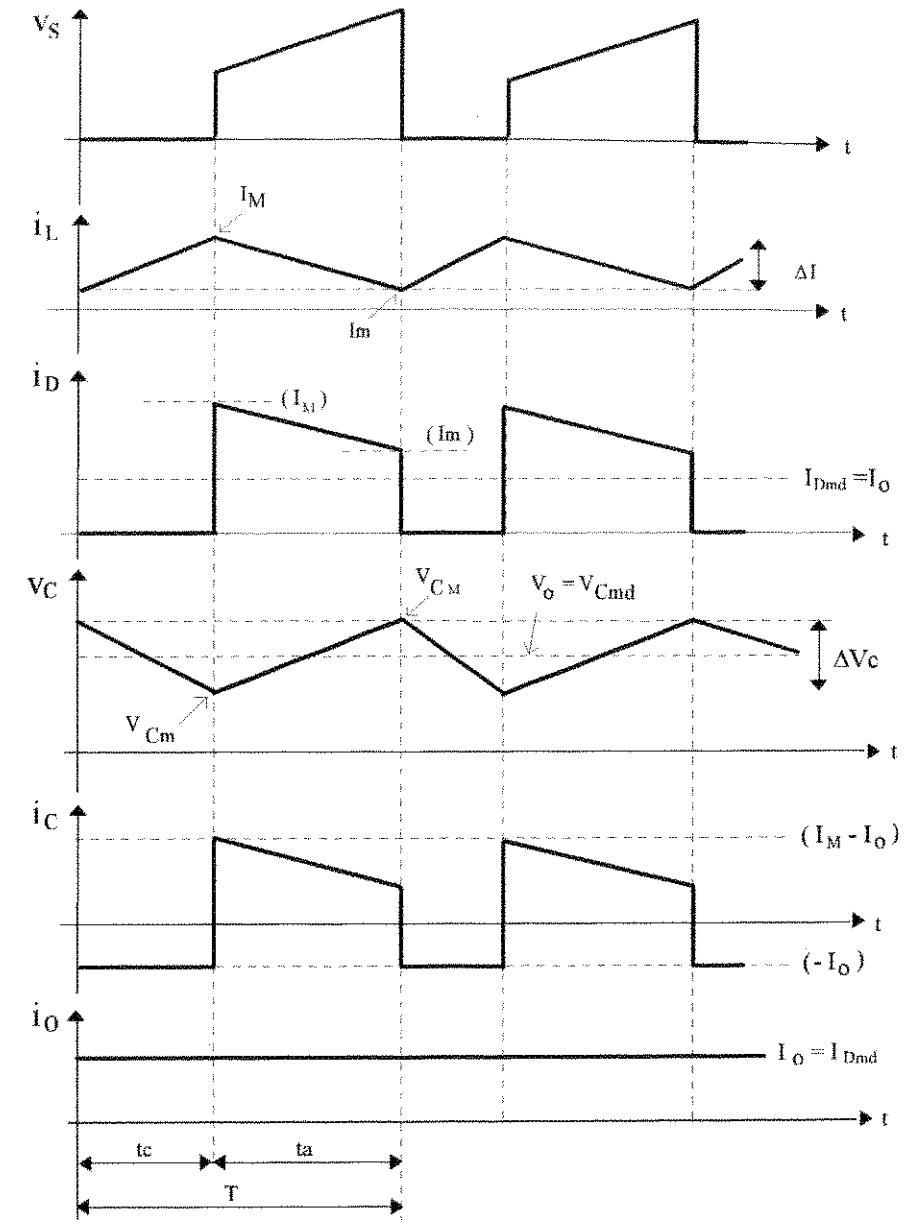


Fig. 3.7: Principais formas de onda levando em conta a ondulação no capacitor de saída.

$$\Delta V_c = \Delta V_o = \frac{D \cdot I_o}{f \cdot C} \quad (3.31)$$

O valor da tensão média no capacitor pode ser obtido a partir da equação seguinte:

$$V_{Cmd} = V_o = \frac{E}{1-D} \quad (3.32)$$

onde D pode ser expresso da seguinte forma:

$$D = \frac{V_o - E}{V_o} \quad (3.33)$$

Substituindo a Eq. (3.33) na Eq. (3.31), obtém-se:

$$\Delta V_c = \Delta V_o = \frac{I_o}{f \cdot C} \frac{(V_o - E)}{V_o} \quad (3.34)$$

Portanto, as expressões (3.31) e (3.34) fornecem a ondulação de tensão no capacitor de saída.

3.3.3. RELAÇÃO ENTRE A CORRENTE MÉDIA DE SAÍDA (I_o) E A CORRENTE MÉDIA DE ENTRADA (I_{End})

A partir das Eqs. (3.19), (3.20) e admitindo que não há perdas no conversor, tem-se:

$$E \cdot I_{End} = V_o \cdot I_o \quad (3.35)$$

$$\frac{I_o}{I_{End}} = \frac{E}{V_o} \quad (3.36)$$

onde:

$$\frac{E}{V_o} = (1-D) \quad (3.37)$$

Assim:

$$\frac{I_o}{I_{End}} = (1-D) \quad (3.38)$$

A expressão (3.38) revela que a corrente média de saída (na carga) é menor que a corrente média de entrada.

3.4. OPERAÇÃO EM CONDUÇÃO DESCONTÍNUA

Se durante o tempo de abertura (t_a) da chave S a corrente no indutor de entrada L se anular, significa que toda a energia armazenada no indutor L foi transferida à carga, e o circuito é dito estar operando no modo de condução descontínua, cujas etapas de funcionamento são mostradas na Fig. 3.8.

A Fig. 3.9.b mostra algumas formas de onda para a operação em condução descontínua.

A corrente máxima no indutor (I_M) é determinada da seguinte forma:

$$I_M = \frac{E}{L} t_c = \frac{(V_o - E)}{L} t_o \quad (3.39)$$

Assim:

$$E \cdot t_c = (V_o - E) t_o \quad (3.40)$$

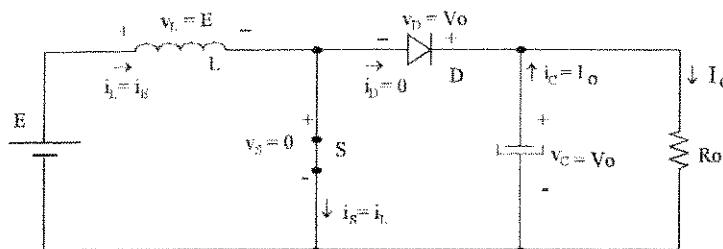
A Eq. (3.40) é muito importante, ela revela que a tensão média no indutor L, durante um período de funcionamento, é nula. Trabalhando-se melhor essa equação, obtém-se:

$$\frac{t_c}{t_o} = \frac{(V_o - E)}{E} \quad (3.41)$$

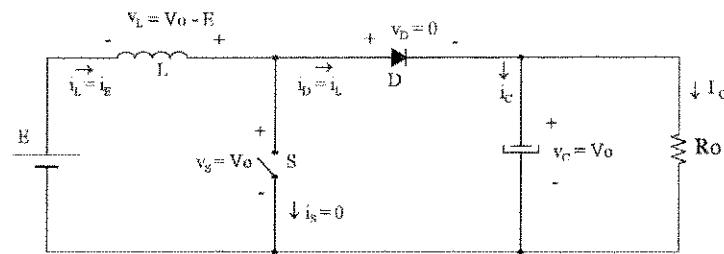
Logo:

$$\frac{V_o}{E} = 1 + \frac{t_c}{t_o} \quad (3.42)$$

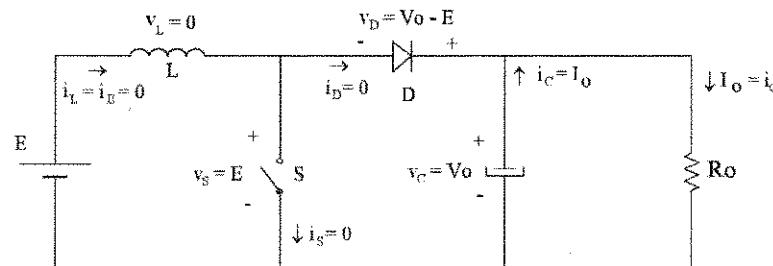
A expressão (3.42) apresenta a relação entre a tensão na carga e a tensão de entrada em função de t_c e t_o . Do ponto de vista de projeto essa expressão não é muito útil, tendo em vista que os parâmetros t_c e t_o normalmente não são diretamente especificados. Portanto, a abordagem que se segue tem como finalidade apresentar a relação (V_o / E) de forma a ser facilmente aplicada nos projetos usuais.



1^a Etapa (0; t_c) : "S" fechada \Rightarrow "L" acumula energia \Rightarrow "D" bloqueado.
O capacitor "C" alimenta a carga "R".



2^a Etapa (t_c ; $t_c + t_o$) : "S" aberta \Rightarrow "D" em condução. Transferência de energia da entrada para a saída.



3^a Etapa ($t_c + t_o$; T) : Toda a energia armazenada em "L" foi transferida à carga \Rightarrow "D" bloqueado \Rightarrow O capacitor "C" alimenta a carga.

Fig. 3.8: Etapas de funcionamento para condução descontínua.

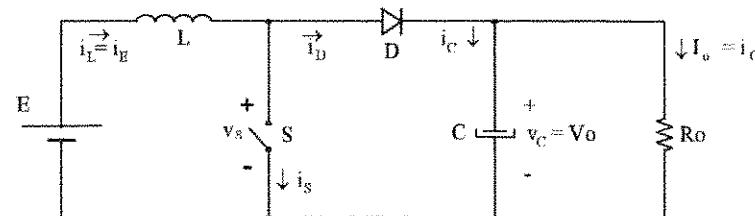


Fig. 3.9.a: Estrutura de potência do conversor Boost.

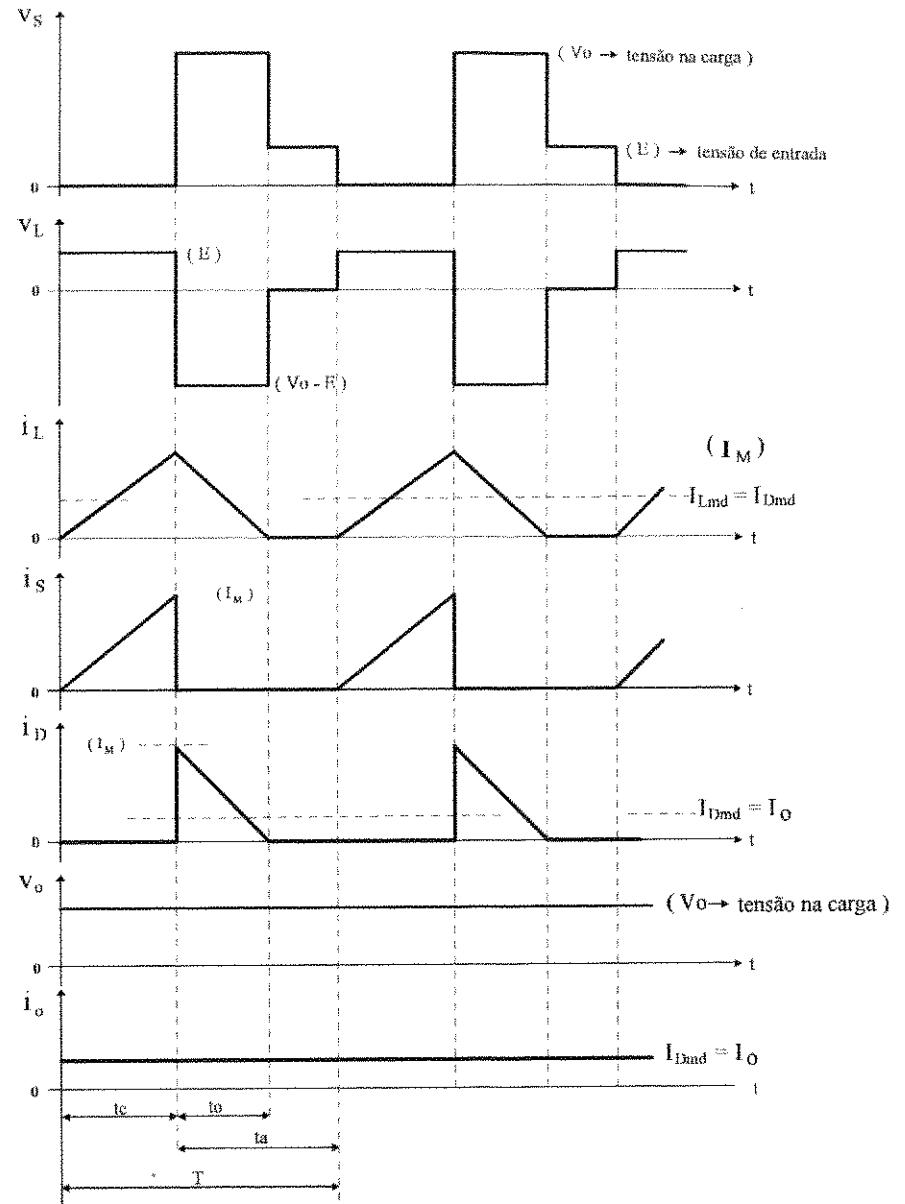


Fig. 3.9.b: Principais formas de onda para condução descontínua.

A partir da Fig. 3.9.b é possível obter-se a seguinte relação:

$$I_{Lmd} - I_{Dmd} = \frac{IM}{2} D \quad (3.43)$$

ou ainda:

$$\frac{2}{D} (I_{Lmd} - I_{Dmd}) = IM = \frac{E}{L} tc \quad (3.44)$$

onde: $I_{Lmd} = I_{Emd}$
 $I_{Dmd} = I_o$

Admitindo que a potência de entrada é igual à potência de saída, tem-se:

$$\frac{2}{D} I_o \left[\frac{V_o}{E} - 1 \right] = \frac{E}{L} tc \quad (3.45)$$

Rearranjando os termos de forma conveniente obtém-se:

$$\frac{V_o}{E} = 1 + \frac{E \cdot D^2}{2 \cdot f \cdot L \cdot I_o} \quad (3.46)$$

Observa-se que os parâmetros apresentados na Eq. (3.46) são, em geral, mais comuns de serem encontrados nas especificações de projetos. Observa-se que a razão cíclica D deve ser capaz de compensar tanto as variações da tensão de entrada E quanto as variação na carga (I_o).

A partir dessa equação é possível se obter a relação entre as correntes de saída e de entrada, sabendo que para a condição de $P_E = P_o$ tem-se:

$$\frac{I_o}{I_{Emd}} = \frac{E}{V_o} \quad (3.47)$$

3.5. CONDUÇÃO CRÍTICA

Por definição a condução crítica ocorre quando a corrente no indutor L de entrada se anula exatamente no final do período de operação do conversor. A Fig. 3.10 apresenta algumas formas de onda relativas a esta condição. Para a análise que se segue a tensão na carga (V_o) será considerada constante.

O valor médio da corrente no indutor L no modo de condução crítica é dado por:

$$I_{Lmd_{CR}} = I_{Emd_{CR}} = \frac{IM}{2} \quad (3.48)$$

onde I_M representa a corrente de pico no indutor L. Logo:

$$IM = \frac{E}{L} tc \quad (3.49)$$

Desse modo:

$$I_{Lmd_{CR}} = \frac{1}{2} \frac{E}{L} tc \quad (3.50)$$

Considerado que:

$$tc = T \cdot D \quad (3.51)$$

$$E = V_o (1 - D) \quad (3.52)$$

obtém-se:

$$I_{Lmd_{CR}} = \frac{V_o}{2 \cdot f \cdot L} D (1 - D) \quad (3.53)$$

Uma vez obtida a corrente média de entrada, é possível a partir da Eq. (3.38) obter a corrente média de saída. Logo:

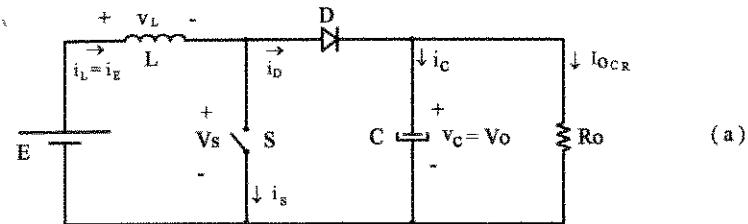
$$I_{o_{CR}} = I_{Dmd_{CR}} = \frac{V_o}{2 \cdot f \cdot L} D (1 - D)^2 \quad (3.54)$$

Obs.: No caso particular da condução crítica a ondulação de corrente se confunde com a própria corrente de pico. Assim:

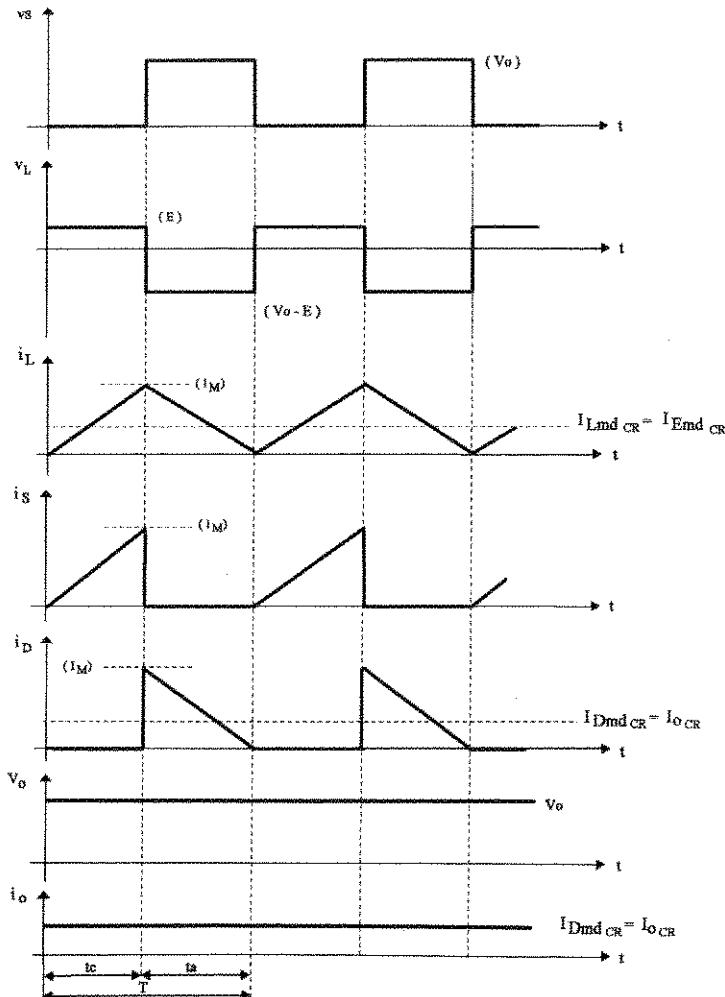
$$\Delta I = IM = \frac{E}{L} tc = \frac{E}{L \cdot f} D \quad (3.55)$$

Em muitas aplicações deseja-se que o conversor Boost opere com tensão de saída V_o constante. A Fig. 3.11 mostra a variação da corrente média de entrada $I_{Emd_{CR}} = I_{Lmd_{CR}}$ e da corrente média na carga $I_{o_{CR}}$ em função da razão cíclica D.

Evidentemente que se a tensão de saída V_o é mantida constante variando-se a razão cíclica D, isso implica que a tensão de entrada E está variando.



(a)



(b)

Aplicando-se o teorema de máximos às Eqs. (3.53) e (3.54), verifica-se que a corrente média de entrada para condução crítica tem seu valor máximo definido quando $D = 0,5$ e, para a corrente média de saída $I_{o_{CR}}$ seu valor é máximo quando $D = \frac{1}{3}$. Portanto:

$$I_{E_{mdmaxCR}} = I_{L_{mdmaxCR}} = \frac{V_o}{8 \cdot f \cdot L} \quad (3.56)$$

e

$$I_{o_{maxCR}} = I_{D_{mdCR}} = \frac{2}{27} \frac{V_o}{f \cdot L} \quad (3.57)$$

As correntes $I_{E_{mdCR}}$ e $I_{o_{CR}}$ podem ser expressas em termos de seus valores máximos, ou seja:

$$I_{E_{mdCR}} = I_{L_{mdCR}} = 4D(1-D)I_{E_{mdmaxCR}} \quad (3.58)$$

$$I_{o_{CR}} = I_{D_{mdCR}} = \frac{27}{4} D(1-D)^2 I_{o_{maxCR}} \quad (3.59)$$

A Fig. 3.11 mostra que para uma dada razão cíclica D , mantendo-se a tensão de saída V_o constante, se a corrente média de carga estiver abaixo da corrente média crítica de carga $I_{o_{CR}}$ (e, portanto, corrente média de entrada abaixo de $I_{E_{mdCR}}$), o conversor estará operando no modo de condução descontínua.

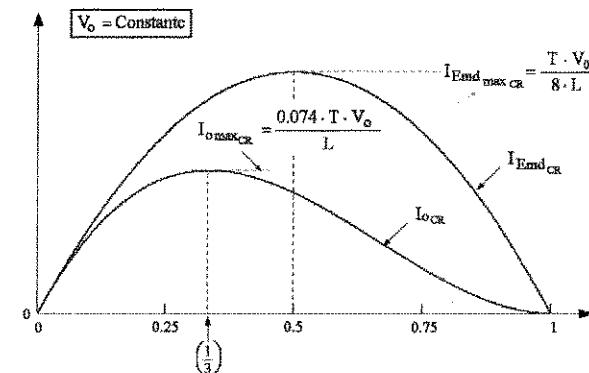


Fig. 3.11: Comportamento da corrente média de entrada e da corrente média de saída no modo de condução crítica.

Fig. 3.10: (a) Estrutura do conversor Boost; (b) Principais formas de onda para condução crítica.

3.6. CÁLCULO DA INDUTÂNCIA CRÍTICA (L_{CR})

A indutância crítica é encontrada anulando-se a corrente I_m na Eq. (3.16). Desse modo:

$$0 = \frac{I_0}{(1-D)} - \frac{DE}{2 \cdot L \cdot R \cdot f} \quad (3.60)$$

Então:

$$L_{CR} = \frac{E}{2 \cdot f \cdot I_0} D (1-D) \quad (3.61)$$

A expressão (3.61) representa o valor da indutância de entrada que garante condução crítica para uma determinada corrente de carga I_0 (Fig. 3.10.a).

A indutância crítica também pode ser expressa em função da ondulação de corrente (ΔI); lembrando que para condução crítica o valor de ΔI é exatamente o valor da corrente de pico I_M . Assim:

$$\Delta I = I_M = \frac{E}{L} tc = \frac{E}{L \cdot f} D \quad (3.62)$$

Então:

$$L_{CR} = \frac{DE}{f \cdot \Delta I} \quad (3.63)$$

3.7. CARACTERÍSTICA DE CARGA

Sejam as formas de onda para condução descontínua, apresentadas na Fig. 3.9.b. A corrente média na carga é definida pela relação seguinte:

$$I_0 = I_{Dmd} = \frac{I_M \cdot t_0}{2T} \quad (3.64)$$

onde:

$$I_M = \frac{E}{L} tc \quad (3.65)$$

Assim:

$$I_0 = \frac{E \cdot tc \cdot t_0}{2 \cdot L \cdot T} \quad (3.66)$$

Para $t = t_0$ vale a seguinte relação:

$$0 = I_M - \frac{(V_o - E)}{L} t_0 \quad (3.67)$$

Desse modo:

$$t_0 = \frac{I_M \cdot L}{(V_o - E)} = \frac{L}{(V_o - E)} \frac{E}{L} tc \quad (3.68)$$

Portanto:

$$t_0 = \frac{E}{(V_o - E)} tc \quad (3.69)$$

Levando-se a Eq. (3.69) na Eq. (3.66), obtém-se:

$$I_0 = \frac{E}{2 \cdot L \cdot T} tc \frac{E}{(V_o - E)} tc \quad (3.70)$$

Assim:

$$I_0 = \frac{E^2 \cdot tc^2}{2 \cdot L \cdot T (V_o - E)} \quad (3.71)$$

ou ainda:

$$I_0 = \frac{E^2 \cdot T}{2L(V_o - E)} D^2 \quad (3.72)$$

$$I_0 = \frac{E^2}{2f \cdot L (V_o - E)} D^2 \quad (3.73)$$

sendo $D = \frac{tc}{T}$, então:

$$\frac{2 \cdot L \cdot I_o}{E \cdot T} = \frac{E}{(V_o - E)} D^2 \quad (3.74)$$

Definindo:

$$\gamma = \frac{2 \cdot L \cdot I_o}{E \cdot T} \quad (3.75)$$

$$a = \frac{V_o}{E} \quad (3.76)$$

obtém-se:

$$\gamma = \frac{1}{(a-1)} D^2 \quad (3.77)$$

ou

$$a = 1 + \frac{D^2}{\gamma} \quad (3.78)$$

As expressões (3.77) e (3.78) são válidas para condução descontínua. No limite da descontinuidade (condução crítica), tem-se:

$$\frac{V_o}{E} = a = \frac{1}{1-D} \quad (3.79)$$

Dessa forma:

$$D = \frac{a-1}{a} \quad (3.80)$$

Substituindo a Eq. (3.80) na Eq. (3.77), obtém-se:

$$\gamma = \frac{(a-1)}{a^2} \quad (3.81)$$

Maximizando a expressão (3.81) obtém-se:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{(a-1)}{a^2} \right] = 0 \Rightarrow a = 2 \quad (3.82)$$

A Eq. (3.82) mostra que os valores máximos para γ ocorre quando $a = 2$. Desse modo:

$$\gamma_{\max} = 0,25 \quad (3.83)$$

Com as expressões (3.78), (3.79) e (3.83) é possível traçar as características externas do conversor Boost, representadas na Fig. 3.12.

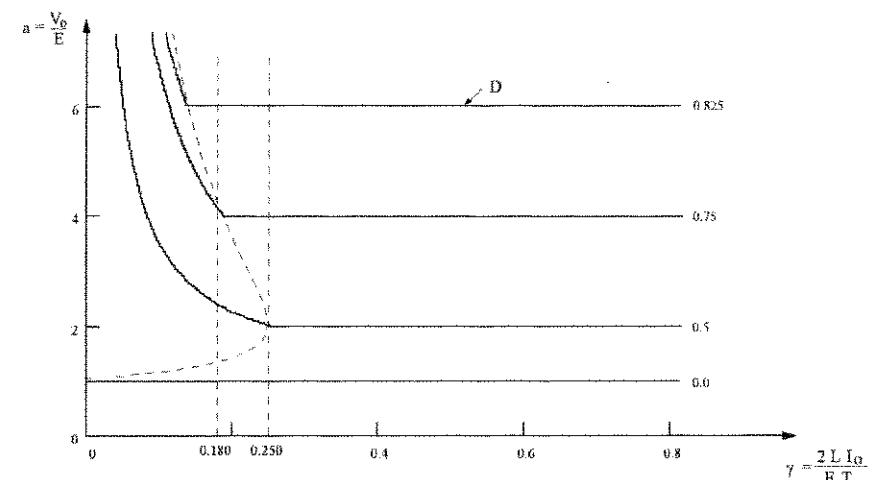


Fig. 3.12: Características externas para o conversor CC-CC elevador.

3.8. FILTROS DE ENTRADA E DE SAÍDA

Em função da ondulação da corrente de entrada e da ondulação da tensão de saída, definem-se os filtros de entrada e de saída do conversor. Desse modo, tem-se:

3.8.1. FILTRO DE ENTRADA (L)

Na condição de condução contínua a ondulação da corrente no indutor de entrada é dada pela Eq. (3.18), repetida a seguir:

$$\Delta I = \frac{E}{f \cdot L} D \quad (3.84)$$

Definindo-se a ondulação de corrente (ΔI), desejada no projeto do conversor, obtém-se então a respectiva indutância de filtragem, ou seja:

$$L = \frac{E}{f \cdot \Delta I} D \quad (3.85)$$

A indutância de filtragem assim definida é a própria indutância de entrada do conversor Boost.

3.8.2. FILTRO DE SAÍDA (C)

Segue o mesmo procedimento apresentado para determinação do filtro de entrada, com a diferença que neste caso o interesse reside em se manter a ondulação da tensão de saída $\Delta V_C = \Delta V_O$ dentro de limites pré-estabelecidos pelo projeto do conversor. Portanto, a partir da Eq. (3.34), definindo-se ΔV_C , é possível se determinar o capacitor de saída C. Assim:

$$C = \frac{I_o}{f \cdot \Delta V_C} \frac{(V_o - E)}{V_o} \quad (3.86)$$

Dessa forma, ficam determinados os filtros de entrada e saída do conversor Boost.

3.9. CONTROLE DO CONVERSOR BOOST EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM

A Fig. 3.13 mostra o conversor CC-CC elevador de tensão, utilizando um controlador da tensão de saída com modulação PWM. Com esta estrutura é possível regular a tensão média de saída variando-se a razão cíclica D. Assim, neste caso o valor da tensão média mínima na saída do conversor é aproximadamente igual a tensão de alimentação E.

A tensão média de saída é regulada através do controle do tempo de condução t_c da chave S, empregando-se um laço de realimentação negativa. Se a corrente de carga tender a aumentar, automaticamente o tempo t_c deverá aumentar de forma a suprir a energia solicitada pela carga. Uma outra situação que pode ocorrer é o caso de haver uma queda na tensão de alimentação E; isso provocará uma diminuição no pico da corrente de entrada, o que ocasionará uma atenuação na energia armazenada no indutor de entrada L. Como consequência desse comportamento tem-se uma diminuição na tensão média de saída. Neste caso, o laço de realimentação negativa sente qualquer pequeno decréscimo na tensão de saída, e imediatamente age sobre o tempo t_c , de forma a aumentá-lo, para manter a tensão média de saída constante.

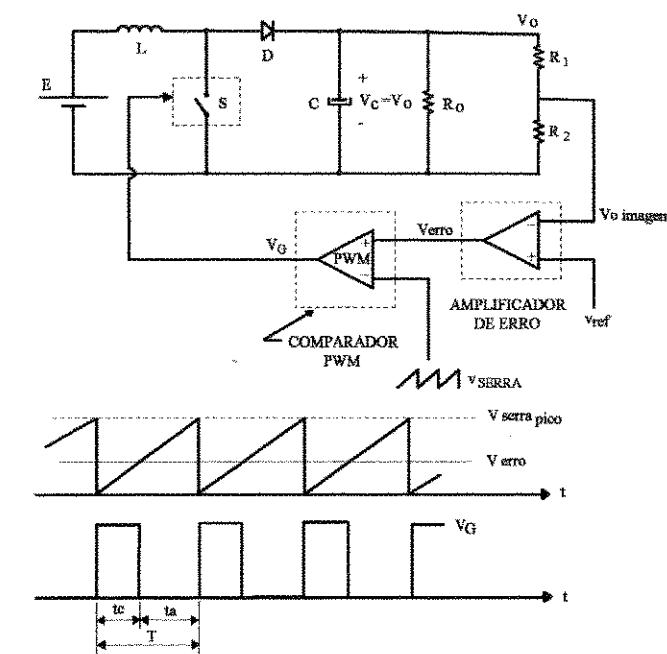


Fig. 3.13: Controlador Boost com modulação PWM.

3.10. EXERCÍCIOS

3.10.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 1º) Seja a seguinte estrutura:

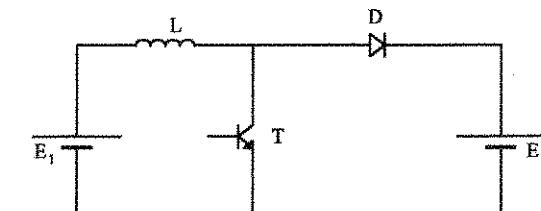


Fig. 3.14: Conversor Boost alimentando uma fonte de tensão E_2 .

onde: $L = 500\mu H$ $E_1 = 48V$ $D = 0,5$
 $f = 10kHz$ $E_2 = 100V$

Determinar:

- a) A corrente de pico no indutor L;
- b) O tempo de condução do diodo D;
- c) A potência transmitida à fonte E_2 .

SOLUÇÃO:

- a) Para determinar a corrente de pico I_M no indutor L, tem-se inicialmente que verificar se a condução é descontínua ou contínua. O limite da descontinuidade é caracterizado pela expressão (3.79), ou seja:

$$\frac{E_2}{E_1} = a = \frac{1}{1-D}$$

Assim, para a situação apresentada neste exercício tem-se:

$$a = \frac{E_2}{E_1} = \frac{100}{48} = 2,08$$

$$\frac{1}{1-D} = \frac{1}{1-0,5} = 2$$

Logo: $a > \frac{1}{1-D}$

Portanto, a condução é descontínua.

Outra maneira de se verificar a descontinuidade da corrente no indutor L, é através da análise da tensão média no período. Sabe-se que a tensão média no indutor L durante um período de funcionamento é nula; consequentemente a variação média do fluxo no respectivo período também é nula. Portanto:

$$E_1 \cdot t_c = (E_2 - E_1) t_o$$

Admitindo inicialmente que $t_o = t_a$, obtém-se:

$$D = 0,5 \Rightarrow \frac{t_c}{T} = 0,5 \Rightarrow t_c = 0,5 \cdot 100\mu s = 50\mu s$$

$$t_a = T - t_c = 100\mu s - 50\mu s = 50\mu s$$

Assim:

$$E_1 \cdot t_c = 48V \cdot 50\mu s = 2400V\mu s$$

$$(E_2 - E_1) t_o = 52 \cdot 50\mu s = 2600V\mu s$$

como $(E_2 - E_1) t_o > E_1 \cdot t_c$, conclui-se que a condução é descontínua.

Sendo a condução descontínua a corrente I_M é dada pela Eq. (3.39):

$$I_M = \frac{E_1}{L} t_c = \frac{48 \cdot 50\mu s}{500\mu H}$$

$$I_M = 4,8A$$

- b) O tempo de condução do diodo D pode ser determinado de duas maneiras, ou seja:

1^a Maneira: a partir da equação da corrente no indutor L, isto é:

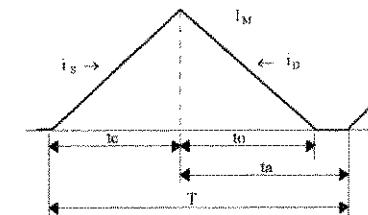


Fig. 3.15: Corrente no indutor L

durante o tempo t_o a corrente i_D é dada por:

$$i_D = I_M - \frac{(E_2 - E_1)}{L} t$$

para $t = t_o \Rightarrow 0 = I_M - \frac{(E_2 - E_1)}{L} t_o$. Assim:

$$t_o = \frac{I_M \cdot L}{(E_2 - E_1)} = \frac{4,8 \cdot 500\mu s}{52} \Rightarrow t_o = 46,15\mu s$$

2^a Maneira: sendo a tensão média no indutor L nula durante um período de funcionamento, tem-se:

$$E_1 \cdot t_c = (E_2 - E_1) t_o$$

$$t_o = \frac{E_1 \cdot t_c}{(E_2 - E_1)} = \frac{48 \cdot 50\mu}{52} \Rightarrow t_o = 46,15\mu s$$

c) A potência transmitida à fonte E_2 é obtida a partir da seguinte expressão:

$$P_{E2} = E_2 \cdot I_{Dmd} = E_1 \cdot I_{E1md}$$

onde $I_{E1md} = I_{Lmd}$ e $I_{Dmd} = I_o$. Assim, a partir da Fig. 3.15, tem-se:

$$I_{Dmd} = \frac{1}{T} \int_0^{t_o} \left[I_M - \frac{(E_2 - E_1)}{L} t \right] dt = 1,11 \text{ A} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} I_{Dmd} = \frac{I_M \cdot t_o}{2T} \\ I_{Dmd} = \frac{4,8 \cdot 46,15\mu}{2 \cdot 100\mu} = 1,11 \text{ A} \end{cases}$$

Logo:

$$P_{E2} = P_o = 100 \cdot 1,11$$

$$P_{E2} = P_o = 111 \text{ W}$$

Aplicando a expressão $P_{E1} = E_1 \cdot I_{E1md}$, obtém-se:

$$I_{E1md} = \frac{(t_c + t_o) I_M}{2T} = \frac{(50\mu + 46,15\mu) 4,8}{2 \cdot 100\mu} = 2,31 \text{ A}$$

$$P_{E1} = P_{E2} = 48 \cdot 2,31 = 111 \text{ W}$$

2º) No circuito do exercício anterior (Fig. 3.14), qual a razão cíclica que levará a estrutura a operar com condução crítica?

SOLUÇÃO: Conforme já mencionado no exercício anterior (1º exercício resolvido), o limite da descontinuidade da corrente no indutor L se dá quando:

$$\frac{E_2}{E_1} = a = \frac{1}{1-D}$$

Então:

$$D = \frac{a-1}{a} = \frac{2,08-1}{2,08} = 0,52$$

Portanto, para se ter condução crítica no circuito do exercício anterior é necessário uma razão cíclica de $D = 0,52$.

3º) Seja o circuito mostrado na Fig. 3.16, operando em condução descontínua.

Para a situação apresentada deseja-se:

- Determinar a expressão da tensão média na carga V_o , em função dos parâmetros do circuito;
- Discussar a influência da resistência de carga R_o na tensão média V_o .
- Existem valores de R_o que tornam a condução da corrente i_L contínua?

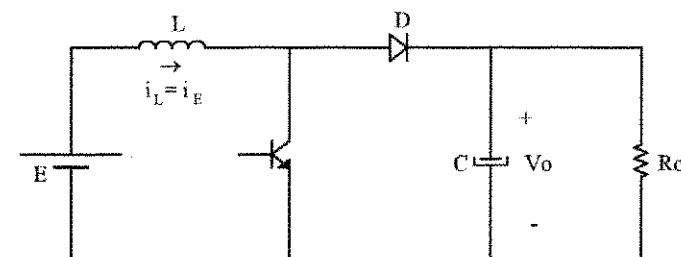


Fig. 3.16: Estrutura de potência do conversor Boost.

SOLUÇÃO:

a) Admitindo condução descontínua a forma de onda da corrente i_L será:

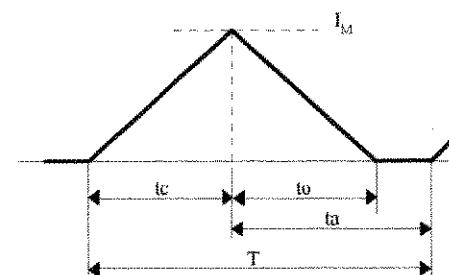


Fig. 3.17: Corrente no indutor (i_L).

O valor médio de i_L é dado por:

$$I_{Lmd} = \frac{IM \cdot tc}{2T} + \frac{IM \cdot to}{2T} = \frac{IM(tc+to)}{2T} \quad (3.87)$$

onde:

$$IM = \frac{E}{L} tc \quad (3.88)$$

A corrente no diodo é obtida a partir da seguinte expressão:

$$i_D = IM - \frac{(V_o - E)}{L} t$$

$$\text{para } t = to \Rightarrow i_D = 0 \Rightarrow IM = \frac{(V_o - E)to}{L}$$

Assim:

$$to = \frac{L}{(V_o - E)} IM \quad (3.89)$$

Levando (3.88) em (3.89) obtém-se:

$$to = \frac{L}{(V_o - E)} \frac{E}{L} tc = \frac{E}{(V_o - E)} tc \quad (3.90)$$

Substituindo o valor de to (Eq. 3.90) e IM (Eq. 3.88) na Eq. (3.87), tem-se:

$$I_{Lmd} = \frac{E}{L} \frac{tc}{2T} \left[tc + \frac{E}{(V_o - E)} tc \right]$$

$$I_{Lmd} = \frac{E}{2 \cdot L \cdot T} tc^2 \left[1 + \frac{E}{(V_o - E)} \right]$$

A potência média dissipada na carga é obtida a partir da seguinte equação:

$$P_o = P_E = E \cdot I_{Emd} = V_o \cdot I_o = \frac{V_o^2}{R_o}$$

onde: $I_{Emd} = I_{Lmd}$. Assim:

$$P_o = E \cdot I_{Lmd} = \frac{E^2 \cdot tc^2}{2 \cdot L \cdot T} \left[1 + \frac{E}{(V_o - E)} \right] = \frac{V_o^2}{R_o}$$

Então:

$$\frac{V_o^2}{R_o} = \frac{E^2}{2L} \frac{tc^2}{T^2} \left[1 + \frac{E}{(V_o - E)} \right]$$

$$\frac{V_o^2}{R_o} = \frac{E^2}{2 \cdot L \cdot f} D^2 \left[1 + \frac{E}{(V_o - E)} \right] = \frac{E^2 \cdot D^2}{2 \cdot L \cdot f} \frac{V_o}{(V_o - E)}$$

$$\frac{V_o}{R_o} = \frac{E^2 \cdot D^2}{2 \cdot L \cdot f} \frac{1}{(V_o - E)} \quad \therefore \quad \frac{V_o(V_o - E)}{R_o} = \frac{E^2 \cdot D^2}{2 \cdot L \cdot f}$$

$$V_o^2 - V_o \cdot E = \frac{R_o \cdot E^2 \cdot D^2}{2 \cdot L \cdot f}$$

ou ainda:

$$V_o^2 - V_o \cdot E - \frac{R_o \cdot E^2 \cdot D^2}{2 \cdot L \cdot f} = 0$$

o que caracteriza uma equação do 2º grau, resultando na seguinte solução:

$$V_o = \frac{E}{2} \pm \sqrt{\frac{E^2}{4} + \frac{4}{4} \frac{R_o \cdot E^2 \cdot D^2}{2 \cdot L \cdot f}}$$

$$V_o = \frac{E}{2} \pm \sqrt{\frac{E^2}{4} \left(1 + \frac{4}{2} \frac{R_o \cdot D^2}{L \cdot f} \right)}$$

$$V_o = \frac{E}{2} \pm \frac{E}{2} \sqrt{1 + \frac{2 \cdot R_o \cdot D^2}{L \cdot f}}$$

Como V_o terá sempre um valor positivo, então:

$$V_o = \frac{E}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot R_o \cdot D^2}{L \cdot f}} \right) \quad (3.91)$$

A Eq. (3.91) expressa o valor de V_o em função dos parâmetros do circuito, para a condição de condução descontínua.

- b) No modo de operação descontínua a tensão de saída mostra-se sensível às variações de carga, mantendo-se os demais parâmetros do circuito invariantes. A colocação da resistência de carga R_o tende a descarregar o capacitor C; portanto, um aumento da carga, o que equivale a uma redução no valor de R_o , causa uma queda na tensão de saída. Por outro lado, aumentando-se R_o observa-se um aumento em V_o .

Obs.: A Eq. (3.91) foi deduzida considerando-se a tensão de saída V_o constante, ou seja, as variações de V_o não foram consideradas. Isso significa que para valores muito baixos de R_o a Eq. (3.91) não é rigorosa.

- c) Valores de R_o que tornam a condução crítica.

A condução pode tornar-se crítica ou contínua diminuindo-se os valores de R_o .

A função de transferência no modo de condução crítica, para o conversor Boost, é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{1-D} \quad (3.92)$$

Levando (3.92) em (3.91), obtém-se o valor de R_o que torna a condução crítica, ou seja:

$$\frac{1}{1-D} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot R_o \cdot D^2}{L \cdot f}} \right)$$

$$\frac{2}{1-D} - 1 = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot R_o \cdot D^2}{f \cdot L}}$$

$$\frac{2-1+D}{1-D} = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot R_o \cdot D^2}{f \cdot L}}$$

$$\left(\frac{1+D}{1-D} \right)^2 = 1 + \frac{2 \cdot R_o \cdot D^2}{f \cdot L} \quad \therefore \quad 2 \cdot R_o \cdot D^2 = L \cdot f \cdot \frac{(1+D)^2}{(1-D)^2} - L \cdot f$$

$$R_o = \frac{f \cdot L (1+2D+D^2)}{2D^2(D^2-2D+1)} - \frac{f \cdot L}{2D^2} = \frac{4 \cdot f \cdot L \cdot D}{2D^2(D^2-2D+1)}$$

Finalmente:

$$R_o = \frac{2 \cdot L \cdot f}{D(1-D)^2} \quad (3.93)$$

$$\text{conclui-se portanto, que para } R_o < \frac{2 \cdot L \cdot f}{D(1-D)^2} \quad (3.94)$$

tem-se condução contínua.

- 4º) O conversor Boost apresentado na Fig. 3.18, opera em condução contínua com frequência de chaveamento de 100kHz. A ondulação da tensão de saída é de 1% da tensão média aplicada à carga. Imaginando que o conversor esteja em um ponto de operação com razão cíclica de 0,75, determinar:

- O valor da tensão média na carga (V_o);
- A ondulação de corrente no indutor L (Δi_L);
- A corrente média no diodo D ($i_{D_{md}}$);
- A potência consumida pela carga (P_o);
- A corrente média na fonte E ($i_{E_{md}}$);
- A corrente máxima e mínima no Mosfet Q (i_M e i_m);
- A ondulação relativa da corrente (β);
- O valor do capacitor C.

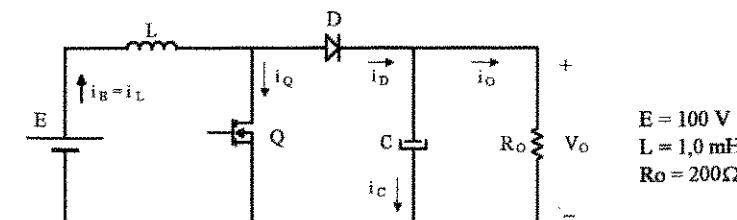


Fig. 3.18: Conversor Boost operando em condução contínua.

SOLUÇÃO

a) Tensão média na carga (V_o);

Para condução contínua a tensão média na carga é obtida a partir da seguinte equação:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{1-D}$$

Assim:

$$V_o = E \cdot \frac{1}{1-D} = 100 \cdot \frac{1}{1-0,75}$$

$$V_o = 400V$$

b) Ondulação de corrente no indutor L (ΔI_L).

A ondulação de corrente no indutor L é dada pela Eq. (3.18). Assim:

$$\Delta I = \frac{E \cdot T}{L} D = \frac{100 \cdot 0,75}{1 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^3}$$

Logo

$$\Delta I = 0,75A$$

c) Corrente média no diodo D ($I_{D_{md}}$).

A corrente média no diodo é a própria corrente de carga I_o . Assim:

$$I_{D_{md}} = I_o = \frac{V_o}{R_o} \quad \therefore \quad I_{D_{md}} = \frac{400}{200}$$

$$I_{D_{md}} = 2A$$

d) Potência consumida pela carga (P_o).

É dada pela seguinte equação:

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} = \frac{(400)^2}{200}$$

$$P_o = 800W$$

e) Corrente média na fonte E ($I_{E_{md}}$)

Através da Eq. (3.38) é possível obter a corrente média na fonte E. Então:

$$\frac{I_o}{I_{E_{md}}} = (1-D)$$

$$I_{E_{md}} = \frac{I_o}{(1-D)} = \frac{2}{(1-0,75)}$$

$$I_{E_{md}} = 8A$$

Obs.: A corrente média na fonte E ($I_{E_{md}}$) é a mesma corrente média no indutor L ($I_{L_{md}}$). Logo:

$$I_{E_{md}} = I_{L_{md}}$$

f) Corrente máxima e mínima no Mosfet Q.

Quando o Mosfet está em condução a corrente que circula por ele e pelo indutor L é a mesma. Desse modo, para determinar a corrente máxima e mínima no Mosfet, basta saber os valores máximos e mínimos da corrente no indutor L.

f.1) Corrente máxima no Mosfet (I_M)

É obtida a partir da seguinte equação:

$$I_M = I_{E_{md}} + \frac{\Delta I}{2}$$

$$I_M = 8 + \frac{0,75}{2}$$

$$I_M = 8,375A$$

f.2) Corrente mínima no Mosfet (I_m).

Pode ser obtida através da seguinte expressão.

$$I_m = I_{E_{md}} - \frac{\Delta I}{2}$$

$$I_m = 8 - \frac{0,75}{2}$$

$$I_m = 7,625A$$

g) Ondulação relativa da corrente (β).

A partir da Eq. (3.26) obtém-se a ondulação relativa de corrente. Logo:

$$\beta = D \cdot (1 - D)^2$$

$$\beta = 0,75 \cdot (1 - 0,75)^2$$

$$\beta = 0,047$$

Obs.: Esse mesmo valor pode ser obtido através da Fig. 3.6.

h) Valor do capacitor C.

A Eq. (3.34) fornece o valor da ondulação de tensão na carga. Assim:

$$C = \frac{I_0}{f \cdot \Delta V_0} \cdot \frac{(V_0 - E)}{V_0}$$

onde $\Delta V_0 = 1\%$ de V_0 . Desse modo:

$$C = \frac{I_0}{f \cdot 0,01 \cdot V_0} \cdot \frac{(V_0 - E)}{V_0}$$

$$C = \frac{2}{100 \cdot 10^3 \cdot 0,01 \cdot 400} \cdot \frac{(400 - 100)}{400}$$

$$C = 3,75\mu F$$

5º) No circuito da Fig. 3.19, a chave S permanece fechada durante $8\mu s$. Sabendo que esse tempo representa 80% do tempo necessário para escoar toda a energia armazenada no indutor L, e que o circuito opera em condução descontínua, com frequência de chaveamento de 50kHz, calcular:

- a) O tempo de condução do diodo D (t_o);
- b) A tensão média nos bornes da resistência R_o (V_o);
- c) A corrente de pico na chave S (I_M);
- d) A corrente média na carga (I_o);
- e) O valor da resistência de carga (R_o);
- f) A potência dissipada na carga (P_o);
- g) A corrente média no diodo D ($I_{D_{md}}$);
- h) A corrente média no indutor L ($I_{L_{md}}$);
- i) A razão cíclica (D);
- j) O tempo durante o qual a chave S fica aberta (t_a);
- k) O valor da indutância que leva o circuito a operar em condução crítica (L_{CR}).

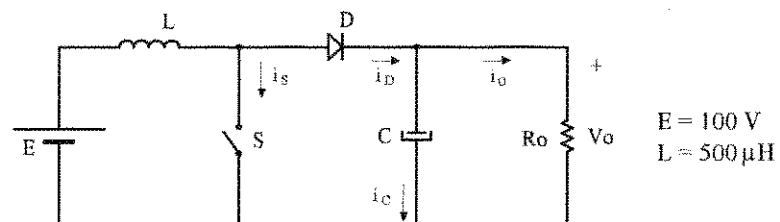


Fig. 3.19: Conversor Boost alimentando carga RC.

SOLUÇÃO

- a) Tempo de condução do diodo D(t_o).

No enunciado do exercício é fornecido o tempo durante o qual a chave S fica fechada, cujo valor é:

$$t_C = 8\mu s$$

É dito ainda, que t_C representa 80% do tempo necessário ao escoamento completo de energia armazenada no indutor L. De onde se conclui que:

$$t_C = 0,8 \cdot t_o$$

ou seja:

$$t_o = \frac{t_C}{0,8} = \frac{8\mu s}{0,8}$$

$$t_o = 10\mu s$$

b) Tensão média nos bornes da resistência R_o (V_o).

A Eq. (3.42) fornece a seguinte relação:

$$\frac{V_o}{E} = 1 + \frac{t_C}{t_o}$$

Assim:

$$V_o = E \cdot \left(1 + \frac{t_C}{t_o} \right) = 100 \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}} \right)$$

$$V_o = 180V$$

c) Corrente de pico na chave S (I_M)

É obtida a partir da Eq. (3.39).

$$I_M = \frac{E}{L} \cdot t_C = \frac{100}{500 \cdot 10^{-6}} \cdot 8 \cdot 10^{-6}$$

$$I_M = 1,6A$$

d) Corrente média na carga (I_o)

Através da Eq. (3.64) tem-se:

$$I_o = \frac{I_M \cdot t_o}{2 \cdot T}$$

onde $T = \frac{1}{f} = 20\mu s$. Desse modo:

$$I_o = \frac{1,6 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}$$

$$I_o = 0,4A$$

e) Valor da resistência de carga (R_o).

É dada por:

$$R_o = \frac{V_o}{I_o} = \frac{180}{0,4}$$

$$R_o = 450\Omega$$

f) Potência dissipada na carga (P_o).

É obtida a partir da seguinte expressão:

$$P_o = R_o \cdot I_o^2 = 450 \cdot 0,4^2$$

$$P_o = 72W$$

g) Corrente média no diodo D ($I_{D_{md}}$).

A corrente média no diodo D é igual a corrente média na carga. Assim:

$$I_{D_{md}} = I_o = 0,4A$$

h) Corrente média no indutor L ($I_{L_{md}}$).

A corrente média no indutor L é a própria corrente média de entrada. Portanto, aplicando-se a Eq. (3.47), tem-se:

$$\frac{I_0}{I_{E_{md}}} = \frac{E}{V_0} \quad \therefore \quad I_{E_{md}} = \frac{V_0 \cdot I_0}{E}$$

Desse modo,

$$I_{E_{md}} = I_{L_{md}} = \frac{180 \cdot 0,4}{100}$$

$$I_{L_{md}} = 0,72A$$

- i) Razão cíclica (D).

A razão cíclica é definida através da equação seguinte.

$$D = \frac{t_C}{T} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-6}}$$

$$D = 0,4$$

- j) Tempo durante o qual a chave S fica aberta (t_a).

A corrente na chave S, tem a seguinte forma:

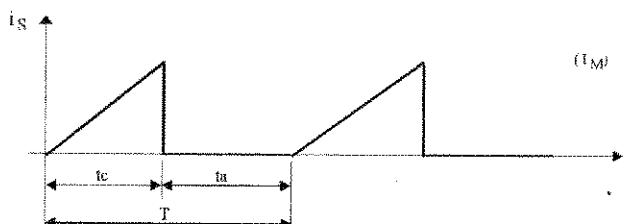


Fig. 3.20: Forma de onda da corrente na chave S.

Logo:

$$T = t_c + t_a \quad \therefore \quad t_a = T - t_c$$

$$t_a = 20\mu s - 8\mu s$$

$$t_a = 12\mu s$$

- k) Valor da indutância que leva o circuito a operar em condução crítica (L_{CR}).

A indutância que leva o circuito a operar em condução crítica, é denominada de indutância crítica. A Eq. (3.61) fornece o valor da indutância crítica, ou seja:

$$L_{CR} = \frac{E}{2 \cdot f \cdot I_0} \cdot D \cdot (1 - D)$$

Substituindo os respectivos valores numéricos, obtém-se:

$$L_{CR} = \frac{100}{2 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 0,4} \cdot 0,4 \cdot (1 - 0,4)$$

$$L_{CR} = 600\mu H$$

3.10.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 1º) Seja o circuito da Fig. 3.14 (Exercício Resolvido nº1). Refazer o exercício para $L = 250\mu H$ e $L = 750\mu H$.

- 2º) Seja a estrutura representada na Fig. 3.21. Calcular:

- a) A potência consumida na carga;
- b) A corrente média no indutor L;
- c) A razão cíclica D;
- d) A corrente eficaz no capacitor C;
- e) As correntes de pico, média e eficaz chave S;
- f) As correntes média, eficaz e de pico no diodo D;
- g) A tensão máxima sobre o diodo e sobre a chave S;
- h) Mantendo a razão cíclica constante, no valor obtido no item (c), traçar a curva $V_o = f(R_o)$ para R_o variando de 110Ω a 1100Ω ;
- i) Para a razão cíclica calculada no item (c), determinar a ondulação da tensão no capacitor C.

- 3º) No circuito da Fig. 3.21, determine o mínimo valor da capacitância do capacitor C, capaz de manter a ondulação da tensão de saída ΔV_o menor que 5%. Considerar uma freqüência de chaveamento de $40kHz$.

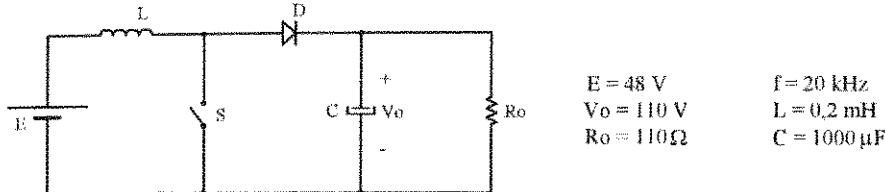


Fig. 3.21: Conversor Boost.

- 4º) No conversor Boost apresentado na Fig. 3.22 a chave S fica fechada durante $50\mu\text{s}$. O indutor de entrada vale $250\mu\text{H}$. A tensão de entrada é de 50V e a tensão de saída de 75V . Considerando que o conversor opera em condução contínua e que a resistência de carga é de $2,5 \Omega$, calcular:
- A frequência de chaveamento, e o tempo durante o qual a chave S permanece aberta;
 - A corrente média na entrada e na saída do conversor;
 - Os valores máximos e mínimos da corrente no indutor Boost;
 - O valor eficaz da corrente no capacitor C.

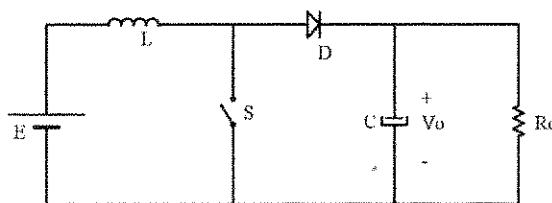


Fig. 3.22: Conversor Boost alimentando uma carga RC.

- 5º) O conversor CC-CC elevador de tensão apresentado na Fig. 3.23, opera em condução contínua com frequência de chaveamento de 25 kHz . A tensão e a corrente média de saída valem respectivamente 15V e $0,5\text{A}$. A tensão de alimentação é de 5V . Calcular:
- A razão cíclica D;
 - A ondulação de corrente (ΔI) no indutor L;
 - O valor máximo de corrente no indutor L;
 - A ondulação de tensão (ΔV_c) no capacitor C de filtragem.
- 6º) No conversor Boost apresentado na Fig. 3.13, a razão cíclica D é ajustada de forma a regular a tensão de saída V_o em 48V constantes. A tensão de entrada varia em uma faixa que vai de 12V e 36V . A máxima potência consumida pela carga é de 120W . Por questões de estabilidade, é recomendado que o conversor opere sempre em condução descontínua. Considerando todos os componentes ideais e um capacitor de filtragem suficientemente grande, calcular o máximo

valor de indutância que deverá ser usado para manter condução descontínua. Admitir uma freqüência de chaveamento de 50kHz .

- Provar que a Eq. (3.63) é a mesma Eq. (3.61).
- Deduzir as expressões (3.48) e (3.64).
- Seja o conversor Boost mostrado na Fig. 3.22, onde $E = 150\text{V}$, $L = 2\text{mH}$ e $R_o = 400\Omega$. A chave S foi substituída por um Mosfet. A estrutura opera em condução contínua, com frequência de chaveamento de 100kHz . Sabendo que o Mosfet conduz durante 75% do período de chaveamento, e que a ondulação da tensão na carga é 5% da tensão média de saída, determinar:
 - A razão cíclica de operação (D);
 - O tempo durante o qual o Mosfet fica bloqueado (t_a), e em condução (t_c);
 - O valor da tensão média de saída (V_o);
 - A ondulação de corrente no indutor L (ΔI_L);
 - A corrente média no diodo D ($I_{D_{md}}$);
 - A potência consumida pela carga (P_o);
 - A corrente média na fonte E ($I_{E_{md}}$);
 - A corrente mínima e de pico no Mosfet (I_m e I_M);
 - A ondulação relativa da corrente (β);
 - O valor do capacitor C.

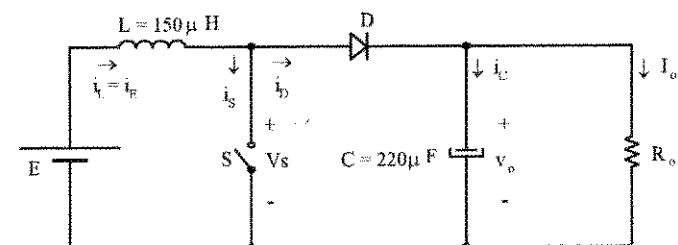


Fig. 3.23: Conversor Boost.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] N. Mohan, T. Undeland & W. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, New York-USA, 1989.
- [2] M. Brown/MOTOROLA, *Practical Switching Power Supply Design*. Academic Press, Inc., San Diego, California-USA, 1990.
- [3] R. G. Hoft, *Semiconductor Power Electronics*. Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York-USA, 1986.
- [4] T. Kenjo, *Power Electronics for the Microprocessor Age*. Oxford Science Publications, Oxford, New York, 1990.
- [5] A. I. Pressman, *Switching Power Supply Design*. McGraw-Hill, Inc., New York-USA, 1991.
- [6] B. W. Willians, *Power Electronics-Devices, Drivers, Applications and Passive Components*. McGraw-Hill, Inc., New York-USA, Second Edition, 1992.
- [7] INPT-LEEI, *Cours d'Electronique Industrielle-Traitement Electronique de l'Energie Electrique-Hacheurs et Onduleurs Autonomes*. Toulouse, França, Edição 1983.
- [8] Yin-Shu Lee, *Computer-Aided Analysis and Design of Switch-Mode Power Supplies*. Marcel Dekker, Inc., New York-USA, 1993.
- [9] M. H. Rashid, *Power Electronics-Circuits, Devices, and Applications*. Prentice-Hall International Editions, Inc., New Jersey, 1988.

CAPÍTULO 4

CONVERSOR CC-CC À ACUMULAÇÃO DE ENERGIA

4.1. INTRODUÇÃO

Os conversores CC-CC estudados até o presente momento (conversor Buck e conversor Boost), são também denominados na literatura de conversores CC-CC diretos; isso porque a transferência de potência da entrada do conversor para a saída se processa diretamente, sem a passagem por elementos intermediários acumuladores de energia. Assim, o conversor Buck é naturalmente indicado para as situações onde se deseja alimentar uma carga com características de fonte de corrente contínua, a partir de uma fonte de tensão contínua. Já o conversor Boost é empregado nas alimentações de cargas com características de fonte de tensão contínua, a partir de uma fonte de corrente contínua.

Todavia, em muitas aplicações é comum se encontrar situações onde se deseja controlar o fluxo de energia entre carga e fonte de mesma natureza. Nessas condições a transferência de potência é feita indiretamente através da utilização de componentes acumuladores de energia.

Assim, caso se deseje controlar o fluxo de energia entre uma fonte de tensão contínua e uma carga com característica de fonte de tensão contínua deve-se empregar um conversor à acumulação indutiva, também conhecido na literatura como conversor Buck-Boost. No caso em que se deseje controlar o fluxo de energia entre uma fonte de corrente contínua e uma carga com característica de fonte de corrente contínua deve-se empregar o conversor à acumulação capacitativa, também conhecido como conversor Cuk. Portanto, tanto o conversor Buck-Boost como o Cuk são conversores CC-CC indiretos. Ambos serão descritos e estudados a seguir, iniciando-se pelo conversor Buck-Boost.

4.2. CONVERSOR CC-CC À ACUMULAÇÃO INDUTIVA (BUCK-BOOST)

4.2.1. INTRODUÇÃO

O conversor CC-CC do tipo Buck-Boost é utilizado para controlar o fluxo de energia entre duas fontes de tensão; ou seja, entre uma fonte de tensão e uma carga com características de fonte de tensão.

A transferência de energia, de forma direta, entre duas fontes de mesma natureza é uma impossibilidade na Engenharia Elétrica. Desse modo, quando se pretende transferir energia entre duas fontes de tensão, é imprescindível o uso de um componente armazenador de energia que se comporte como fonte de corrente. O

componente natural que apresenta essa característica é o indutor. Assim, a transferência de energia entre duas fontes de tensão não pode ser feita diretamente, ela exige a colocação de um indutor em um ponto estratégico do circuito, de forma que numa primeira etapa a energia proveniente da fonte é armazenada no indutor, e na etapa seguinte ela é transferida à carga.

Os itens que se seguem apresentarão as etapas de funcionamento desse conversor, seu modelo matemático e característica de carga.

4.2.2. PRINCIPIO DE FUNCIONAMENTO DO CONVERSOR BUCK-BOOST

A estrutura do conversor CC-CC à acumulação indutiva está representada na Fig. 4.1, juntamente com as duas etapas de funcionamento. A carga é representada pela fonte de tensão E_o . Na prática a fonte E_o é constituída por um capacitor C , adequadamente projetado, em paralelo com uma resistência R .

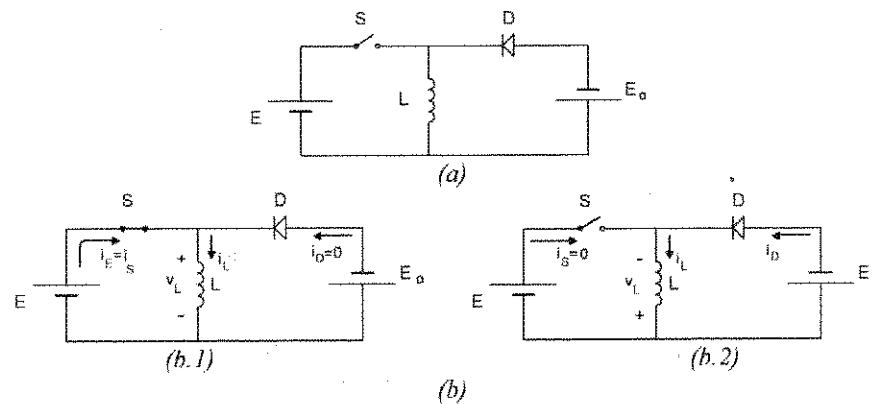


Fig. 4.1: (a) Estrutura do Conversor Buck-Boost; (b) Etapas de funcionamento.

* ETAPAS DE FUNCIONAMENTO

1ª ETAPA (Fig. 4.1.b.1): Na primeira etapa a chave S encontra-se fechada e a energia proveniente da fonte E é acumulada no indutor L. O diodo D é mantido bloqueado. Esta etapa termina quando a chave S é aberta no tempo t_c (Fig. 4.2).

2ª ETAPA (Fig. 4.1.b.2): Com a abertura da chave S a polaridade no indutor L é invertida, polarizando diretamente o diodo D, que entra em condução. A partir desse momento ($t = t_c$), a energia acumulada no indutor L durante a 1ª ETAPA é transferida à fonte E_o . Observa-se que a polaridade da fonte E_o é invertida em

relação aos conversores anteriores. As principais formas de onda relativas a este conversor estão apresentadas na Fig. 4.2 para condução contínua.

Em regime permanente o fluxo magnético no indutor, durante um período de funcionamento, se mantém constante. Desse modo, a integral da tensão v_L no intervalo em que a chave S permanece fechada é igual a integral dessa mesma tensão durante o intervalo em que S permanece aberta; portanto:

$$\int_0^{t_c} v_L dt = \int_{t_c}^T v_L dt \quad (4.1)$$

Assim:

$$E \cdot t_c = E_o \cdot t_a \quad (4.2)$$

$$\text{onde: } t_a = T - t_c \quad (4.3)$$

Então:

$$\frac{E_o}{E} = \frac{t_c}{t_a} = \frac{t_c}{T - t_c} \quad (4.4)$$

Sabendo que:

$$D = \frac{t_c}{T} \rightarrow \text{razão cíclica} \quad (4.5)$$

e levando a Eq. (4.5) na Eq. (4.4), obtém-se:

$$\boxed{\frac{E_o}{E} = \frac{D}{1-D}} \quad (4.6)$$

A Eq. (4.6) representa a relação de tensão de saída/tensão de entrada do conversor Buck-Boost, e ela está apresentada graficamente na Fig. 4.3.

Constatata-se, a partir da Fig. 4.3, que o conversor em questão pode ser abaixador ($D < 0,5$), ou elevador ($D > 0,5$). Ele é principalmente empregado em fontes chaveadas, onde a polaridade invertida na saída com relação ao terminal comum da tensão de entrada pode ser desejada. É importante salientar que o conversor Buck-Boost é naturalmente isolado. Essa característica se constitui numa das grandes vantagens desse conversor.

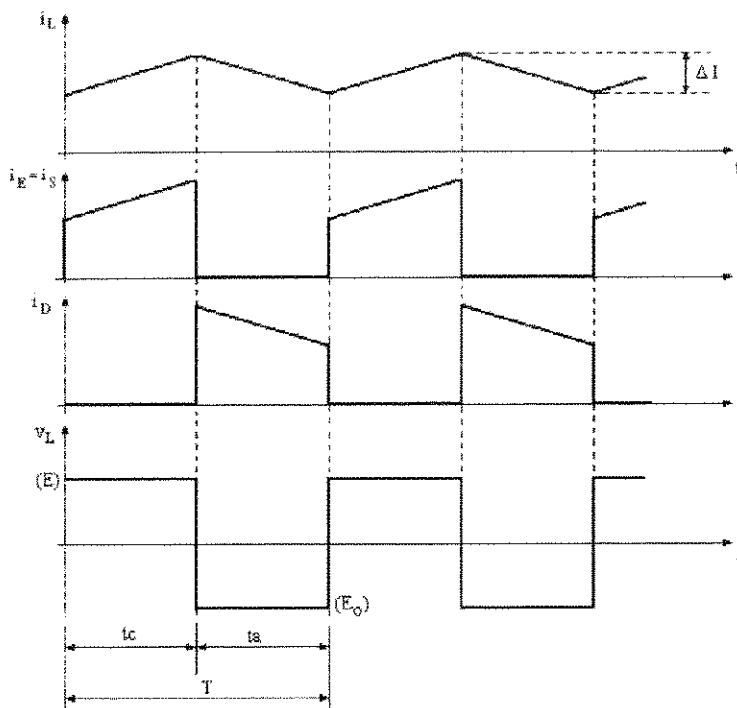


Fig. 4.2: Principais formas de onda.

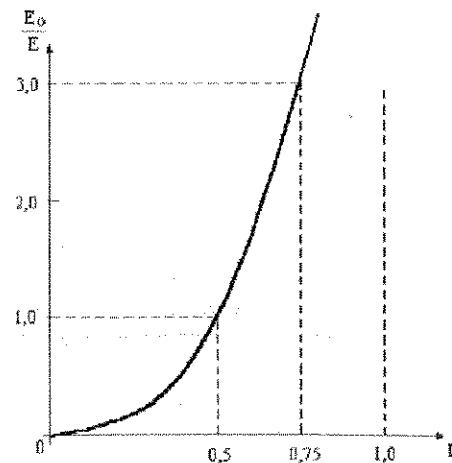


Fig. 4.3: Característica de transferência do conversor à acumulação indutiva.

4.2.3. OPERAÇÃO NO MODO DE CONDUÇÃO CONTÍNUA

No conversor Buck-Boost tanto a corrente de entrada como a corrente de saída são descontínuas; contudo, a corrente no indutor L pode ser contínua ou descontínua. Neste item será estudado o comportamento do conversor, para a situação em que a corrente no indutor L seja contínua.

Seja o circuito apresentado na Fig. 4.4, onde a carga é representada pelo capacitor C em paralelo com o resistor R_o . As principais formas de onda estão mostradas na Fig. 4.5. Assim, admitindo que a corrente no indutor L cresce linearmente durante o tempo t_c , tem-se:

$$\Delta I = \frac{E}{L} \cdot t_c = \frac{V_o}{L} \cdot (T - t_c) \quad (4.7)$$

Assim:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1-D} \quad (4.8)$$

onde $\Delta I = I_M - I_m$ representa a ondulação da corrente no indutor L.

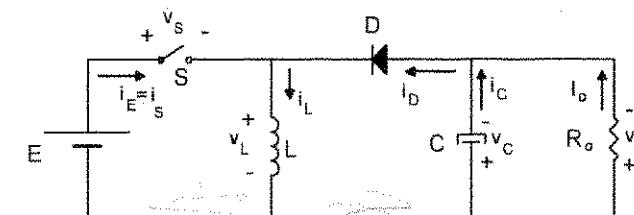


Fig. 4.4: Conversor Buck-Boost com carga RC.

Admitindo um rendimento de 100%, então:

$$E \cdot I_{Emd} = V_o \cdot I_o \quad (4.9)$$

Substituindo a Eq. (4.8) na Eq. (4.9), determina-se a relação entre as correntes médias de entrada e saída, ou seja:

$$E \cdot I_{Emd} = E \cdot \frac{D}{(1-D)} \cdot I_o \quad (4.10)$$

$$\frac{I_{Emd}}{I_o} = \frac{D}{1-D} \quad (4.11)$$

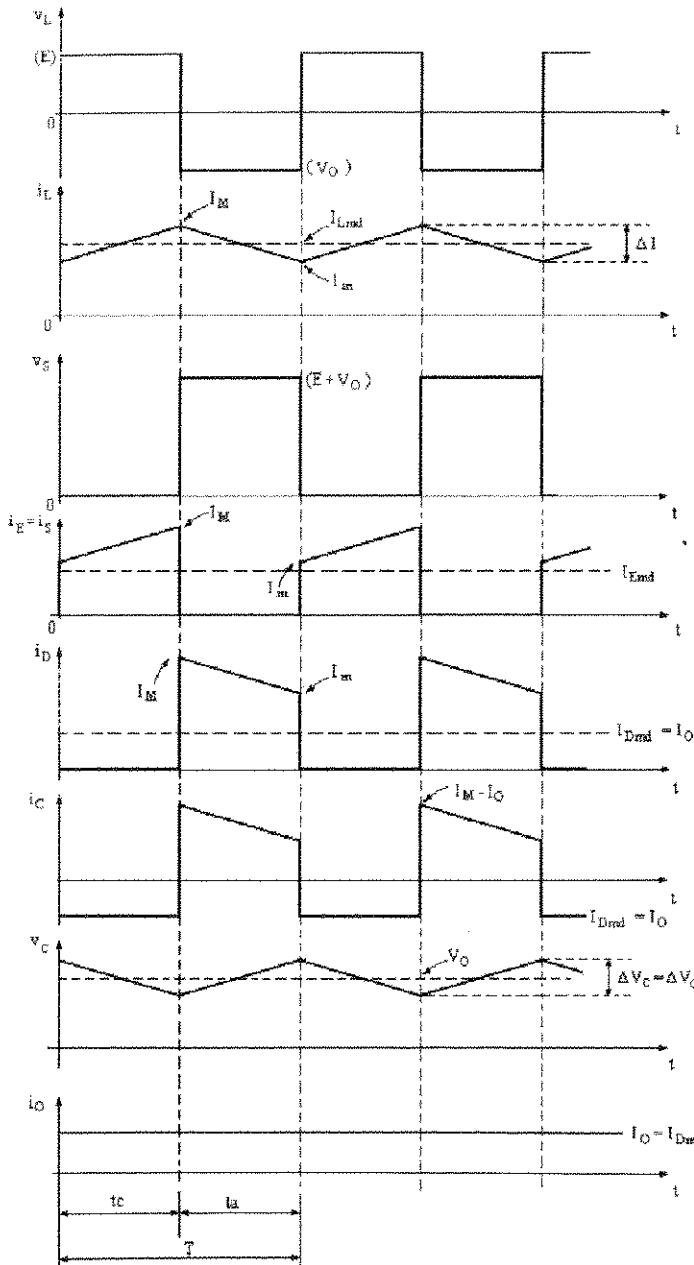


Fig. 4.5: Principais formas de onda do Conversor Buck-Boost operando no modo de condução contínua.

A partir da Eq. (4.8) conclui-se que para o modo de condução contínua a tensão média na carga depende apenas da tensão da fonte de alimentação E e da razão cíclica D . Portanto, as variações na tensão de entrada podem ser compensadas agindo-se na razão cíclica D , de forma a manter a tensão média na carga constante. A Eq. (4.8) pode ser reescrita em função de E e V_o , ou seja:

$$\hat{D} = \frac{V_o}{E + V_o} \quad (4.12)$$

Observa-se, portanto, que se a tensão média na carga for mantida constante, a razão cíclica máxima D_{\max} será obtida quando a tensão de alimentação E atingir seu valor mínimo e vice-versa.

A corrente média fornecida pelo indutor L à carga é a própria corrente média que passa pelo diodo D , isto é:

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{1}{T} \int_0^T i_D(t) dt \quad (4.13)$$

Logo:

$$I_o = I_{Dmd} = (I_M + I_m) \frac{(1-D)}{2} \quad (4.14)$$

a) DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE I_M e I_m

A determinação dos valores de I_M e I_m é muito importante para o dimensionamento da chave de potência S , pois essas correntes circulam por essa chave.

Através da Eq. (4.7), obtém-se:

$$E = \frac{L}{t_c} \Delta I \quad (4.15)$$

$$\text{onde: } \left. \begin{array}{l} \Delta I = I_M - I_m \\ t_c = D \cdot T \end{array} \right\} \quad (4.16)$$

Desse modo tem-se:

$$E = \frac{L}{DT} (I_M - I_m) \quad (4.17)$$

Com as Eqs. (4.17) e (4.14) é possível determinar-se I_M e I_m , cujos valores são dados a seguir:

$$I_M = \frac{I_o}{(1-D)} + \frac{D \cdot E}{2 \cdot L \cdot f} \quad (4.18)$$

$$I_m = \frac{I_o}{(1-D)} - \frac{D \cdot E}{2 \cdot L \cdot f} \quad (4.19)$$

A partir da Fig. 4.5 verifica-se que a tensão máxima na chave S é dada por:

$$V_{S\max} = E_{\max} + V_o \quad (4.20)$$

b) DETERMINAÇÃO DA ONDULAÇÃO DE CORRENTE AI E DA ONDULAÇÃO DE TENSÃO ΔV_o NA SAÍDA DO CONVERSOR.

A ondulação de corrente pode ser determinada através da Eq. (4.15), onde t_c é substituído por DT . Assim:

$$\Delta I = \frac{E \cdot D \cdot T}{L} \quad (4.21)$$

ou ainda:

$$\Delta I = \frac{D \cdot E}{f \cdot L} \quad (4.22)$$

Em geral, o valor de ΔI é fornecido e, a partir dele, calcula-se o valor do indutor L , de forma que a ondulação máxima de corrente, especificada no projeto, seja respeitada em toda a faixa de operação do conversor. Desse modo:

$$L = \frac{D \cdot E}{f \cdot \Delta I_{\max}} \quad (4.23)$$

Durante o tempo de condução da chave S, o capacitor C fornece energia para a carga. A corrente média de descarga durante o tempo t_c é a própria corrente média na carga (Veja Fig. 4.5). Portanto, a ondulação de tensão no capacitor pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\Delta V_C = \Delta V_o = \frac{1}{C} \cdot \int_0^{t_c} I_o \cdot dt = \frac{1}{C} \cdot I_o \cdot t_c \quad (4.24)$$

Levando a expressão (4.16) em (4.24), obtém-se:

$$\Delta V_C = \Delta V_o = \frac{D \cdot I_o}{f \cdot C} = \frac{D \cdot V_o}{f \cdot R_o \cdot C} \quad (4.25)$$

Para as situações em que ΔV_o é especificado, calcula-se o valor do capacitor a partir da Eq. (4.26), isto é:

$$C = \frac{D \cdot I_o}{f \cdot \Delta V_C} = \frac{D \cdot V_o}{f \cdot R_o \cdot \Delta V_C} \quad (4.26)$$

Desse modo, o filtro de saída do conversor Buck-Boost fica definido.

4.2.4. OPERAÇÃO NO MODO DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA

A Fig. 4.6 mostra as principais formas de onda para o modo de condução descontínua, cujo circuito de potência é o mesmo apresentado na Fig. 4.4.

A energia armazenada no indutor L durante o tempo de condução da chave S é dada pela expressão (4.27).

$$\text{Energia} = \frac{1}{2} L \cdot I_M^2 \quad (4.27)$$

Essa mesma energia é transferida para o estágio de saída de forma a suprir a carga. Considerando que essa transferência de energia se processa sem perdas, então:

$$\text{Energia} = \frac{P_o}{f} = \frac{1}{2} L \cdot I_M^2 \quad (4.28)$$

onde: $P_o = V_o \cdot I_o \rightarrow$ Potência de saída.

$f \rightarrow$ frequência de chaveamento

Através da Eq. (4.28), obtém-se:

$$I_M^2 = \frac{2 \cdot P_o}{f \cdot L} \quad (4.29)$$

sendo que: $I_M = \frac{E}{L} \cdot t_c \quad (4.30)$

onde $t_c = DT$. Desse modo:

$$I_M = \frac{E}{L} \cdot D \cdot T = \frac{D \cdot E}{f \cdot L} \quad (4.31)$$

Substituindo a Eq. (4.31) em (4.29), tem-se:

$$\left(\frac{D \cdot E}{f \cdot L}\right)^2 = \frac{2 \cdot P_o}{f \cdot L} \quad (4.32)$$

$$P_o = \frac{(V_o)^2}{R_o} \quad (4.33)$$

Assim:

$$\left(\frac{D \cdot E}{f \cdot L}\right)^2 = \frac{2 \cdot (V_o)^2}{f \cdot L \cdot R_o} \quad (4.34)$$

A partir da Eq. (4.34) obtém-se a relação entre as tensões de entrada e saída, dada abaixo:

$$\frac{V_o}{E} = D \cdot \sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot f \cdot L}} \quad (4.35)$$

Portanto, no modo de condução descontínua a relação (V_o / E), depende não só da razão cíclica D mas também da resistência de carga R_o . Essa característica se constitui em uma desvantagem do modo de operação em condução descontínua, tendo em vista que para manter a tensão média na carga V_o constante, o circuito de controle deve variar a razão cíclica D de maneira a compensar não só as variações na tensão da fonte de alimentação E , como também as variações na corrente média de carga I_o , devido às mudanças na resistência de carga R_o .

* DETERMINAÇÃO DA ONDULAÇÃO DE CORRENTE ΔI E DA ONDULAÇÃO DE TENSÃO ΔV_C .

No modo de condução descontínua a ondulação de corrente ΔI se confunde com o valor de I_M . Assim, a partir da Eq. (4.31), tem-se:

$$\Delta I = \frac{D \cdot E}{f \cdot L} \quad (4.36)$$

Para uma dada potência máxima de carga, a situação mais crítica ocorre quando a razão cíclica for máxima D_{max} , com a menor tensão da fonte de alimentação E_{min} . Desse modo:

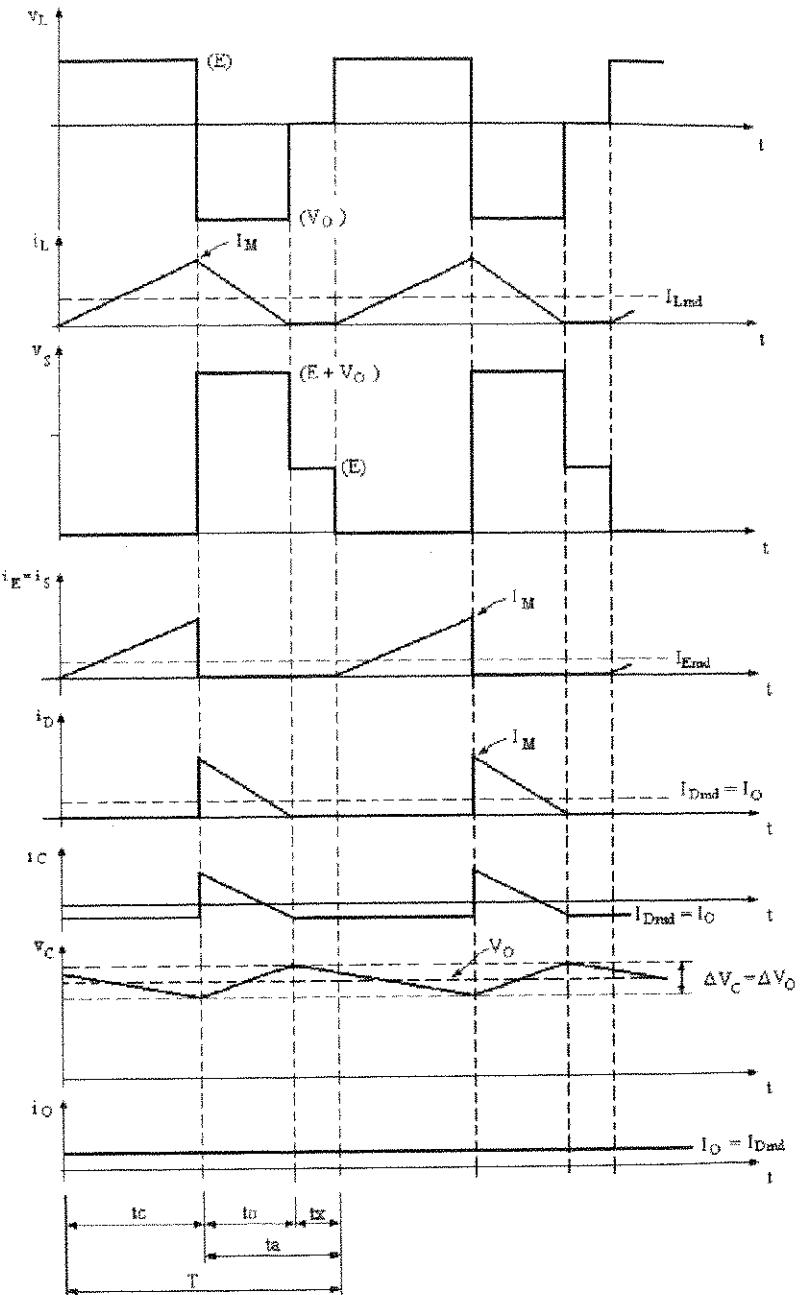


Fig. 4.6: Principais formas de onda para operação em condução descontínua.

$$\Delta I = \frac{D_{\max} \cdot E_{\min}}{f \cdot L} \quad (4.37)$$

Se o valor de ΔI for conhecido, a indutância L pode ser determinada diretamente, isto é:

$$L = \frac{D \cdot E}{f \cdot \Delta I} \quad (4.38)$$

ou ainda:

$$L = \frac{(D \cdot E)^2}{2 \cdot f \cdot P_o} \quad (4.39)$$

É importante salientar que durante o tempo de abertura t_a da chave S, toda a energia armazenada no indutor L deve ser transferida à carga. Isso significa que o valor de D_{\max} deve ser rigorosamente controlado de maneira que ele não seja ultrapassado, ocasionando a entrada do conversor no modo de condução contínua modificando completamente o seu funcionamento. O valor de D_{\max} pode ser obtido a partir da expressão (4.40).

$$D_{\max} = \frac{V_o}{V_o + E_{\min}} \quad (4.40)$$

A ondulação de tensão no capacitor é calculada através da equação seguinte:

$$\Delta V_C = \frac{1}{C} \int_0^{t_o} i_C(t) dt \quad (4.41)$$

onde: $i_C(t) = -\frac{I_M}{t_o} \cdot t + (I_M - I_o)$ (4.42)

Resolvendo a Eq. (4.41) obtém-se:

$$\Delta V_C = \frac{1}{C} \left(\frac{I_M}{2} - I_o \right) t_o \quad (4.43)$$

Para uma dada potência de saída P_o , mantendo o conversor operando no modo de condução descontínua o valor máximo de ΔV_C ocorre quando $t_o = t_a = T/2 \Rightarrow D = 0,5$. Levando essas considerações, juntamente com a Eq. (4.29) na Eq. (4.43) e

sabendo que $I_o = I_{Dmd} = (I_M \cdot t_o)/2 T$, obtém-se a máxima ondulação da tensão de saída em função da potência de saída P_o , ou seja:

$$\Delta V_{Cmax} = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{P_o}{32 \cdot f^3 \cdot L}} \quad (4.44)$$

ou ainda:

$$C = \frac{1}{\Delta V_{Cmax}} \sqrt{\frac{P_o}{32 \cdot f^3 \cdot L}} \quad (4.45)$$

Em geral, devido ao alto valor de ΔI , a ondulação de tensão resultante é de valor muito elevado, implicando no emprego de capacitores com baixa resistência série equivalente e alta capacidade.

4.2.5. OPERAÇÃO NO MODO DE CONDUÇÃO CRÍTICA

A Fig. 4.7. apresenta as principais formas de onda para condução crítica. Por definição, na condução crítica a corrente no indutor L se anula no exato instante em que a chave S é recolocada em condução. Desse modo, o limite da descontinuidade ocorre para $I_m = 0$. Portanto, a partir da Eq. (4.19) é possível determinar a indutância para a qual a condução é crítica, isto é:

$$L_{CR} = \frac{D \cdot E \cdot (1-D)}{2 \cdot f \cdot I_o} \quad (4.46)$$

No modo de condução crítica a relação entre a tensão média na carga e a tensão de alimentação E é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1-D} \quad (4.47)$$

Levando a Eq. (4.47) em (4.46) obtém-se:

$$L_{CR} = \frac{V_o \cdot (1-D)^2}{2 \cdot f \cdot I_o} \quad (4.48)$$

Assim, para uma dada corrente média de saída e razão cíclica D a Eq. (4.48) fornece o valor de indutância para a qual a condução se torna crítica.

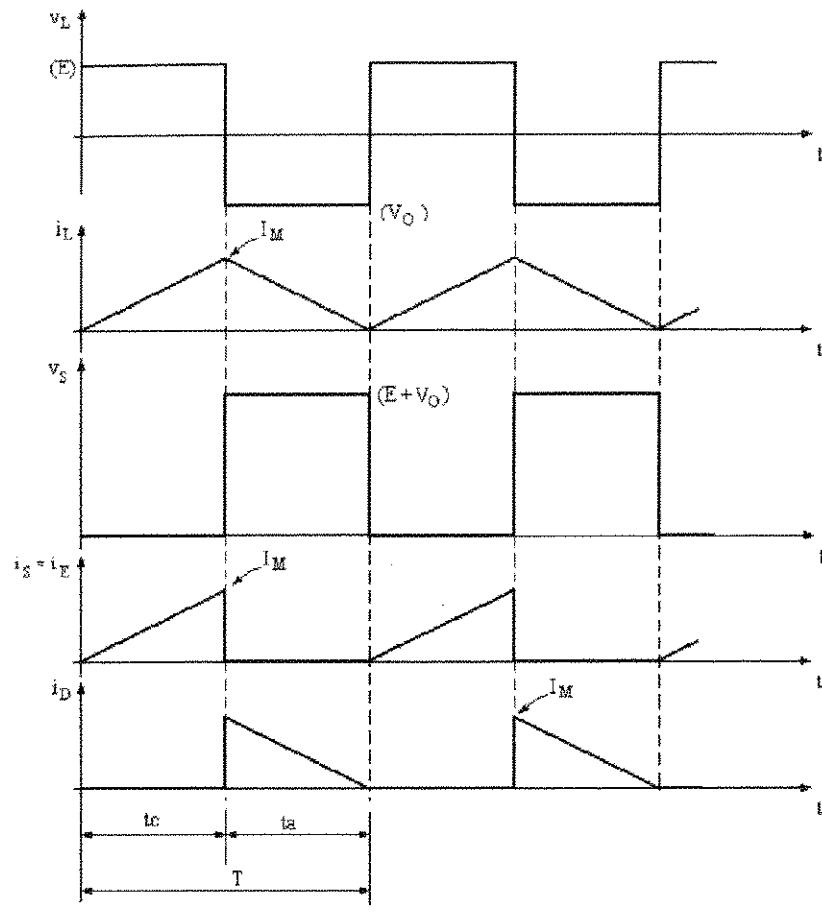


Fig. 4.7: Principais formas de onda para operação em condução crítica.

4.2.6. CARACTERÍSTICA DE CARGA

Sejam as formas de onda para condução descontínua no indutor, apresentadas na Fig. 4.6. Pela igualdade das variações de fluxo obtém-se a seguinte relação:

$$\Delta\phi_E = \Delta\phi_o \quad (4.49)$$

$$\Delta\phi_E = E \cdot tc \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

onde:

$$\Delta\phi_o = V_o \cdot t_o \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$
(4.50)

Desse modo:

$$E \cdot tc = V_o \cdot t_o \quad (4.51)$$

ou ainda:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{tc}{t_o} = a \quad (4.52)$$

A corrente média na carga, a partir da Fig. 4.6, é representada pela expressão (4.53).

$$I_o = \frac{I_M \cdot t_o}{2 \cdot T} \quad (4.53)$$

onde:

$$I_M = \frac{V_o}{L} \cdot t_o \quad (4.54)$$

logo:

$$t_o = \frac{I_M \cdot L}{V_o} \quad (4.55)$$

Assim:

$$I_o = \frac{I_M}{2 \cdot T} \cdot \frac{I_M \cdot L}{V_o} \quad (4.56)$$

Contudo, a corrente máxima I_M também pode ser expressa através da seguinte equação:

$$I_M = \frac{E}{L} \cdot tc \quad (4.57)$$

Então:

$$I_o = \frac{E^2 \cdot tc^2}{L} \cdot \frac{L}{2 \cdot T \cdot V_o} = \frac{T \cdot E^2}{2 \cdot L \cdot V_o} \cdot \left(\frac{tc}{T} \right)^2 \quad (4.58)$$

Dividindo a Eq. (4.58) por V_o , tem-se:

$$\frac{I_o}{V_o} = \frac{T}{2 \cdot L} \cdot \left(\frac{E}{V_o} \right)^2 \cdot \left(\frac{t_c}{T} \right)^2 \quad (4.59)$$

Sabendo que: $a = \frac{V_o}{E}$ e $D = \frac{t_c}{T}$ (4.60)

e como $R_o = \frac{V_o}{I_o}$ (4.61)

obtém-se:

$$\frac{1}{R_o} = \frac{T}{2 \cdot L} \cdot \frac{D^2}{a^2} \quad (4.62)$$

Portanto,

$$a^2 = \frac{R_o \cdot T}{2 \cdot L} \cdot D^2 \quad (4.63)$$

ou ainda:

$$a = \sqrt{\frac{R_o \cdot T}{2 \cdot L}} \cdot D \quad (4.64)$$

A Eq. (4.64) só é válida durante o modo de condução descontínua, ou seja: $t_o < t_a$. No modo de condução contínua é válida a seguinte expressão:

$$a = \frac{D}{1-D} = \frac{V_o}{E} \quad (4.65)$$

Portanto, o limite da descontinuidade da corrente no indutor ocorre quando as Eqs. (4.65) e (4.64) se igualarem, ou seja:

$$a = \frac{D}{1-D} = \sqrt{\frac{R_o \cdot T}{2 \cdot L}} \cdot D \quad (4.66)$$

Por outro lado: $D = \frac{a}{1+a}$ (4.67)

Dessa forma:

$$a = \sqrt{\frac{R_o \cdot T}{2 \cdot L}} - 1$$

(4.68)

Com as expressões (4.64), (4.65) e (4.68) são traçadas as curvas representadas na Fig. 4.8.

Verifica-se que na região de condução contínua (A), o valor de "a" não depende da carga, ou seja; de \bar{R}_o . Já na região de condução descontínua (B), a tensão de saída, para uma dada tensão de entrada mantida constante, aumenta na medida em que \bar{R}_o aumenta. O valor de \bar{R}_o é definido através da Eq. (4.69).

$$\bar{R}_o = \sqrt{\frac{R_o \cdot T}{2 \cdot L}} \quad (4.69)$$

4.2.7. CONTROLE DO CONVERSOR BUCK-BOOST EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM

Uma imagem da tensão de saída $[V_o \cdot R_1 / (R_1 + R_2)]$ é somada com uma tensão de referência (V_{ref}) no interior do amplificador de erro, gerando um sinal (V_{erro}), que é enviado ao comparador PWM. No interior do bloco comparador PWM o sinal V_{erro} é comparado com uma tensão dente de serra (V_{serra}), definindo os instantes de condução e bloqueio da chave S. A Fig. 4.9 representa, de forma simplificada, o controle do conversor Buck-Boost empregando modulação PWM.

4.3. CONVERSOR CC-CC À ACUMULAÇÃO CAPACITIVA (CONVERSOR CUK)

4.3.1. INTRODUÇÃO

O conversor CC-CC à acumulação capacitiva tem a propriedade de realizar a transferência de energia entre duas fontes CC de corrente. Na literatura ele é mais conhecido como Conversor Cuk, devido ao seu inventor [7]. O conversor Cuk pode ser encarado como sendo a associação de um conversor Boost com um conversor Buck; pois ele apresenta uma entrada com características de fonte de corrente, enviando energia a um capacitor (característica de fonte de tensão), e em seguida tem-se o capacitor (entrada fonte de tensão), transferindo energia para uma carga com característica de fonte de corrente. Portanto, o conversor Cuk é na realidade um conversor Boost-Buck, dual do conversor Buck-Boost.

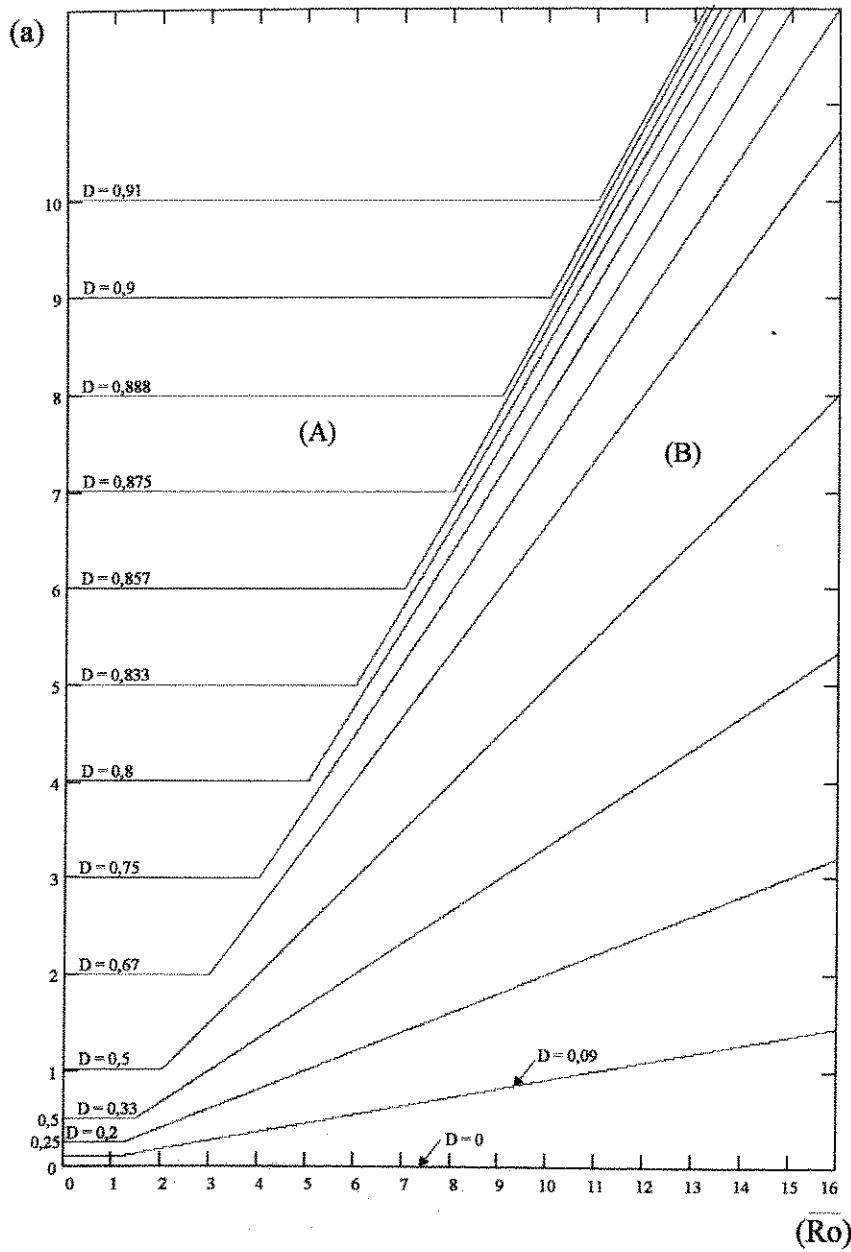


Fig. 4.8 - Características externas do conversor CC-CC a acumulação indutiva (e capacitiva).

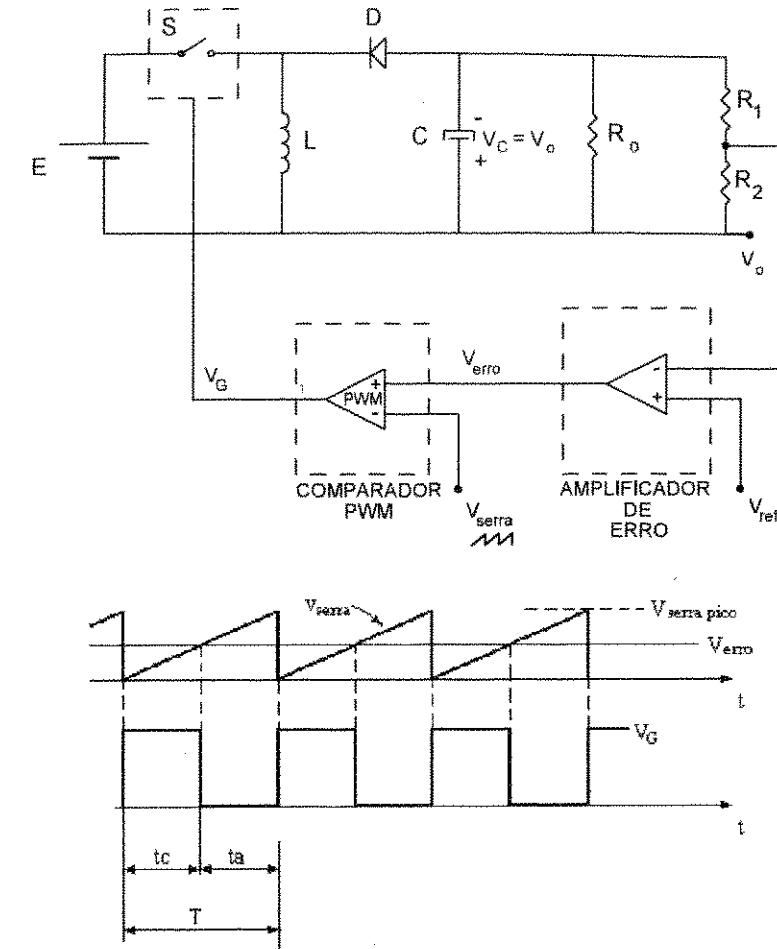


Fig. 4.9: Controle do conversor Buck-Boost com modulação PWM.

A estrutura do conversor CC-CC a acumulação capacitiva está representada na Fig. 4.10.

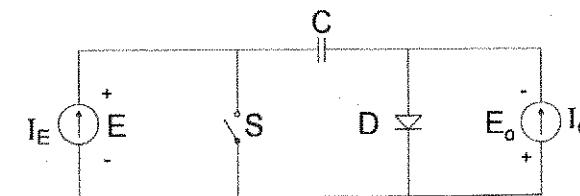


Fig. 4.10: Conversor a acumulação capacitativa (Conversor Cuk).

Na prática as fontes de corrente são constituídas por fontes de tensão em série com indutores, conforme está representado na Fig. 4.11.

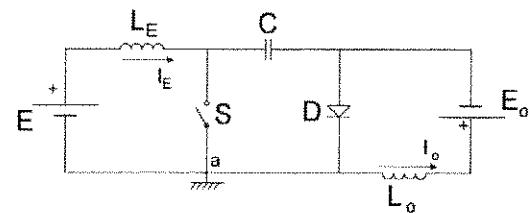


Fig. 4.11: Conversor a acumulação capacitiva (Conversor Cuk).

Similarmente ao conversor Buck-Boost, o conversor Cuk apresenta uma tensão de saída com polaridade invertida em relação ao terminal comum da fonte de tensão de entrada (nó a).

4.3.2. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA

Em regime permanente o conversor Cuk é caracterizado por duas etapas de operação, representadas na Fig. 4.12.

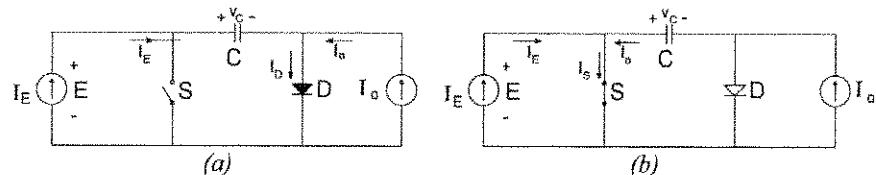


Fig. 4.12: Etapas de operação do conversor Cuk.

1^a ETAPA: Na primeira etapa de operação a chave S permanece aberta. A energia proveniente da fonte de corrente de entrada I_E é acumulada no capacitor C, através do diodo D, que também conduz a corrente de carga I_o (Fig. 4.12.a).

2^a ETAPA: Na segunda etapa de operação a chave S é mantida fechada; o diodo D é polarizado inversamente e permanece bloqueado. A energia acumulada, durante a 1^a etapa, no capacitor C é enviada, através da chave S, para a fonte de corrente I_o (Fig. 4.12.b).

As principais formas de onda estão apresentadas na Fig. 4.13, para a condição de regime permanente.

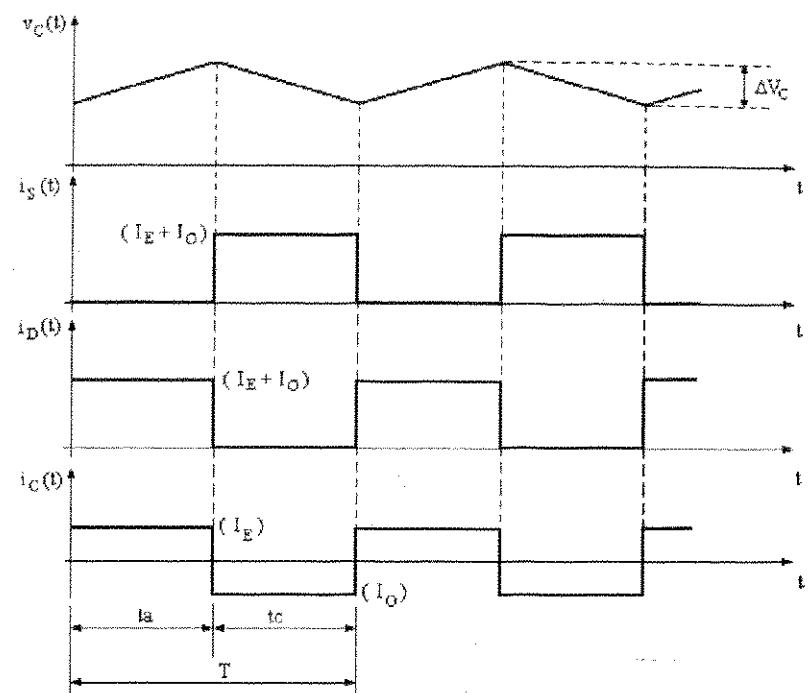


Fig. 4.13: Principais formas de onda do conversor Cuk.

* CARACTERÍSTICAS DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA

Em regime permanente a quantidade de carga entregue ao capacitor na 1^a etapa, é igual a quantidade de carga devolvida pelo capacitor na 2^a etapa. Assim, a seguinte relação é verdadeira:

$$I_E \cdot t_a = I_o \cdot t_C \quad (4.70)$$

ou ainda:

$$\frac{b}{a} = \frac{I_o}{I_E} = \frac{t_a}{t_c} = \frac{T - t_c}{t_c} = \frac{1 - D}{D} \quad (4.71)$$

Para que a potência seja preservada tem-se

$$P_E = P_o \Rightarrow E \cdot I_E = E_o \cdot I_o \quad (\text{Fig. 4.11})$$

Logo, a relação entre tensões é dada por:

$$a = \frac{E_o}{E} = \frac{D}{1-D}$$

(4.72)

Portanto:

$$b = \frac{1}{a} = \frac{1-D}{D}$$

Desse modo, a característica de transferência estática é igual à obtida para o conversor à acumulação indutiva (Conversor Buck-Boost), representada na Fig. 4.3. Portanto, o conversor Cuk pode também operar como abaixador ou elevador de tensão.

4.3.3. ANÁLISE QUANTITATIVA DE UM CIRCUITO PRÁTICO

A Fig. 4.14(a) mostra o circuito de potência do conversor Cuk, onde a carga é constituída por um resistor em paralelo com um capacitor, e ambos em série com um indutor.

Da mesma forma que no circuito ideal da Fig. 4.12, este conversor apresenta duas etapas de operação, isto é:

1ª ETAPA (Fig. 4.14.b): A chave S está aberta \Rightarrow o diodo D está conduzindo. As correntes i_{LE} e i_o circulam pelo diodo D. Durante esta etapa o capacitor C é carregado pela energia proveniente da fonte de entrada E e da indutância L_E . A corrente i_{LE} decresce devido à tensão V_C ser maior que E. A energia armazenada em L_o é transferida para a carga; portanto, a corrente i_o também decresce.

2ª ETAPA (Fig. 4.14. c): Durante esta etapa a chave S permanece fechada e o diodo D bloqueado. As correntes i_{LE} e i_o circulam agora pela chave S. O capacitor C se descarrega, transferindo sua energia para a carga e para a indutância L_o . Neste caso a corrente i_o cresce. A fonte de entrada E alimenta o indutor L_E causando o crescimento da corrente i_{LE} .

As principais formas de onda em regime permanente são apresentadas na Fig. 4.15. A tensão média nos indutores durante um período de funcionamento é nula.

a) DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES DE CORRENTE

a.1) CÁLCULO DE ΔI_E (ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE ENTRADA)

A ondulação da corrente de entrada é a própria ondulação de corrente no indutor L_E .

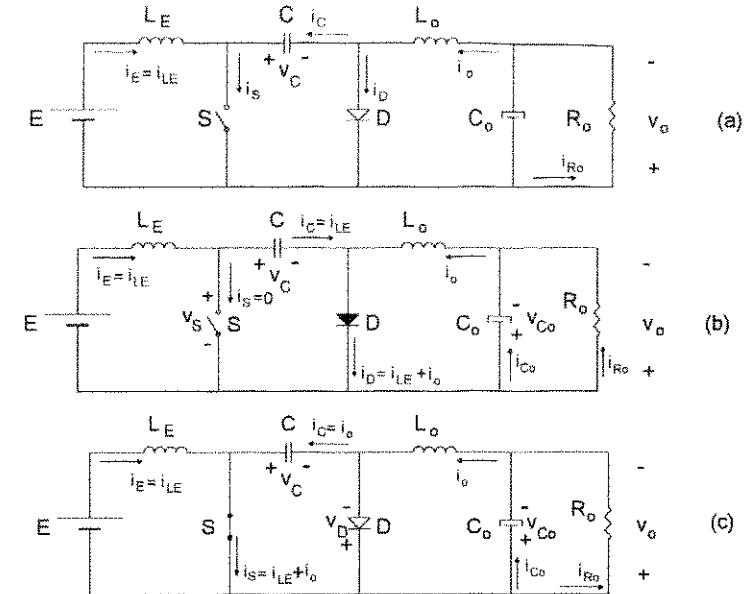


Fig. 4.14: Circuito de potência real do conversor Cuk (Etapas de funcionamento).

Admitindo que a corrente de entrada cresce linearmente durante o espaço de tempo em que a chave S permanece fechada, tem-se:

$$E = L_E \cdot \frac{\Delta I_E}{\Delta t} \quad (4.74)$$

$$\text{onde: } \Delta I_E = I_{EM} - I_{E_m} \quad (4.75)$$

$$\Delta t = t_c \rightarrow \text{tempo de condução da chave S} \quad (4.76)$$

Logo:

$$\Delta I_E = \frac{E \cdot t_c}{L_E} \quad (4.77)$$

$$\text{Sabendo que: } \frac{t_c}{T} = D \Rightarrow t_c = D \cdot T = \frac{D}{f} \quad (4.78)$$

tem-se:

$$\Delta I_E = \frac{E \cdot D}{f \cdot L_E} \quad (4.79)$$

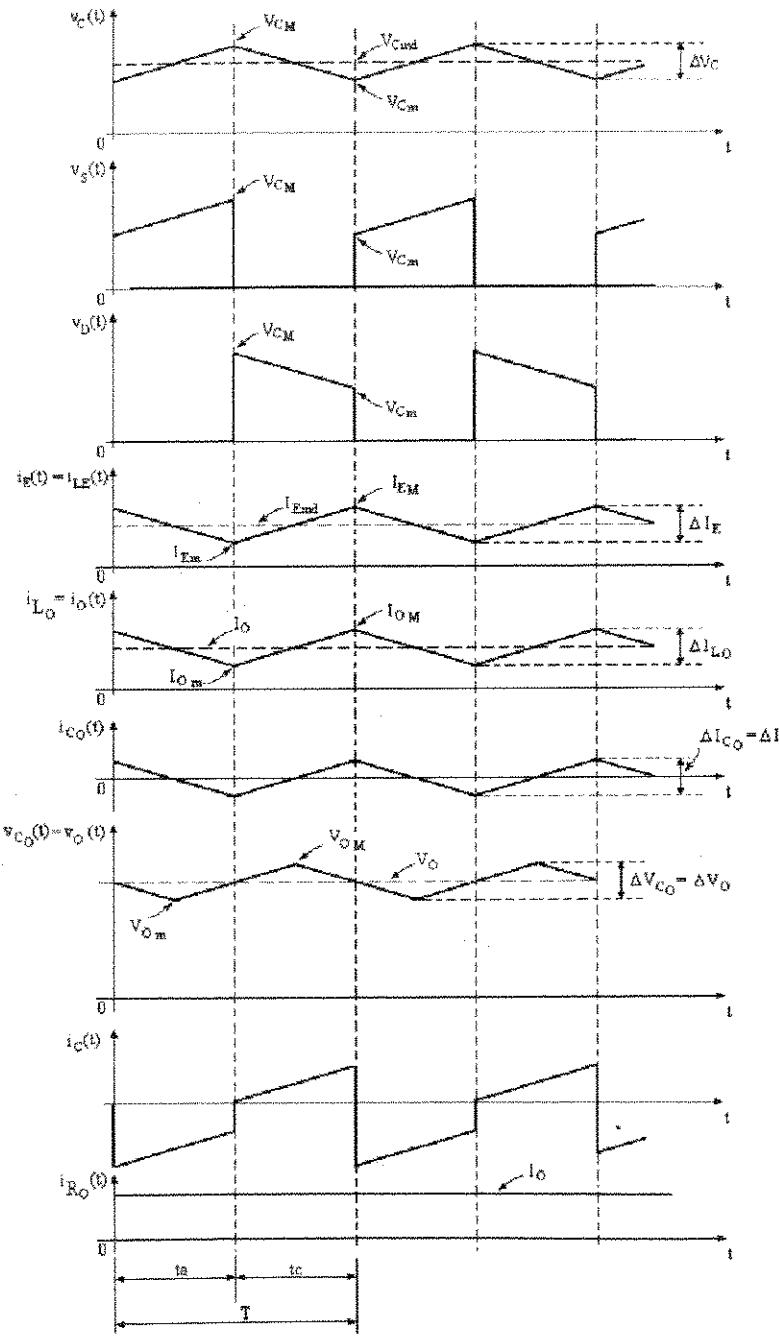


Fig. 4.15: Principais formas de onda para regime permanente.

Sendo f a freqüência de chaveamento.

A Eq. (4.79) representa a ondulação da corrente de entrada.

* RELAÇÃO ENTRE A TENSÃO MÉDIA NO CAPACITOR C (V_{Cmd}) E A TENSÃO DE ENTRADA E.

Durante o tempo de abertura t_a da chave S o capacitor C se carrega. A corrente de entrada i_E cai linearmente, em virtude da tensão média no capacitor C ser maior que a tensão de entrada E. Assim:

$$E - V_{Cm} = -L_E \cdot \frac{\Delta I_E}{t_a} \quad (4.80)$$

$$\text{ou} \quad \Delta I_E = \frac{-(E - V_{Cm}) \cdot t_a}{L_E} \quad (4.81)$$

Igualando as Eqs. (4.77) e (4.81), obtém-se:

$$E \cdot t_a = (V_{Cm} - E) \cdot t_a \quad (4.82)$$

Sabendo que $t_a = (1 - D) T$, e substituindo a Eq. (4.78) em (4.82), obtém-se a relação entre a tensão média no capacitor C e a tensão de entrada E, apresentada a seguir:

$V_{Cm} = \frac{E}{1 - D}$

(4.83)

a.2) CÁLCULO DE ΔI_{L0} (ONDULAÇÃO DA CORRENTE NO INDUTOR L₀).

Durante o tempo de condução do diodo D a corrente i_{L0} decresce linearmente; desse modo:

$$V_0 = -L_0 \cdot \frac{\Delta I_{L0}}{t_a} \quad (4.84)$$

onde:

$$t_a = (1 - D) \cdot T$$

Assim:

$$\Delta I_{L_o} = \frac{-V_o (1-D)}{f \cdot L_o} \quad (4.85)$$

A interpretação física do sinal negativo apresentado na Eq. (4.85), significa que a polaridade da tensão aplicada nos terminais do indutor está invertida em relação ao sentido da corrente que circula pelo indutor L_o .

* RELAÇÃO ENTRE A TENSÃO MÉDIA NA CARGA (V_o) E A TENSÃO DE ENTRADA E.

Durante o tempo t_c a corrente i_o cresce linearmente, conforme mostra a Fig. 4.15. Assim:

$$V_{Cmd} - V_o = L_o \frac{\Delta I_{L_o}}{t_c} \quad (4.86)$$

Obtendo-se ΔI_{L_o} através da Eq. (4.84), e igualando-o a Eq. (4.86), tem-se:

$$\Delta I_{L_o} = \frac{(V_{Cmd} - V_o) t_c}{L_o} = \frac{V_o}{L_o} t_a \quad (4.87)$$

onde:

$$t_c = D \cdot T \quad \text{e} \quad t_a = (1-D) \cdot T \quad (4.88)$$

Desse modo:

$$\frac{(V_{Cmd} - V_o) D T}{L_o} = \frac{V_o (1-D) T}{L_o} \quad (4.89)$$

Então:

$$V_{Cmd} = \frac{V_o}{D} \quad (4.90)$$

A Eq. (4.90) mostra a relação entre a tensão média no capacitor C e a tensão média na carga.

A relação entre a tensão média na carga (V_o) e a tensão de entrada E é obtida substituindo-se a Eq. (4.83) em (4.90), ou seja:

$$V_o = \frac{D}{(1-D)} \cdot E \quad (4.91)$$

Levando o valor de V_o , obtido na Eq. (4.91), na Eq. (4.85), determina-se a ondulação de corrente no indutor de filtragem L_o . Assim:

$$\Delta I_{L_o} = \frac{E \cdot D}{f \cdot L_o} \quad (4.92)$$

Conforme pode ser observado o conversor Cuk é baseado na transferência de energia armazenada no capacitor C. Portanto, a corrente de entrada deverá ser sempre contínua. Quando a chave S está fechada as correntes provenientes das indutâncias L_B e L_o circulam pela mesma provocando picos elevados de corrente. Desse modo, o conversor Cuk apresenta esforços de corrente nas chaves de potência; dual do conversor Buck-Boost, que apresenta esforços de tensão nas suas chaves de potência.

b) DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES DE TENSÃO

b.1) CÁLCULO DE ΔV_C (ONDULAÇÃO DE TENSÃO NO CAPACITOR C)

Durante o tempo t_a , a chave S está aberta e o capacitor C se carrega através da corrente de entrada i_E . A corrente média de carga do capacitor C será I_{Emd} ; assim, a ondulação de tensão é dada por:

$$\Delta V_C = \frac{1}{C} \int_0^{t_a} I_{Emd} dt = \frac{I_{Emd} \cdot t_a}{C} \quad (4.93)$$

A partir da Eq. (4.88), tem-se:

$$\Delta V_C = \frac{I_{Emd} \cdot (1-D)}{f \cdot C} \quad (4.94)$$

A Eq. (4.94) representa a ondulação de tensão no capacitor C.

b.2) CÁLCULO DE ΔV_o (ONDULAÇÃO DE TENSÃO NA CARGA)

A ondulação de tensão na carga é a própria ondulação de tensão no capacitor C_o . Para o estudo deste item será admitido que toda a componente alternada da corrente i_o circula pelo capacitor C_o . Assim: $\Delta I_{C_o} = \Delta I_{L_o}$.

Conforme estudos já realizados em capítulos anteriores a ondulação de tensão no capacitor C_o de saída é máxima quando $D = 0,5 \Rightarrow t_c = T/2$. Desse modo, a corrente $i_{C_o}(t)$ adquire a forma representada na Fig. 4.16.

A ondulação de tensão ΔV_o no capacitor C_o se dá durante o tempo $T/2$, assinalado na Fig. 4.16. Logo:

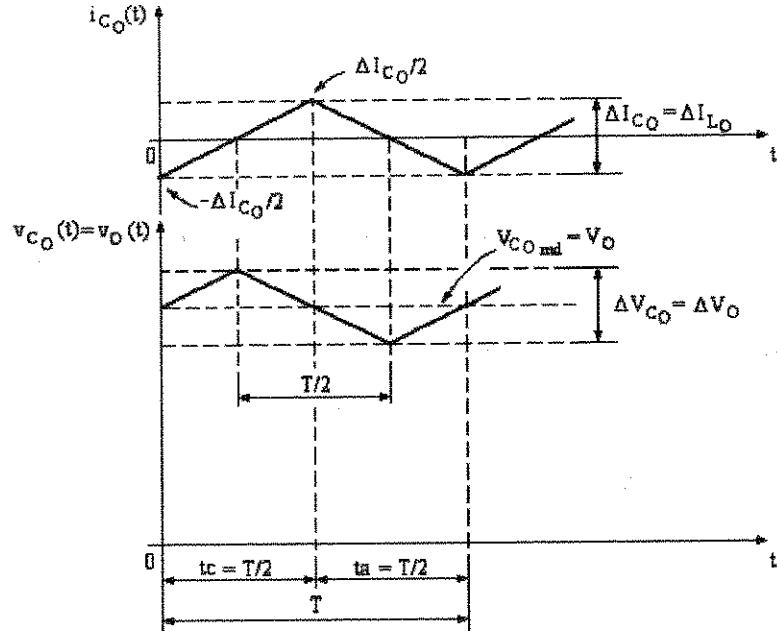


Fig. 4.16: Detalhe da ondulação de tensão ΔV_o e da ondulação de corrente ΔI_{L_o} .

$$\Delta V_o = \Delta V_{C_o} = \frac{1}{C_o} \left[\int_0^{T/4} \frac{\Delta I_{C_o}}{2} \cdot \frac{4}{T} \cdot t \cdot dt + \int_0^{T/4} \left(\frac{\Delta I_{C_o}}{2} - \frac{\Delta I_{C_o}}{2} \cdot \frac{4}{T} \cdot t \right) \cdot dt \right] \quad (4.95)$$

ou ainda:

$$\Delta V_o = \frac{\Delta I_{C_o}}{8 \cdot f \cdot C_o} \quad (4.96)$$

A partir da Eq. (4.92), tem-se:

$$\Delta I_{L_o} = \Delta I_{C_o} = \frac{E \cdot D}{f \cdot L_o} \quad (4.97)$$

Então:

$$\Delta V_o = \Delta V_{C_o} = \frac{E \cdot D}{8 \cdot f^2 \cdot L_o \cdot C_o} \quad (4.98)$$

A Eq. (4.98) define a ondulação de tensão na carga R_o .

4.3.4. CARACTERÍSTICA DE CARGA.

Seja uma carga do tipo representado na Fig. 4.17.

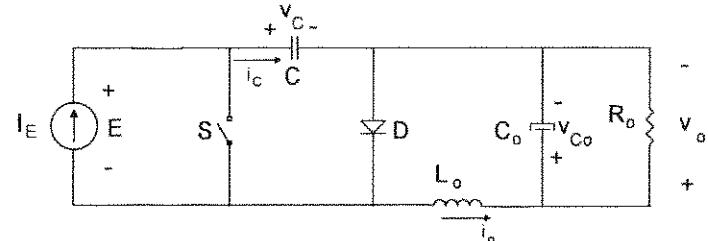


Fig. 4.17: Carga para o estudo das características externas.

Seja um tipo de operação que propicie um valor nulo na tensão v_C , como está representado na Fig. 4.18. Para esta análise considerar-se-á que o indutor L_o é suficientemente grande para evitar as ondulações da corrente i_o .

Pela igualdade das áreas (S_1) e (S_2) obtém-se a relação (4.99).

$$I_E \cdot t_a = I_o \cdot t_o \quad (4.99)$$

Assim:

$$b = \frac{I_o}{I_E} = \frac{t_a}{t_o} \quad (4.100)$$

A tensão média de carga, é igual a tensão média no capacitor C , calculada para o intervalo $(0, t_o)$. Desse modo:

$$V_o = V_{C_{MD}} = \frac{V_{CM} \cdot t_o}{2 \cdot T} \quad (4.101)$$

sendo,

$$t_o = \frac{C \cdot V_{CM}}{I_o} \quad (4.102)$$

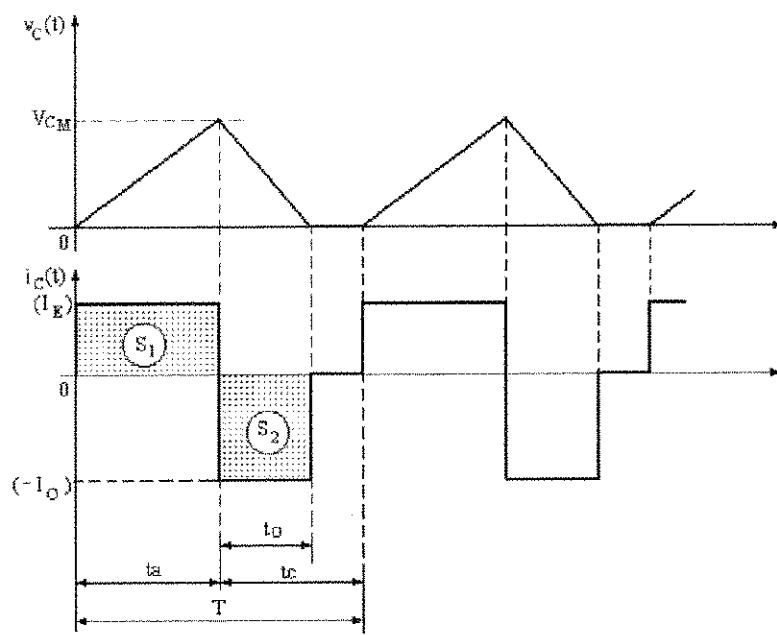


Fig. 4.18: Formas de onda para condução descontínua.

Logo:

$$V_o = \frac{V_{CM}}{2 \cdot T} \cdot \frac{C \cdot V_{CM}}{I_o} \quad (4.103)$$

Como:

$$V_{CM} = \frac{I_E}{C} \cdot t_a \quad (4.104)$$

obtém-se:

$$V_o = \frac{C \cdot (V_{CM})^2}{2 \cdot T \cdot I_o} = \frac{C}{2T} \cdot \frac{I_E^2 \cdot t_a^2}{C^2 \cdot I_o} \quad (4.105)$$

ou

$$V_o = \frac{I_E^2}{I_o^2} \cdot I_o \cdot \frac{T}{2C} \cdot \frac{t_a^2}{T^2} \quad (4.106)$$

Reformulando a Eq. (4.106) e aplicando a Eq. (4.88), obtém-se:

$$\frac{V_o}{I_o} = R_o = \left(\frac{I_E}{I_o} \right)^2 \cdot \frac{T}{2C} \cdot (1-D)^2 \quad (4.107)$$

ou ainda:

$$\left(\frac{I_o}{I_E} \right)^2 = \frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C} \cdot (1-D)^2 \quad (4.108)$$

Desse modo:

$$b = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C} \cdot (1-D)} \quad (4.109)$$

Para condução contínua tem-se:

$$\frac{1}{b} = a = \frac{I_E}{I_o} = \frac{V_o}{E} = \frac{D}{1-D} \quad (4.110)$$

Levando a Eq. (4.110) em (4.109) obtém-se:

$$\frac{D}{1-D} = \sqrt{\frac{2 \cdot R_o \cdot C}{T}} \cdot \frac{1}{(1-D)} \quad (4.111)$$

$$D = \frac{a}{1+a} = \sqrt{\frac{2 \cdot R_o \cdot C}{T}} \quad (4.112)$$

Logo:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot R_o \cdot C}{T}}}{1 - \sqrt{\frac{2 \cdot R_o \cdot C}{T}}} \quad (4.113)$$

ou:

$$a = \frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} - 1} \quad (4.114)$$

Portanto:

$$b = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} - 1 \quad (4.115)$$

A Eq. (4.115) estabelece o limite de descontinuidade para o conversor à acumulação capacitiva.

Seja a expressão (4.116):

$$\alpha = 1 - D \quad (4.116)$$

Levando a Eq. (4.116) em (4.109); tem-se:

$$b = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} \cdot (1 - D) = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} \cdot \alpha \quad (4.117)$$

A expressão (4.117) é válida para a região de tensão descontínua do capacitor C. Para a região de tensão contínua é válida a Eq. (4.118).

$$b = \frac{1 - D}{D} \quad (4.118)$$

Assim:

$$b = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad (4.119)$$

A partir das Eqs. (4.115); (4.117) e (4.119) são traçadas as curvas representadas na Fig. 4.8, obtidas por dualidade em relação ao conversor à acumulação indutiva; onde "b" é o dual de "a"; "α" o dual de "D" e $\sqrt{T/(2\tau)} = \sqrt{T/(2 \cdot R_o \cdot C)}$ o dual de $\sqrt{T/(2\tau)} = \sqrt{T \cdot R_o / (2 \cdot L)}$.

Para uma análise comparativa entre à estrutura a acumulação capacitiva e a estrutura à acumulação indutiva, é apresentado o quadro a seguir:

	ACUMULAÇÃO CAPACITIVA	ACUMULAÇÃO INDUTIVA
CONDUÇÃO CONTÍNUA	$b = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$	$a = \frac{D}{1 - D}$
CONDUÇÃO CRÍTICA	$b = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} - 1$	$a = \sqrt{\frac{T \cdot R_o}{2 \cdot L}} - 1$
CONDUÇÃO DESCONTÍNUA	$b = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} \cdot \alpha$	$a = \sqrt{\frac{T \cdot R_o}{2 \cdot L}} \cdot D$
DUALIDADE	$b = \frac{I_o}{I_E}$	$a = \frac{V_o}{E}$
	$\alpha = \frac{ta}{T}$	$D = \frac{tc}{T}$
	$\sqrt{\frac{T}{2 \cdot \tau}} = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}}$	$\sqrt{\frac{T}{2 \cdot \tau}} = \sqrt{\frac{T \cdot R_o}{2 \cdot L}}$

4.4. EXERCÍCIOS

4.4.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Buck - Boost

- 1º) Seja a estrutura da Fig. 4.19, onde $E = 48V$ e $R = 10\Omega$. O transistor T opera com uma freqüência de 20 kHz e com razão cíclica igual a 0,4.
- Qual o valor da indutância L que estabelece a passagem da condução descontínua para a contínua?
 - Para a indutância obtida no item (a), determinar a potência transferida à carga e as correntes de pico no transistor T, no indutor L e no diodo D.
 - Seja L igual a 180 μH . Determinar as mesmas grandezas do item b), mantendo-se a razão cíclica e a potência da carga.
 - Para a razão cíclica mantida igual a 0,4, com um indutor de 50 μH , determinar a tensão média na carga, e o tempo de condução de diodo D. Comente sobre o valor de pico da corrente no indutor L.
 - Determinar o valor da freqüência de operação, necessária para garantir a continuidade da corrente no indutor do item (d), para a mesma razão cíclica.

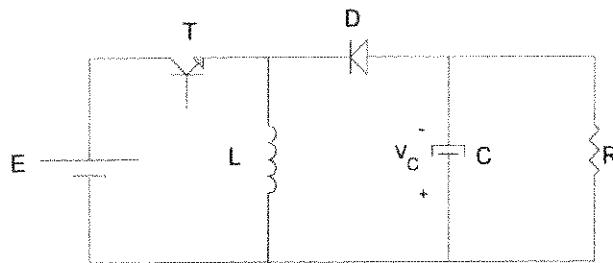


Fig. 4.19: Conversor Buck-Boost.

SOLUÇÃO

- a) O conversor apresentado na Fig. 4.19 é um conversor à acumulação indutiva (conversor Buck-Boost), onde o limite da descontinuidade é definido pela relação (4.66). Assim:

$$\frac{1}{1-D} = \sqrt{\frac{R \cdot T}{2 \cdot L}} \quad \text{ou} \quad \frac{2 \cdot L}{T \cdot R} = (1-D)^2 \quad (4.120)$$

$$L = \frac{T \cdot R \cdot (1-D)^2}{2} = \frac{R \cdot (1-D)^2}{2 \cdot f} \quad (4.121)$$

Logo:

$$L = \frac{10(1-0,4)^2}{2 \cdot 20 \cdot 10^3} = 90 \mu\text{H}$$

- b) Neste caso tem-se:

$$\frac{V_C}{E} = \frac{D}{1-D} = \frac{0,4}{0,6} = 0,666\dots$$

Então:

$$V_C = 32 \text{ V}$$

Desse modo:

$$P_R = \frac{V_C^2}{R} = 102,4 \text{ W}$$

A forma de onda da corrente no indutor é mostrada na Fig. 4.20.

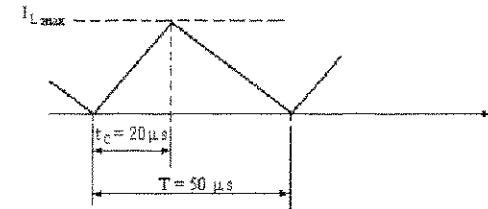


Fig. 4.20: Corrente no indutor L.

Portanto:

$$I_{L\max} = \frac{E}{L} \cdot t_c$$

$$I_{L\max} = \frac{48}{90\mu} \cdot 20\mu$$

$$I_{L\max} = 10,67 \text{ A}$$

Este valor máximo de corrente circula pelo indutor, pelo transistor e pelo diodo.

- c) A potência transferida à carga é a mesma, ou seja, 102,4 W. A estrutura opera no modo de condução contínua, tendo em vista que a indutância para este caso está acima do valor que garante condução crítica (item a); portanto, a corrente no indutor L tem a forma mostrada na Fig. 4.21.

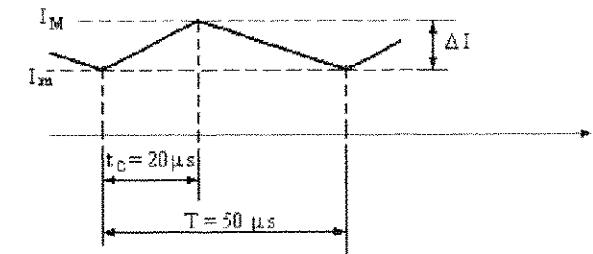


Fig. 4.21: Corrente no indutor L.

O valor da variação da corrente será:

$$\Delta I = I_M - I_m = \frac{E}{L} \cdot t_c = \frac{48}{180\mu} \cdot 20\mu = 5,333A$$

A corrente média que circula na fonte E é dada por:

$$I_{Emd} = \frac{P_R}{E} = \frac{102,4}{48} = 2,13A$$

ou ainda:

$$I_{Emd} = \frac{I_m \cdot t_c}{T} + \frac{\Delta I \cdot t_c}{2 \cdot T} \quad (4.122)$$

Assim:

$$I_m = \frac{T}{t_c} \left(I_{Emd} - \frac{\Delta I \cdot t_c}{2 \cdot T} \right) \quad (4.123)$$

$$I_m = \frac{50\mu}{20\mu} \left(2,13 - \frac{5,333 \cdot 20\mu}{2 \cdot 50\mu} \right)$$

$$I_m = 2,66A$$

Desse modo:

$$I_M = I_m + \Delta I = 2,66 + 5,333$$

Logo:

$$I_M = 8,0A$$

Constatase que com o aumento da indutância do valor crítico ($L = 90\mu H$) para $L = 180\mu H$ (condução contínua), houve uma redução da corrente de pico nos componentes (transistor, diodo e indutor).

- d) Para $L = 50\mu H$ a corrente no indutor L é descontínua e a sua forma está representada na Fig. 4.22.

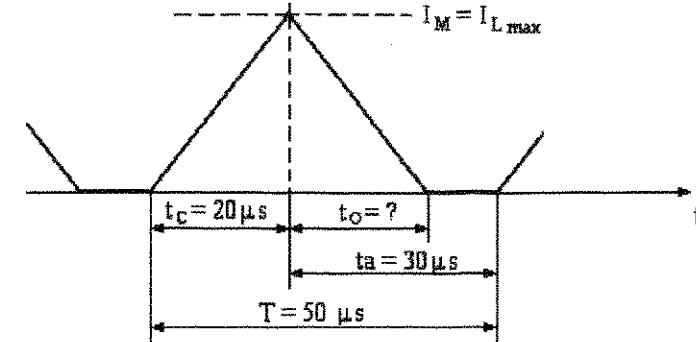


Fig. 4.22: Corrente no indutor L (condução descontínua).

Desse modo:

$$I_{Lmax} = \frac{E}{L} \cdot t_c = \frac{48}{50\mu} \cdot 20\mu = 19,2A$$

A corrente média na entrada será:

$$I_{Emd} = \frac{I_{Lmax} \cdot t_c}{2 \cdot T} = \frac{19,2 \cdot 20\mu}{2 \cdot 50\mu} = 3,84A$$

Potência de entrada:

$$P_E = E \cdot I_{Emd} = 48 \cdot 3,84 = 184,32W$$

Admitindo um rendimento de 100%, tem-se:

$$P_R = P_E \text{ (Potência de saída = Potência de entrada)}$$

$$\text{Logo: } P_R = 184,32 W$$

Assim, a corrente média na carga será:

$$I_o = \sqrt{\frac{P_R}{R}} = \sqrt{\frac{184,32}{10}} = 4,29A$$

Finalmente, a tensão média na carga é dada pela seguinte expressão:

$$V_o = R \cdot I_0 = 10 \cdot 4,29$$

$$V_o = 42,9V$$

O tempo de condução do diodo D é dado por:

$$E \cdot t_c = V_o \cdot t_0$$

Então:

$$t_0 = \frac{E \cdot t_c}{V_o} = \frac{48 \cdot 20\mu s}{42,9}$$

$$t_0 = 22,38\mu s$$

Desse modo, uma diminuição da indutância L provoca um aumento das correntes de pico e um aumento da potência, da tensão e da corrente de carga, mantida constante a razão cíclica.

e) Seja a Eq. (4.66) que garante condução contínua:

$$\sqrt{\frac{T \cdot R}{2 \cdot L}} = \frac{1}{1-D}$$

Desse modo:

$$f = \frac{R \cdot (1-D)^2}{2 \cdot L} = \frac{10 \cdot (1-0,4)^2}{2 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}$$

$$f = 36 \text{ kHz}$$

Este resultado mostra claramente o interesse em fazer o conversor funcionar com freqüências mais elevadas.

- 2º) O conversor à acumulação indutiva apresentado na Fig. 4.23 opera com freqüência de 20 kHz. O capacitor de saída é suficientemente grande de forma que as variações da tensão na carga são praticamente nulas. A tensão de saída é regulada para 10V, e a potência na carga é de 10W. Admitindo uma tensão de entrada de 15V e um indutor de 50 μ H, determinar o valor da razão cíclica.

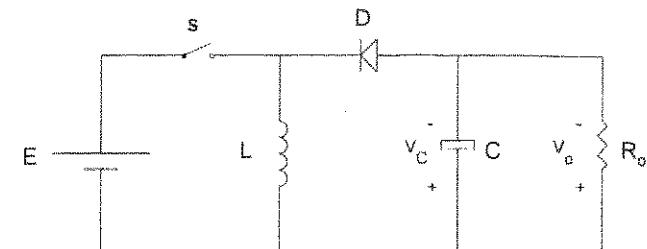


Fig. 4.23: Conversor Buck-Boost.

SOLUÇÃO

Dados do problema:	$f = 20 \text{ kHz}$	$E = 15V$
	$V_o = 10V$	$L = 50\mu\text{H}$
	$P_o = 10W$	$D = ?$

Para resolver este problema tem-se que determinar inicialmente qual o modo de operação deste conversor. Como primeira estimativa admitir-se-á que a estrutura opera em condução contínua. Assim:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1-D} \quad ; \quad \frac{10}{15} = 0,67 = \frac{D}{1-D}$$

Logo:

$$D = 0,4 \text{ (primeira estimativa)}$$

Para este valor de razão cíclica será determinada a indutância para a qual a condução torna-se crítica (Eq. 4.46), isto é:

$$L_{CR} = \frac{D \cdot E \cdot (1-D)}{2 \cdot f \cdot I_o}$$

A corrente média na carga é obtida a partir da seguinte expressão:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{10}{10} = 1A$$

Então:

$$L_{CR} = \frac{0,4 \cdot 15 \cdot (1-0,4)}{2 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 1} = 90\mu H$$

Verifica-se que: $L_{CR} > L$; portanto, para as condições apresentadas no enunciado do exercício o modo de operação é em condução descontínua.

No modo de operação descontínua a relação de tensões é dada pela Eq. (4.35), ou seja:

$$\frac{V_o}{E} = D \cdot \sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot f \cdot L}}$$

Portanto:

$$D = \frac{V_o}{E} \times \sqrt{\frac{2 \cdot f \cdot L}{R_o}} = \frac{10}{15} \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 10^3 \times 50\mu}{10}}$$

$D = 0,3$ (condução descontínua).

3º) Deduzir as Eqs. (4.19) e (4.18).

SOLUÇÃO

A partir das Eqs. (4.14) e (4.17), tem-se:

$$I_o = (I_M + I_m) \cdot \frac{(1-D)}{2} \quad (4.124)$$

$$E = \frac{L}{D \cdot T} \cdot (I_M - I_m) \quad \therefore \quad \frac{E \cdot D \cdot T}{L} + I_m = I_M \quad (4.125)$$

Levando a Eq. (4.125) em (4.124), obtém-se:

$$I_o = \left(\frac{E \cdot D \cdot T}{L} + I_m + I_m \right) \cdot \frac{(1-D)}{2}$$

ou ainda:

$$\frac{2 \cdot I_o}{(1-D)} = \frac{E \cdot D \cdot T}{L} + 2 \cdot I_m$$

$$\left[\frac{2 \cdot I_o}{(1-D)} - \frac{E \cdot D \cdot T}{L} \right] \cdot \frac{1}{2} = I_m$$

Por fim:

$$I_m = \frac{I_o}{(1-D)} - \frac{D \cdot E}{2 \cdot L \cdot f} \quad \text{c.q.d.}$$

Analisando a Eq. (4.125), tem-se:

$$I_M = \frac{E \cdot D \cdot T}{L} + I_m$$

$$I_M = \frac{E \cdot D \cdot T}{L} + \frac{I_o}{(1-D)} - \frac{D \cdot E}{2 \cdot L \cdot f}$$

$$I_M = \frac{D \cdot E}{L \cdot f} - \frac{1}{2} \frac{D \cdot E}{L \cdot f} + \frac{I_o}{(1-D)}$$

e assim:

$$I_M = \frac{I_o}{(1-D)} + \frac{D \cdot E}{2 \cdot L \cdot f} \quad \text{c.q.d.}$$

4º) Seja a estrutura do conversor a acumulação capacitiva, representada na Fig. 4.24, onde $E = 48V$; $f = 20 \text{ kHz}$; $D = 0,4$; $R_o = 10\Omega$ e $C = 100\mu F$. Os indutores são considerados muito grandes, de modo a se poder admitir I_{LE} e I_o constantes em regime permanente. Determinar os valores das seguintes grandezas:
Note:

- Tensão média na carga $\rightarrow V_o$;
- Corrente média no indutor de saída $\rightarrow I_o$;
- Potência na carga $\rightarrow P_o$;
- Corrente média no indutor de entrada $\rightarrow I_{LEmd}$;
- Ondulação da tensão no capacitor C $\rightarrow \Delta V_C$;
- Tensão máxima no capacitor C $\rightarrow V_{CM}$;
- Tensão máxima no transistor T e no diodo D $\rightarrow V_{TM}$ e V_{DM} ;
- O valor do capacitor C de modo que a sua tensão se anule no período de funcionamento (condução crítica).

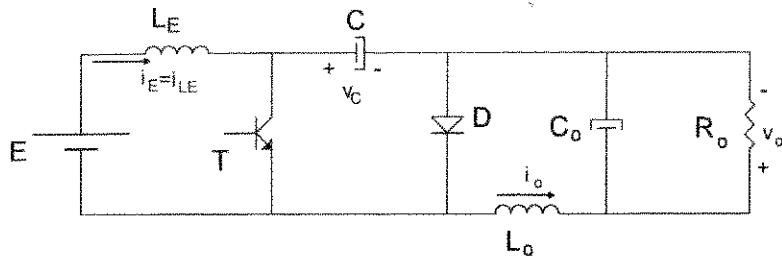


Fig. 4.24: Conversor Cuk.

SOLUÇÃO:

Antes de se iniciar os cálculos é necessário saber se o conversor opera no modo de condução contínua ou descontínua. Para isso admitir-se-á inicialmente que o conversor está no modo de condução descontínua. Assim, a partir da Eq. (4.109):

$$b = \frac{I_o}{I_E} = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} \cdot (1 - D) \quad (4.126)$$

sendo: $\alpha = (1 - D)$

então: $\alpha = 0,6$

Através da Eq. (4.126) é possível obter-se o valor do capacitor C, ou seja:

$$C = \frac{T}{2 \cdot R_o} \cdot \frac{(1 - D)^2}{b^2} \quad (4.127)$$

A quantidade de carga entregue ao capacitor C durante o intervalo de tempo t_a , é igual à quantidade de carga liberada pelo mesmo capacitor C durante o tempo t_c . Desse modo:

$$I_E \cdot t_a = I_o \cdot t_c$$

$$\text{logo: } b = \frac{I_o}{I_E} = \frac{t_a}{t_c}$$

Admitindo:

$$b = \frac{t_a}{t_c} = \frac{(1 - D)}{D} = \frac{0,6}{0,4} = 1,5 \quad (4.128)$$

e levando a Eq. (4.128) na Eq. (4.127), obtém-se:

$$C = \frac{50\mu}{2 \cdot 10} \cdot \frac{0,6^2}{1,5^2} = 0,4\mu F$$

Como o valor do capacitor fornecido é maior que $0,4\mu F$, conclui-se que a condução é contínua. Portanto:

$$t_c = 20\mu s$$

$$t_a = 30\mu s$$

$$\frac{I_E}{I_o} = \frac{D}{(1 - D)} = 0,667$$

a) Tensão média na carga $\rightarrow V_o$

As formas de onda para este caso são apresentadas na Fig. 4.15. Desse modo:

$$V_o = \frac{D}{1 - D} \cdot E = \frac{0,4}{0,6} \cdot 48$$

$$V_o = 32V$$

b) Corrente média no indutor de carga $\rightarrow I_o$

$$I_o = \frac{V_o}{R_C} = \frac{32}{10}$$

$$I_o = 3,2A$$

c) Potência na carga $\rightarrow P_o$

$$P_o = \frac{(V_o)^2}{R_o} = \frac{(32)^2}{10}$$

$$P_o = 102,4 \text{ W}$$

d) Corrente média no indutor de entrada $\rightarrow I_{LEMd}$

Admitindo-se um rendimento de 100%, tem-se:

$$P_E = P_o = 102,4 \text{ W}$$

Assim:

$$I_{LEMd} = \frac{P_E}{E} = \frac{102,4}{48}$$

$$I_{LEMd} = 2,13 \text{ A}$$

e) Ondulação da tensão no capacitor C $\rightarrow \Delta V_C$

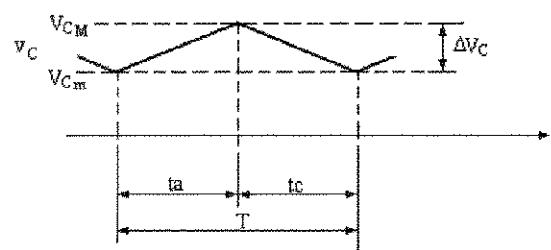


Fig. 4.25: Ondulação de tensão no Capacitor C.

A ondulação da tensão no capacitor C é obtida a partir da Eq. (4.94), isto é:

$$\Delta V_C = \frac{I_{EMd} \cdot (1 - D)}{f \cdot C} = \frac{2,13 \cdot 0,6}{20 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}$$

$$\Delta V_C = 639 \text{ mV}$$

f) Tensão máxima no capacitor C $\rightarrow V_{CM}$

Sabe-se que o valor de E representa o valor médio da tensão V_C , calculada no intervalo $(0, ta)$. Assim:

$$E = \frac{V_{CM} \cdot ta}{T} + \frac{\Delta V_C \cdot ta}{2 \cdot T} \quad (4.129)$$

$$V_{CM} = \frac{E \cdot T - \Delta V_C}{ta} \quad (4.130)$$

A Eq. (4.130) representa o valor mínimo da tensão no capacitor C no modo de condução contínua. Assim:

$$V_{CM} = \frac{48 \cdot 50\mu}{30\mu} - \frac{639\text{m}}{2} \approx 79,68 \text{ V}$$

Portanto:

$$V_{CM} = V_{CM} + \Delta V_C \quad (4.131)$$

$$V_{CM} = 79,68 + 0,639$$

$$V_{CM} = 80,32 \text{ V}$$

g) Tensão máxima no transistor T e no diodo D $\rightarrow V_{TM}$ e V_{DM}

A tensão máxima no transistor T e no diodo D é a própria tensão máxima no capacitor C. Logo:

$$V_{TM} = V_{DM} = V_{CM} = 80,32 \text{ V}$$

h) O valor do capacitor C de modo que a sua tensão se anule no período de funcionamento (condução crítica).

No modo de operação em condução crítica, a tensão v_C tem a forma apresentada na Fig. 4.26.

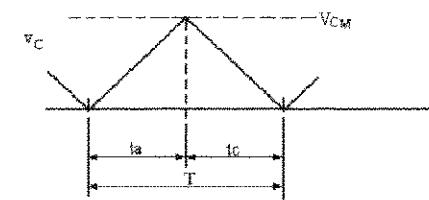


Fig. 4.26: Ondulação de tensão (condução crítica).

O limite da descontinuidade para o conversor à acumulação capacitiva (Conversor Cuk), é estabelecido pela Eq. (4.115), ou seja:

$$b = \frac{I_o}{I_E} = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} - 1$$

$$b = \frac{I_o}{I_E} = \frac{ta}{tc} = \frac{0,6}{0,4} = 1,5$$

Desse modo:

$$C = \frac{T}{2 \cdot R_o} \cdot \frac{1}{(b+1)^2}$$

A expressão (4.132) fornece o valor do capacitor C para o modo de condução crítica. Então:

$$C = \frac{50\mu}{2 \cdot 10} \cdot \frac{1}{(1,5+1)^2}$$

$$C = 0,4\mu F$$

Obs. Importante:

Nesse caso, analisando a Fig. 4.26, tem-se:

$$E = \frac{V_{CM} \cdot ta}{2 \cdot T} \quad (4.133)$$

ou ainda: $V_{CM} = \frac{2 \cdot T}{ta} \cdot E = 2 \cdot E \cdot \frac{(ta + tc)}{ta}$

$$V_{CM} = 2 \cdot E \cdot \left(1 + \frac{1}{b}\right) \quad (4.134)$$

A Eq. (4.134) estabelece o valor máximo de tensão no capacitor C para o modo de condução crítica. Assim:

$$V_{CM} = 2 \cdot 48 \cdot \left(1 + \frac{1}{1,5}\right)$$

$$V_{CM} = 160V$$

Constata-se que uma redução no valor do capacitor C proporciona um aumento das tensões máximas a que são submetidos os componentes.

- 5º) O conversor Cuk apresentado na Fig. 4.17, opera em condução descontínua, alimentando uma carga de 10Ω , com uma potência de 250W. A fonte de corrente na entrada é de 10A, e a frequência de chaveamento é de 25kHz. Admitindo uma razão cíclica de 70% e um rendimento de 100%, determinar:

- a) A tensão nos terminais da fonte de corrente (E);
- b) A tensão média nos terminais da carga (V_o);
- c) A corrente média na carga (I_o);
- d) O tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c);
- e) O tempo durante o qual a chave S permanece aberta (t_a);
- f) O valor do capacitor C de acumulação;
- g) O tempo de descarga do capacitor C de acumulação (t_d);
- h) O tempo de descontinuidade da tensão no capacitor C;
- i) O valor de pico da tensão nos terminais do capacitor de acumulação (V_{CM});
- j) Confirmar que a condução é realmente descontínua.

SOLUÇÃO:

- a) Tensão nos terminais da fonte de corrente (E).

Do enunciado do exercício tem-se:

Conversor operando em condução descontínua.

$$R_o = 10\Omega \quad f = 25\text{ kHz}$$

$$P_o = 250\text{W} \quad D = 0,7$$

$$I_E = 10\text{A} \quad \text{Rendimento} = 100\%$$

Partindo do princípio que o rendimento é de 100%, então:

$$\begin{aligned} P_o &= P_E = E \cdot I_E \quad \Rightarrow \quad E = \frac{P_E}{I_E} = \frac{250}{10} \\ E &= 25V \end{aligned}$$

- b) A tensão média nos terminais da carga (V_o).

A potência consumida na carga R_o pode ser obtida através da expressão:

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} \Rightarrow V_o = \sqrt{P_o \cdot R_o} = \sqrt{250 \cdot 10}$$

$$V_o = 50V$$

Obs.: Como era de se esperar o conversor opera como elevador de tensão.

c) Corrente média na carga (I_o).

É dada por:

$$P_o = V_o \cdot I_o \Rightarrow I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{250}{50}$$

$$I_o = 5A$$

d) Tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c).

A razão cíclica é definida pela expressão seguinte:

$$D = \frac{t_c}{T} ; \quad \text{onde } T = 1/f. \text{ Assim:}$$

$$D = t_c \cdot f \Rightarrow t_c = \frac{D}{f} = \frac{0,7}{25 \cdot 10^3}$$

$$t_c = 28\mu s$$

e) Tempo durante o qual a chave S permanece aberta (t_a).

O período de operação do conversor pode ser obtido a partir da equação:

$$T = t_c + t_a$$

sendo que $T = 1/f = 40\mu s$. Desse modo:

$$t_a = T - t_c = 40 - 28$$

$$t_a = 12\mu s$$

Outra maneira de se resolver este item seria empregando o seguinte raciocínio:

Se a razão cíclica é de 70%, isso significa que durante 30% do período de operação do conversor a chave S permanece aberta. Logo:

$$t_a = 0,3 \cdot T = 0,3 \cdot 40$$

$$t_a = 12\mu s$$

f) Valor do capacitor C de acumulação.

A partir da Eq. (4.117), tem-se:

$$b = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} \cdot (1-D)$$

$$\text{onde } b = \frac{I_o}{I_E}, \text{ logo:}$$

$$\frac{I_o}{I_E} = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} \cdot (1-D)$$

ou ainda:

$$\left[\frac{I_o}{I_E} \cdot \frac{1}{(1-D)} \right]^2 = \frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}$$

$$C = \left[\frac{I_o}{I_E} \cdot (1-D) \right]^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot R_o \cdot f}$$

Substituindo os respectivos valores dos parâmetros na equação anterior, obtém-se:

$$C = \left[\frac{10}{5} \cdot (1-0,7) \right]^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 10^3}$$

$$C = 0,72\mu F$$

g) Tempo de descarga do capacitor C de acumulação (t_o).

Através da Fig. 4.18 fica claro que a corrente média no capacitor C, durante um período de funcionamento do conversor, é nula. Desse modo:

$$I_E \cdot t_a = I_o \cdot t_o$$

Portanto,

$$t_o = \frac{I_E \cdot t_a}{I_o} = \frac{10 \cdot 12\mu}{5}$$

$$t_o = 24\mu s$$

h) Tempo de descontinuidade da tensão no capacitor C.

Conforme a Fig. 4.18, o tempo de descontinuidade de tensão no capacitor C é dado por:

$$t_{desc} = t_c - t_o$$

$$\text{Então: } t_{desc} = 28\mu s - 24\mu s$$

$$t_{desc} = 4\mu s$$

i) Valor de pico da tensão nos terminais do capacitor de acumulação (V_{CM}).

A tensão de pico nos terminais do capacitor de acumulação pode ser obtida a partir da Eq. (4.102). Assim:

$$t_o = \frac{C \cdot V_{CM}}{I_o}$$

Então:

$$V_{CM} = \frac{I_o \cdot t_o}{C} = \frac{5 \cdot 24\mu}{0,72\mu}$$

$$V_{CM} = 166,67 V$$

j) Confirmar que a condução é realmente descontínua.

Para que a condução seja descontínua tem-se que:

$$b > \frac{(1-D)}{D}$$

Logo:

$$b = \frac{I_o}{I_E} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$\frac{(1-D)}{D} = \frac{1-0,7}{0,7} = 0,43$$

Portanto:

$$b > \frac{(1-D)}{D} \rightarrow \text{condução descontínua.}$$

Obs.: Nas situações em que $b < (1-D)/D$, tem-se condução contínua.

6º) O circuito da Fig. 4.27 opera em condução crítica, com uma potência de 300W. A tensão média nos terminais da carga é de 20V, e a fonte de corrente na entrada é de 10A. A frequência de chaveamento é de 40kHz. Supondo que toda a potência transferida a carga se processa sem perdas, determinar:

- a) O valor da resistência de carga (R_o);
- b) A corrente média na carga (I_o);
- c) A tensão nos terminais da fonte de corrente (E);
- d) A razão cíclica de operação (D);
- e) O tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c);
- f) O tempo durante o qual a chave S permanece aberta (t_a);
- g) O tempo de descarga do capacitor C de acumulação (t_o);
- h) O tempo de descontinuidade da tensão no capacitor C;
- i) O valor do capacitor C de acumulação;
- j) O valor da tensão máxima nos terminais do capacitor C (V_{CM}).

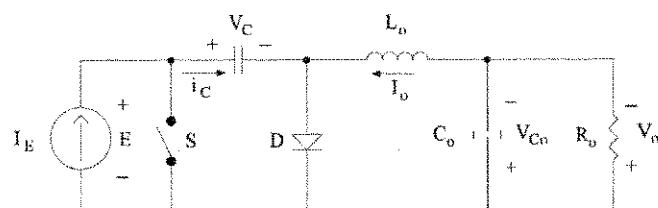


Fig. 4.27: Conversor à acumulação capacitiva.

SOLUÇÃO:

Os dados fundamentais apresentados no enunciado do exercício são:

O conversor opera em condução crítica.

$$P_o = 300W$$

$$V_o = 20V$$

$$I_E = 10A$$

$$f = 40kHz \Rightarrow T = 25\mu s$$

Rendimento = 100%

Através dessas informações é possível se determinar:

- a) Valor da resistência de carga (R_o).

O valor da resistência de carga é dado por:

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} \Rightarrow R_o = \frac{V_o^2}{P_o} = \frac{20^2}{300}$$

$$R_o = 1,33\Omega$$

- b) A corrente média na carga (I_o).

É obtida através da expressão:

$$P_o = V_o \cdot I_o \Rightarrow I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{300}{20}$$

$$I_o = 15A$$

- c) A tensão nos terminais da fonte de corrente (E).

Tendo em vista que a transferência de potência da fonte para a carga se processa sem perdas, então:

$$P_o = P_E$$

Assim:

$$V_o \cdot I_o = E \cdot I_E \Rightarrow E = \frac{V_o \cdot I_o}{I_E} = \frac{20 \cdot 15}{10}$$

$$E = 30V$$

Verifica-se, portanto, que o conversor opera como abaixador de tensão. Logo, sua razão cíclica deverá ser menor que 0,5.

- d) A razão cíclica de operação (D).

Em condução crítica a seguinte equação é válida:

$$b = \frac{(1 - D)}{D}$$

ou seja:

$$D = \frac{1}{(1 + b)}$$

$$\text{onde } b = \frac{I_o}{I_E} = \frac{15}{10} \Rightarrow b = 1,5$$

Desse modo,

$$D = \frac{1}{(1 + b)} = \frac{1}{(1 + 1,5)}$$

$$D = 0,4$$

- e) Tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c).

Por definição tem-se que:

$$D = \frac{t_c}{T} \Rightarrow t_c = D \cdot T = \frac{D}{f} = \frac{0,4}{40 \cdot 10^3}$$

$$t_c = 10\mu s$$

- f) Tempo durante o qual a chave S permanece aberta (t_a).

Sabe-se que:

$$T = t_c + t_a \Rightarrow t_a = T - t_c = 25 - 10$$

$$t_a = 15\mu s$$

- g) Tempo de descarga do capacitor C de acumulação (t_0).

Em condução crítica o tempo de descarga do capacitor C de acumulação (t_0), coincide com o tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c), ou seja:

$$t_0 = t_c = 10\mu s$$

- h) Tempo de descontinuidade da tensão no capacitor C.

Baseado na resposta apresentada no item anterior, em condução crítica não há descontinuidade na tensão do capacitor de acumulação ($t_0 = t_a$). A tensão no capacitor de acumulação se anula no exato momento em que a chave S abre, reiniciando o processo de carga do capacitor C e, portanto, o crescimento da tensão em seus terminais (veja Fig. 4.26 do item h do exercício resolvido nº 4).

- i) Valor do capacitor C de acumulação.

O limite da descontinuidade do conversor Cuk é estabelecido pela Eq. (4.115), isto é:

$$b = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}} - 1$$

Trabalhando a expressão anterior.

$$(1+b)^2 = \frac{T}{2 \cdot R_o \cdot C}$$

ou seja:

$$C = \frac{T}{2 \cdot R_o \cdot (1+b)^2}$$

sendo $D = \frac{1}{(1+b)}$ $\Rightarrow \frac{1}{(1-b)^2} = D^2$

Então:

$$C = \frac{D^2}{2 \cdot R_o \cdot f}$$

$$C = \frac{0,4^2}{2 \cdot 1,33 \cdot 40 \cdot 10^3} \Rightarrow C = 1,5\mu F$$

- j) Valor da tensão máxima nos terminais do capacitor C (V_{CM}).

O valor de V_{CM} é dado por:

$$V_{CM} = \frac{I_E}{C} \cdot t_a = \frac{10 \cdot 15\mu}{1,5\mu}$$

$$V_{CM} = 100 V$$

4.4.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 1º) O Conversor Buck-Boost da Fig. 4.28 tem uma tensão de entrada $E = 12V$. A razão cíclica $D = 0,25$ e a frequência de chaveamento é de 25 kHz. A indutância $L = 150\mu H$ e a capacitância de filtragem $C = 220\mu F$. O valor médio da corrente de carga $I_o = 1,25 A$. Determinar:
 a) A tensão média de saída V_o ;
 b) A ondulação pico-a-pico da tensão de saída ΔV_o ;
 c) A ondulação pico-a-pico da corrente no indutor L ;
 d) A corrente máxima na chave S;
 e) A potência de saída P_o ;
 f) O valor do resistor de carga R.

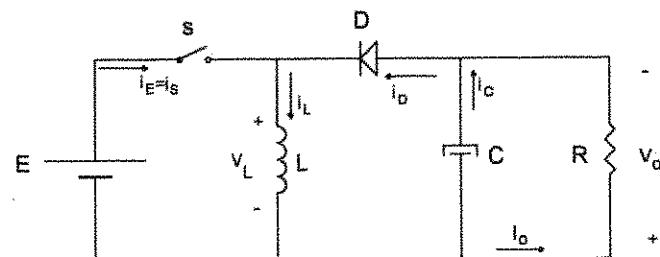


Fig. 4.28: Conversor Buck-Boost.

2º) Deduzir a Eq. (4.13) apresentada a seguir.

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{1}{T} \int_0^T i_D(t) dt$$

3º) Deduzir a Eq. (4.39).

4º) Seja o conversor CC-CC à acumulação indutiva representado na Fig. 4.29, onde: $E_1 = 100V$; $E_2 = 60V$; $f = 10\text{ kHz}$ e $P_o = 120W$. Calcular:

- a) A indutância L para que a condução seja crítica;
- b) O valor da razão cíclica D , para $L = L_{crit}/2$, para manter o mesmo valor da potência de saída.

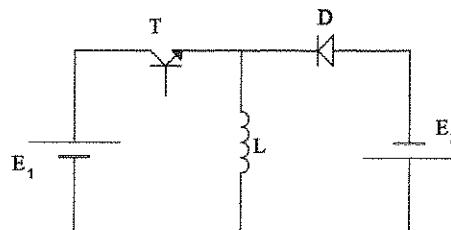


Fig. 4.29: Estrutura de potência do conversor CC-CC a acumulação indutiva.

5º) Seja o conversor Buck-Boost apresentado na Fig. 4.30.

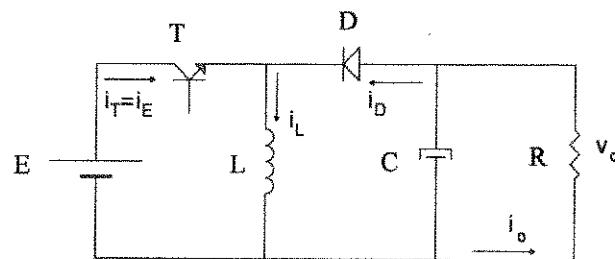


Fig. 4.30: Conversor Buck-Boost.

onde: $E = 20V$
 $f = 100\text{ kHz}$
 $C = 470\mu F$

$R = 10\Omega$
 $D = 0,6$ (razão cíclica)
 $L = 24\mu H$

Calcular:

- a) A tensão média e a corrente média na carga, V_o e I_o ;
- b) A potência de saída e a potência de entrada, P_o e P_E ;
- c) A corrente média e a corrente eficaz no diodo D, I_{Dmd} e I_{Def} ;
- d) A corrente média e eficaz no transistor T, I_{Tmd} e I_{Ter} ;
- e) A corrente média e eficaz no indutor L, I_{Lmd} e I_{Lef} ;
- f) A ondulação da tensão no capacitor C, ΔV_C ;
- g) A ondulação da corrente no indutor L, ΔI_L .

6º) Deduzir as Eqs. (4.43) e (4.44) obtidas para o modo de condução descontínua do conversor Buck-Boost.

7º) O Conversor Cuk mostrado na Fig. 4.31 apresenta os seguintes dados:

- Tensão de entrada; $E = 12V$.
- Razão Cíclica; $D = 0,25$.
- Freqüência de chaveamento; $f = 25\text{kHz}$.
- Indutância de filtragem; $L_o = 150\mu H$.
- Capacitância de filtragem; $C_o = 220\mu F$
- Capacitância de transferência de energia; $C = 200\mu F$.
- Indutância de entrada; $L_E = 200\mu H$
- Corrente média na carga; $I_o = 1,25A$

A partir destes dados e sabendo que a condução é contínua, determinar:

- a) Tensão média na carga; V_o ;
- b) Corrente média na entrada; I_{Emd} ;
- c) Ondulação de corrente no indutor de entrada; ΔI_E ;
- d) Ondulação de tensão no capacitor C; ΔV_C ;
- e) Ondulação de corrente no indutor L_o ; ΔI_o ;
- f) Ondulação de tensão no capacitor C_o ; ΔV_o ;
- g) Corrente máxima no transistor T; I_{TM} .

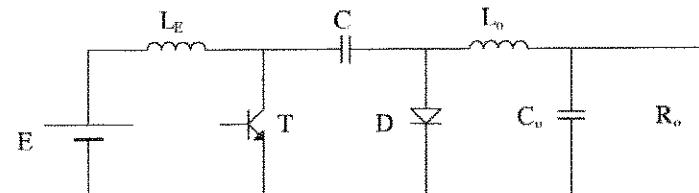


Fig. 4.31: Conversor CC-CC a acumulação capacitiva.

8º) O Conversor a acumulação capacitiva apresentado na Fig. 4.17, opera em condução descontínua, com uma razão cíclica de 60%. A potência e a corrente

na carga valem respectivamente 450W e 15A. A freqüência de operação é de 20kHz, e a fonte de corrente na entrada é de 20A. Admitindo que o conversor opera sem perdas internas, calcular:

- a) A tensão média na carga (V_o);
 - b) A resistência de carga (R_o);
 - c) A tensão média nos terminais da fonte de corrente (E);
 - d) O tempo durante o qual a chave S permanece em condução (t_c);
 - e) O tempo durante o qual a chave S permanece aberta (t_a);
 - f) O tempo de descarga do capacitor C de acumulação (t_b);
 - g) O tempo de descontinuidade da tensão no capacitor C;
 - h) O valor do capacitor C de acumulação;
 - i) O valor de pico da tensão nos terminais do capacitor de acumulação (V_{CM});
 - j) Confirmar que a condução é realmente descontínua;
 - k) Qual o procedimento para tornar a operação deste conversor em condução contínua, sem alterar os parâmetros elétricos do circuito?
- 9º) Refazer o exercício resolvido nº 5, considerando o conversor operando no modo de condução contínua.
Obs.: Nenhum componente elétrico, que faça parte do circuito, deve ser alterado (a resistência R_o não faz parte do circuito, ela pertence à carga).
- 10º) Seja o conversor mostrado na Fig. 4.17, operando a 500W. As correntes médias de entrada e de saída são respectivamente 20A e 10A. A freqüência de chaveamento é de 25kHz. Supondo que as perdas de condução e comutação do conversor sejam nulas, e que o mesmo opere no modo de condução crítica, calcular:
- a) A tensão média na carga (V_o);
 - b) O valor da resistência de carga (R_o);
 - c) A tensão média nos terminais da fonte de corrente (E);
 - d) O valor do parâmetro b;
 - e) A razão cíclica de operação (D);
 - f) O tempo de condução da chave S (t_c);
 - g) O tempo durante o qual a chave S permanece aberta (t_a);
 - h) O tempo de descarga do capacitor C de acumulação (t_b);
 - i) O tempo de descontinuidade da tensão no capacitor C;
 - j) O valor do capacitor de acumulação (C);
 - k) O valor da tensão máxima nos terminais do capacitor C (V_{CM});
 - l) A tensão e a corrente de pico na chave S (V_{Smax} , I_{Smax}).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] M. H. Rashid, *Power Electronics-Circuits, Devices, and Applications*. Prentice-Hall International Editions, Inc., New Jersey, 1988.
- [2] N. Mohan, T. Undeland & W. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, New York-USA, 1989.
- [3] B. W. Williams, *Power Electronics-Devices, Drivers, Applications and Passive Components*. McGraw-Hill, Inc., New York-USA, Second Edition, 1992.
- [4] I. Barbi, *Projetos de Fontes Chaveadas*. Publicação Interna, UFSC-EEL-INEP, Florianópolis-SC, 1990.
- [5] A. I. Pressman, *Switching Power Supply Design*. McGraw-Hill, Inc., New York-USA, 1991.
- [6] M. Brown/MOTOROLA, *Practical Switching Power Supply Design*. Academic Press, Inc., San Diego, California-USA, 1990.
- [7] S. Cuk & R. D. Middlebrook, "Advances in Switched Mode Power Conversion", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. IE-30, Nº 1, pp.10-29, 1983.

CONVERSOR CC-CC SEPIC**5.1. INTRODUÇÃO**

O conversor Sepic (Single-Ended Primary Inductance Converter) foi inicialmente proposto em 1977 [11]. As principais características dessa topologia são: simplicidade, possibilidade de operar como elevador ou abaixador de tensão, estrutura naturalmente isolada, entrada com característica de fonte de corrente, e saída com característica de fonte de tensão, facilitando a utilização de transformadores com múltiplas saídas.

Essas vantagens, entretanto, são acompanhadas de uma considerável dificuldade no controle dessa estrutura, devido ser o conversor CC-CC Sepic um sistema de 4^a ordem. Contudo, vários artigos apresentados na literatura [2, 3, 4] propõem soluções interessantes, no sentido de minimizar essa dificuldade.

Na Fig. 5.1 é mostrado o circuito de potência do conversor CC-CC Sepic isolado.

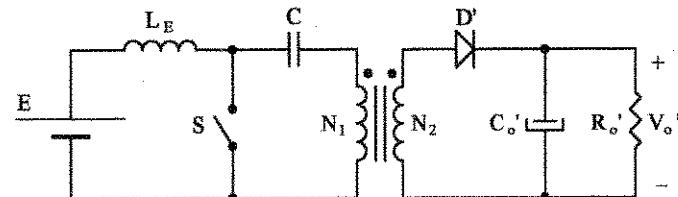


Fig. 5.1: Estrutura básica do conversor CC-CC Sepic com uma saída.

O conversor Sepic tem características estáticas análogas ao conversor Cuk isolado [1, 7, 10]. Originalmente, o conversor Sepic foi desenvolvido para funcionamento como elevador de tensão, e para altas voltagens de saída. O arranjo para múltiplas saídas é facilmente obtido nessa estrutura, acrescentando-se novos estágios, contendo um enrolamento, um diodo e um capacitor para cada nova saída.

5.2. ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC SEPIC EM REGIME PERMANENTE E MODO DE CONDUÇÃO CONTÍNUA

Para facilitar a análise matemática do conversor Sepic, os parâmetros secundários apresentados na Fig. 5.1 serão referidos ao lado primário, resultando no

circuito equivalente da Fig. 5.2. Em regime permanente, as ondulações nos capacitores C e C_o serão desprezadas, e as tensões médias em L_E e L_m são nulas; desse modo, as tensões médias em C e C_o são, respectivamente, E e V_o .

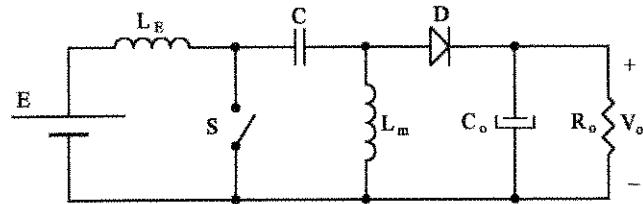


Fig. 5.2: Circuito equivalente do Conversor Sepic visto do lado primário.

No circuito da Fig. 5.2 as seguintes relações são estabelecidas:

$$R_o = n^2 \cdot R_o' ; C_o = C_o' / n^2 ; V_o = n \cdot V_o'$$
 (5.1)

onde: $n = N_1/N_2 \rightarrow$ relação de transformação do transformador.
 $L_m \rightarrow$ indutância de magnetização do transformador.

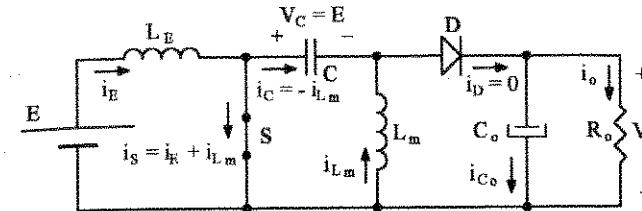
5.2.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA

No modo de condução contínua em regime permanente, o conversor Sepic é caracterizado por duas etapas de funcionamento, representadas na Fig. 5.3.

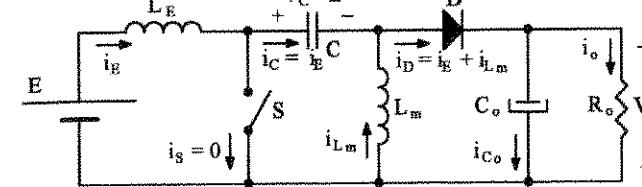
1^a ETAPA (Fig. 5.3.a) → t_0, t_1 : Durante esta etapa a chave S está conduzindo e o diodo D está bloqueado. As tensões V_C e V_{C_o} são, respectivamente, E e V_o . A tensão reversa sobre o diodo será $-(E+V_o)$. O indutor L_E armazena energia proveniente da fonte E. As correntes i_E e i_{L_m} crescem linearmente segundo a relação E/L_E e E/L_m , respectivamente. A corrente na chave S ($i_S = i_E + i_{L_m}$), cresce linearmente com a relação E/L_{eq} , onde: $L_{eq} = L_E \cdot L_m / (L_E + L_m)$. Durante esta etapa o capacitor C_o alimenta a carga.

2^a ETAPA (Fig. 5.3.b) → t_1, t_2 : Em t_1 a chave S é aberta e o diodo D entra em condução. As tensões em L_E e L_m assumem o valor V_o , e há transferência de energia dos indutores L_E e L_m para o capacitor C_o e para a carga R_o . As correntes em L_E e L_m decrescem linearmente com a relação $-V_o/L_E$ e $-V_o/L_m$, respectivamente. A corrente no diodo D, dada por $i_D = i_E + i_{L_m}$, também decresce linearmente na razão de $-V_o/L_{eq}$. A tensão na chave S será $V_S = E + V_o$. Em $t = t_2$ a chave S é novamente colocada em condução, retornando à 1^a etapa e reiniciando um novo ciclo de operação.

As principais formas de onda em regime permanente para o modo de condução contínua estão apresentadas na Fig. 5.4.



(a)
Intervalo
 t_0, t_1
DT



(b)
Intervalo
 t_1, t_2
(1-D)T

Fig. 5.3: Etapas de funcionamento do conversor Sepic, para o modo de condução contínua durante um período de funcionamento, em regime permanente.

5.2.2. ANÁLISE MATEMÁTICA

A partir da análise do funcionamento do conversor Sepic no modo de condução contínua em regime permanente, e considerando que a contagem dos tempos se dá em $t_0 = 0$, tem-se que:

$$i_{E(t)} = \begin{cases} I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot t & ; \text{para } 0 < t \leq t_1 \\ I_{E(t_1)} - \frac{V_o}{L_E} \cdot (t - t_1) & ; \text{para } t_1 < t \leq t_2 \end{cases}$$
 (5.2)

ou ainda:

$$i_{E(t)} = \begin{cases} I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot t & ; \text{para } 0 < t \leq DT \\ I_{E(DT)} - \frac{V_o}{L_E} \cdot (t - DT) & ; \text{para } DT < t \leq T \end{cases}$$
 (5.3)

onde: $D = \frac{t_1 - t_0}{T} = \frac{t_c}{T} \rightarrow$ razão cíclica

$t_c \rightarrow$ tempo de condução da chave S.

$T \rightarrow$ período de funcionamento do conversor.

Assim, para a contagem dos tempos em $t_0 = 0$, tem-se:

$$t_0 = 0 ; t_1 = DT ; t_2 = T \quad (5.5)$$

Desse modo, o restante dos parâmetros apresentam as seguintes expressões matemáticas:

$$i_{Lm(t)} = \begin{cases} I_{Lm(0)} + \frac{E}{L_m} \cdot t & ; \text{para } 0 < t \leq DT \\ I_{Lm(DT)} - \frac{V_o}{L_m} \cdot (t - DT) & ; \text{para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.6)$$

$$v_{S(t)} = \begin{cases} 0 & ; \text{para } 0 < t \leq DT \\ E + V_o & ; \text{para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.7)$$

$$i_{S(t)} = \left(\frac{E}{L_E} + \frac{E}{L_m} \right) \cdot t + I_{E(0)} + I_{Lm(0)} ; \text{para } 0 < t \leq DT \quad (5.8)$$

$$0 ; \text{para } DT < t \leq T \quad (5.9)$$

$$v_{D(t)} = \begin{cases} -(E + V_o) & ; \text{para } 0 < t \leq DT \\ 0 & ; \text{para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.10)$$

$$(5.11)$$

$$i_{D(t)} = \begin{cases} 0 & ; \text{para } 0 < t \leq DT \\ -\left(\frac{V_o}{L_E} + \frac{V_o}{L_m}\right) \cdot (t - DT) + I_{E(DT)} + I_{Lm(DT)} & ; \text{para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.12)$$

$$\quad (5.13)$$

$$v_{LE(t)} = v_{Lm(t)} = \begin{cases} E & ; \text{para } 0 < t \leq DT \\ -V_o & ; \text{para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.14)$$

$$(5.15)$$

$$i_{C(t)} = \begin{cases} -i_{Lm(t)} & ; \text{para } 0 < t \leq DT \\ i_E(t) & ; \text{para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.16)$$

$$(5.17)$$

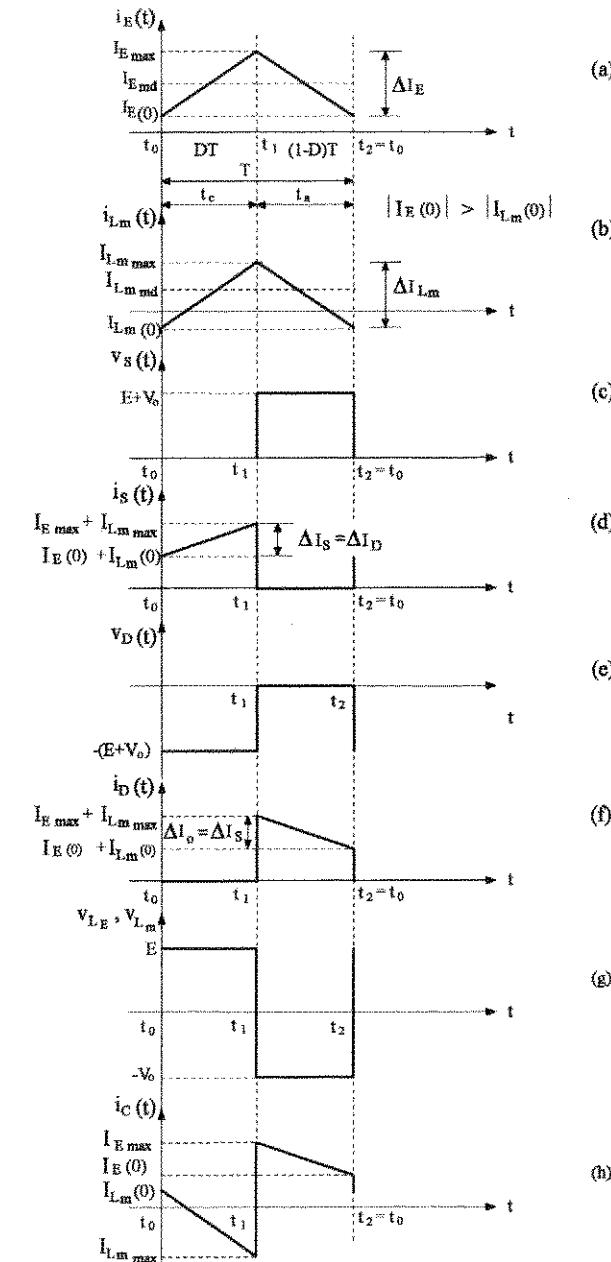


Fig. 5.4: Principais formas de onda do conversor Sepic, modo de condução contínua em regime permanente.

$$i_{C_0(t)} = \begin{cases} -I_o & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ i_{D(t)} - I_o & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.18)$$

$$(5.19)$$

a) BALANÇO DE ENERGIA

No intervalo DT ocorre o armazenamento de energia nos indutores L_E e L_m , e no intervalo $(1-D)T$ essa energia é transferida à carga. Desse modo, admitindo que durante o período T não ocorram perdas no conversor, pelo balanço de energia em regime permanente, tem-se:

$$E(I_{E_{md}} + I_{Lm_{md}})DT = V_o(I_{E_{md}} + I_{Lm_{md}})(1-D)T \quad (5.20)$$

onde: $I_{E_{md}}$ e $I_{Lm_{md}}$ representam os valores médios da corrente de entrada i_E e da corrente no indutor magnetizante i_{Lm} , respectivamente, durante o período T.

A partir da Eq. (5.20) é possível encontrar a seguinte relação:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1-D)} \quad (5.21)$$

que mostra que, a exemplo do conversor Cuk, a tensão média de saída V_o é função unicamente da razão cíclica D, quando o conversor Sepic opera no modo de condução contínua.

b) DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÉDIOS DE CORRENTE

b.1 - CORRENTE MÉDIA DE ENTRADA ($I_{E_{md}}$)

A partir da Fig. 5.4.a é possível obter-se o valor médio da corrente de entrada, ou seja:

$$I_{E_{md}} = \frac{DT \cdot I_{E(0)}}{T} + \frac{DT \cdot [I_{E_{max}} - I_{E(0)}]}{2 \cdot T} + \frac{(1-D) \cdot T - I_{E(0)}}{T} + \frac{(1-D) \cdot T \cdot [I_{E_{max}} - I_{E(0)}]}{2 \cdot T} \quad (5.22)$$

sendo que :

$$I_{E_{max}} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT \quad (5.23)$$

Assim:

$$I_{E_{md}} = \frac{E}{2 \cdot L_E} \cdot DT + I_{E(0)} \quad (5.24)$$

b.2 - CORRENTE MÉDIA NA INDUTÂNCIA DE MAGNETIZAÇÃO ($I_{Lm_{md}}$)

O valor médio da corrente no indutor de magnetização é obtido através da análise da Fig. 5.4.b. Logo:

$$I_{Lm_{md}} = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{DT} \left[I_{Lm}(0) + \frac{E}{L_m} \cdot t \right] dt + \int_0^{(1-D)T} \left[I_{Lm_{max}} - \frac{V_o}{L_m} \cdot t \right] dt \right\} \quad (5.25)$$

$$\text{onde: } I_{Lm_{max}} = I_{Lm(DT)} = I_{Lm(0)} + \frac{E}{L_m} \cdot DT \quad (5.26)$$

Desse modo:

$$I_{Lm_{md}} = \frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT + I_{Lm(0)} \quad (5.27)$$

b.3 - RELAÇÃO ENTRE A CORRENTE MÉDIA DE ENTRADA E A CORRENTE MÉDIA NA INDUTÂNCIA MAGNETIZANTE.

Para determinação da relação entre a corrente média de entrada ($I_{E_{md}}$) e a corrente média na indutância magnetizante ($I_{Lm_{md}}$), é importante obter-se a expressão da corrente média no capacitor C. Assim, através da Fig. 5.4.h e das Eqs. (5.16) e (5.17), tem-se:

$$I_{C_{md}} = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{DT} \left[-I_{Lm}(0) - \frac{E}{L_m} \cdot t \right] dt + \int_0^{(1-D)T} \left[I_{E(DT)} - \frac{V_o}{L_E} \cdot t \right] dt \right\} \quad (5.28)$$

sabendo que:

$$I_{E(DT)} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT \quad (5.29)$$

e:

$$V_o = E \cdot \frac{D}{(1-D)} \quad (5.30)$$

então:

$$I_{C_{md}} = (1-D) \cdot I_{E_{md}} - D \cdot I_{Lm_{md}} \quad (5.31)$$

Igualando-se a zero a Eq. (5.31), obtém-se a relação entre a corrente média de entrada e a corrente média na indutância magnetizante, isto é:

$$\frac{I_{E_{md}}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{D}{(1-D)} \quad (5.32)$$

b.4 - CORRENTE MÉDIA DE SAÍDA (I_o)

Analizando a Fig. 5.3 e admitindo que toda a componente alternada da corrente do diodo D circula pelo capacitor de saída C_o , então a corrente média de carga (na saída) é a própria corrente média no diodo D. Desse modo, a partir da Fig. 5.4, obtém-se:

$$I_o = I_{D_{md}} = \frac{[I_{E(0)} + I_{Lm(0)}](1-D)T}{T} + \frac{\{I_{D_{max}} - [I_{E(0)} + I_{Lm(0)}]\}(1-D)T}{2T} \quad (5.33)$$

sendo que: $I_{D_{max}} = I_{E_{max}} + I_{Lm_{max}}$ (5.34)

$$I_{E_{max}} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT \quad (5.35)$$

$$I_{Lm_{max}} = I_{Lm(0)} + \frac{E}{L_m} \cdot DT \quad (5.36)$$

Logo, substituindo-se as Eqs. (5.34), (5.35) e (5.36) em (5.33), obtém-se:

$$I_o = (1-D) \cdot \left[\frac{E \cdot DT}{2} \cdot \left(\frac{1}{L_E} + \frac{1}{L_m} \right) + I_{E(0)} + I_{Lm(0)} \right] \quad (5.37)$$

onde: $\frac{1}{L_E} + \frac{1}{L_m} = \frac{1}{L_{eq}}$ (5.38)

Então:

$$I_o = I_{D_{md}} = (1-D) \cdot \left[\frac{E}{2 \cdot L_{eq}} \cdot DT + I_{E(0)} + I_{Lm(0)} \right] \quad (5.39)$$

A partir da Eq. (5.37), tem que:

$$I_o = I_{D_{md}} = (1-D) \cdot [I_{E_{md}} + I_{Lm_{md}}] \quad (5.40)$$

$$\text{Sabendo que: } \frac{I_{E_{md}}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{D}{(1-D)} \quad (5.41)$$

Então:

$$I_o = I_{D_{md}} = I_{Lm_{md}} \quad (5.42)$$

c) ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE ENTRADA (ΔI_E)

A ondulação da corrente de entrada pode ser obtida analisando-se a ondulação da corrente no indutor de entrada L_E . A partir da Fig. 5.4.a, tem-se que:

$$\Delta I_E = I_{E_{max}} - I_{E(0)} \quad (5.43)$$

$$\text{onde: } I_{E_{max}} = I_{E(DT)} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT \quad (5.44)$$

Logo:

$$\Delta I_E = \frac{E}{L_E} \cdot DT = \frac{V_o}{L_E} \cdot (1-D) \cdot T \quad (5.45)$$

Da Eq. (5.24), tem-se:

$$I_{E(0)} = I_{E_{md}} - \frac{E}{2 \cdot L_E} \cdot DT \quad (5.46)$$

Comparando-se as Eqs. (5.46) e (5.45), conclui-se que:

$$I_{E(0)} = I_{E_{md}} - \frac{\Delta I_E}{2} \quad (5.47)$$

Levando as Eqs. (5.41), (5.42) e (5.45) na Eq. (5.47), obtém-se:

$$I_{E(0)} = I_o \cdot \frac{D}{(1-D)} - \frac{V_o}{2 \cdot L_E} \cdot (1-D) \cdot T \quad (5.48)$$

Substituindo as Eqs. (5.48) e (5.21) na Eq. (5.44), tem-se que:

$$I_{E_{\max}} = I_{E(DT)} = I_o \cdot \frac{D}{(1-D)} + \frac{V_o}{2 \cdot L_E} \cdot (1-D) \cdot T \quad (5.49)$$

A expressão (5.49) define o valor máximo da corrente de entrada.

d) ONDULAÇÃO DA CORRENTE NA INDUTÂNCIA MAGNETIZANTE (ΔI_{Lm})

Analizando-se a corrente $i_{Lm}(t)$ da Fig. 5.4.b, tem-se que:

$$\Delta I_{Lm} = I_{Lm_{\max}} - I_{Lm(0)} \quad (5.50)$$

Levando a Eq. (5.26) em (5.50), tem-se:

$$\boxed{\Delta I_{Lm} = \frac{E}{L_m} \cdot DT = \frac{V_o}{L_m} \cdot (1-D) \cdot T} \quad (5.51)$$

Da Eq. (5.27), obtém-se:

$$I_{Lm(0)} = I_{Lm_{md}} - \frac{\Delta I_{Lm}}{2} \quad (5.52)$$

A partir das Eqs. (5.42) e (5.51) chega-se à expressão (5.53):

$$I_{Lm(0)} = I_o - \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot (1-D) \cdot T \quad (5.53)$$

Substituindo-se as Eqs. (5.21) e (5.53) em (5.26), tem-se:

$$I_{Lm_{\max}} = I_o + \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot (1-D) \cdot T \quad (5.54)$$

Desse modo, fica determinado o valor de pico da corrente na indutância magnetizante.

e) CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA (G)

Admitindo um rendimento de 100%, tem-se que:

$$E \cdot I_{E_{md}} = V_o \cdot I_o \quad (5.55)$$

Assim, a característica de transferência estática G do conversor Sepic operando no modo de condução contínua em regime permanente é dada por:

$$\boxed{G = \frac{V_o}{E} = \frac{I_{E_{md}}}{I_o} = \frac{D}{(1-D)}} \quad (5.56)$$

Na Fig. 5.5 está representada a característica de transferência estática G em função do parâmetro D.

f) ONDULAÇÃO DE TENSÃO NOS CAPACITORES C E C_o

Analizando as formas de onda das correntes nos capacitores C e C_o durante o intervalo de tempo DT, e aplicando a expressão:

$$\Delta V_C = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt$$

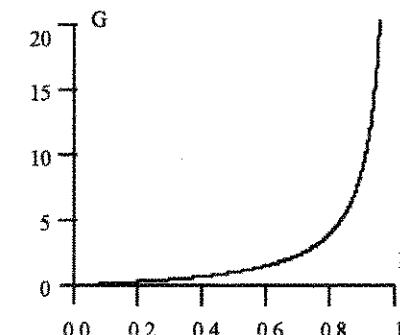


Fig. 5.5: Característica de transferência estática do conversor SEPIC no modo de condução contínua em regime permanente.

obtém-se as ondulações de tensão nos respectivos capacitores. Assim sendo tem-se:

$$\Delta V_C = \frac{E \cdot D^2 \cdot T}{R_o \cdot C \cdot (1-D)} \quad (5.57)$$

$$\Delta V_{C_o} = \frac{E \cdot D^2 \cdot T}{R_o \cdot C_o \cdot (1-D)} \quad (5.58)$$

As Eqs. (5.57) e (5.58) representam respectivamente as ondulações de tensão nos capacitores C e C_o , onde a variação de carga nesses mesmos capacitores é definida por:

$$\Delta Q = \frac{E \cdot D^2 \cdot T}{R_o \cdot (1-D)} \quad (5.59)$$

Logo:

$$\Delta V_C = \frac{\Delta Q}{C} ; \quad \Delta V_{C_o} = \frac{\Delta Q}{C_o} \quad (5.60)$$

Aplicando a Eq.(5.21) nas Eqs. (5.57) e (5.58) obtém-se a ondulação de tensão nos capacitores C e C_o em função da tensão de saída V_o , ou seja:

$$\Delta V_C = \frac{V_o}{R_o \cdot C} \cdot DT = \frac{V_o \cdot D}{R_o \cdot C \cdot f} \quad (5.61)$$

$$\Delta V_{C_o} = \frac{V_o \cdot D}{R_o \cdot C_o \cdot f} \quad (5.62)$$

Analizando as expressões (5.61) e (5.62) verifica-se que a máxima ondulação de tensão ocorre para a carga mínima ($R_{o_{min}}$). Desse modo, uma vez definida a máxima ondulação de tensão é possível determinar o valor dos respectivos capacitores, ou seja:

$$C = \frac{D}{R_{o_{min}} \cdot f \cdot (\Delta V_C / V_o)} \quad (5.63)$$

$$C_o = \frac{D}{R_{o_{min}} \cdot f \cdot (\Delta V_{C_o} / V_o)} \quad (5.64)$$

Ficam assim definidos os capacitores da estrutura em função da ondulação relativa de tensão.

g) CORRENTES E TENSÕES MÉDIAS, EFICAZES E DE PICO NA CHAVE “S”

g.1 - CORRENTE MÉDIA NA CHAVE “S”

A partir da Fig. 5.4.d obtém-se a seguinte expressão para a corrente média na chave S:

$$I_{S_{md}} = \frac{DT \cdot [I_{E(0)} + I_{Lm(0)}]}{T} + \frac{DT \cdot [I_{E_{max}} + I_{Lm_{max}} - I_{E(0)} - I_{Lm(0)}]}{2 \cdot T} \quad (5.65)$$

Trabalhando a Eq. (5.65), obtém-se:

$$I_{S_{md}} = D \cdot \left[\frac{E}{2 \cdot L_E} \cdot DT + I_{E(0)} + \frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT + I_{Lm(0)} \right] \quad (5.66)$$

Substituindo as Eqs. (5.24) e (5.27) em (5.66), tem-se:

$$I_{S_{md}} = D \cdot (I_{E_{md}} + I_{Lm_{md}}) \quad (5.67)$$

Sabe-se, a partir das Eqs. (5.41) e (5.42), que:

$$I_o = I_{Lm_{md}} = I_{E_{md}} \cdot \frac{(1-D)}{D} \quad (5.68)$$

Assim:

$$I_{S_{md}} = \frac{D}{(1-D)} \cdot I_o \quad (5.69)$$

onde a relação $D/(1-D)$ define a característica de transferência estática G do conversor Sepic no modo de condução contínua em regime permanente. Então:

$$I_{S_{md}} = G \cdot I_o \quad (5.70)$$

A corrente média no diodo D e nos indutores L_E e L_m é também obtida através da Eq. (5.70)

Ainda é possível obter-se as seguintes relações:

$$I_{E_{md}} = I_o \cdot \frac{D}{(1-D)} \quad (5.71)$$

$$I_{D_{md}} = I_o = I_{Lm_{md}} \quad (5.72)$$

$$I_{L_E_{md}} = I_{E_{md}} = G \cdot I_o \quad (5.73)$$

g.2 - CORRENTE DE PICO NA CHAVE “S”

Da análise da Fig. 5.4, a corrente de pico na chave S e no diodo D é dada pela Eq. (5.74)

$$I_{S_{\max}} = I_{D_{\max}} = I_{E_{\max}} + I_{Lm_{\max}} \quad (5.74)$$

Das Eqs. (5.26) e (5.44), chega-se à seguinte expressão:

$$I_{S_{\max}} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT + I_{Lm(0)} + \frac{E}{L_m} \cdot DT \quad (5.75)$$

Aplicando as Eqs. (5.24), (5.27), (5.45) e (5.51) na Eq. (5.75), obtém-se:

$$I_{S_{\max}} = I_{D_{\max}} = I_{E_{md}} + I_{Lm_{md}} + \frac{\Delta I_S}{2} \quad (5.76)$$

onde: $\Delta I_S = \Delta I_E + \Delta I_{Lm}$ (5.77)

$$\text{Logo: } \Delta I_S = \frac{E}{L_{eq}} \cdot DT = \frac{V_o}{L_{eq}} \cdot (1-D) \cdot T \quad (5.78)$$

sendo: $\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_E} + \frac{1}{L_m}$ (5.79)

Reescrevendo a Eq. (5.78), tem-se que:

$$\Delta I_S = \frac{V_o}{L_{eq}} \cdot \frac{T}{(G+1)} = \frac{R_o \cdot I_o}{L_{eq} \cdot f} \cdot \frac{1}{(G+1)} \quad (5.80)$$

onde: $(G+1) = \frac{1}{(1-D)}$ (5.81)

A Eq. (5.80) representa a ondulação de corrente na chave S.

Desse modo, com as Eqs. (5.80), (5.73) e (5.72) aplicadas em (5.76), tem-se que:

$$I_{S_{\max}} = I_{D_{\max}} = G \cdot I_o + I_o + \frac{R_o \cdot I_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot \frac{1}{(G+1)} \quad (5.82)$$

Logo,

$$I_{S_{\max}} = I_{D_{\max}} = I_o \cdot \left[(G+1) + \frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot \frac{1}{(G+1)} \right] \quad (5.83)$$

Assim, fica definido o valor de pico da corrente na chave S e no diodo D.

g.3 - CORRENTE EFICAZ NA CHAVE “S”

Quando a chave S for um MOSFET de potência, a determinação do valor eficaz da corrente, que circula pela mesma, será fundamental para o cálculo das perdas no MOSFET.

A definição de valor eficaz é obtida a partir da seguinte expressão:

$$(I_{S_{ef}})^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [i_S(t)]^2 dt \quad (5.84)$$

onde:

$$i_S(t) = \frac{\Delta I_S}{DT} \cdot t + [I_{E(0)} + I_{Lm(0)}] \quad (5.85)$$

Aplicando a Eq. (5.85) em (5.84), obtém-se:

$$I_{S_{ef}} = \sqrt{D \left[\frac{(\Delta I_S)^2}{12} + \frac{(I_{S_{md}})^2}{D^2} \right]} \quad (5.86)$$

ou ainda:

$$I_{S_{ef}} = \sqrt{D \left[\frac{(\Delta I_S)^2}{12} + (I_{E_{md}} + I_o)^2 \right]} \quad (5.87)$$

g.4 - TENSÃO DE PICO NA CHAVE “S”

A tensão de pico na chave S é igual à tensão de pico reversa no diodo D e é dada pela seguinte expressão:

$$V_{S_{\max}} = V_{D_{\max}} = E + V_o \quad (5.88)$$

Sabendo que:

$$E = V_o \cdot \frac{(1-D)}{D} = \frac{V_o}{G} \quad (5.89)$$

então:

$$V_{S_{\max}} = V_{D_{\max}} = V_o \left(\frac{1}{G} + 1 \right) \quad (5.90)$$

ou ainda:

$$V_{S_{\max}} = V_{D_{\max}} = \frac{V_o}{D} \quad (5.91)$$

Na Fig. 5.6 tem-se a tensão de pico normalizada na chave S ($V_{S_{\max}}/V_o$) em função da característica de transferência estática G para o conversor Sepic no modo de condução contínua em regime permanente. Verifica-se através da Fig. 5.6, que a tensão de pico normalizada na chave S decresce com o aumento do parâmetro G.

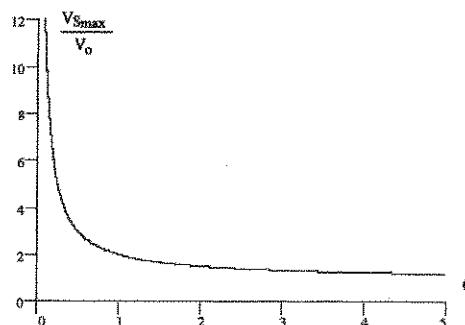


Fig. 5.6: Tensão de pico normalizada na chave S em função de G para o conversor Sepic, modo de condução contínua e regime permanente.

g.5 - TENSÃO MÉDIA NA CHAVE "S"

A tensão média na chave S é obtida através da seguinte expressão:

$$V_{S_{md}} = \frac{(1-D) \cdot T \cdot (E + V_o)}{T} \quad (5.92)$$

ou ainda:

ou ainda:

$$V_{S_{md}} = (E + V_o) \cdot (1 - D) = \frac{(E + V_o)}{(G + 1)} = E \quad (5.93)$$

Desse modo, fica determinada a tensão média na chave S.

5.3. ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC SEPIC EM REGIME PERMANENTE E MODO DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA

Para a análise a ser realizada neste parágrafo, será válido o mesmo circuito equivalente da Fig. 5.2 e as mesmas relações apresentadas na Eq. (5.1). Além disso, as considerações de idealidades, estabelecidas no item anterior (5.2), serão mantidas na presente análise. Dessa forma, as ondulações nos capacitores C e C_o e as tensões médias nos indutores L_E e L_m serão consideradas nulas.

5.3.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA

No modo de condução descontínuo em regime permanente, o conversor Sepic é caracterizado por três etapas de funcionamento, representadas na Fig. 5.7. As duas primeiras etapas são exatamente as mesmas descritas no parágrafo 5.2.1, para o conversor Sepic operando em condução contínua. Elas são aqui repetidas por questões de conveniência didática.

1ª ETAPA (Fig. 5.7.a) → t_0, t_1 : Durante esta etapa a chave S está conduzindo e o diodo D está bloqueado. As tensões V_C e V_{C_o} são, respectivamente, E e V_o . A tensão reversa sobre o diodo será $-(E + V_o)$. O indutor L_E armazena energia proveniente da fonte E. As correntes i_E e i_{Lm} crescem linearmente segundo a relação E/L_E e E/L_m , respectivamente. A corrente na chave S ($i_S = i_E + i_{Lm}$), cresce linearmente com a relação E/L_{eq} , onde: $L_{eq} = L_E \cdot L_m / (L_E + L_m)$. Durante esta etapa o capacitor C_o alimenta a carga.

2ª ETAPA (Fig. 5.7.b) → t_1, t_2 : Em t_1 a chave S é aberta e o diodo D entra em condução. As tensões em L_E e L_m assumem o valor V_o , e há transferência de energia dos indutores L_E e L_m para o capacitor C_o e para a carga R_o . As correntes em L_E e L_m decrescem linearmente com a relação $-V_o/L_E$ e $-V_o/L_m$, respectivamente. A corrente no diodo D, dada por $i_D = i_E + i_{Lm}$ também decresce linearmente na razão de $-V_o/L_{eq}$. A tensão na chave S será $V_S = E + V_o$.

3ª ETAPA (Fig. 5.7.c) → t_2, t_0 : Esta etapa tem início quando a corrente no diodo D se anula. Nesse instante, o diodo D é bloqueado, e a carga passa a ser alimentada unicamente pelo capacitor C_o . A corrente no capacitor C é constante e igual à corrente magnetizante i_{Lm} , cujo valor em módulo é o mesmo da corrente da fonte i_E , mas com sinal contrário, ou seja: $i_{Lm} = -i_E$.

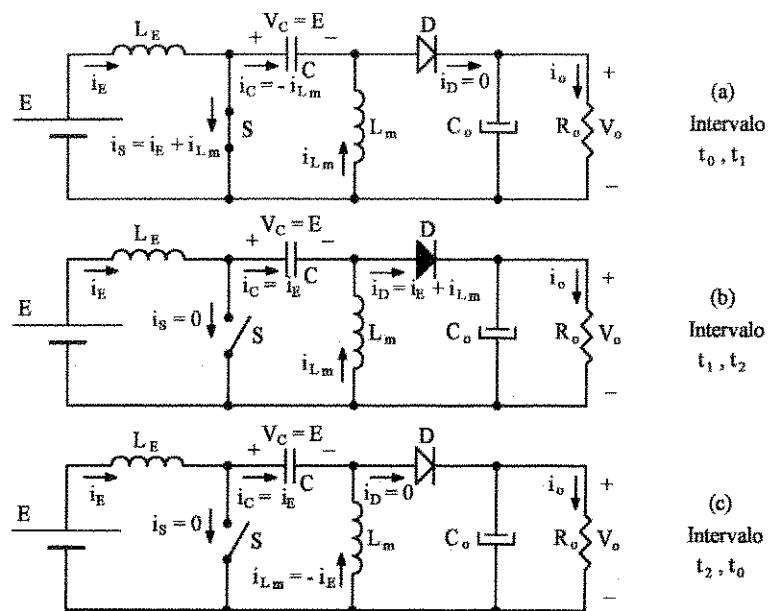


Fig. 5.7: Etapas de funcionamento do conversor Sepic, para o modo de condução descontínua, durante um período de funcionamento em regime permanente.

5.3.2. ANÁLISE MATEMÁTICA

A partir da análise do funcionamento do conversor Sepic no modo de condução descontínua em regime permanente, e considerando que a contagem dos tempos se dá em $t_0 = 0$, tem-se que:

$$i_{E(t)} = \begin{cases} I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot t & ; \text{ para } 0 < t \leq t_1 \\ I_{E(t_1)} - \frac{V_o}{L_E} (t - t_1) & ; \text{ para } t_1 < t \leq t_2 \\ I_{E(t_2)} = I_{E(0)} & ; \text{ para } t_2 < t \leq t_3 \end{cases} \quad (5.94)$$

ou ainda:

$$i_{E(t)} = \begin{cases} I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot t & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ I_{E(t_1)} - \frac{V_o}{L_E} (t - DT) & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1) \cdot T \\ I_{E(t_2)} = I_{E(0)} & ; \text{ para } (D+D_1) \cdot T < t \leq T \end{cases} \quad (5.95)$$

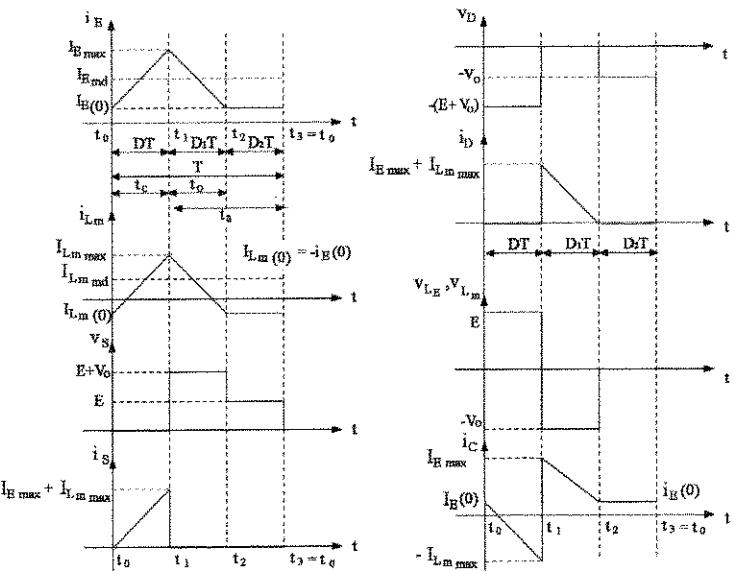


Fig. 5.8: Principais formas de onda do conversor Sepic; Modo de condução descontínua em regime permanente.

$$\text{onde: } D = \frac{t_1 - t_0}{T} = \frac{t_c}{T} \rightarrow \text{razão cíclica} \quad (5.96)$$

$t_c \rightarrow$ tempo de condução da chave S.
 $T \rightarrow$ período de funcionamento do conversor

$$D_1 = \frac{t_2 - t_1}{T} \quad (5.97)$$

Assim, para a contagem dos tempos em $t_0 = 0$, tem-se: $t_0 = 0$; $t_1 = DT$; $t_2 = (D+D_1)T$; $t_3 = T$.

Deste modo, o restante dos parâmetros apresentam as seguintes expressões matemáticas:

$$i_{Lm(t)} = \begin{cases} -I_{E(0)} + \frac{E}{L_m} t & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ I_{Lm(t_1)} - \frac{V_o}{L_m} (t - DT) & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ I_{Lm(t_2)} = i_{Lm(0)} = -I_{E(0)} & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (5.98)$$

$$v_{S(t)} = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ E + V_o & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ E & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (5.99)$$

$$i_{S(t)} = \begin{cases} \left(\frac{E}{L_E} + \frac{E}{L_m} \right) t + I_{E(0)} + i_{Lm(0)} & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ 0 & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.100)$$

$$v_{D(0)} = \begin{cases} -(E + V_o) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ 0 & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ V_o & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (5.101)$$

$$i_{D(t)} = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ -\left(\frac{V_o}{L_m} + \frac{V_o}{L_E} \right) (t - DT) + I_{E(t_1)} + i_{Lm(t_1)} & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ 0 & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (5.102)$$

$$v_{LE(t)}; v_{Lm(t)} = \begin{cases} E & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ -V_o & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1) \cdot T \\ 0 & ; \text{ para } (D+D_1) \cdot T < t \leq T \end{cases} \quad (5.103)$$

$$i_{C(0)} = \begin{cases} -i_{Lm(t)} & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ i_{E(0)} & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (5.104)$$

A corrente i_{com} que circula pela chave S e pelo diodo D (também denominada de corrente de comutação), dada pela soma das correntes em L_E e L_m , está representada

na Fig. 5.9, onde se observa que a característica de descontinuidade da corrente é análoga ao modo de operação descontínua dos conversores convencionais.

Durante o intervalo DT ocorre o armazenamento de energia nos indutores L_E e L_m , sendo que esta energia é transferida à carga no intervalo $D_1 \cdot T$.

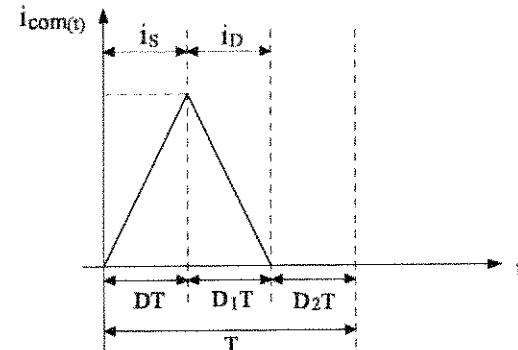


Fig. 5.9: Corrente de comutação do conversor Sepic em regime permanente, modo de condução descontínua.

Admitindo-se que durante o período T em estudo, não ocorram perdas, ou seja, o rendimento é de 100%, tem-se que, pelo balanço de energia em regime permanente:

$$E \cdot (I_{E_{md}} + I_{Lm_{md}}) \cdot DT = V_o \cdot (I_{E_{md}} + I_{Lm_{md}}) \cdot D_1 T \quad (5.105)$$

onde: $I_{E_{md}}$ e $I_{Lm_{md}}$ representam os valores médios das correntes de entrada i_E e magnetizante i_{Lm} respectivamente, durante o período T .

Desse modo, é possível afirmar que:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{D_1} \quad (5.106)$$

sendo que:

$$I_{E_{md}} = \frac{E}{2 \cdot L_E} \cdot DT \cdot (D + D_1) + I_{E(0)} \quad (5.107)$$

$$I_{Lm_{md}} = \frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT \cdot (D + D_1) - I_{E(0)} \quad (5.108)$$

A Eq. (5.106) define a característica de transferência estática do conversor Sepic.

O valor médio da corrente no capacitor C é dado por:

$$I_{C_{md}} = \frac{[I_{E_{md}} - I_{E(0)}]}{(D + D_1)} \cdot D_1 - \frac{[I_{Lm_{md}} + I_{E(0)}]}{(D + D_1)} \cdot D + I_{E(0)} \quad (5.109)$$

Igualando-se a zero a Eq. (5.109), obtém-se a seguinte relação, muito importante na análise do conversor Sepic:

$$\frac{I_{E_{md}}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{D}{D_1} \quad (5.110)$$

A corrente média transferida para a carga (I_o) é a própria corrente média no diodo D, e é obtida a partir do seguinte procedimento.

a) FORMA DE ONDA DA CORRENTE NO DIODO "D".

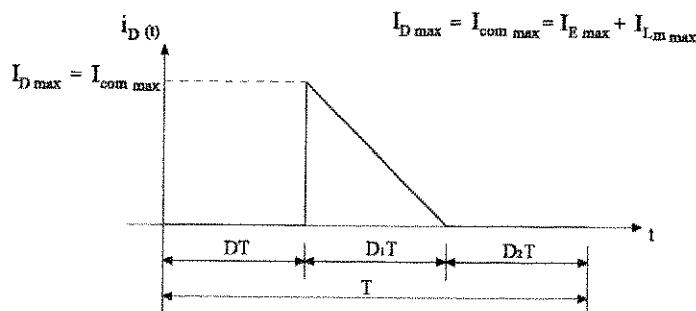


Fig. 5.10: Forma de onda da corrente no diodo D.

A corrente média no diodo D será:

$$I_{D_{md}} = \frac{I_{com_{max}} \cdot D_1}{2} \quad (5.111)$$

onde:

$$I_{com_{max}} = I_{E_{max}} + I_{Lm_{max}} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT + \left(-I_{E(0)} + \frac{E}{L_m} \cdot DT \right) \quad (5.112)$$

$$I_{com_{max}} = \frac{E}{L_{eq}} \cdot DT \quad (5.113)$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{L_E + L_m}{L_E \cdot L_m} \quad (5.114)$$

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow \text{freqüência de chaveamento}$$

Assim:

$$I_o = I_{D_{md}} = \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot D \cdot D_1 \quad (5.115)$$

Trabalhando um pouco mais a Eq. (5.115) obtém-se a importante expressão:

$$I_o = I_{D_{md}} = I_{Lm_{md}} \quad (5.116)$$

obs.: verificar exercício resolvido nº 2.

b) FORMA DE ONDA DA CORRENTE NA CHAVE "S"

A forma de onda da corrente na chave S é dada na Fig. 5.11. A partir dessa figura obtém-se:

$$I_{S_{md}} = \frac{I_{com_{max}} \cdot DT}{2T} = \frac{I_{com_{max}} \cdot D}{2} \quad (5.117)$$

ou ainda:

$$I_{S_{md}} = \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot D^2 \quad (5.118)$$

A corrente média de comutação $I_{com_{md}}$ é dada por:

$$I_{com_{md}} = I_{E_{md}} + I_{Lm_{md}} \quad (5.119)$$

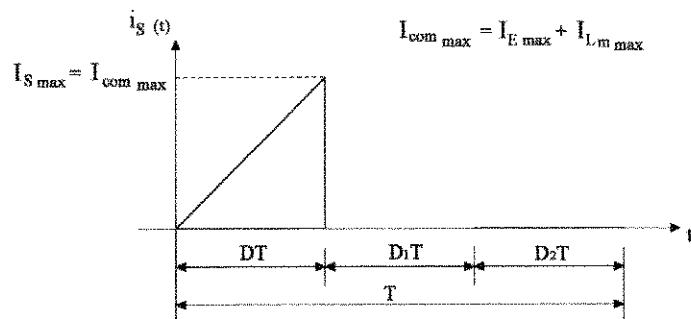


Fig. 5.11: Corrente na chave S.

Substituindo as Eqs. (5.107), (5.108) e (5.114) em (5.119), obtém-se:

$$I_{com_md} = \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot D(D + D_1) = I_{D_md} + I_{S_md} \quad (5.120)$$

Observa-se que no modo de condução descontínua as grandezas elétricas dependem do parâmetro D_1 . Isso significa que a determinação de D_1 é fundamental para estabelecer o comportamento do conversor Sepic no modo de condução descontínua.

c) DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO “D1” E DA CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA.

Da expressão (5.115) tem-se que:

$$\frac{I_o \cdot 2 \cdot L_{eq}}{E} \cdot f = D \cdot D_1 \quad (5.121)$$

Definindo-se o parâmetro I_{o_n} de corrente de carga normalizada, então:

$$I_{o_n} = \frac{I_o \cdot 2 \cdot L_{eq}}{E} \cdot f = D \cdot D_1 \quad (5.122)$$

sendo que:

$$R_o = \frac{V_o}{I_o} = \frac{E}{I_o} \cdot \frac{D}{D_1} \quad (5.123)$$

Levando a Eq. (5.123) em (5.122), obtém-se:

$$I_{o_n} = \frac{2 \cdot L_{eq}}{R_o} \cdot \frac{D}{D_1} \cdot f \quad (5.124)$$

Pela igualdade das Eqs. (5.122) e (5.124), tem-se que:

$$\frac{2 \cdot L_{eq}}{R_o} \cdot \frac{D}{D_1} \cdot f = D \cdot D_1 \quad (5.125)$$

Logo:

$$D_1^2 = \frac{2 \cdot L_{eq}}{R_o} \cdot f \quad (5.126)$$

ou ainda:

$$D_1 = \sqrt{K_1} \quad (5.127)$$

onde:

$$K_1 = \frac{2 \cdot L_{eq}}{R_o} \cdot f \quad (5.128)$$

Desse modo, o valor do parâmetro D_1 fica perfeitamente definido, e a característica de transferência estática do conversor CC-CC Sepic em regime permanente para o modo de condução descontínua é dada por:

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{D}{D_1} = \frac{D}{\sqrt{K_1}} \quad (5.129)$$

Verifica-se que para uma dada freqüência f de operação, o parâmetro K_1 varia com a carga R_o .

Na Fig. 5.12 tem-se a característica de transferência estática do conversor Sepic no modo de condução descontínua em regime permanente para um dado valor de K_1 . Verifica-se que para uma razão cíclica acima de aproximadamente 28%, o conversor opera como elevador de tensão.

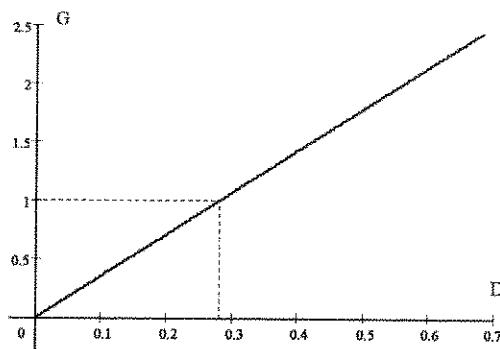


Fig. 5.12: Característica de transferência estática do conversor CC-CC Sepic, modo de condução descontínua em regime permanente.

5.4. ANÁLISE DOS LIMITES DE CONDUÇÃO CONTÍNUA E DESCONTÍNUA DO CONVERSOR SEPIC EM REGIME PERMANENTE (CONDUÇÃO CRÍTICA)

Para que a condução seja crítica, a corrente de comutação i_{com} , dada pela soma das correntes $i_{E(0)}$ e $i_{Lm(0)}$ ($i_{com} = i_{E(0)} + i_{Lm(0)}$), deverá apresentar o comportamento representado na Fig. 5.13.

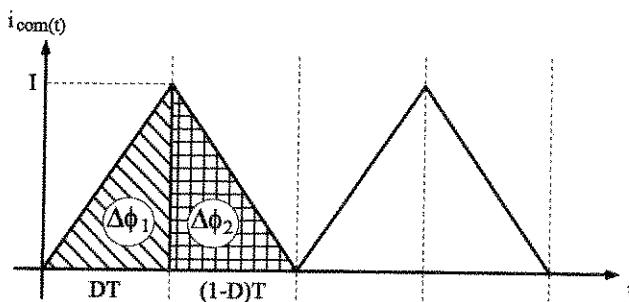


Fig. 5.13: Condução crítica para o conversor Sepic, regime permanente.

A potência transferida à carga (P_o) é dada por:

$$P_o = \frac{(V_o)^2}{R_o} \quad (5.130)$$

Pelo balanço de energia, P_o é igual a potência fornecida pela fonte de entrada (P_E), onde:

$$P_E = E \cdot I_{E_{md}} \quad (5.131)$$

Através das Eqs. (5.71) e (5.37) conclui-se que:

$$I_{E_{md}} = I_o \cdot \frac{D}{(1-D)} = D \cdot \left[\frac{E \cdot DT}{2} \cdot \frac{1}{L_{eq}} + I_{E(0)} + I_{Lm(0)} \right] \quad (5.132)$$

No modo de condução crítica, tem-se que:

$$I_{E(0)} = -I_{Lm(0)} \quad (5.133)$$

Logo:

$$I_{E_{md}} = \frac{E}{2 \cdot L_{eq}} \cdot D^2 \cdot T \quad (5.134)$$

Levando a Eq. (5.134) em (5.131) e igualando à Eq. (5.130), obtém-se:

$$\frac{(V_o)^2}{R_o} = \frac{E^2}{2 \cdot L_{eq}} \cdot D^2 \cdot T \quad (5.135)$$

ou ainda:

$$V_o = \sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f}} \cdot E \cdot D \quad (5.136)$$

Definindo-se o parâmetro K_2 como:

$$K_2 = \frac{E \cdot D}{\sqrt{2 \cdot L_{eq} \cdot f}} \quad (5.137)$$

Então:

$$V_o = K_2 \cdot \sqrt{R_o} \quad (5.138)$$

A expressão (5.138) mostra que para o modo de condução crítica o valor médio da tensão de saída aparentemente depende da resistência de carga. Todavia, conforme será visto mais adiante, há uma outra interpretação para este caso.

Para a condição de condução crítica, ver Fig. 5.13, tem-se que:

$$\Delta\phi_1 = \Delta\phi_2 \quad \therefore \quad E \cdot DT = V_o \cdot (1-D) \cdot T \quad (5.139)$$

Levando a expressão (5.138) em (5.139), obtém-se:

$$E \cdot \frac{D}{(1-D)} = K_2 \cdot \sqrt{R_o} \quad (5.140)$$

Assim:

$$R_o = \left[\frac{E}{K_2} \cdot \frac{D}{(1-D)} \right]^2 \quad (5.141)$$

Substituindo o valor de K_2 na Eq. (5.141), obtém-se:

$$R_o = 2 \cdot L_{eq} \cdot f \cdot \frac{1}{(1-D)^2} = R_{CRÍTICO} \quad (5.142)$$

A Eq. (5.142) define o valor da resistência crítica de carga. Desse modo, para $R_o < R_{CRÍTICO}$ a condução será contínua, sendo que, os limites para os vários modos de condução são estabelecidos de acordo com:

$$\begin{cases} \text{Cond. descontínua} \\ (R_o > R_{CRÍTICO}) \Rightarrow \frac{2 \cdot L_{eq}}{R_o} \cdot f < (1-D)^2 \Rightarrow K_1 < K_{1CRÍTICO} \\ \\ \text{Cond. contínua} \\ (R_o < R_{CRÍTICO}) \Rightarrow \frac{2 \cdot L_{eq}}{R_o} \cdot f > (1-D)^2 \Rightarrow K_1 > K_{1CRÍTICO} \\ \\ \text{Cond. crítica} \\ (R_o = R_{CRÍTICO}) \Rightarrow \frac{2 \cdot L_{eq}}{R_o} \cdot f = (1-D)^2 \Rightarrow K_1 = K_{1CRÍTICO} \end{cases}$$

onde:

$$K_{1CRÍTICO} = (1-D)^2 \quad (5.143)$$

A máxima razão cíclica D_{max} para que se garanta operação no modo descontínuo é dada por:

$$K_1 < K_{1CRÍTICO} \quad (5.144)$$

No limite, tem-se:

$$K_1 = K_{1CRÍTICO} = (1-D)^2 \quad (5.145)$$

ou seja:

$$D_{max}^2 - 2 \cdot D_{max} + (1-K_1) = 0 \quad (5.146)$$

Logo:

$$D_{max} = 1 - \sqrt{K_1} \quad (5.147)$$

Levando o valor de $K_1 = K_{1CRÍTICO}$ (Eq. 5.143) em (5.146) encontra-se a Eq. (5.56), que mostra que a tensão de saída (V_o), a exemplo do que ocorre para condução contínua, depende unicamente do parâmetro D .

5.5. CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA E CARACTERÍSTICA DE CARGA DO CONVERSOR SEPIC EM REGIME PERMANENTE

Na Fig. 5.14 é apresentada a característica de transferência estática do conversor Sepic, com as respectivas faixas de operação. A região de condução descontínua é estabelecida a partir da Eq. (5.129), e a região de condução contínua é obtida através da Eq. (5.56).

Substituindo o valor de D_1 (Eq. 5.106), na expressão da corrente média de carga (Eq. 5.115), para o modo de condução descontínuo, tem-se que:

$$I_o = \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot D \cdot \frac{E}{V_o} \cdot D \quad (5.148)$$

ou seja:

$$I_o = \frac{E^2 \cdot T}{2 \cdot L_{eq} \cdot V_o} \cdot D^2 \quad (5.149)$$

Definindo-se o parâmetro γ como sendo:

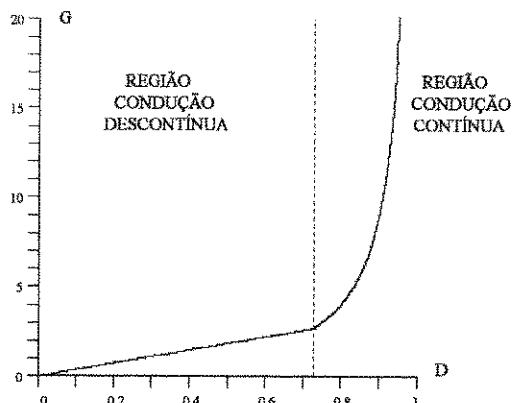


Fig. 5.14: Característica de transferência estática do conversor Sepic, regime permanente.

$$\gamma = \frac{2 \cdot L_{eq} \cdot I_o}{E \cdot T} = \frac{E}{V_o} \cdot D^2 \quad (5.150)$$

Então:

$$\gamma = \frac{D^2}{G} \quad (5.151)$$

A expressão (5.151) é válida para a região de operação no modo descontínuo. No limite da descontinuidade tem-se que:

$$G = \frac{D}{(1-D)} \quad (5.152)$$

ou então:

$$D = \frac{G}{G+1} \quad (5.153)$$

Substituindo a Eq. (5.153) em (5.151), obtém-se:

$$\gamma = \frac{G}{(G+1)^2} \quad (5.154)$$

O ponto de máximo para γ ocorre no limite da descontinuidade e é dado por:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial G} = 0 \quad (5.155)$$

Dessa forma:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial G} = \frac{(G+1)^2 - 2 \cdot G \cdot (G+1)}{(G+1)^4} = 0 \quad (5.156)$$

A solução da Eq. (5.156) ocorre para $G = 1$. Isso significa que o limite da descontinuidade é obtido quando a razão cíclica for de 50% ($D = 0,5$).

Para $G = 1 \Rightarrow V_o = E$ (limite da descontinuidade)

Desse modo:

$$\gamma_{max} |_{G=1} = 0,25 \quad (5.157)$$

Na Eq. (5.151) colocando o parâmetro G em evidência, tem-se:

$$G = \frac{D^2}{\gamma} \quad (5.158)$$

Com as expressões (5.158), (5.154) e (5.153), traçam-se as curvas que representam a característica de carga do conversor Sepic em regime permanente, conforme está mostrado na Fig. 5.15.

5.6. ANÁLISE DOS TEMPOS DE CONDUÇÃO E ABERTURA DA CHAVE DE POTÊNCIA NO MODO DE CONDUÇÃO CONTÍNUA

De acordo com a Eq. (5.45), tem-se que:

$$\Delta I_E = \frac{E}{L_E} \cdot DT \quad (5.159)$$

Lembrando que:

$$t_c = DT = \frac{D}{f} \rightarrow \text{tempo de condução} \quad (5.160)$$

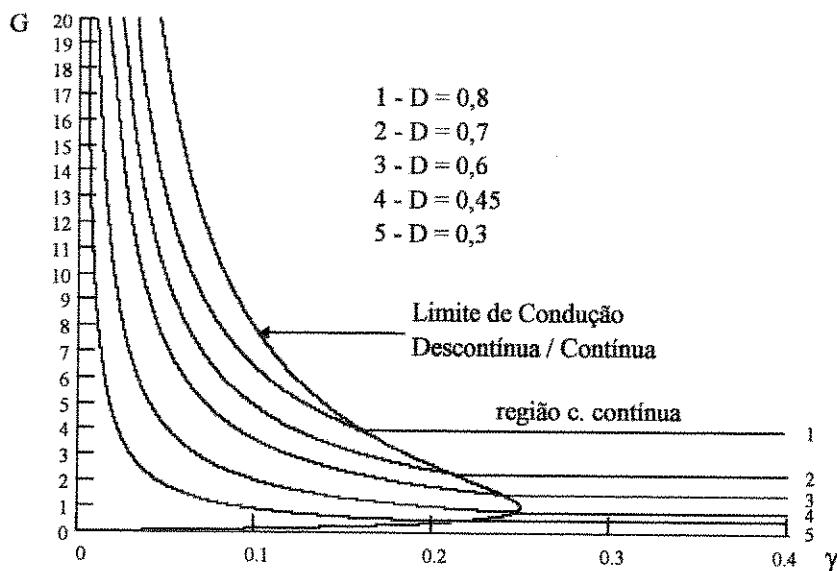


Fig. 5.15: Característica de carga do conversor Sepic, regime permanente.

$$t_a = (1-D) \cdot T = \frac{(1-D)}{f} \rightarrow \text{tempo de abertura} \quad (5.161)$$

Das Eqs. (5.159) e (5.160), tem-se que:

$$t_c = \frac{\Delta I_E \cdot L_E}{E} \quad (5.162)$$

Dessa forma fica definido o tempo de condução da chave S. A Eq. (5.73) revela que:

$$I_{E_{md}} = I_{L_{E_{md}}} = G \cdot I_o = G \cdot \frac{V_o}{R_o} \quad (5.163)$$

$$\text{sendo: } G = \frac{V_o}{E} \therefore V_o = E \cdot G \quad (5.164)$$

Logo:

$$I_{E_{md}} = G^2 \cdot \frac{E}{R_o} \quad (5.165)$$

Aplicando na Eq. (5.165) a Eq. (5.152), obtém-se:

$$I_{E_{md}} = \frac{E}{R_o} \left[\frac{D}{(1-D)} \right]^2 \quad (5.166)$$

Então:

$$\frac{\Delta I_E}{I_{E_{md}}} = \frac{R_o}{L_E} \cdot \frac{(1-D)^2}{D} \cdot T \quad (5.167)$$

$$\text{Definindo-se: } \tau = \frac{L_E}{R_o} \quad (5.168)$$

Então, de (5.167), tem-se que:

$$f = \frac{I_{E_{md}}}{\Delta I_E} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{(1-D)^2}{D} \quad (5.169)$$

Trabalhando a Eq. (5.169) e usando as Eqs. (5.160) e (5.161), obtém-se:

$$f \cdot \frac{\Delta I_E}{I_{E_{md}}} \cdot \tau = \frac{(t_a \cdot f)^2}{t_c \cdot f} \quad (5.170)$$

Logo:

~~$$t_a^2 = \frac{\Delta I_E}{I_{E_{md}}} \cdot \tau \cdot t_c$$~~
$$(5.171)$$

Substituindo as Eqs. (5.166) e (5.168) em (5.171), tem-se:

$$t_a^2 = \Delta I_E \cdot \frac{L_E}{R_o} \cdot \frac{R_o}{E} \cdot \frac{(1-D)^2}{D^2} \cdot t_c \quad (5.172)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_c = DT = \frac{V_o}{E} (1-D)T = \frac{V_o}{E} t_a \\ (1-D)^2 = \frac{1}{G^2} = \frac{E^2}{V_o^2} \end{array} \right. \quad (5.173)$$

$$\frac{(1-D)^2}{D^2} = \frac{1}{G^2} = \frac{E^2}{V_o^2} \quad (5.174)$$

Assim:

$$t_a^2 = \frac{\Delta I_E \cdot L_E}{E} \cdot \frac{E^2}{V_o^2} \cdot \frac{V_o}{E} \cdot t_a \quad (5.175)$$

Finalmente:

$$t_a = \frac{\Delta I_E \cdot L_E}{V_o} \quad (5.176)$$

A Eq. (5.176), que é similar à Eq. (5.162), define o tempo de abertura da chave S de potência.

5.7. CONTROLE DO CONVERSOR SEPIC EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM

A estrutura básica de potência do conversor Sepic com controle da tensão de saída, empregando modulação PWM representada por diagrama de blocos, é apresentada na Fig. 5.16.

O controle da tensão média de saída é feito a partir da variação da razão cíclica D. Uma imagem da tensão de saída (V_o) é comparada com uma tensão de referência (V_{ref}). O sinal de erro (ϵ) gerado é enviado ao circuito comparador, e é comparado com um sinal dente de serra, gerando os sinais de comando que acionarão a chave S de potência. O que se tem, efetivamente, é um aumento ou uma diminuição da razão cíclica em função da tendência de diminuição ou de aumento da tensão média de saída, respectivamente. Essa ação fará com que a chave S permaneça por um maior ou menor tempo em condução, dependendo da energia solicitada pela carga e mantendo, dessa forma, a tensão média de saída constante. Os sinais de comando da chave S são mostrados na Fig. 5.16(b).

5.8. COMENTÁRIOS

No modo de operação em condução descontínua, o conversor CC-CC Sepic possui uma redução na ordem do sistema, o que representa um aspecto positivo para esse modo de operação. Contudo, sua característica de transferência estática não

depende somente da razão cíclica D, mas também dos indutores (L_B e L_m), da carga (R_o) e da freqüência de operação (f), de acordo com análise da Eq. (5.129).

Verifica-se ainda, que o conversor Sepic no modo de condução descontínua pode operar como elevador ou abaixador de tensão; porém, como abaixador de tensão, a faixa de variação possível de D é bem pequena, conforme mostrado na Fig. 5.12.

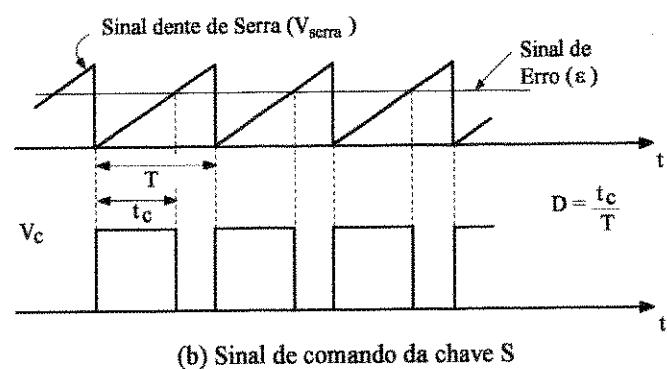
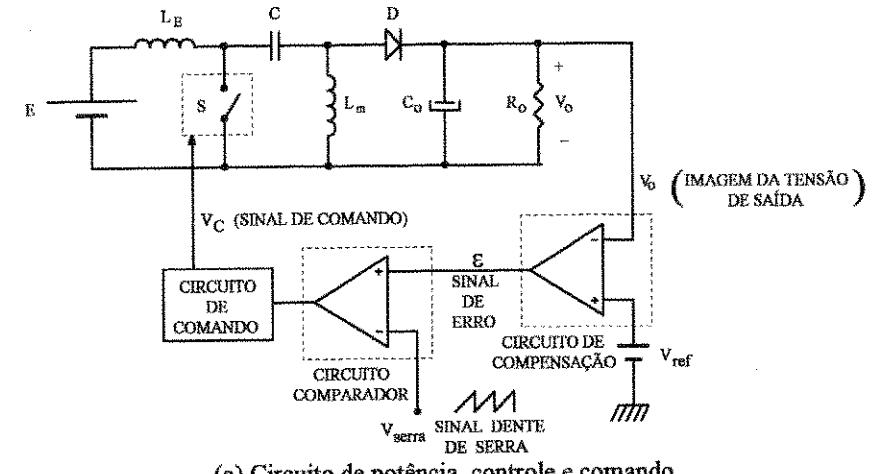


Fig. 5.16: Controle do conversor Sepic empregando modulação PWM.

Quando esse mesmo conversor trabalha no modo de condução contínua ou critica, observa-se que sua característica de transferência estática independe da carga (R_o), depende unicamente da razão cíclica (D), conforme análise da Eq. (5.56), sendo que, ele continua podendo operar como elevador ou abaixador de tensão, com

uma faixa maior de variação de D, dando maior flexibilidade ao controle, de acordo com análise da Fig. 5.5.

Dos estudos relativos às ondulações de corrente e tensão, verifica-se que a ondulação de corrente na entrada do conversor Sepic e a ondulação de tensão na saída do mesmo não são nulas. Este fato determina que tanto o filtro de entrada quanto o de saída devem ser ajustados para a máxima ondulação desejada, o que pode prejudicar a dinâmica do conversor, principalmente no que concerne ao filtro de saída, dependendo, obviamente, da magnitude deste filtro.

5.9. EXERCÍCIOS

5.9.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1º) Seja o conversor Sepic apresentado na Fig. 5.17 cujos parâmetros são:

$$E = 30V$$

$$f = 30 \text{ kHz}$$

$$L_E = L_m = 150\mu\text{H}$$

$$C = C_o = 50\mu\text{F}$$

$$R_o = 200\Omega$$

$$D = 0,45 \text{ (Razão cíclica)}$$

Considerando um rendimento de 100% determinar:

- a) O parâmetro D_1 ;
- b) A tensão média de saída (V_o);
- c) A potência média de saída (P_o);
- d) A corrente média de saída (I_o);
- e) A corrente média de entrada (I_{End});
- f) A ondulação da tensão de saída (ΔV_o).

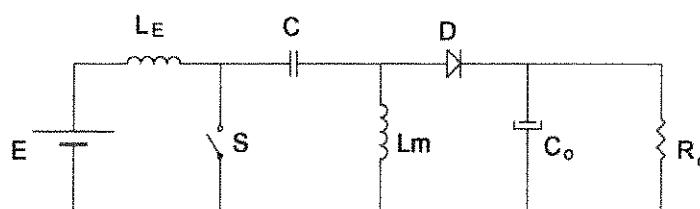


Fig. 5.17: Conversor Sepic.

SOLUÇÃO:

- a) Parâmetro D_1

Só há sentido em se determinar o parâmetro D_1 se a condução for descontínua. Portanto, antes de se iniciar a solução do problema é preciso verificar se o conversor opera no modo contínuo ou descontínuo. Assim sendo tem-se:

$$R_o > R_{CRÍTICO} \Rightarrow \text{condução descontínua}$$

$$R_o < R_{CRÍTICO} \Rightarrow \text{condução contínua}$$

$$R_o = R_{CRÍTICO} \Rightarrow \text{condução crítica}$$

$$\text{onde: } R_{CRÍTICO} = 2 \cdot L_{eq} \cdot f \cdot \frac{1}{(1-D)^2}$$

$$L_{eq} = \frac{L_E \cdot L_m}{(L_E + L_m)} = \frac{L_E^2}{2 \cdot L_E} = \frac{150\mu\text{H}}{2} = 75\mu\text{H}$$

$$R_{CRÍTICO} = 2 \cdot 75\mu \cdot 30\text{k} \cdot \frac{1}{(1-0,45)^2} = 14,88\Omega$$

Então:

$$R_o > R_{CRÍTICO} \Rightarrow \text{condução descontínua}$$

A partir da Eq. (5.126), tem-se:

$$D_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot L_{eq} \cdot f}{R_o}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 75\mu \cdot 30\text{k}}{200}}$$

$$D_1 = 0,15$$

- b) Tensão média de saída (V_o)

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{D_1}$$

ou seja:

$$V_o = \frac{D}{D_1} \cdot E = \frac{0,45}{0,15} \cdot 30$$

$$V_o = 90\text{V}$$

c) Potência média de saída (P_o)

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} = \frac{90^2}{200}$$

$$P_o = 40,5W$$

d) Corrente média de saída (I_o)

$$P_o = V_o \cdot I_o$$

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{40,5}{90}$$

$$I_o = 0,45A$$

e) Corrente média de entrada (I_{Emd})

Considerando um rendimento de 100% tem-se:

$$P_E = P_o = 40,5W \quad \rightarrow \quad \text{Potência média de entrada}$$

Dessa forma:

$$P_E = E \cdot I_{Emd}$$

$$I_{Emd} = \frac{P_E}{E} = \frac{40,5}{30}$$

$$I_{Emd} = 1,35A$$

f) Ondulação da tensão de saída (ΔV_o)

A ondulação da tensão de saída é a própria variação da tensão nos terminais do capacitor de saída C_o ; para determiná-la é preciso conhecer a forma de onda da corrente no capacitor C_o .

Admitindo que a componente contínua da corrente no diodo D é toda desviada para a carga, então a sua componente alternada circula pelo capacitor C_o . Desse modo, as formas de onda das correntes no diodo D e no capacitor C_o , e da variação de tensão no capacitor C_o , são dadas na Fig. 5.18.

Verifica-se que durante o intervalo de tempo (D_2T+DT) a corrente que circula pelo capacitor C_o é I_o . Dessa forma tem-se:

$$\Delta V_o = \Delta V_{C_o} = \frac{1}{C_o} \cdot \int_0^{D_2T+DT} i_{C_o}(t) \cdot dt = \frac{1}{C_o} \cdot \int_0^{D_2T+DT} I_o \cdot dt \quad (5.177)$$

$$\Delta V_o = \frac{1}{C_o} \cdot I_o (D_2T + DT) \quad (5.178)$$

A corrente I_o é obtida a partir da Eq. (5.116). Então:

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot D \cdot D_1 \quad (5.179)$$

O valor de $D_2 \cdot T$ é dado por:

$$D_2T = T - DT - D_1T \quad (5.180)$$

Assim, levando as Eqs. (5.179) e (5.180) em (5.178), obtém-se:

$$\Delta V_o = \frac{1}{C_o} \cdot \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot D \cdot D_1 \cdot (T - DT - D_1T + DT)$$

$$\Delta V_o = \frac{1}{C_o} \cdot \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot D \cdot D_1 \cdot (1 - D_1) \cdot T$$

Assim:

$$\Delta V_o = \frac{1}{C_o} \cdot \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f^2} \cdot D \cdot D_1 \cdot (1 - D_1) \quad (5.181)$$

sendo $\frac{V_o}{E} = \frac{D}{D_1}$; então:

$$\Delta V_o = \frac{1}{C_o} \cdot V_o \cdot \frac{D_1}{\frac{V_o}{E}} \cdot \frac{\frac{D}{D_1} \cdot D_1}{2 \cdot L_{eq} \cdot f^2} \cdot (1 - D_1)$$

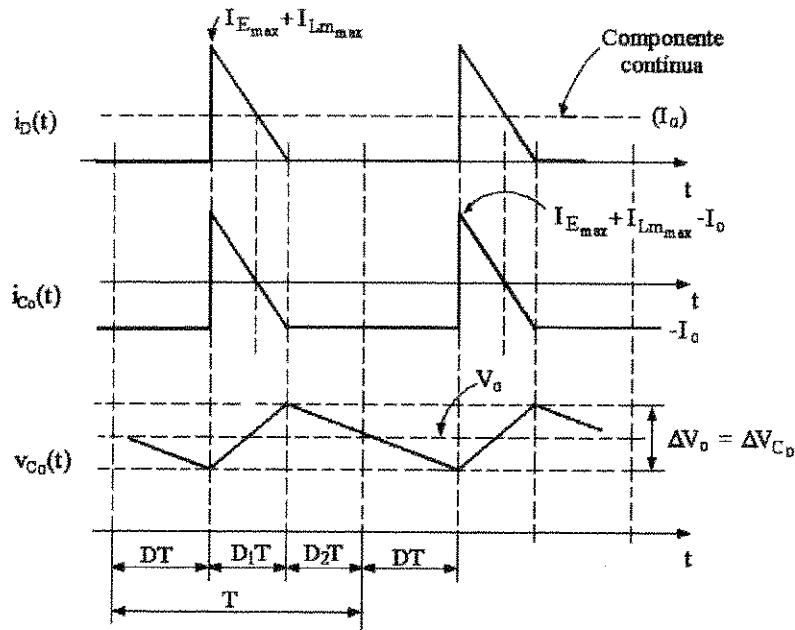


Fig. 5.18: Formas de onda de $i_D(t)$; $i_{Co}(t)$; $v_{Co}(t)$.

$$\Delta V_o = \frac{V_o \cdot D_1^2 \cdot (1 - D_1)}{C_o \cdot 2 \cdot L_{eq} \cdot f^2} \quad (5.182)$$

As expressões (5.178); (5.181) e (5.182) representam a ondulação da tensão de saída. Logo:

$$\Delta V_o = \frac{90 \cdot (0,15)^2 \cdot (1 - 0,15)}{50\mu \cdot 2 \cdot 75\mu \cdot (30k)^2}$$

$$\Delta V_o = 255\text{mV}$$

- 2º) Para o conversor Sepic operando no modo de condução descontínua, provar que a corrente média na carga (I_o) é igual a corrente média na indutância magnetizante ($I_{Lm,md}$).

SOLUÇÃO:

A corrente média na indutância magnetizante em função da corrente de entrada é fornecida pela Eq. (5.110):

$$I_{Lm,md} = \frac{D_1}{D} \cdot I_{Emd} \quad (5.183)$$

Considerando o conversor ideal tem-se que:

$$I_{Emd} = \frac{P_E}{E} = \frac{P_o}{E}$$

$$\text{onde: } P_o = \frac{V_o^2}{R_o}$$

Assim:

$$I_{Emd} = \frac{V_o^2}{R_o} \cdot \frac{1}{E}$$

$$\text{onde: } \frac{1}{E} = \frac{D}{D_1} \cdot \frac{1}{V_o} \quad . \text{ Logo:}$$

$$I_{Emd} = \frac{V_o^2}{R_o} \cdot \frac{D}{D_1} \cdot \frac{1}{V_o}$$

$$I_{Emd} = \frac{D}{D_1} \cdot \frac{V_o}{R_o} \quad \therefore$$

$$I_{Emd} = \frac{D}{D_1} \cdot I_o$$

Levando a Eq. (5.184) em (5.183) tem-se:

$$I_{Lm,md} = \frac{D_1}{D} \cdot \frac{D}{D_1} \cdot I_o$$

Desse modo:

$$I_{Lm,md} = I_o \quad \text{c.q.d.} \quad (5.185)$$

Uma outra maneira de se chegar a esse mesmo resultado é mostrada a seguir.

Analizando a Eq. (5.115) tem-se:

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{E}{2 \cdot L_{eq}} \cdot D \cdot D_1 = \frac{E}{2} \cdot D_1 \cdot DT \cdot \left(\frac{1}{L_E} + \frac{1}{L_m} \right)$$

$$I_o = I_{Dmd} = D_1 \cdot \left[\frac{E}{2 \cdot L_E} \cdot DT + \frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT \right]$$

Multiplicando e dividindo por $(D+D_1)$, obtém-se:

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{D_1}{(D+D_1)} \cdot \left[\frac{E}{2 \cdot L_E} \cdot DT \cdot (D+D_1) + \frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT \cdot (D+D_1) \right] \quad (5.186)$$

Através das Eqs. (5.107) e (5.108), tem-se que:

$$\frac{E}{2 \cdot L_E} \cdot DT \cdot (D+D_1) = I_{Emd} - I_{E(0)}$$

$$\frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT \cdot (D+D_1) = I_{Lm_{md}} + I_{E(0)}$$

Levando esses resultados na Eq. (5.186), obtém-se:

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{D_1}{(D+D_1)} \cdot (I_{Emd} + I_{Lm_{md}})$$

A partir da Eq. (5.110) é sabido que:

$$I_{Emd} = \frac{D}{D_1} \cdot I_{Lm_{md}}$$

Logo:

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{D}{(D+D_1)} \cdot \left[\frac{D}{D_1} \cdot I_{Lm_{md}} + I_{Lm_{md}} \right]$$

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{D_1}{(D+D_1)} \cdot I_{Lm_{md}} \cdot \left[\frac{D}{D_1} + 1 \right]$$

$$I_o = I_{Dmd} = \frac{D_1}{(D+D_1)} \cdot I_{Lm_{md}} \cdot \left[\frac{(D+D_1)}{D_1} \right]$$

Desse modo:

$$I_o = I_{Dmd} = I_{Lm_{md}} \quad \text{c.q.d.}$$

3º) Um conversor Sepic de 150W operando no modo de condução descontínua é alimentado com uma tensão constante de 50V. A corrente de pico na entrada é de 9A, e a corrente magnetizante inicial ($I_{Lm(0)}$) é igual a 100mA. Considerando o conversor sem perdas, operando a uma frequência de 30kHz, e com razão cíclica de 40%, determinar:

- a) O valor da indutância de entrada (L_E);
- b) A corrente média de entrada (I_{Emd});
- c) A corrente média na indutância magnetizante (I_{Lm});
- d) O valor da indutância magnetizante (L_m);
- e) A corrente média na carga (I_o);
- f) A tensão média na carga (V_o);
- g) O capacitor de saída C_o de modo que a ondulação relativa de tensão de saída seja de 1%;
- h) O valor de pico da corrente na chave S (I_{Smax});
- i) O valor da resistência de carga (R_o);
- j) O valor do capacitor C, considerando uma variação de tensão nos seus terminais de 1% em relação a tensão de alimentação E;
- k) O tempo de duração da terceira etapa de funcionamento (D_2T).

SOLUÇÃO:

- a) Valor da indutância de entrada (L_E)

O circuito de potência do conversor Sepic é mostrado na Fig. 5.19. Estando o conversor operando no modo de condução descontínua, a corrente de pico na entrada é obtida a partir da Eq. (5.112), isto é:

$$I_{Emax} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT$$

Logo:

$$L_E = \frac{E \cdot DT}{[I_{Emax} - I_{E(0)}]} = \frac{E \cdot D}{f \cdot [I_{Emax} - I_{E(0)}]}$$

Do enunciado do exercício tem-se que:

$$E = 50V$$

$$D = 0,4$$

$$f = 30\text{kHz}$$

$$L_E = \frac{50 \cdot 0,4}{30k \cdot (9 - 0,1)}$$

$$L_E = 74,9\mu\text{H}$$

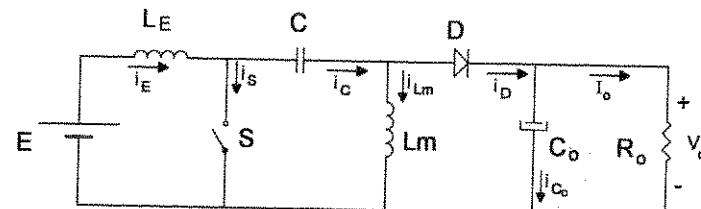


Fig. 5.19: Circuito de potência do conversor Sepic.

b) Corrente média de entrada (I_{Emd})

A corrente média de entrada é obtida através da seguinte expressão:

$$P_E = E \cdot I_{Emd} \quad \therefore \quad I_{Emd} = \frac{P_E}{E} = \frac{150}{50}$$

$$I_{Emd} = 3A$$

c) Corrente média na indutância magnetizante ($I_{Lm_{md}}$)

Para se determinar a corrente média na indutância magnetizante tem-se que inicialmente conhecer o valor do parâmetro D_1 . Aplicando-se a Eq. (5.107), obtém-se:

$$I_{Emd} = \frac{E}{2 \cdot L_E} \cdot DT \cdot (D + D_1) + I_{E(0)}$$

$$[I_{Emd} - I_{E(0)}] \cdot \frac{2 \cdot L_E}{DT \cdot E} = (D + D_1)$$

$$D_1 = [I_{Emd} - I_{E(0)}] \cdot \frac{2 \cdot L_E \cdot f}{D \cdot E} - D$$

Então:

$$D_1 = (3 - 0,1) \cdot \frac{2 \cdot 74,9\mu\text{H} \cdot 30\text{k}}{0,4 \cdot 50} - 0,40$$

$$D_1 = 0,25$$

A partir da determinação do parâmetro D_1 pode-se aplicar tanto a Eq. (5.108) como a Eq. (5.110). Desse modo:

$$\frac{I_{Emd}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{D}{D_1} \quad \therefore \quad I_{Lm_{md}} = \frac{D_1}{D} \cdot I_{Emd} = \frac{0,25}{0,4} \cdot 3$$

$$I_{Lm_{md}} = 1,87A$$

d) Valor da indutância magnetizante (L_m)

Analizando-se a Eq. (5.108) obtém-se:

$$L_m = \frac{E \cdot D \cdot (D + D_1)}{2 \cdot [I_{Lm_{md}} + I_{E(0)}] \cdot f} = \frac{50 \cdot 0,4 \cdot (0,4 + 0,25)}{2 \cdot [1,87 + 0,1] \cdot 30\text{k}}$$

$$L_m = 109,98 \mu\text{H}$$

e) Corrente média na carga (I_o)

Através da Eq. (5.116) tem-se:

$$I_o = I_{Lm_{md}} = 1,87A$$

f) Tensão média na carga (V_o)

Considerando o conversor sem perdas tem-se que:

$$P_E = P_o = 150\text{W}$$

Logo:

$$P_o = V_o I_o \quad \therefore \quad V_o = \frac{P_o}{I_o} = \frac{150}{1,87}$$

$$V_o = 80,21V$$

Verifica-se que para a situação apresentada o conversor opera como elevador de tensão.

- g) Capacitor de saída C_o de modo que a ondulação relativa da tensão de saída seja de 1%.

A ondulação relativa da tensão de saída é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = 1\% \quad \therefore \quad \frac{\Delta V_o}{V_o} = 0,01$$

Assim a ondulação da tensão de saída será:

$$\Delta V_o = 0,01 \cdot V_o \quad \therefore \quad \Delta V_o = 0,01 \cdot 80,21 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta V_o = 0,80V}$$

A partir da Eq. (5.181) tem-se que:

$$\Delta V_o = \frac{1}{C_o} \cdot \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f^2} \cdot D \cdot D_1 \cdot (1 - D_1)$$

Desse modo:

$$C_o = \frac{1}{\Delta V_o} \cdot \frac{E}{2 \cdot L_{eq} \cdot f^2} \cdot D \cdot D_1 \cdot (1 - D_1)$$

onde: $L_{eq} = \frac{L_E \cdot L_m}{L_E + L_m} = \frac{74,9 \cdot 109,98}{74,9 + 109,98} = 44,56\mu H$

Então:

$$C_o = \frac{1}{0,80} \cdot \frac{50}{2 \cdot 44,56\mu \cdot (30k)^2} \cdot 0,4 \cdot 0,25 \cdot (1 - 0,25)$$

$$C_o = 58,44\mu F$$

- h) Valor de pico da corrente na chave S

A corrente de pico na chave S é dada por:

$$I_{Smax} = I_{Emax} + I_{Lmmax}$$

onde:

$$I_{Emax} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT \quad e \quad I_{Lmmax} = \frac{E}{L_m} \cdot DT - I_{E(0)}$$

Desse modo:

$$I_{Smax} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT + \frac{E}{L_m} \cdot DT - I_{E(0)}$$

$$I_{Smax} = \frac{E \cdot D}{f} \cdot \left(\frac{1}{L_E} + \frac{1}{L_m} \right)$$

ou seja:

$$\boxed{I_{Smax} = \frac{E \cdot D}{L_{eq} \cdot f}}$$

Assim:

$$I_{Smax} = \frac{50 \cdot 0,4}{44,56\mu \cdot 30k}$$

$$\boxed{I_{Smax} = 14,96A}$$

- i) Valor da resistência de carga (R_o)

$$V_o = R_o \cdot I_o \quad \therefore \quad R_o = \frac{V_o}{I_o} = \frac{80,21}{1,87}$$

$$\boxed{R_o = 42,89\Omega}$$

- j) Valor do capacitor C, considerando uma variação de tensão nos seus terminais de 1% em relação a tensão de alimentação E.

Para resolver este item, é importante identificar a forma de onda da corrente no capacitor C a cada intervalo de tempo, correspondente a etapa de funcionamento. Para melhor visualização do problema serão apresentadas as formas de onda de $i_C(t)$; $i_{Lm}(t)$; $v_C(t)$, conforme apresentado na Fig. 5.20. A partir das formas de onda, colocadas de maneira simplificada, verifica-se que durante o intervalo de tempo DT ocorre a variação de tensão nos terminais do capacitor C desde V_{Cmax} até V_{Cmin} , ou seja, uma variação negativa, tendo em vista que o capacitor está se descarregando. Nesse intervalo de tempo a corrente no capacitor C é a própria corrente na indutância magnetizante, mas com o sentido invertido. A expressão matemática de $i_C(t)$ é fornecida a seguir:

$$i_C(t) = -i_{Lm}(t) = I_{Lm(0)} - \frac{E}{L_m} \cdot t \quad (5.187)$$

Desse modo, a variação da tensão no capacitor C durante o mencionado intervalo será:

$$(-\Delta V_C) = \frac{1}{C} \int_0^{DT} i_C(t) dt = \frac{1}{C} \int_0^{DT} \left[I_{Lm(0)} - \frac{E}{L_m} \cdot t \right] dt$$

A interpretação física do sinal negativo à frente da ondulação de tensão ($-\Delta V_C$), se deve ao fato da corrente $i_C(t)$, durante esta etapa de funcionamento (1ª etapa → Fig. 5.7.a), estar entrando no terminal negativo do capacitor C. O que equivale a dizer, que o capacitor C está se descarregando, isto é, a tensão nos seus terminais está evoluindo de um valor máximo (V_{Cmax}) para um valor mínimo (V_{Cmin}), de forma que a diferença entre esses dois valores, que caracteriza a definição de ondulação de tensão (ΔV_C), é negativa.

$$(-\Delta V_C) = \frac{1}{C} \cdot \left[I_{Lm(0)} \cdot DT - \frac{E}{L_m} \cdot \frac{(DT)^2}{2} \right]$$

Multiplicando toda a expressão por (-1), tem-se:

$$\Delta V_C = \frac{1}{C} \cdot \left[\frac{E}{L_m} \cdot \frac{(DT)^2}{2} - I_{Lm(0)} \cdot DT \right]$$

$$\Delta V_C = \frac{DT}{C} \cdot \left[\frac{E}{2L_m} \cdot DT - I_{Lm(0)} \right] \quad (5.188)$$

A corrente $I_{Lm(0)}$ é obtida através da Eq. (5.108), sabendo que $|I_{Lm(0)}| = |I_{E(0)}|$.

Assim:

$$I_{Lm_{md}} = \frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT \cdot (D + D_1) - I_{Lm(0)}$$

Logo:

$$I_{Lm(0)} = \frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT \cdot (D + D_1) - I_{Lm_{md}} \quad (5.189)$$

Através das Eqs. (5.106) e (5.110) tem-se que:

$$I_{Lm_{md}} = \frac{D_1}{D} \cdot I_{Emd} \quad ; \quad E = \frac{D_1}{D} \cdot V_o \quad (5.190)$$

$$I_{Emd} = \frac{P_E}{E} = \frac{P_o}{E} = \frac{V_o^2}{R_o \cdot E} = \frac{V_o^2}{R_o} \frac{D}{D_1} \frac{1}{\sqrt{b}}$$

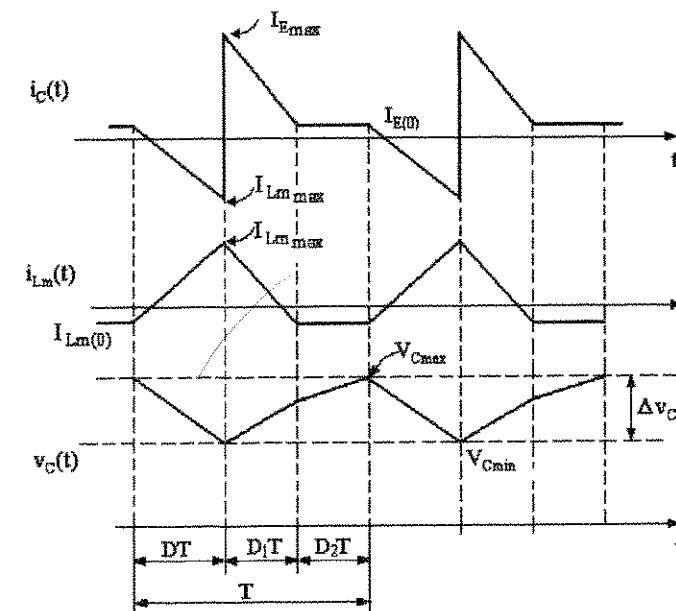


Fig. 5.20: Formas de onda de $i_C(t)$; $i_{Lm}(t)$; $v_C(t)$.

ou seja:

$$I_{Emd} = \frac{D}{D_1} \cdot \frac{V_o}{R_o} = \frac{D}{D_1} \cdot I_o$$

$$I_{Lm_{md}} = \frac{D_1}{D} \cdot \frac{D}{D_1} \cdot \frac{V_o}{R_o} \quad \therefore \quad I_{Lm_{md}} = \frac{V_o}{R_o} = I_o \quad (5.191)$$

Levando as Eqs. (5.191) e (5.190) em (5.189), obtém-se:

$$I_{Lm(0)} = \frac{D_1}{D} \cdot \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot DT \cdot (D + D_1) - \frac{V_o}{R_o}$$

$$I_{Lm(0)} = \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot D_1 T \cdot (D + D_1) - \frac{V_o}{R_o} \quad (5.192)$$

Substituindo a Eq. (5.192) em (5.188):

$$\Delta V_C = \frac{DT}{C} \cdot \left[\frac{E}{2 \cdot L_m} \cdot DT - \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot D_1 T \cdot (D + D_1) + \frac{V_o}{R_o} \right]$$

$$\Delta V_C = \frac{DT}{C} \cdot \left[\frac{D_1}{D} \cdot \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot DT - \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot D_1 T \cdot (D + D_1) + \frac{V_o}{R_o} \right]$$

$$\Delta V_C = \frac{DT}{C} \cdot \left[\frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot D_1 T - \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot D_1 T \cdot (D + D_1) + \frac{V_o}{R_o} \right]$$

$$\Delta V_C = \frac{DT}{C} \left\{ \frac{V_o}{2 \cdot L_m} \cdot D_1 T \cdot [1 - (D + D_1)] + \frac{V_o}{R_o} \right\}$$

$$\boxed{\Delta V_C = \frac{V_o \cdot DT}{R_o \cdot C} \left[\frac{R_o}{2 \cdot L_m} \cdot D_1 T \cdot (1 - D - D_1) + 1 \right]} \quad (5.193)$$

ou ainda:

$$\boxed{\Delta V_C = \frac{D \cdot V_o}{R_o \cdot f \cdot C} \left[\frac{R_o \cdot D_1}{2 \cdot L_m \cdot f} (1 - D - D_1) + 1 \right]} \quad (5.194)$$

O valor do capacitor C será:

$$\boxed{C = \frac{D \cdot V_o}{R_o \cdot f \cdot \Delta V_C} \left[\frac{R_o \cdot D_1}{2 \cdot L_m \cdot f} (1 - D - D_1) + 1 \right]} \quad (5.195)$$

As expressões (5.193), (5.194) e (5.195) somente são rigorosas para pequenos valores de $I_{Lm(0)}$ (na ordem de 10% de $I_{Lm_{max}}$).

A partir da Eq. (5.195) é possível determinar o valor do capacitor C, ou seja, para as condições do enunciado do problema tem-se:

$$\frac{|\Delta V_C|}{E} = 1\% = 0,01 \quad \therefore \quad |\Delta V_C| = 0,01 \cdot E = 0,01 \cdot 50$$

$$\boxed{|\Delta V_C| = 0,5V}$$

Então:

$$C = \frac{0,4 \cdot 80,21}{42,89 \cdot 30k \cdot 0,5} \cdot \left[\frac{42,89 \cdot 0,25}{2 \cdot 30k \cdot 109,98\mu} \cdot (1 - 0,4 - 0,25) + 1 \right]$$

$$\boxed{C = 78,23\mu F}$$

k) Tempo de duração da terceira etapa de funcionamento ($D_2 T$).

Através da Fig. 5.20 é fácil perceber que:

$$D_2 T = T - (DT + D_1 T)$$

$$\text{onde: } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{30k} \quad \therefore \quad T = 33,33\mu s$$

$$D_2 T = 33,33\mu s - (0,4 \cdot 33,33\mu s + 0,25 \cdot 33,33\mu s)$$

$$\boxed{D_2 T = 11,66\mu s}$$

Logo:

$$D_2 = \frac{11,66\mu}{33,33\mu}$$

$$D_2 = 0,35$$

4º) Deduzir a Eq. (5.107)

SOLUÇÃO:

A forma de onda da corrente de entrada $i_{E(0)}$ é apresentada na Fig. 5.21, onde:

$$\ast t_0 = 0$$

$$\ast D = \frac{t_1}{T} ; \quad D_1 = \frac{(t_2 - t_1)}{T}$$

$$\ast D_2 = \frac{(t_3 - t_2)}{T} ; \quad D_2 T = T - DT - D_1 T$$

A corrente média de entrada é definida a partir da seguinte expressão:

$$I_{Emd} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{E(0)} dt$$

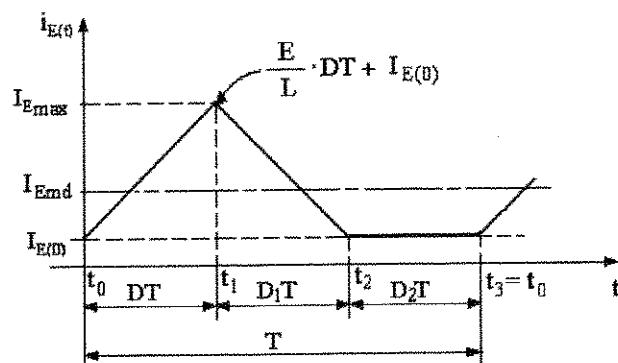


Fig. 5.21. Corrente de entrada $i_{E(0)}$

O equacionamento da corrente de entrada será:

$$I_{E(t)} = \begin{cases} I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} t & ; \text{ p/ } 0 < t \leq DT \\ I_{E(DT)} - \frac{V_o}{L_E} (t - DT) & ; \text{ p/ } DT < t \leq (D+D_1)T \\ I_{E(D_1 T)} = I_{E(D_2 T)} = I_{E(0)} & ; \text{ p/ } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases}$$

Assim:

$$I_{Emd} = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{DT} \left[I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} t \right] dt + \int_0^{D_1 T} \left[I_{E(DT)} - \frac{V_o}{L_E} t \right] dt + \int_0^{D_2 T} I_{E(0)} dt \right\}$$

$$I_{Emd} = \frac{1}{T} \left[I_{E(0)} \cdot DT + \frac{E}{L_E} \cdot \frac{(DT)^2}{2} + I_{E(DT)} \cdot D_1 T - \frac{V_o}{L_E} \cdot \frac{(D_1 T)^2}{2} + I_{E(0)} \cdot D_2 T \right]$$

$$\text{onde: } I_{E(DT)} = I_{E_{max}} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT$$

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{D_1} \Rightarrow V_o = E \cdot \frac{D}{D_1}$$

$$D_2 T = T - DT - D_1 T$$

Logo:

$$I_{Emd} = \frac{1}{T} \left\{ I_{E(0)} \cdot DT + \frac{E}{2 \cdot L_E} (DT)^2 + \left[I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT \right] D_1 T - \frac{E}{L_E} \cdot \frac{D}{D_1} \cdot \frac{(D_1 T)^2}{2} + I_{E(0)} \cdot (T - DT - D_1 T) \right\}$$

$$I_{Emd} = \frac{1}{T} \left[I_{E(0)} \cdot DT + \frac{E}{2 \cdot L_E} (DT)^2 + I_{E(0)} \cdot D_1 T + \frac{E}{L_E} DT \cdot D_1 T - \frac{E}{2 \cdot L_E} DT \cdot D_1 T + I_{E(0)} \cdot T - I_{E(0)} \cdot D_1 T \right]$$

$$I_{Emd} = \frac{1}{T} \left[\frac{E}{2 \cdot L_E} DT \cdot DT + \frac{E}{2 \cdot L_E} DT \cdot D_1 T + I_{E(0)} \cdot T \right]$$

$$I_{Emd} = \frac{2}{2 \cdot L_E} DT (D + D_1) + I_{E(0)} \quad \text{c.q.d.}$$

* OUTRA FORMA DE SE CHEGAR AO MESMO RESULTADO

Analizando a forma de onda da corrente de entrada $i_{E(0)}$, e aplicando a soma das áreas de cada intervalo, dividido pelo período T , encontra-se igualmente a corrente média de entrada I_{Emd} . Desse modo:

$$I_{Emd} = \frac{DT \cdot I_{E(0)}}{T} + \frac{DT \left[I_{Emax} - I_{E(0)} \right]}{2T} + \frac{D_1 T \cdot I_{E(0)}}{T} + \frac{D_2 T \left[I_{Emax} - I_{E(0)} \right]}{2T} + \frac{D_2 T \cdot I_{E(0)}}{T}$$

$$I_{Emd} = I_{E(0)} \cdot D + \frac{\left[I_{Emax} - I_{E(0)} \right]}{2} D + I_{E(0)} \cdot D_1 + \frac{\left[I_{Emax} - I_{E(0)} \right] D_1}{2} + \frac{I_{E(0)} (T - DT - D_1 T)}{T}$$

sendo que: $I_{Emax} = I_{E(DT)} = I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} \cdot DT$

Então:

$$I_{Emd} = I_{E(0)} D + \left[I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} DT - I_{E(0)} \right] \frac{D}{2} + I_{E(0)} \cdot D_1 + \left[I_{E(0)} + \frac{E}{L_E} DT - I_{E(0)} \right] \frac{D_1}{2} + I_{E(0)} - I_{E(0)} D - I_{E(0)} D_1$$

$$I_{Emd} = \frac{E}{2 \cdot L_E} DT \cdot D + \frac{E}{2 \cdot L_E} DT \cdot D_1 + I_{E(0)}$$

Finalmente:

$$I_{Emd} = \frac{E}{2 \cdot L_E} DT (D + D_1) + I_{E(0)}$$

c.q.d.

5º) Seja o conversor Sepic apresentado na Fig. 5.19, cujos parâmetros são:

$$L_E = L_m = 150 \mu H$$

$$f = 30 \text{ kHz}$$

$$E = 30 \text{ V}$$

$$R_o = 200 \Omega$$

$$C = C_o = 50 \mu F$$

$$D = 0,9 \text{ (razão cíclica)}$$

Considerando o conversor sem perdas determinar a:

- a) Tensão média na carga (V_o);
- b) Corrente média na carga (I_o);
- c) Potência média na carga (P_o);
- d) Corrente média na entrada (I_{Emd});

- e) Corrente média na indutância magnetizante (I_{Lm});
- f) Corrente de pico na entrada do conversor (I_{Emax});
- g) Ondulação da corrente de entrada (ΔI_E);
- h) Ondulação da corrente na indutância magnetizante (ΔI_{Lm});
- i) Características de transferência estática (G);
- j) Ondulação de tensão no capacitor C (ΔV_C);
- k) Ondulação da tensão de saída (ΔV_o);
- l) Corrente máxima e média na chave S;
- m) Tensão máxima e média na chave S.

SOLUÇÃO:

Antes de se iniciar o cálculo de qualquer dos itens apresentados no enunciado do problema, tem-se que conhecer o modo de condução do conversor, ou seja:

$$R_o > R_{crítico} \Rightarrow \text{modo de condução descontínua}$$

$$R_o < R_{crítico} \Rightarrow \text{modo de condução contínua}$$

$$R_o = R_{crítico} \Rightarrow \text{modo de condução crítica}$$

onde: $R_{crítico} = 2 \cdot L_{eq} \cdot f \cdot \frac{1}{(1-D)^2}$

$$L_{eq} = \frac{L_E \cdot L_m}{L_E + L_m} = 75 \mu H$$

Então:

$$R_{crítico} = 2 \cdot 75 \mu \cdot 30k \cdot \frac{1}{(1-0,9)^2}$$

$$R_{crítico} = 450 \Omega$$

Logo:

$$R_o < R_{crítico} \Rightarrow \text{modo de condução contínua}$$

- a) Tensão média na carga (V_o)

Para o modo de condução contínua é válida a seguinte expressão:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1-D)} \quad \therefore \quad V_o = \frac{D}{(1-D)} \cdot E$$

$$V_o = \frac{0,9}{(1-0,9)} \cdot 30$$

$$V_o = 270V$$

Verifica-se que o conversor opera como elevador de tensão.

- b) Corrente média na carga (I_o)

$$I_o = \frac{V_o}{R_o} = \frac{270}{200}$$

$$I_o = 1,35A$$

- c) Potência média na carga (P_o)

$$P_o = V_o \cdot I_o = 270 \cdot 1,35$$

$$P_o = 364,50W$$

- d) Corrente média de entrada (I_{End})

A corrente média de entrada pode ser obtida através da Eq. (5.71), ou seja:

$$I_{End} = \frac{D}{(1-D)} \cdot I_o = \frac{0,9}{(1-0,9)} \cdot 1,35$$

$$I_{End} = 12,15A$$

- e) Corrente média na indutância magnetizante ($I_{Lm_{md}}$)

A corrente média na indutância magnetizante é a mesma corrente média de saída. Assim:

$$I_{Lm_{md}} = I_o = 1,35A$$

- f) Corrente de pico na entrada do conversor (I_{Emax})

A partir da Eq. (5.49), tem-se que:

$$I_{Emax} = I_o \cdot \frac{D}{(1-D)} + \frac{V_o}{2 \cdot L_E \cdot f} \cdot (1-D)$$

$$I_{Emax} = 1,35 \cdot \frac{0,9}{(1-0,9)} + \frac{270}{2 \cdot 150\mu \cdot 30k} \cdot (1-0,9)$$

$$I_{Emax} = 15,15A$$

- g) Ondulação da corrente de entrada (ΔI_E)

Através da Eq. (5.45) obtém-se:

$$\Delta I_E = \frac{E}{L_E} \cdot DT = \frac{E}{L_E \cdot f} \cdot D$$

$$\Delta I_E = \frac{30}{150\mu \cdot 30k} \cdot 0,9 \quad \therefore \quad \boxed{\Delta I_E = 6A}$$

- h) Ondulação da corrente na indutância magnetizante (ΔI_{Lm})

Da Eq. (5.51), obtém-se:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{E}{L_m \cdot f} \cdot D = \frac{30}{150\mu \cdot 30k} \cdot 0,9$$

$$\boxed{\Delta I_{Lm} = 6A}$$

- i) Características de transferência estática (G)

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1-D)} = \frac{270}{30}$$

$$\boxed{G = 9}$$

- j) Ondulação da tensão no capacitor C (ΔV_C)

A partir da Eq. (5.61), tem-se:

$$\Delta V_C = \frac{V_o \cdot D}{R_o \cdot C \cdot f} = \frac{270 \cdot 0,9}{200 \cdot 50\mu \cdot 30k}$$

$$\boxed{\Delta V_C = 810mV}$$

k) Ondulação da tensão de saída (ΔV_o)

A ondulação da tensão de saída é obtida a partir da Eq. (5.62). Assim:

$$\Delta V_o = \frac{V_o \cdot D}{R_o \cdot C_o \cdot f} = \frac{270 \cdot 0,9}{200 \cdot 50\mu \cdot 30k}$$

$$\boxed{\Delta V_o = 810mV}$$

l) Corrente máxima e média na chave S

* CORRENTE MÁXIMA NA CHAVE S

É dada pela Eq. (5.83). Logo;

$$I_{Smax} = I_o \left[(G+1) + \frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot \frac{1}{(G+1)} \right]$$

$$I_{Smax} = 1,35 \left[(9+1) + \frac{200}{2 \cdot 75\mu \cdot 30k} \cdot \frac{1}{(9+1)} \right]$$

$$\boxed{I_{Smax} = 19,5A}$$

* CORRENTE MÉDIA NA CHAVE S

$$I_{Smid} = \frac{D}{(1-D)} \cdot I_o = \frac{0,9}{(1-0,9)} \cdot 1,35$$

$$\boxed{I_{Smid} = 12,15A}$$

m) Tensão máxima e média na chave S

* TENSÃO MÁXIMA NA CHAVE S

A partir da Eq. (5.91), tem-se:

$$V_{Smax} = \frac{V_o}{D} = \frac{270}{0,9}$$

$$\boxed{V_{Smax} = 300V}$$

* TENSÃO MÉDIA NA CHAVE S

A tensão média na chave S é obtida através da Eq. (5.93), ou seja:

$$V_{Smid} = \frac{(E + V_o)}{(G+1)} = \frac{(30 + 270)}{(9+1)}$$

$$\boxed{V_{Smid} = 30V}$$

6º) Seja a estrutura apresentada na Fig. 5.19, onde:

$$E = 56V$$

$$P_o = 150W$$

$$f = 40 \text{ kHz}$$

$$L_E = L_m = 100\mu H$$

$$D = 0,35$$

Determinar para a condição crítica:

- a) O valor da resistência de carga que garanta condução crítica;
- b) O valor da tensão nos terminais da carga;
- c) A potência dissipada na carga;
- d) A corrente média de saída;
- e) A corrente média no indutor de entrada;
- f) A corrente de pico na entrada do conversor;
- g) A ondulação da corrente de entrada.

SOLUÇÃO:

- a) Valor da resistência de carga que garante condução crítica.

Para que a condução seja crítica a resistência de carga deve assumir o seguinte valor:

$$R_{oCRITICA} = 2 \cdot L_{eq} \cdot f \cdot \frac{1}{(1-D)^2}$$

onde: $L_{eq} = \frac{L_E \cdot Lm}{L_E + Lm} = 50\mu H$

Então:

$$R_{oCRITICA} = 2 \cdot 50\mu \cdot 40k \cdot \frac{1}{(1-0,35)^2}$$

$$R_{oCRITICA} = 9,47\Omega$$

Este é o valor da resistência de carga que estabelece a condição de condução crítica.

b) Valor da tensão nos terminais da carga (V_o)

Para condução crítica é válida a seguinte expressão:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1-D)} \quad \therefore \quad V_o = \frac{D}{(1-D)} \cdot E$$

$$V_o = \frac{0,35}{(1-0,35)} \cdot 56 \quad \therefore \quad V_o = 30,15V$$

Observa-se que o conversor opera como abaixador de tensão.

c) Potência dissipada na carga

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} = \frac{(30,15)^2}{9,47}$$

$$P_o = 95,99W$$

d) Corrente média de saída

$$P_o = V_o \cdot I_o \quad \therefore \quad I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{95,99}{30,15}$$

$$I_o = 3,18A$$

e) Corrente média no indutor de entrada

Em condução crítica a seguinte equação deve ser satisfeita:

$$\frac{I_{Emd}}{I_o} = \frac{D}{(1-D)} \quad \therefore \quad I_{Emd} = \frac{D}{(1-D)} \cdot I_o$$

$$I_{Emd} = \frac{0,35}{(1-0,35)} \cdot 3,18$$

$$I_{Emd} = 1,71A$$

f) Corrente de pico na entrada do conversor.

A corrente de pico na entrada do conversor é dada por meio da seguinte expressão:

$$I_{Emax} = \frac{E}{L_E} t_c = \frac{E}{L_E} DT = \frac{E \cdot D}{L_E \cdot f} = \frac{56 \cdot 0,35}{100\mu \cdot 40k}$$

$$I_{Emax} = 4,90A$$

g) Ondulação da corrente de entrada.

Em condução crítica a ondulação da corrente de entrada se confunde com a corrente de pico na entrada do conversor, tendo em vista que a corrente mínima é nula. Desse modo,

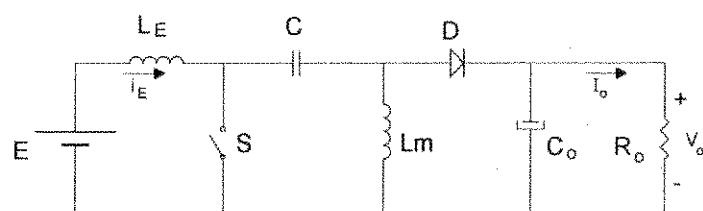
$$\Delta I_E = I_{Emax} = 4,90A$$

5.9.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 1º) Na Fig. 5.22 é mostrado o circuito de potência do conversor Sepic. Admitindo que o circuito opera com razão cíclica de 40% e que todos os seus componentes são ideais, determinar:
- A tensão média na carga;
 - A potência consumida na carga;
 - A corrente média na carga;

- d) A corrente média no indutor de entrada I_{E_m} ;
e) A ondulação de tensão na carga.

- 2º) Deseja-se alimentar uma carga de 120W, a partir de uma fonte de tensão contínua de 48V, empregando-se um conversor Sepic operando no modo de condução descontínua. O valor inicial de corrente na indutância magnetizante é de 200mA. O valor de pico da corrente de entrada é 7,0 A. Considerando o conversor sem perdas com razão cíclica de 40% e frequência de chaveamento de 50kHz, determinar:
- O valor da indutância de entrada (L_E);
 - A corrente média de entrada (I_{E_m});
 - A corrente média na indutância magnetizante (I_{Lm_m});
 - O valor da indutância magnetizante (L_m);
 - A corrente média na carga (I_o);
 - A tensão média na carga (V_o);
 - O capacitor de saída C_o de modo que a ondulação relativa de tensão de saída seja de 10%;
 - O valor de pico e o valor médio da corrente na chave S ($I_{S_{max}}, I_{S_{md}}$);
 - A corrente máxima na indutância magnetizante ($I_{Lm_{max}}$);
 - O valor da resistência de carga (R_o);
 - O valor do capacitor C, considerando uma variação de tensão nos seus terminais de 10% em relação a tensão de alimentação E;
 - O tempo de duração da terceira etapa de funcionamento (D_2T).



$$\begin{aligned} E &= 56V \\ f &= 50\text{kHz} \\ L_E &= 200\mu\text{H} \end{aligned} \quad \begin{aligned} L_m &= 250\mu\text{H} \\ C &= 75\mu\text{F} \\ C_o &= 100\mu\text{F} \end{aligned} \quad \begin{aligned} R_o &= 150\Omega \end{aligned}$$

Fig. 5.22: Conversor Sepic.

- 3º) Deduzir as Eqs. (5.108) e (5.109)

- 4º) Um conversor Sepic (Fig. 5.22), alimentado por uma tensão contínua de 40V, apresenta os seguintes parâmetros:

$$\begin{array}{lll} L_E = 180\mu\text{H} & C = 70\mu\text{F} & R_o = 220\Omega \\ L_m = 220\mu\text{H} & C_o = 100\mu\text{F} & \end{array}$$

Considerando que o mencionado conversor opera com frequência de 40kHz, razão cíclica de 85% e rendimento de 100%, determinar:

- A tensão média de saída;
- A corrente média de saída;
- A potência consumida na carga;
- A corrente média no indutor de entrada;
- A corrente média na indutância magnetizante;
- A corrente máxima no indutor de entrada;
- A ondulação da corrente de entrada;
- A ondulação da corrente na indutância magnetizante;
- A característica de transferência estática;
- A ondulação de tensão no capacitor C;
- A ondulação de tensão na carga;
- A corrente média e de pico na chave S;
- A tensão média e de pico na chave S;
- O valor da razão cíclica que torna a condução crítica.

- 5º) Deduzir as seguintes Eqs.: (5.31); (5.57); (5.58) e (5.66).

- 6º) Cite duas características importantes do conversor Sepic em relação ao conversor Cuk, e qual a diferença básica entre eles. (Sugestão: desenhe ambas as estruturas).

- 7º) Deduzir as Eqs.: (5.77); (5.86) e (5.87)

- 8º) Um conversor Sepic de 150W, operando em condução contínua, alimenta uma carga com uma tensão de 120V. A frequência de chaveamento é de 50kHz, com razão cíclica de 80%. O conversor é projetado de forma que a ondulação de corrente na entrada do mesmo é de 10%, e na indutância magnetizante é de 15%, ambas em relação a corrente de entrada. Considerando um rendimento de 100% determinar:

- A resistência de carga;
- A corrente média de carga;
- A indutância de entrada;

- d) A indutância magnetizante;
 - e) O valor do capacitor C considerando uma ondulação máxima de tensão de 2% em relação a tensão de saída;
 - f) O valor do capacitor C_o considerando uma ondulação máxima de tensão de 1% em relação a tensão de saída;
 - g) O valor da tensão de entrada;
 - h) O valor da resistência de carga que torna a condução crítica;
 - i) As correntes: média, eficaz e de pico na chave S.
- 9º) Seja a estrutura apresentada na Fig. 5.22, onde:

$$E = 58V$$

$$P_o = 150W$$

$$L_E = Lm = 100\mu H$$

$$f = 40kHz$$

$$R_o = 12\Omega$$

Determinar:

- a) O valor da razão cíclica máxima que garante condução descontínua;
- b) O valor de tensão nos terminais da carga;
- c) A corrente média de saída;
- d) A corrente média no indutor de entrada;
- e) A corrente de pico na entrada do conversor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] L. G. de Vicuña, F. Guimjoan, J. Majó and L. Martinez, "Discontinuous Conduction Mode in the SEPIC Converter," in *Proc. IEEE MELECON 89*, pp.38-42, 1989.
- [2] M. J. Johnson, "Improvement of Stability in Current-Programmed SEPIC DC/DC Converters," in *Proc IEEE APEC 91*, pp. 452-458, 1991.
- [3] M. J. Johnson, "Analysis of Current-Programmed SEPIC DC/DC Converter in Discontinuous - Conduction Operating Region," *IEEE APEC Conf. Rec.*, pp. 207-213, 1993.
- [4] P. Mattavelli, L. Rossetto, G. Spiazzi and P. Tenti, "Sliding-Mode Control of SEPIC Converters," in *Proc. of the European Space Power Conference*, pp. 173-178, 1993.
- [5] A. H. de Oliveira, "Retificador Trifásico Com Elevado Fator de Potência Utilizando o Conversor CC-CC Sepic no Modo de Condução Contínua," Dissertação de Mestrado (Orientador: Prof. Denizar Cruz Martins), INEP/EEL/UFSC, Florianópolis, SC, 1996.
- [6] C. A. Canesin & I. Barbi, "Conversor CC/CC SEPIC: Análise, Princípio de Operação, Simulação e Implementação," *Anais do SEP'90, SOBRAEP/UFSC*, Florianópolis, pp. 34-41, 1990.
- [7] C. A. Canesin & I. Barbi, "A Unity Power Factor Multiple Isolated Outputs Switching Mode Power Supply Using a Single Switch," *IEEE APEC Conf. Rec.*, Dallas-Texas, 1991.
- [8] C. A. Canesin, "Fonte Chaveada Com Múltiplas Saídas Isoladas e Fator de Potência Unitário Com Um Único Interruptor," Dissertação de Mestrado (Orientador: Prof. Ivo Barbi), INEP/EEL/UFSC, Florianópolis, SC, 1990.
- [9] G. Spiazzi & L. Rossetto, "High-Quality Rectifier Based on Coupled-Inductor Sepic Topology," *IEEE PESC Conf. Rec.*, pp. 336-341, 1994.
- [10] F. S. Dos Reis, J. Sebastián and J. Uceda, "Characterization of Conducted Noise Generation for Sepic, Cuk and Boost Converters Working as Power Factor Preregulators," *IEEE PESC Conf. Rec.*, pp. 965-970, 1993.
- [11] R. P. Massey & E. C. Snyder, "High Voltage Single Ended DC-DC Converter," *IEEE PESC Conf. Rec.*, pp. 156-159, 1977.

CONVERSOR CC-CC ZETA

6.1. INTRODUÇÃO

O conversor Zeta é uma estrutura de 4^a ordem sendo que, em relação à entrada de energia ele pode ser visto como um conversor Buck-Boost-Buck, conforme demonstrado na Fig. 6.1. Tem-se na Fig. 6.1(a) um conversor Buck-Boost e na Fig. 6.1(b) um conversor Buck convencional. Colocando-se no conversor Buck-Boost o conversor Buck como carga, tem-se a estrutura mostrada na Fig. 6.1(c). Para que isto seja possível é considerado na Fig. 6.1(b), que sendo $V_o = E$, a chave comandada S está sempre conduzindo e o diodo D sempre bloqueado. A colocação de carga sobre o diodo D, na Fig. 6.1(c), é correta devido ao fato da tensão média nesse diodo ser igual à tensão média de saída. Assim, rearranjando a estrutura para uma configuração mais conhecida, tem-se o conversor Zeta mostrado na Fig. 6.1(d).

De outra maneira, em relação à saída ele pode ser visto como um conversor Boost-Buck-Boost. Sendo este último característica do conversor Sepic; tem-se, portanto, a dualidade deste com o conversor Zeta. Daí o conversor Zeta também ser conhecido como Dual-Sepic [1, 7].

O conversor Zeta isolado também pode ser derivado do conversor Forward, trocando-se o diodo retificador por um capacitor de acoplamento. Desse modo, tem-se um estágio CA entre a fonte CC de entrada e a carga. O estágio CA é responsável pela desmagnetização do transformador. Os objetivos dessa estratégia são: aumentar o rendimento da estrutura, visto que as perdas por condução e comutação no diodo retificador seriam desse modo eliminadas e, diminuir o volume da montagem, dada a inexistência do dissipador deste diodo.

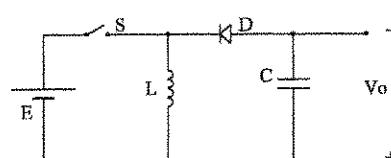
A Fig. 6.2 mostra a estrutura básica de potência do conversor Zeta, onde o filtro de saída (L_o , C_o) e a carga são representados por uma fonte de corrente I_o . Devido ao estágio CA pode-se facilmente isolar o conversor Zeta, resultando na topologia apresentada na Fig. 6.3. Dependendo da razão cíclica ele pode operar como elevador ou abaixador de tensão. Também pode ser empregado como fonte de múltiplas saídas, acrescentando-se para isso, tantos circuitos secundários quantos forem desejados.

6.2. ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC ZETA NO MODO DE CONDUÇÃO CONTÍNUA EM REGIME PERMANENTE

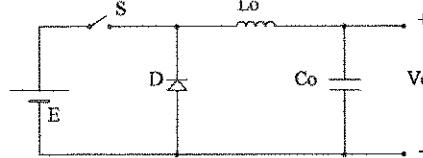
Em uma primeira análise do conversor Zeta em regime permanente, as seguintes considerações serão tomadas como verdadeiras:

1º) Os capacitores serão considerados grandes o suficiente para que seja negligenciada as ondações de tensão;

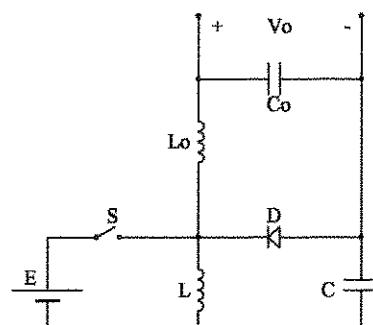
2º) A chave S e o diodo D serão considerados ideais, ou seja, resistência nula em condução e infinita no bloqueio;



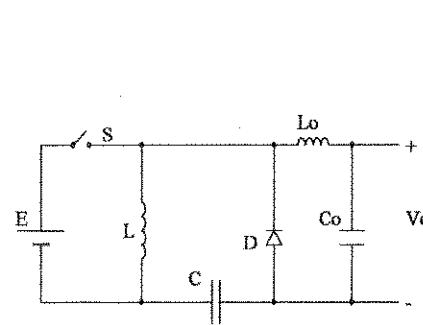
BUCK-BOOST
(a)



BUCK
(b)



(c)



ZETA
(d)

Fig. 6.1: Conversor Zeta visto como um conversor Buck-Boost-Buck.

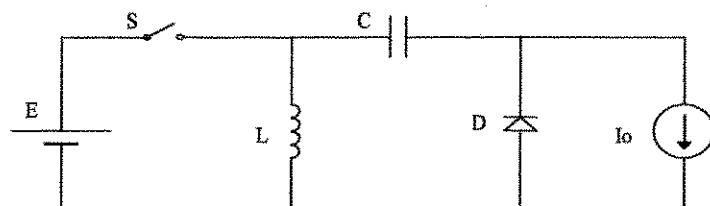


Fig. 6.2: Estrutura básica de potência do conversor CC-CC Zeta.

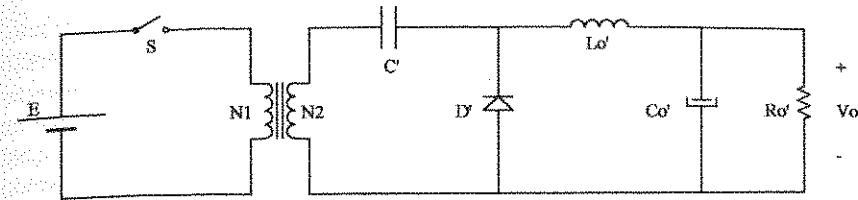


Fig. 6.3: Conversor Zeta isolado para uma única saída.

3º) Será estudada a estrutura Zeta não isolada. Desse modo, o transformador apresentado na Fig. 6.3 será considerado ideal, representado simplificadamente pela sua indutância magnetizante. Referindo-se os parâmetros secundários do conversor para o lado primário, tem-se o circuito equivalente não isolado mostrado na Fig. 6.4, onde:

$$V_o = \frac{N_1}{N_2} V_o' ; \quad C_o = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 C_o' ; \quad C = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 C' \quad (6.1)$$

$$L_o = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 L_o' ; \quad R_o = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_o' \quad (6.2)$$

A partir das considerações feitas anteriormente tem-se que a tensão média em L_m e L_o são iguais a zero e, as tensões nos capacitores C e C_o são iguais a V_o .

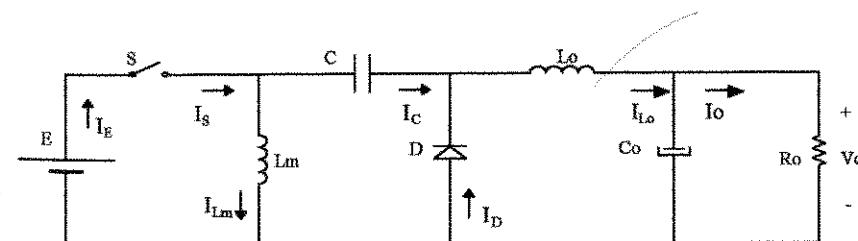


Fig. 6.4: Circuito equivalente referido ao lado primário.

6.2.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA

Considerando-se o modo de condução contínua em regime permanente, o conversor Zeta da Fig. 6.4 dá origem a duas etapas de operação durante um período de funcionamento, conforme mostra a Fig. 6.5:

1^a ETAPA (Fig. 6.5.a) $\rightarrow 0 < t \leq DT$: Durante esta etapa a chave S está conduzindo, e o diodo D encontra-se bloqueado com tensão reversa igual à $-(V_o + E)$. A tensão nos indutores L_m e L_o é igual à E , e ambos recebem energia da fonte de alimentação e do capacitor C respectivamente. As correntes i_{Lm} e i_{Lo} crescem linearmente na razão de E/Lm e E/Lo respectivamente. Consequentemente, a corrente $i_S = i_E$ é igual à $(i_{Lm} + i_{Lo})$ e também cresce linearmente na razão de E/Leq , sendo $Leq = Lm \cdot Lo / (Lm + Lo)$. Nesta etapa ocorre também a descarga do capacitor C e a carga de C_o , cujas tensões são iguais a V_o .

2^a ETAPA (Fig. 6.5.b) $\rightarrow DT < t \leq T$: A 2^a etapa inicia com a abertura da chave S e a entrada em condução do diodo D, fazendo com que as indutâncias L_m e L_o transfiram suas energias para os capacitores C e C_o respectivamente. A tensão nos indutores L_m e L_o passa a ser igual à $-V_o$ e, portanto, suas correntes decrescem na razão de $-V_o/Lm$ e $-V_o/Lo$ respectivamente. Logo, a corrente no diodo D é dada por $i_{Lm} + i_{Lo}$ e decresce linearmente na razão de $-V_o/Leq$. Durante esta etapa a tensão sobre a chave S é igual à $E + V_o$.

As principais formas de onda para este modo de operação são apresentadas na Fig. 6.6.

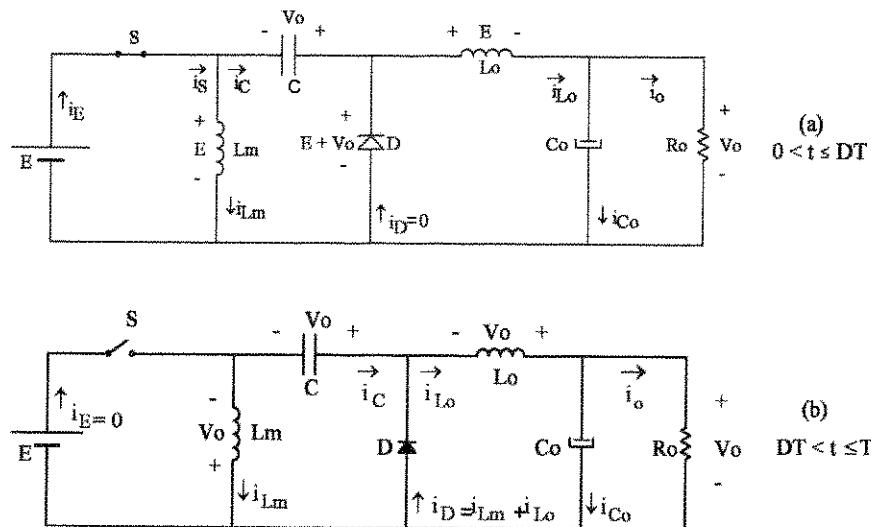


Fig. 6.5: Etapas de funcionamento para condução contínua.

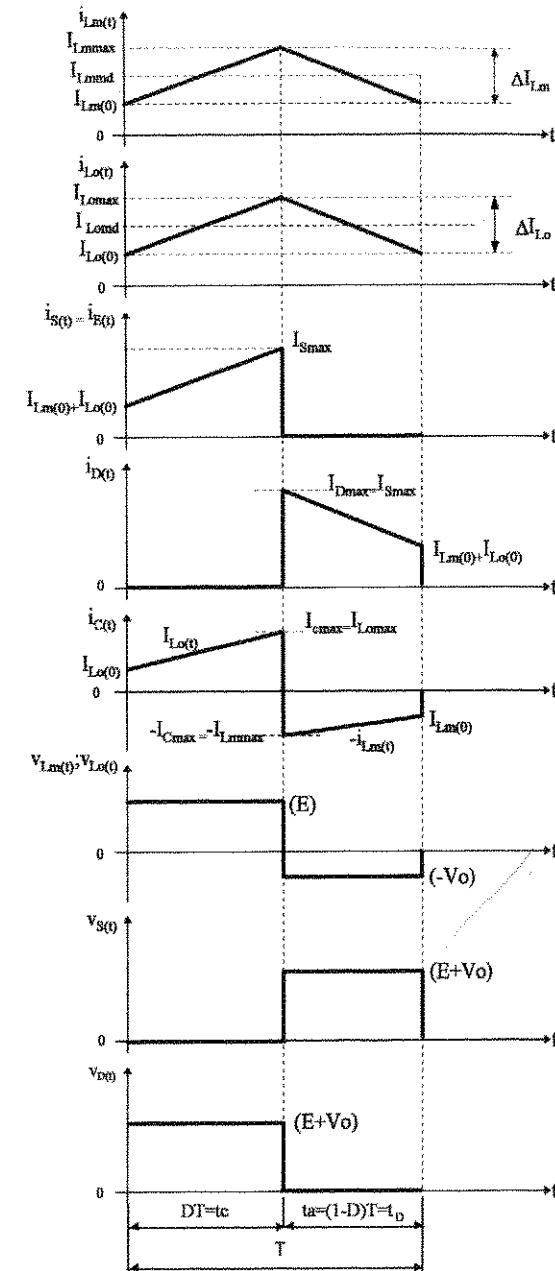


Fig. 6.6: Principais formas de onda.

6.2.2. EQUACIONAMENTO BÁSICO DO CONVERSOR

Da análise do conversor em condução contínua em regime permanente, tem-se que:

$$i_{Lm}(t) = \begin{cases} \frac{E}{L_m} t + i_{Lm}(0) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ \frac{-V_o}{L_m} (t - DT) + i_{Lm}(DT) & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.3)$$

$$i_{Lo}(t) = \begin{cases} \frac{E}{L_o} t + i_{Lo}(0) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ \frac{-V_o}{L_o} (t - DT) + i_{Lo}(DT) & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.4)$$

$$i_{E(0)} = i_{S(0)} = \begin{cases} \left(\frac{E}{L_m} + \frac{E}{L_o} \right) t + i_{Lm}(0) + i_{Lo}(0) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ 0 & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.5)$$

$$i_D(t) = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ -\left(\frac{V_o}{L_m} + \frac{V_o}{L_o} \right) (t - DT) + i_{Lm}(DT) + i_{Lo}(DT) & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.6)$$

$$i_C(t) = \begin{cases} \frac{E}{L_o} t + i_{Lo}(0) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ \frac{V_o}{L_m} (t - DT) - i_{Lm}(DT) & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.7)$$

$$v_{Lm}(t) = v_{Lo}(t) = \begin{cases} E & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ -V_o & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.8)$$

$$v_S(t) = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ E + V_o & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.9)$$

$$v_D(t) = \begin{cases} -(E + V_o) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ 0 & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.10)$$

$$i_{Co}(t) = \begin{cases} \frac{E}{L_o} t + i_{Lo}(0) - I_o & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ \frac{-V_o}{L_o} (t - DT) + i_{Lo}(DT) - I_o & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.11)$$

sendo I_o a corrente média na carga.

onde: $t_c \rightarrow$ tempo de condução da chave S

$t_D \rightarrow$ tempo de condução do diodo D

T → período de operação do conversor

$t_a = t_D \rightarrow$ tempo em que a chave S permanece aberta

$$D = \frac{t_c}{T} \rightarrow \text{razão cíclica.} \quad (6.12)$$

6.2.3. CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA

Pelo princípio da conservação de energia, sabe-se que toda a energia armazenada no sistema é transferida à carga. Logo:

$$E(i_{Lm_{md}} + i_{Lo_{md}}) t_c = V_o (i_{Lm_{md}} + i_{Lo_{md}}) t_a \quad (6.13)$$

Desenvolvendo-se a Eq. (6.13) chega-se à seguinte expressão:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{t_c}{t_a} \quad (6.14)$$

onde:

$$t_a = T - t_c \quad (6.15)$$

Substituindo-se as Eqs. (6.12) e (6.15) em (6.14), obtém-se:

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1-D)} \quad (6.16)$$

As potências de entrada e de saída do conversor são obtidas a partir das seguintes expressões respectivamente:

$$P_E = E \cdot I_{Emd} \quad (6.17)$$

$$P_o = V_o \cdot I_o \quad (6.18)$$

Considerando-se os componentes do circuito ideais, tem-se que:

$$P_o = P_E \therefore V_o \cdot I_o = E \cdot I_{Emd} \quad (6.19)$$

Assim:

$$\frac{I_o}{I_{Emd}} = \frac{E}{V_o} = \frac{1}{G} = \frac{(1-D)}{D} \quad (6.20)$$

As Eqs. (6.16) e (6.20) representam a característica de transferência estática do conversor Zeta, no modo de condução contínua em regime permanente. Na Fig. 6.7 é mostrada a característica de transferência estática G em função do parâmetro D (razão cíclica).

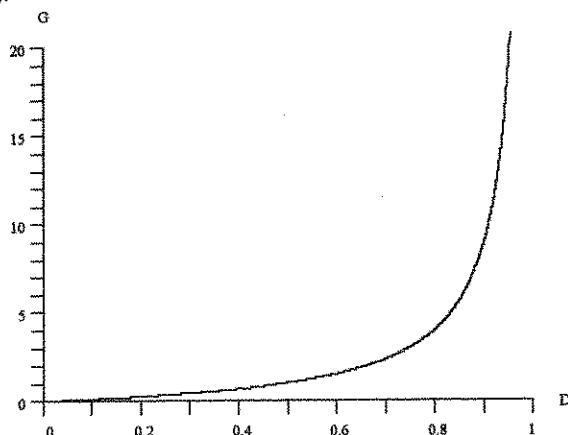


Fig. 6.7: Característica de transferência estática do conversor Zeta, no modo de condução contínua em regime permanente.

Como pode ser visto através das Eqs. (6.16) e (6.20) e da Fig. 6.7, o conversor Zeta pode funcionar como conversor elevador ou abaixador de tensão. Além disso, sua característica estática no modo de condução contínua independe do valor da carga, o que lhe confere um aspecto interessante em aplicações industriais (por exemplo, em fontes chaveadas).

6.2.4. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE CORRENTE

a) INDUTOR DE MAGNETIZAÇÃO L_m

Da análise das formas de onda obtém-se:

$$\begin{cases} I_{Lm(0)} = I_{Lm_{md}} - \frac{\Delta I_{Lm}}{2} \\ I_{Lm_{max}} = I_{Lm(DT)} = I_{Lm_{md}} + \frac{\Delta I_{Lm}}{2} \end{cases} \quad (6.21)$$

Da Eq. (6.3), fazendo $t = DT$ tem-se:

$$I_{Lm_{max}} = I_{Lm(DT)} = \frac{E}{Lm} DT + I_{Lm(0)} \quad (6.22)$$

Assim:

$$\Delta I_{Lm} = I_{Lm_{max}} - I_{Lm(0)} \quad (6.23)$$

ou seja:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{E \cdot D}{f \cdot Lm} \quad (6.24)$$

Levando a Eq. (6.24) em (6.21), obtém-se:

$$\begin{cases} I_{Lm(0)} = I_{Lm_{md}} - \frac{E}{2 \cdot f \cdot Lm} D \\ I_{Lm_{max}} = I_{Lm(DT)} = I_{Lm_{md}} + \frac{E}{2 \cdot f \cdot Lm} D \end{cases} \quad (6.25)$$

A partir da Eq. (6.171), válida também para o modo de condução contínua, tem-se que:

$$I_{Emd} = I_{Lm_{md}} \quad (6.26)$$

$$I_o = I_{Lo_{md}} \quad (6.27)$$

Logo:

$$\frac{I_o}{I_{Emd}} = \frac{I_{Lo_{md}}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{1}{G} = \frac{(1-D)}{D} = \frac{E}{V_o} \quad (6.28)$$

Então, os valores mínimos e máximos da corrente no indutor de magnetização, podem ser dados em função dos valores médios de tensão e corrente na carga (V_o , I_o), isto é:

$$\left\{ \begin{array}{l} IL_{m(0)} = IL_{m\min} = Io \frac{D}{(1-D)} - \frac{Vo(1-D)}{2 \cdot f \cdot Lm} \\ IL_{m\max} = IL_{m(DT)} = Io \frac{D}{(1-D)} + \frac{Vo(1-D)}{2 \cdot f \cdot Lm} \end{array} \right. \quad (6.29)$$

(6.30)

b) INDUTOR DE SAÍDA Lo

De forma análoga ao item anterior, tem-se que:

$$\left\{ \begin{array}{l} IL_{o(0)} = IL_{omd} - \frac{\Delta IL_o}{2} \\ IL_{o\max} = IL_{o(DT)} = IL_{omd} + \frac{\Delta IL_o}{2} \end{array} \right. \quad (6.31)$$

Na Eq. (6.4), fazendo $t = DT$ obtém-se:

$$IL_{o\max} = IL_{o(DT)} = \frac{E}{Lo} DT + IL_{o(0)} \quad (6.32)$$

Desse modo:

$$\Delta IL_o = IL_{o\max} - IL_{o(0)} \quad (6.33)$$

ou seja:

$$\Delta IL_o = \frac{E \cdot D}{f \cdot Lo} \quad (6.34)$$

Levando a Eq. (6.34) em (6.31) chega-se à:

$$\left\{ \begin{array}{l} IL_{o(0)} = IL_{omd} - \frac{E}{2 \cdot f \cdot Lo} D \\ IL_{o\max} = IL_{o(DT)} = IL_{omd} + \frac{E}{2 \cdot f \cdot Lo} D \end{array} \right. \quad (6.35)$$

A partir da Eq. (6.28) tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} IL_{o(0)} = IL_{omin} = Io - \frac{Vo(1-D)}{2 \cdot f \cdot Lo} \\ IL_{o\max} = IL_{o(DT)} = Io + \frac{Vo(1-D)}{2 \cdot f \cdot Lo} \end{array} \right. \quad (6.36)$$

(6.37)

Ficam, assim, definidos os valores mínimos e máximos da corrente no indutor de saída Lo.

c) CHAVES DE POTÊNCIA

Também pela Fig. 6.6 observa-se que o máximo valor de corrente na chave S é igual à do diodo D. Então da análise dessa figura tem-se que:

$$\Delta IS = IS(DT) - IS(0) \quad (6.38)$$

onde:

$$IS(DT) = IS_{\max} = IL_{m\max} + IL_{o\max} \quad (6.39)$$

ou seja:

$$IS(DT) = IS_{\max} = \frac{E}{Lm} DT + IL_{m(0)} + \frac{E}{Lo} DT + IL_{o(0)} \quad (6.40)$$

$$IS(DT) = IS_{\max} = E \cdot DT \left(\frac{1}{Lm} + \frac{1}{Lo} \right) + IL_{m(0)} + IL_{o(0)} \quad (6.41)$$

sendo que:

$$\frac{1}{Leq} = \frac{1}{Lm} + \frac{1}{Lo} \quad (6.42)$$

então:

$$IS(DT) = IS_{\max} = \frac{E}{Leq} DT + IL_{m(0)} + IL_{o(0)} \quad (6.43)$$

$$IS(0) = IL_{m(0)} + IL_{o(0)} \quad (6.44)$$

Logo:

$$\Delta Is = \frac{E}{Leq} DT \quad (6.45)$$

Aplicando a Eq. (6.28):

$$\Delta Is = \frac{Vo}{f \cdot Leq} (1 - D) \quad (6.46)$$

onde:

$$\Delta Is = \Delta Il_m + \Delta Il_o$$

Então:

$$Is_{max} = IEmd + Io + \frac{\Delta Is}{2} \quad (6.47)$$

Das Eqs. (6.26) e (6.27), tem-se que:

$$Is_{max} = IEmd + Io + \frac{Al_s}{2} \quad (6.48)$$

$$\text{onde: } IEmd = Io \frac{D}{(1-D)} \quad (6.49)$$

Desse modo:

$$Is_{max} = Io \frac{D}{(1-D)} + Io + \frac{Al_s}{2} \quad (6.50)$$

Sabendo que $Io = Vo / Ro$, então:

$$Is_{max} = Io \frac{D}{(1-D)} + Io + \frac{Ro \cdot Io}{f \cdot Leq} \frac{(1-D)}{2} \quad (6.51)$$

$$Id_{max} = Is_{max} = Io \left[\frac{1}{(1-D)} + \frac{Ro}{2 \cdot f \cdot Leq} (1-D) \right] \quad (6.52)$$

A Eq. (6.52) também pode ser definida em função do ganho estático G do conversor, ou seja:

$$Is_{max} = Id_{max} = Io \left[(1+G) + \frac{Ro}{2 \cdot f \cdot Leq \cdot (G+1)} \right] \quad (6.53)$$

A corrente de pico normalizada é dada por:

$$\frac{Is_{max}}{Io} = \left[\frac{1}{(1-D)} + \frac{Ro}{2 \cdot f \cdot Leq} (1-D) \right] \quad (6.54)$$

A Fig. 6.8 apresenta a corrente de pico normalizada nas chaves de potência em função dos parâmetros $Ro / (f \cdot Leq)$, para várias razões cíclicas.

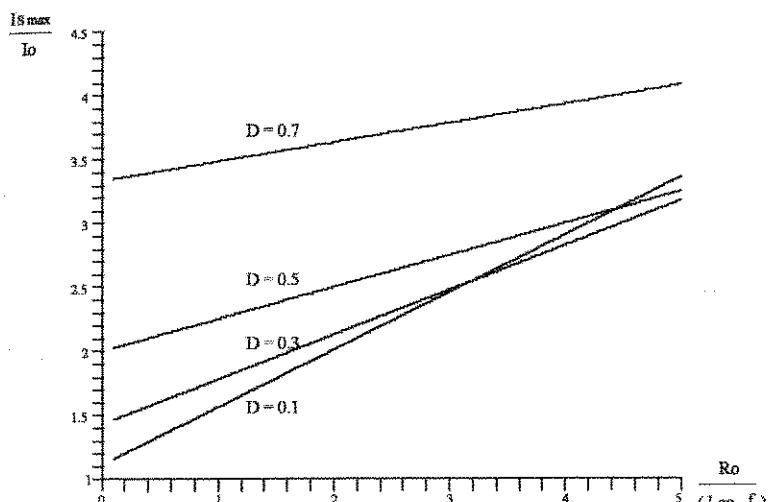


Fig. 6.8: Corrente máxima nas chaves de potência no modo de condução contínua, em regime permanente.

6.2.5. ANÁLISE DA ONDULAÇÃO DE TENSÃO NOS CAPACITORES C e C_o

a) CAPACITOR DE ACOPLAGEM C

A tensão nos terminais do capacitor C durante o intervalo de tempo $0 < t \leq DT$ é dada por:

$$v_C(t) = V_{Cmax} - \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt \quad (6.55)$$

No intervalo de tempo $0 < t \leq DT$ tem-se que:

$$i_C(0) = i_{Lo}(0) \quad (6.56)$$

Desse modo:

$$v_C(0) = V_{C_{\max}} - \frac{1}{C} \int_0^t i_{Lo}(t) dt \quad (6.57)$$

Para $t = t_c = DT$ tem-se que:

$$V_{C(DT)} = V_{C_{\min}} \quad (6.58)$$

Logo:

$$V_{C_{\min}} = V_{C_{\max}} - \frac{I_{Lo_{md}}}{C} DT \quad (6.59)$$

onde: $\Delta V_C = V_{C_{\max}} - V_{C_{\min}}$ (6.60)

$$I_{Lo_{md}} = I_o \quad (6.61)$$

Assim:

$$\Delta V_C = \frac{I_o}{C} DT = \frac{V_o}{f \cdot R_o \cdot C} D \quad (6.62)$$

Como $V_o = V_{C_{\max}}$, chega-se a:

$$\Delta V_C = \frac{V_{C_{\max}} - V_{C_{\min}}}{f \cdot R_o \cdot C} D \quad (6.63)$$

A ondulação relativa de tensão é dada por:

$$\frac{\Delta V_C}{V_{C_{\max}}} = \frac{D}{f \cdot R_o \cdot C} \quad (6.64)$$

Fica assim definida a ondulação de tensão no capacitor de acoplamento C.

b) CAPACITOR DE SAÍDA C_o

Para o estudo da ondulação de tensão nos terminais do capacitor de saída C_o , será admitido que toda componente alternada de corrente no indutor L_o circula no capacitor C_o . Desse modo, toda a componente contínua da corrente em L_o é transferida para a carga.

Na Fig. 6.9 estão representadas, de forma linearizada, a componente alternada da corrente no indutor L_o e a variação de tensão nos bornes do capacitor C_o .

Por questões de conveniência, a análise matemática para a determinação de ΔV_{Co} será feita nos intervalos entre $t_1 \leq t \leq t_2$.

Observa-se que durante esse intervalo a forma de onda da corrente $i_{Co(t)}$ é descontínua, apresentando o seguinte equacionamento matemático:

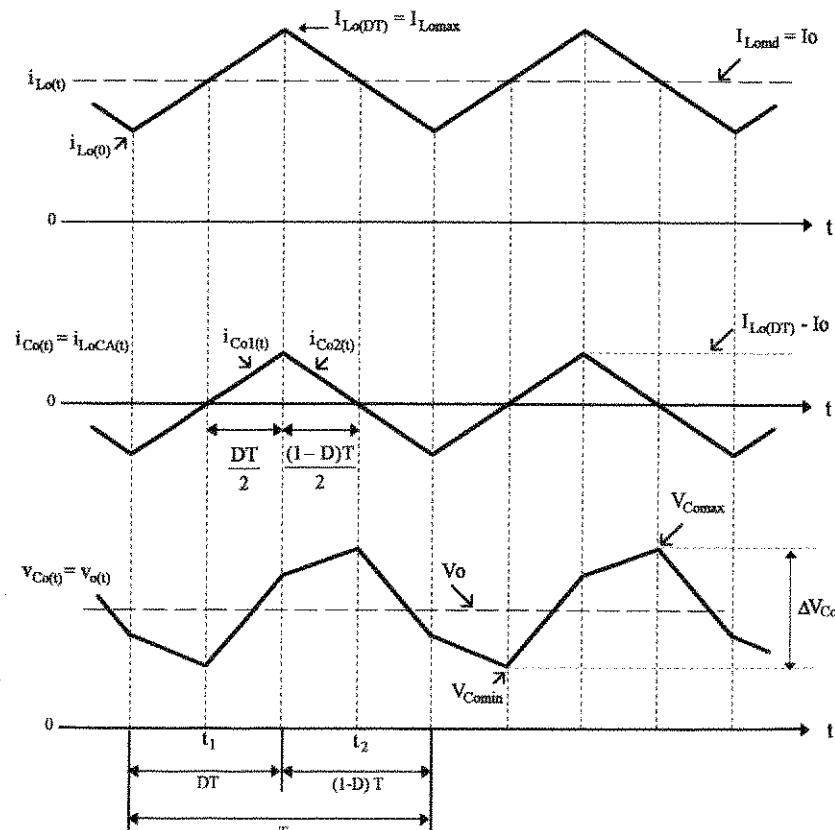


Fig. 6.9: Formas de onda relevantes para determinação de ΔV_{Co}

$$i_{Co1}(t) = \frac{E}{L_o} t ; \text{ para } 0 \leq t \leq DT/2 \rightarrow (\text{contagem dos tempos em } t_1) \quad (6.65)$$

$$i_{Co2}(t) = \frac{E \cdot D}{L_o} \left[\frac{T}{2} - \frac{1}{(1-D)} t \right] ; \text{ para } 0 \leq t \leq \frac{(1-D)T}{2} \rightarrow \begin{cases} \text{contagem dos} \\ \text{tempos em } DT \end{cases} \quad (6.66)$$

Assim, a variação de tensão nos terminais do capacitor de saída Co é, por definição, dada como segue:

$$\Delta V_{Co} = \frac{1}{C_o} \int_0^t i_{Co}(t) dt \quad (6.67)$$

Aplicando as Eqs. (6.65) e (6.66) em (6.67), obtém-se:

$$\Delta V_{Co} = \frac{1}{C_o} \left\{ \int_0^{\frac{DT}{2}} \frac{E}{L_o} t dt + \int_0^{\frac{(1-D)T}{2}} \frac{E \cdot D}{L_o} \left[\frac{T}{2} - \frac{1}{(1-D)} t \right] dt \right\} \quad (6.68)$$

Resolvendo esta integral encontra-se:

$$\Delta V_{Co} = (1-D) \frac{V_o}{8 \cdot f^2 \cdot L_o \cdot C_o} \quad (6.69)$$

A ondulação relativa de tensão é obtida através da seguinte expressão:

$$\frac{\Delta V_{Co}}{V_o} = \frac{(1-D)}{8 \cdot f^2 \cdot L_o \cdot C_o} \quad (6.70)$$

Em algumas aplicações práticas, costuma-se definir a ondulação relativa de tensão na saída do conversor e, a partir dessa informação determina-se o valor do capacitor Co, ou seja:

$$C_o = \frac{(1-D)}{8 \cdot f^2 \cdot L_o \left(\frac{\Delta V_{Co}}{V_o} \right)} \quad (6.71)$$

6.2.6. ANÁLISE DA ONDULAÇÃO DE CORRENTE NOS INDUTORES L_m E L_o

As ondulações de corrente nos indutores L_m e L_o estão definidas graficamente na Fig. 6.6.

a) INDUTOR DE MAGNETIZAÇÃO L_m

A partir das Eqs. (6.23) e (6.24), tem-se que:

$$\Delta I_{Lm} = I_{Lm_{max}} - I_{Lm(0)} = \frac{E \cdot D}{f \cdot L_m} \quad (6.72)$$

Sabendo que:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1-D)} \quad \therefore \quad E \cdot D = V_o(1-D)$$

Então:

$$\Delta I_{Lm} = (1-D) \frac{V_o}{f \cdot L_m} = (1-D) \frac{R_o \cdot I_o}{f \cdot L_m} \quad (6.73)$$

sendo que:

$$\frac{I_o}{I_{Emd}} = \frac{(1-D)}{D} \quad \therefore \quad I_o = I_{Emd} \frac{(1-D)}{D} \quad (6.74)$$

Logo:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{(1-D)^2 R_o \cdot I_{Emd}}{D f \cdot L_m} \quad (6.75)$$

Como $I_{Emd} = I_{Lm_{md}}$, então:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{(1-D)^2 R_o \cdot I_{Lm_{md}}}{D f \cdot L_m} \quad (6.76)$$

ou ainda:

$$\frac{\Delta I_{Lm}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{\Delta I_{Lm}}{I_{Emd}} = \frac{(1-D)^2}{D} \frac{R_o}{f \cdot L_m} \quad (6.77)$$

A Eq. (6.77) representa a ondulação relativa de corrente no indutor de magnetização L_m .

b) INDUTOR DE FILTRAGEM L_o

Sejam as Eqs. (6.33) e (6.34), então:

$$\Delta I_{Lo} = I_{Lo_{max}} - I_{Lo(0)} = \frac{E \cdot D}{f \cdot L_o} \quad (6.78)$$

Levando a Eq. (6.72) em (6.78), obtém-se:

$$\Delta I_{Lo} = (1-D) \frac{V_o}{f \cdot L_o} = (1-D) \frac{R_o \cdot I_o}{f \cdot L_o} \quad (6.79)$$

Como $I_o = I_{Lo_{md}}$, então:

$$\Delta I_{Lo} = (1-D) \frac{R_o \cdot I_{Lo_{md}}}{f \cdot L_o} \quad (6.80)$$

A ondulação relativa de corrente é dada por:

$$\frac{\Delta I_{Lo}}{I_o} = (1-D) \frac{R_o}{f \cdot L_o} \quad (6.81)$$

6.2.7. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE TENSÃO

a) CHAVES DE POTÊNCIA

De acordo com as formas de onda do conversor Zeta, para o modo de condução contínua em regime permanente (Fig. 6.6), a tensão máxima a qual a chave S é submetida é igual à tensão máxima no diodo D, isto é:

$$V_S \text{ max} = V_D \text{ max} = E + V_o \quad (6.82)$$

A partir da Eq. (6.16), tem-se que:

$$V_S \text{ max} = V_D \text{ max} = \frac{V_o}{D} = \frac{E}{(1-D)} \quad (6.83)$$

A tensão máxima normalizada é obtida a partir da seguinte expressão:

$$\frac{V_S \text{ max}}{V_o} = \frac{1}{D} = \left(1 + \frac{1}{G}\right) \quad (6.84)$$

Na Fig. 6.10 está representada graficamente a tensão máxima normalizada em função do parâmetro G.

Reescrevendo a Eq. (6.83), para o conversor isolado, obtém-se equações mais usuais, tornando-se mais prática a determinação da tensão máxima nas chaves de potência. Logo:

$$\begin{cases} V_S \text{ max} = V_D \text{ max} = \frac{E}{1-D \text{ max}} \\ V_D \text{ max} = V_S \text{ max} = \frac{V_o}{D \text{ min}} \end{cases} \quad (6.85)$$

onde: $D_{\text{max}} \rightarrow$ razão cíclica máxima
 $D_{\text{min}} \rightarrow$ razão cíclica mínima

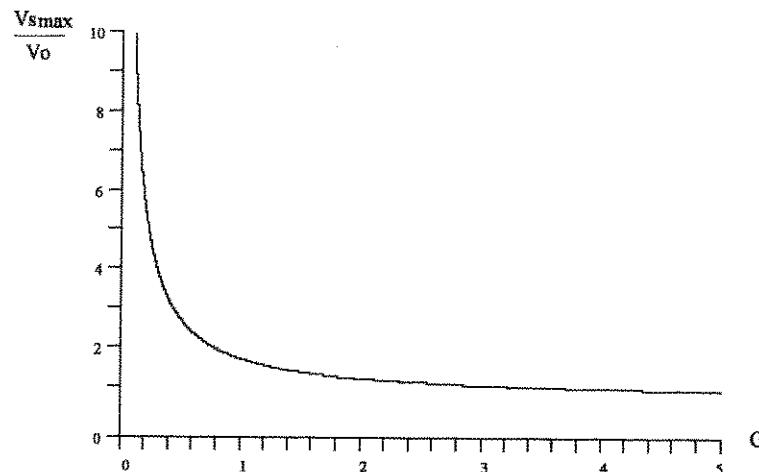


Fig. 6.10: Tensão máxima normalizada.

b) CAPACITOR DE ACOPLAGEM C

Seja a Fig. 6.11, onde:

$$V_{C_{\text{max}}} = V_o + \frac{\Delta V_c}{2} \quad (6.86)$$

Substituindo a Eq. (6.62) em (6.86), obtém-se:

$$V_{C_{\text{max}}} = V_o \left[1 + \frac{D}{2 \cdot f \cdot R_o \cdot C} \right] \quad (6.87)$$

Da mesma forma:

$$V_{C_{\text{min}}} = V_o - \frac{\Delta V_c}{2} \quad (6.88)$$

$$\Delta I_{Lo} = I_{Lo_{max}} - I_{Lo(0)} = \frac{E \cdot D}{f \cdot L_o} \quad (6.78)$$

Levando a Eq. (6.72) em (6.78), obtém-se:

$$\Delta I_{Lo} = (1-D) \frac{V_o}{f \cdot L_o} = (1-D) \frac{R_o \cdot I_o}{f \cdot L_o} \quad (6.79)$$

Como $I_o = I_{Lo_{md}}$, então:

$$\Delta I_{Lo} = (1-D) \frac{R_o \cdot I_{Lo_{md}}}{f \cdot L_o} \quad (6.80)$$

A ondulação relativa de corrente é dada por:

$$\frac{\Delta I_{Lo}}{I_o} = (1-D) \frac{R_o}{f \cdot L_o} \quad (6.81)$$

6.2.7. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE TENSÃO

a) CHAVES DE POTÊNCIA

De acordo com as formas de onda do conversor Zeta, para o modo de condução contínua em regime permanente (Fig. 6.6), a tensão máxima a qual a chave S é submetida é igual à tensão máxima no diodo D, isto é:

$$V_s \text{ max} = V_D \text{ max} = E + V_o \quad (6.82)$$

A partir da Eq. (6.16), tem-se que:

$$V_s \text{ max} = V_D \text{ max} = \frac{V_o}{D} = \frac{E}{(1-D)} \quad (6.83)$$

A tensão máxima normalizada é obtida a partir da seguinte expressão:

$$\frac{V_s \text{ max}}{V_o} = \frac{1}{D} = \left(1 + \frac{1}{G}\right) \quad (6.84)$$

Na Fig. 6.10 está representada graficamente a tensão máxima normalizada em função do parâmetro G.

Reescrevendo a Eq. (6.83), para o conversor isolado, obtém-se equações mais usuais, tornando-se mais prática a determinação da tensão máxima nas chaves de potência. Logo:

$$\begin{cases} V_s \text{ max} = V_D \text{ max} = \frac{E}{1-D \text{ max}} \\ V_D \text{ max} = V_s \text{ max} = \frac{V_o}{D \text{ min}} \end{cases} \quad (6.85)$$

onde: $D_{\text{max}} \rightarrow$ razão cíclica máxima
 $D_{\text{min}} \rightarrow$ razão cíclica mínima

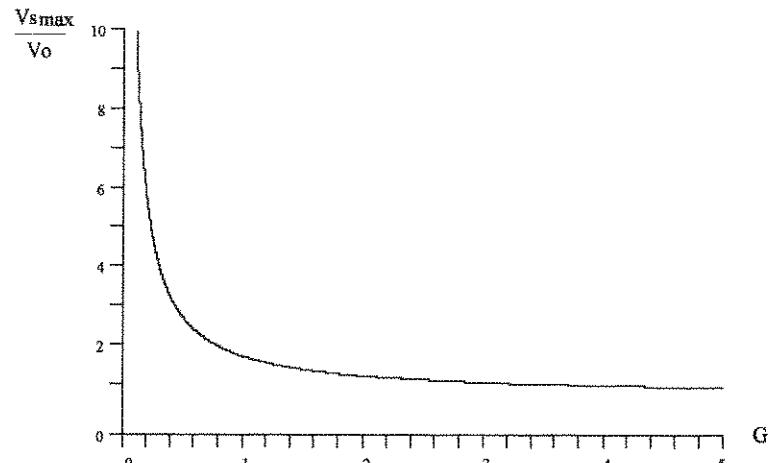


Fig. 6.10: Tensão máxima normalizada.

b) CAPACITOR DE ACOPLAGEMENTO C

Seja a Fig. 6.11, onde:

$$V_{C_{\text{max}}} = V_o + \frac{\Delta V_c}{2} \quad (6.86)$$

Substituindo a Eq. (6.62) em (6.86), obtém-se:

$$V_{C_{\text{max}}} = V_o \left[1 + \frac{D}{2 \cdot f \cdot R_o \cdot C} \right] \quad (6.87)$$

Da mesma forma:

$$V_{C_{\text{min}}} = V_o - \frac{\Delta V_c}{2} \quad (6.88)$$

ou seja:

$$V_{C\min} = V_0 \left[1 - \frac{D}{2 \cdot f \cdot R_o \cdot C} \right] \quad (6.89)$$

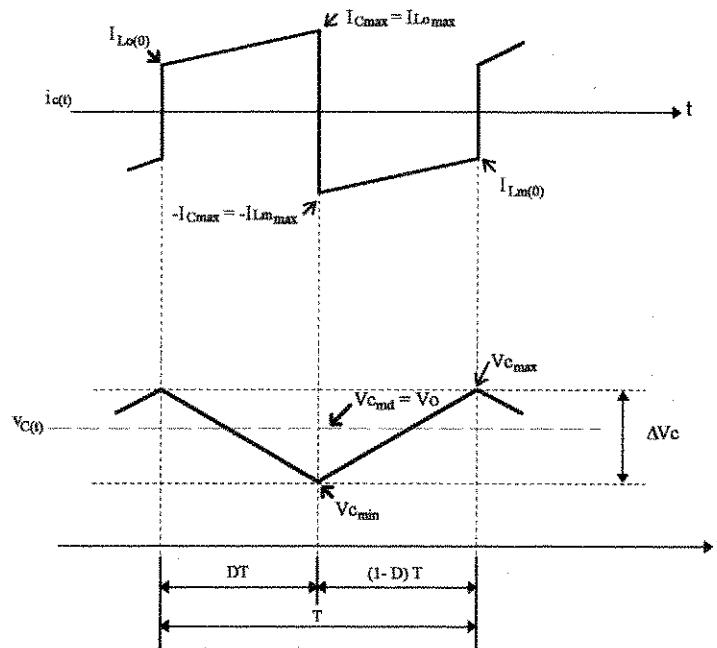


Fig. 6.11: Corrente e tensão no capacitor de acoplamento.

As Eqs. (6.87) e (6.89) representam os valores máximos e mínimos, respectivamente, da tensão no capacitor C.

c) CAPACITOR DE FILTRAGEM C_o

Da mesma forma que no item anterior:

$$V_{Co\max} = V_0 + \frac{\Delta V_{Co}}{2} \quad (6.90)$$

Aplicando a Eq. (6.68) em (6.90), obtém-se:

$$V_{Co\max} = V_0 \left[1 + \frac{(1-D)}{16 \cdot f^2 \cdot L_o \cdot C_o} \right] \quad (6.91)$$

Para a determinação do valor mínimo de tensão adota-se o seguinte procedimento:

$$V_{Co\min} = V_0 - \frac{\Delta V_{Co}}{2} \quad (6.92)$$

ou seja:

$$V_{Co\min} = V_0 \left[1 - \frac{(1-D)}{16 \cdot f^2 \cdot L_o \cdot C_o} \right] \quad (6.93)$$

Ficam assim determinados os valores máximos e mínimos da tensão no capacitor de filtragem C_o .

6.2.8. VALORES MÉDIOS DE CORRENTE E TENSÃO NAS CHAVES DE POTÊNCIA

a) CHAVE “S” DE POTÊNCIA

A corrente, em função do tempo, na chave S de potência é dada por:

$$i_S(t) = i_{Lm}(t) + i_{Lo}(t) ; \text{ para } 0 < t \leq DT \quad (6.94)$$

Assim:

$$i_S(t) = \frac{E}{L_{eq}} t + i_{Lm}(0) + i_{Lo}(0) \quad (6.95)$$

Dessa forma, o valor médio de corrente na chave S é obtido aplicando-se a seguinte definição:

$$I_{Sm} = \frac{1}{T} \int_0^{DT} i_S(t) dt \quad (6.96)$$

Resolvendo a integral acima encontra-se:

$$I_{Sm} = D(I_{Emd} + i_0) \quad (6.97)$$

Entretanto, sabe-se que:

$$I_{Emd} = I_o \frac{D}{(1-D)} \quad (6.98)$$

Logo

$$ISmd = D \left[I_o \frac{D}{(1-D)} + I_o \right] \quad (6.99)$$

Finalmente:

$$\begin{cases} ISmd = I_o \frac{D}{(1-D)} \\ ISmd = I_o \cdot G \\ ISmd = IE_{md} \end{cases} \quad (6.100)$$

Como $IE_{md} = IL_{md}$, então as expressões apresentadas em (6.100) são também válidas para determinação da corrente média no indutor L_m , o qual representa a indutância magnetizante do transformador.

Quanto à tensão média na chave S, ela é determinada através da seguinte expressão:

$$VSmd = \frac{1}{T} \int_0^T v_S(t) dt \quad (6.101)$$

onde:

$$v_S(t) = E + Vo \quad ; \quad \text{para } DT < t \leq T \quad (6.102)$$

Assim:

$$\begin{cases} VSmd = E \\ VSmd = Vo \frac{(1-D)}{D} \end{cases} \quad (6.103)$$

Obtém-se, assim, a tensão média na chave S.

b) DIODO "D" DE POTÊNCIA

A corrente no diodo D em função do tempo é dada por:

$$i_D(t) = i_{Lm}(t) + i_{Lo}(t) \quad ; \quad \text{para } DT < t \leq T \quad (6.104)$$

ou seja:

$$i_D(t) = -\frac{Vo}{Leq}(t - DT) + IL_{m(DT)} + IL_{o(DT)} \quad ; \quad \text{para } DT < t \leq T \quad (6.105)$$

Para determinar o valor médio, aplica-se a seguinte expressão:

$$ID_{md} = \frac{1}{T} \int_0^T i_D(t) dt \quad (6.106)$$

Como resultado da Eq. (6.106), tem-se:

$$ID_{md} = (1-D)[IE_{md} + I_o] \quad (6.107)$$

Através da Eq. (6.98), obtém-se:

$$ID_{md} = (1-D) \left[I_o \frac{D}{(1-D)} + I_o \right] \quad (6.108)$$

Assim:

$$\begin{cases} ID_{md} = I_o \\ ID_{md} = IE_{md} \frac{(1-D)}{D} \\ ID_{md} = \frac{IE_{md}}{G} \end{cases} \quad (6.109)$$

Conclui-se então, que a partir dos resultados apresentados em (6.100) e (6.109) a corrente média na chave S e a corrente média no diodo D estão ligadas através da seguinte relação:

$$\frac{ISmd}{ID_{md}} = \frac{D}{(1-D)} = G \quad (6.110)$$

Verifica-se ainda, que as expressões apresentadas em (6.109) são válidas para a determinação da corrente média no indutor de filtragem L_o .

A tensão média no diodo D é dada por:

$$V_{Dmd} = \frac{1}{T} \int_0^T v_D(t) dt \quad (6.111)$$

sendo que:

$$v_D(t) = E + V_o ; \text{ para } 0 < t \leq DT \quad (6.112)$$

Logo:

$$\begin{cases} V_{Dmd} = V_o \\ V_{Dmd} = E - \frac{D}{(1-D)} \end{cases} \quad (6.113)$$

Relacionando as Eqs. (6.103) e (6.113), verifica-se que:

$$\frac{V_{Dmd}}{VSmd} = \frac{D}{(1-D)} = G \quad (6.114)$$

Essa expressão é muito importante na determinação dos valores médios de tensão na chave S e no diodo D.

6.2.9. DETERMINAÇÃO DOS VALORES EFICAZES DE CORRENTE

Nas aplicações práticas a determinação dos valores eficazes de corrente é fundamental para o projeto da estrutura de potência. Sendo assim, será analisada a situação mais crítica, embora com abordagem simplificada para facilitar o estudo matemático e a interpretação física das equações. Considerar-se-á o modo contínuo de operação em regime permanente com valores de indutores suficientemente grandes para se desprezar as ondulações de corrente. Dessa forma, os valores médios de corrente se confundem com os seus valores de pico, obtendo-se assim o seguinte equacionamento matemático:

$$i_S(t) = i_E(t) = \begin{cases} ISmax = IDmax & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ 0 & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.115)$$

$$i_D(t) = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ IDmax = ISmax & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.116)$$

$$i_C(t) = \begin{cases} Io & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ IEnd & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.117)$$

Estas simplificações levam a erros aceitáveis, visto o caráter prático ao qual são voltadas as Eqs. (6.115); (6.116) e (6.117). Na Fig. 6.12 são mostradas as formas de onda conforme as equações acima.

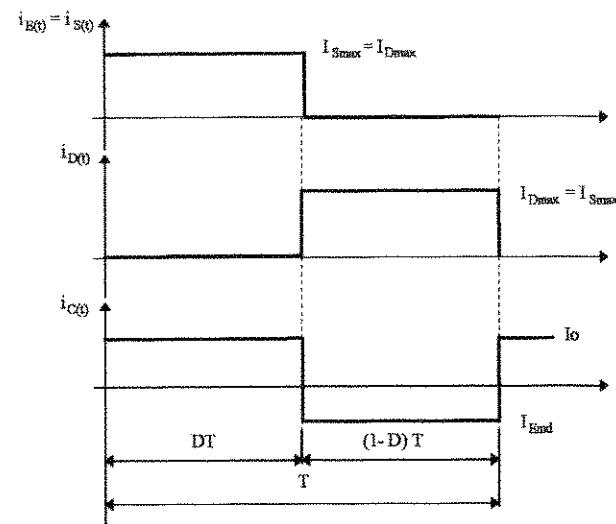


Fig. 6.12: Formas de onda simplificadas para o modo contínuo de operação em regime permanente

a) CORRENTE EFICAZ NA CHAVE "S"

Através da Fig. 6.12, para um período de funcionamento, tem-se que:

$$(Isef)^2 = \frac{1}{T} \int_0^{DT} [i_S(t)]^2 dt \quad (6.118)$$

Desse modo:

$$(Isef)^2 = \frac{1}{T} \int_0^{DT} (ISmax)^2 dt \quad (6.119)$$

Desenvolvendo-se a Eq. (6.119), obtém-se:

$$Isef = ISmax \cdot \sqrt{D} \quad (6.120)$$

No caso da chave S ser um MOSFET de potência essa informação será muito importante.

b) CORRENTE EFICAZ NO DIODO D

Ainda utilizando-se da Fig. 6.12, chega-se à:

$$(I_{Def})^2 = \frac{1}{T} \int_{DT}^T [i_D(t)]^2 dt \quad (6.121)$$

ou seja:

$$(I_{Def})^2 = \frac{1}{T} \int_{DT}^T (I_{D_{max}})^2 dt \quad (6.122)$$

Sendo $I_{D_{max}} = I_{S_{max}}$, obtém-se:

$$I_{Def} = I_{S_{max}} \cdot \sqrt{1-D} \quad (6.123)$$

que representa a corrente eficaz no diodo D.

Com as Eqs. (6.120) e (6.123), obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{I_{Sef}}{I_{Def}} = \sqrt{\frac{D}{1-D}} = \sqrt{G} \quad (6.124)$$

c) CORRENTE EFICAZ NO CAPACITOR DE ACOPLAMENTO C

A corrente eficaz no capacitor C é dada pela Eq. (6.125), de acordo com a Fig. 6.12.

$$(I_{Cef})^2 = \frac{1}{T} \left[\int_0^{DT} (I_o)^2 dt + \int_{DT}^T (I_{Emd})^2 dt \right] \quad (6.125)$$

A solução da integral acima é apresentada a seguir:

$$I_{Cef} = I_o \sqrt{\frac{D}{1-D}} \quad (6.126)$$

ou então:

$$I_{Cef} = I_o \sqrt{G} \quad (6.127)$$

d) CORRENTE EFICAZ NO CAPACITOR DE SAÍDA C_o

Para a determinação da corrente eficaz no capacitor C_o, as considerações para a análise matemática são completamente diferentes das considerações adotadas no início deste item (6.3.9); ou seja, até o presente momento admitiu-se que as ondações de corrente são praticamente nulas, isso significa que não há corrente fluindo pelo capacitor C_o. Portanto, para o cálculo da corrente eficaz no capacitor de saída, será previsto uma ondação de corrente (ΔI_{Lo}) no indutor L_o; cuja componente alternada circulará pelo capacitor C_o, conforme apresentado na Fig. 6.13.

Por definição o valor eficaz da corrente no capacitor de saída é dado por:

$$I_{Coef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [i_{Co}(t)]^2 dt} \quad (6.128)$$

ou então:

$$(I_{Coef})^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [i_{Co}(t)]^2 dt \quad (6.129)$$

Conforme a Fig. 6.13 verifica-se que para um período de funcionamento a corrente no capacitor C_o sofre uma descontinuidade em $t = DT$. Dessa forma a função corrente $i_{Co}(t)$ é dividida em dois intervalos contínuos. Portanto, para calcular o valor eficaz da corrente é preciso definir a função em cada um desses intervalos. Observa-se, na Fig. 6.13, que: (a) durante o trecho entre $0 < t \leq DT$, a corrente $i_{CoA}(t)$ cresce linearmente iniciando no ponto $(I_{Lo(0)} - I_o)$; (b) no trecho entre $DT < t \leq T$, a corrente $i_{CoB}(t)$ decresce linearmente a partir de $(I_{Lo_{max}} - I_o)$. Então, o valor eficaz da corrente $i_{Co}(t)$ é dado por:

$$(I_{Coef})^2 = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{DT} [i_{CoA}(t)]^2 dt + \int_0^{(1-D)T} [i_{CoB}(t)]^2 dt \right\} \quad (6.130)$$

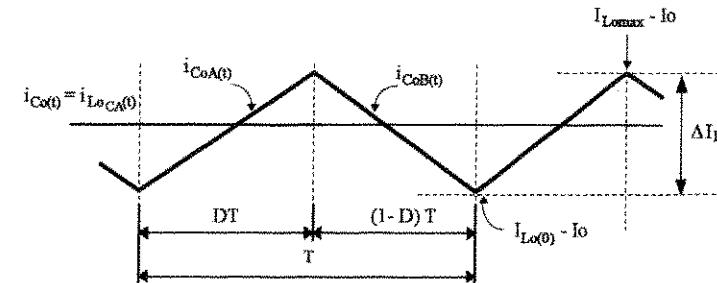


Fig. 6.13: Corrente no capacitor de saída C_o.

onde, os valores de $i_{CoA(t)}$ e $i_{CoB(t)}$, para os limites definidos, são dados por:

$$\begin{cases} i_{CoA(t)} = \frac{E}{L_o} t + (I_{Lo}(0) - I_o) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ i_{CoB(t)} = \frac{-V_o}{L_o} t + (I_{Lo\max} - I_o) & ; \text{ para } 0 < t \leq (1-D)T \end{cases} \quad (6.131)$$

ou então:

$$\begin{cases} i_{CoA(t)} = \frac{\Delta I_{Lo}}{DT} t + (I_{Lo} - I_o) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ i_{CoB(t)} = \frac{-\Delta I_{Lo}}{(1-D)T} t + (I_{Lo\max} - I_o) & ; \text{ para } 0 < t \leq (1-D)T \end{cases} \quad (6.132)$$

Na Eq. (6.130) os limites da segunda integral foram escolhidos para poder ser usada a expressão de $i_{CoB(t)}$ entre os limites de $0 < t \leq (1-D)T$, de acordo com a Eq. (6.131) ou (6.132). Substituindo-se os valores de $i_{CoA(t)}$ e $i_{CoB(t)}$ na Eq. (6.130), obtém-se:

$$(I_{Coef})^2 = \frac{1}{T} \left[\int_0^{DT} \left[\frac{\Delta I_{Lo}}{DT} t + (I_{Lo}(0) - I_o) \right]^2 dt + \int_0^{(1-D)T} \left[\frac{-\Delta I_{Lo}}{(1-D)T} t + (I_{Lo\max} - I_o) \right]^2 dt \right] \quad (6.133)$$

Resolvendo a Eq. (6.133) encontra-se:

$$\begin{cases} I_{Coef} = \frac{1}{\sqrt{12}} \Delta I_{Lo} \\ I_{Coef} = \frac{(1-D)}{\sqrt{12}} \frac{V_o}{f \cdot L_o} \\ I_{Coef} = \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{E}{f \cdot L_o} D \end{cases} \quad (6.134)$$

As expressões apresentadas na Eq. (6.134) definem o valor eficaz da corrente no capacitor Co. Essa informação é de fundamental importância nas aplicações práticas, para a determinação das perdas no capacitor e, portanto, da definição de sua resistência série equivalente (RSE).

6.3. ANÁLISE DO CONVERSOR CC-CC ZETA NO MODO DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA EM REGIME PERMANENTE

Para a análise a ser desenvolvida no decorrer deste parágrafo será utilizado o mesmo circuito equivalente mostrado na Fig. 6.4, e as mesmas relações apresentadas nas Eqs. (6.1) e (6.2). Além disso, as considerações de idealidades, estabelecidas no item 6.2, serão mantidas na análise que se segue.

6.3.1. ETAPAS DE FUNCIONAMENTO E FORMAS DE ONDA

As principais etapas de funcionamento para condução descontínua são descritas a seguir:

1ª ETAPA (Fig. 6.14.a) $\rightarrow 0 < t < DT$: Na primeira etapa de funcionamento a chave S encontra-se fechada e as tensões nos indutores L_m e L_o são iguais a tensão de entrada E. O diodo D encontra-se bloqueado com tensão reversa igual a $-(E + V_o)$. Os indutores L_m e L_o recebem energia da fonte de alimentação e do capacitor C respectivamente, e tem sua corrente i_{Lm} e i_{Lo} crescendo linearmente na razão de E/L_m e E/L_o respectivamente. Consequentemente, a corrente na chave S é igual a $i_{Lm} + i_{Lo}$ e cresce linearmente na razão de E/L_{eq} , onde $L_{eq} = L_m \cdot L_o / (L_m + L_o)$. Durante esta etapa ocorre também a descarga do capacitor C e a carga do capacitor Co.

2ª ETAPA (Fig. 6.14.b) $\rightarrow DT < t \leq (D+D_1)T$: Esta etapa tem início quando a chave S abre e o diodo D entra em condução. Neste instante a tensão nos indutores L_m e L_o é igual a $-V_o$, ocorrendo a transferência de energia armazenada em L_m para o capacitor de acoplamento C, e de L_o para o capacitor de filtragem Co e para a carga R_o . Tem-se então o decréscimo linear das correntes i_{Lm} e i_{Lo} na razão de $-V_o/L_m$ e $-V_o/L_o$, respectivamente. Logo, a corrente no diodo (i_D), que é igual a $i_{Lm} + i_{Lo}$, decresce linearmente na razão de $-V_o/L_{eq}$, onde $L_{eq} = L_m \cdot L_o / (L_m + L_o)$. Neste momento a tensão sobre a chave S é igual a $E + V_o$.

3ª ETAPA (Fig. 6.14.c) $\rightarrow (D+D_1)T < t \leq T$: Nesta etapa a chave S continua aberta e ocorre o decréscimo da corrente no diodo D até zero. A partir desse momento a corrente no capacitor C é constante e igual a do indutor L_o , tem-se então que a tensão nos indutores L_m e L_o passa a ser igual a zero e, dependendo da relação entre L_m/L_o e I_{Lm}/I_o dois casos podem ocorrer:

- 1º) $i_{Lm}(0) > 0$ e $i_{Lo}(0) < 0$
- 2º) $i_{Lm}(0) < 0$ e $i_{Lo}(0) > 0$

Na Fig. 6.15 têm-se as principais formas de onda para o modo de condução descontínua em regime permanente, sendo considerado o segundo caso, onde:

$t_c \rightarrow$ tempo em que a chave S está conduzindo

$t_a \rightarrow$ tempo em que a chave S permanece aberta

$t_D \rightarrow$ tempo de condução do diodo D

$t_d \rightarrow$ tempo que caracteriza a condução descontínua.

Desse modo:

$$D = \frac{t_c}{T} \rightarrow \text{razão cíclica} \quad (6.135)$$

$$D_1 = \frac{t_D}{T} \quad (6.136)$$

6.3.2. EQUACIONAMENTO BÁSICO DO CONVERSOR

Da análise do conversor em condução descontínua tem-se que:

$$i_{Lm}(t) = \begin{cases} \frac{E}{L_m} t + i_{Lm(0)} & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ \frac{-V_o}{L_m} (t - DT) + i_{Lm(DT)} & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ i_{Lm(D_1 T)} = i_{Lm(0)} & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (6.137)$$

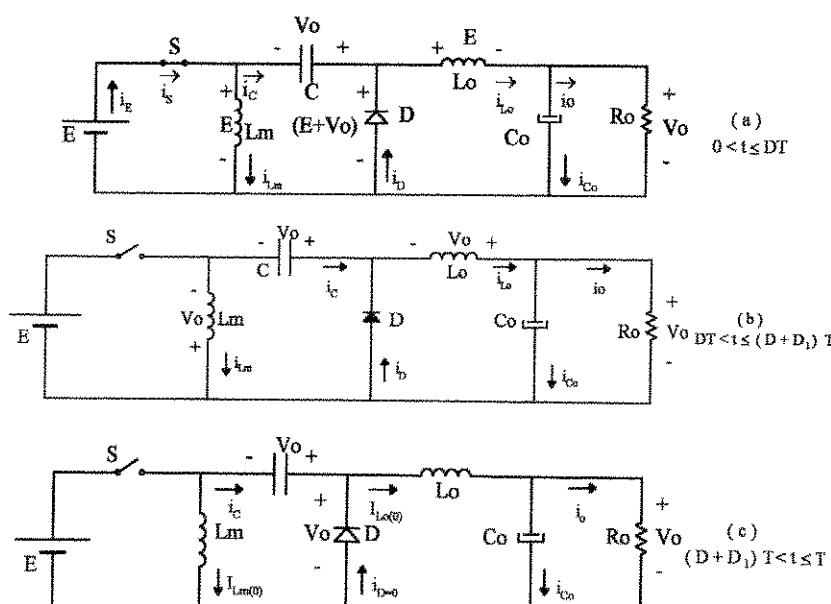


Fig. 6.14: Etapas de funcionamento para condução descontínua.

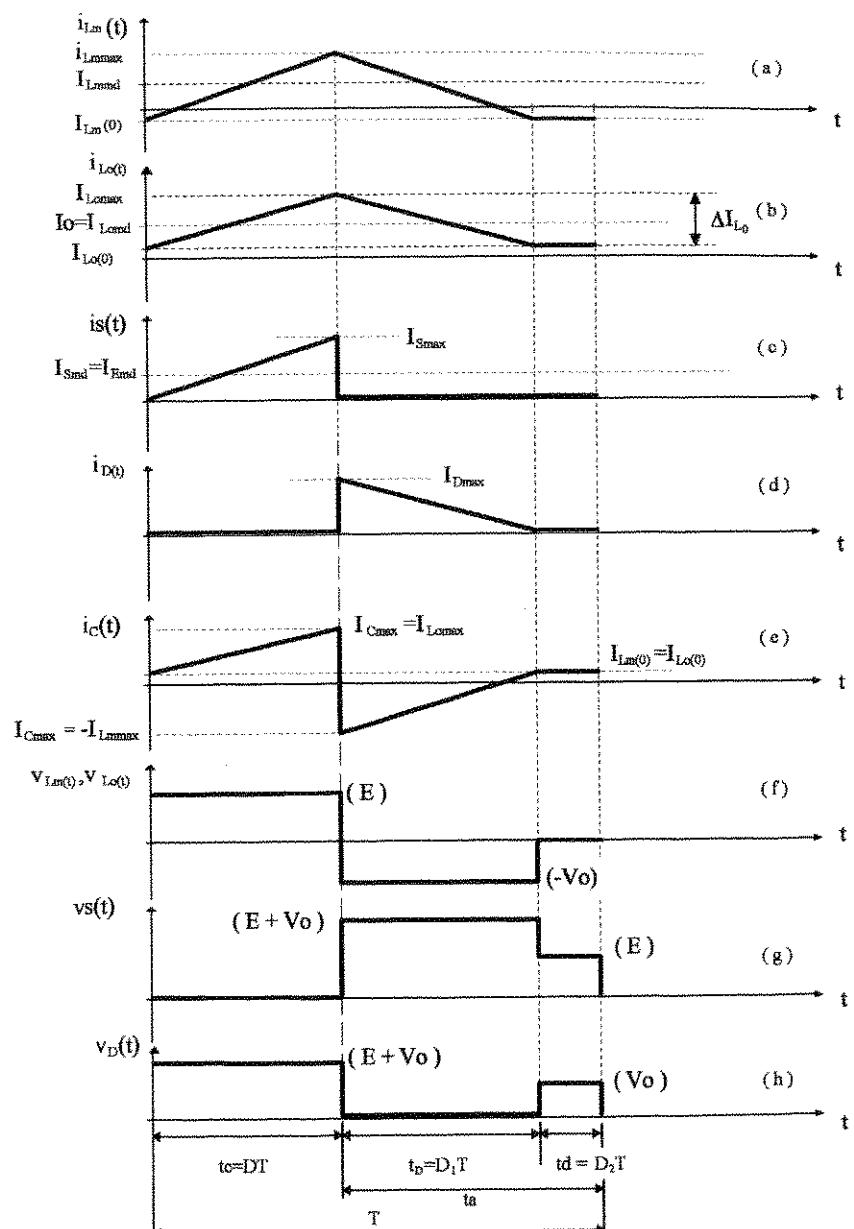


Fig. 6.15: Principais formas de onda para condução descontínua.

$$i_{L_o}(t) = \begin{cases} \frac{E}{L_o} t + I_{L_o(0)} & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ -\frac{V_o}{L_o}(t - DT) + I_{L_o(DT)} & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \end{cases} \quad (6.138)$$

$$i_E(t) = i_S(t) = \begin{cases} \left(\frac{E}{L_m} + \frac{E}{L_o}\right)t + IL_{m(0)} + IL_{o(0)} & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ 0 & ; \text{ para } DT < t \leq T \end{cases} \quad (6.139)$$

$$i_D(t) = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ -\left(\frac{V_o}{L_m} + \frac{V_o}{L_o}\right)(t - DT) + IL_{m(DT)} + IL_{o(DT)} & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ 0 & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (6.140)$$

$$i_C(t) = \begin{cases} \frac{E}{L_o} t + IL_{o(0)} & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ \frac{V_o}{L_m}(t - DT) - IL_{m(DT)} & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ IL_{o(D_1T)} = IL_{o(0)} & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (6.141)$$

$$v_{L_m}(t) = v_{L_o}(t) = \begin{cases} E & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ -V_o & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ 0 & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (6.142)$$

$$v_S(t) = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ E + V_o & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ E & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (6.143)$$

$$v_D(t) = \begin{cases} -(E + V_o) & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ 0 & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ -V_o & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (6.144)$$

$$i_{C_0}(t) = \begin{cases} \frac{E}{L_o} t + IL_{o(0)} - I_0 & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ -\frac{V_o}{L_o}(t - DT) + IL_{o(DT)} - I_0 & ; \text{ para } DT < t \leq (D+D_1)T \\ IL_{o(0)} - I_0 & ; \text{ para } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases} \quad (6.145)$$

onde I_0 representa a corrente média na carga.

6.3.3. CARACTERÍSTICA DE DESCONTINUIDADE DA CORRENTE

Definindo-se a corrente de comutação i_{com} , dada pela Eq. (6.146) e mostrada na Fig. 6.16, verifica-se que a característica de descontinuidade de corrente é análoga ao modo de operação descontínua dos conversores convencionais.

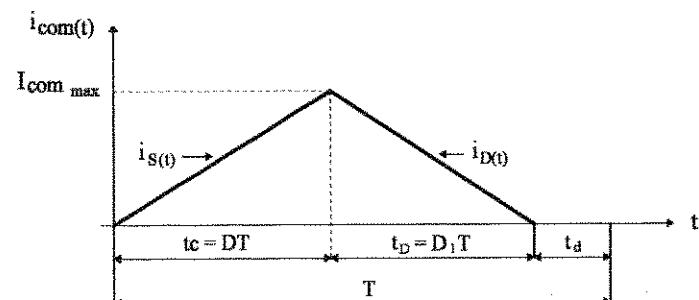


Fig. 6.16: Corrente de comutação para o conversor Zeta, modo de condução descontínua em regime permanente.

$$i_{com}(t) = \begin{cases} i_{S(t)} & ; \text{ para } 0 < t \leq DT \\ i_{D(t)} & ; \text{ para } DT < t \leq D_1T \\ 0 & ; \text{ para } D_1T < t \leq T \end{cases} \quad (6.146)$$

Observa-se que durante o intervalo de condução da chave S (t_c), ocorre o armazenamento de energia nos indutores L_m e L_o , sendo que esta energia é transferida à carga no intervalo de condução do diodo D (t_D).

Da análise da Fig. 6.16, tem-se que:

$$I_{com_{max}} = I_{S_{max}} = I_{D_{max}} \quad (6.147)$$

Então, a partir da Eq. (6.139) encontra-se a seguinte expressão:

$$I_{com\max} = \left(\frac{E}{L_m} + \frac{E}{L_o} \right) t_c + I_{Lm(0)} + I_{Lo(0)} \quad (6.148)$$

Entretanto, para o caso que está sendo analisado tem-se que:

$$I_{Lm(0)} = -I_{Lo(0)} \quad (6.149)$$

Assim:

$$I_{com\max} = \frac{E}{Leq} t_c \quad (6.150)$$

onde: $\frac{1}{Leq} = \frac{1}{L_m} + \frac{1}{L_o}$ (6.151)

$$t_c = DT \quad (6.152)$$

$$f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow \text{ freqüência de chaveamento} \quad (6.153)$$

Desse modo:

$$I_{com\max} = \frac{E}{Leq \cdot f} D \quad (6.154)$$

Dessa forma, ficam também definidas as correntes máximas na chave S e no diodo D.

6.3.4. CORRENTE MÉDIA NA CHAVE "S"

Através da Fig. 6.16 conclui-se que a corrente média na chave S é dada por:

$$I_{Sm} = \frac{I_{com\max} \cdot DT}{2T} = I_{com\max} \frac{D}{2} \quad (6.155)$$

Levando a Eq. (6.154) em (6.155), obtém-se:

$$I_{Sm} = \frac{E}{2 \cdot Leq \cdot f} D^2 \quad (6.156)$$

Fica assim determinada a corrente média na chave S. No caso de se utilizar um transistor bipolar ou um IGBT esta informação é muito importante.

6.3.5. BALANÇO DE ENERGIA E CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA

Admitindo-se que durante o período T em estudo não ocorram perdas, ou seja, considerando-se um rendimento de 100%, tem-se que, pelo balanço de energia em regime permanente:

$$E(I_{Lm\bar{m}} + I_{Lo\bar{m}}) t_c = V_o (I_{Lm\bar{m}} + I_{Lo\bar{m}}) t_D \quad (6.157)$$

onde: $I_{Lm\bar{m}}$ e $I_{Lo\bar{m}}$ são os valores médios das correntes $i_{Lm(t)}$ e $i_{Lo(t)}$, respectivamente, durante o período T.

Então, pode-se escrever:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{t_c}{t_D} \quad (6.158)$$

ou ainda; a partir das Eqs. (6.135) e (6.136), tem-se:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{DI} \quad (6.159)$$

Como $P_E = E \cdot I_{E\bar{m}} = I_{S\bar{m}} \cdot E$ (Potência de entrada), então a partir da Eq. (6.24), tem-se:

$$P_E = \frac{E^2}{2 \cdot Leq \cdot f} D^2 \quad (6.160)$$

Admitido-se que o conversor é ideal, então:

$$P_E = P_o \quad (6.161)$$

onde P_o representa a potência dissipada na carga R_o .

Logo:

$$\frac{E^2}{2 \cdot Leq \cdot f} D^2 = \frac{V_o^2}{R_o} \quad (6.162)$$

Desse modo,

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{I_{Emd}}{I_o} = D \sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f}} \quad (6.163)$$

Verifica-se que as Eqs. (6.159) e (6.163) são análogas as Eqs. (5.106) e (5.129), obtidas para o conversor Sepic, caracterizando que devido a dualidade entre os conversores a característica de transferência estática é preservada.

Pode-se notar pela Eq. (6.163) que a função de transferência no modo descontínuo torna-se dependente da carga (R_o) e da indutância equivalente (L_{eq}).

Conforme Eq. (5.128) tem-se que:

$$K_1 = \frac{2 \cdot L_{eq} \cdot f}{R_o} \quad (6.164)$$

Assim:

$$\sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f}} = \frac{1}{\sqrt{K_1}} = \frac{1}{D_1} \quad (6.165)$$

A Fig. 6.17 mostra a função de transferência G em função de $1/D_1$, tendo como parâmetro a razão cíclica D ; onde:

- (A) → condução contínua
- (B) → condução descontínua

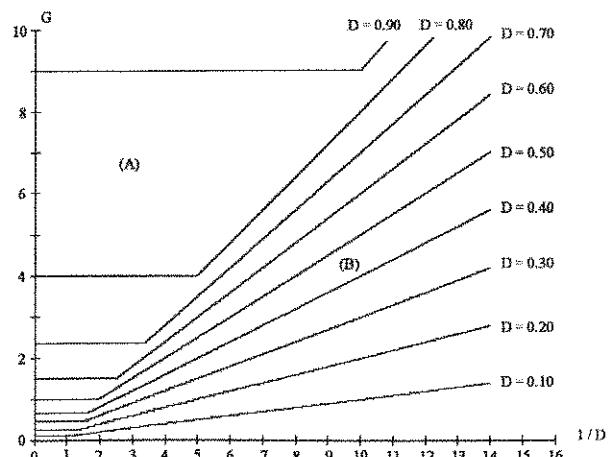


Fig. 6.17 : Relação entre G e $1/D_1$, tendo como parâmetro a razão cíclica D .

6.3.6. CORRENTE MÉDIA NO INDUTOR DE FILTRAGEM “ L_o ” E NO INDUTOR MAGNETIZANTE “ L_m ”

Empregando-se o mesmo procedimento utilizado para o conversor Sepic, encontram-se os seguintes valores médios para as correntes no indutor de filtragem L_o e de magnetização L_m .

$$I_{Lo_{md}} = \frac{E}{2L_o} DT(D+D_1) + I_{Lo(0)} \quad (6.166)$$

$$I_{Lm_{md}} = \frac{E}{2L_m} DT(D+D_1) - I_{Lo(0)} \quad (6.167)$$

RELAÇÕES ENTRE AS CORRENTES $I_{Lo_{md}}$ E $I_{Lm_{md}}$

A expressão da corrente média no capacitor de acoplamento C é dada por:

$$I_{C_{md}} = \frac{[I_{Lo_{md}} - I_{Lo(0)}]D}{(D+D_1)} - \frac{[I_{Lm_{md}} + I_{Lo(0)}]D_1}{(D+D_1)} + I_{Lo(0)} \quad (6.168)$$

Igualando-se a zero a Eq. (6.168), obtém-se a seguinte relação, muito importante na análise do conversor Zeta em condução descontínua:

$$\frac{I_{Lo_{md}}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{D_1}{D} \quad (6.169)$$

6.3.7. CORRENTE MÉDIA NA CARGA (I_o)

Reunindo as Eqs. (6.163) e (6.169), tem-se que:

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{I_{Emd}}{I_o} = \frac{D}{D_1} = \frac{I_{Lm_{md}}}{I_{Lo_{md}}} \quad (6.170)$$

De onde se conclui que:

$$\frac{I_{Emd}}{I_o} = \frac{I_{Lm_{md}}}{I_{Lo_{md}}} \quad (6.171)$$

Assim, a corrente média na carga é a mesma corrente média no indutor de saída L_o , ou seja:

$$I_o = I_{Lo_{md}} = \frac{E}{2L_o} DT(D+D_1) + I_{Lo(0)} \quad (6.172)$$

A Eq. (6.171) fornece ainda uma outra informação muito importante, isto é, a corrente média na entrada do conversor, que é própria corrente média na chave S, é igual a corrente média no indutor de magnetização. Assim:

$$I_{Lmd} = I_{Lm_{md}} \quad (6.173)$$

A partir dessa relação obtém-se a corrente inicial $I_{Lo(0)}$ no indutor de saída L_o . Logo, igualando-se a expressão (6.156) à expressão (6.167), tem-se:

$$I_{Lo(0)} = \frac{E \cdot D}{2f} \left[\frac{(D+D_1)}{L_m} - \frac{D}{L_{eq}} \right] \quad (6.174)$$

Na obtenção desta equação verifica-se a importância de se determinar o parâmetro D_1 .

DEFINIÇÃO DO PARÂMETRO “ D_1 ”

O parâmetro D_1 é facilmente encontrado através da característica de transferência estática do conversor. Desse modo:

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{D}{D_1} = \frac{D}{\sqrt{K_1}} \quad (6.175)$$

Logo:

$$D_1 = \sqrt{K_1} \quad (6.176)$$

onde K_1 é dado pela Eq. (6.164). Observa-se que a definição de K_1 é a mesma obtida para o conversor Sepic (Eq. 5.128).

6.3.8. DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES DE CORRENTE

a) ONDULAÇÃO DE CORRENTE NO INDUTOR DE MAGNETIZAÇÃO L_m (ΔI_{Lm})

De acordo com a Fig. 6.15(a) para o indutor L_m , tem-se que:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{E}{L_m} DT \quad (6.177)$$

Substituindo-se a Eq. (6.163) em (6.177), obtém-se:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{V_o \cdot DT}{L_m \cdot G} = \frac{R_o \cdot I_o \cdot DT}{L_m \cdot f \cdot G} \quad (6.178)$$

De acordo com as Eqs. (6.170) e (6.172) é possível escrever:

$$I_o = I_{Lo_{md}} = \frac{D_1}{D} I_{Lm_{md}} \quad (6.179)$$

Então:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{R_o \cdot DT \cdot D_1}{L_m \cdot f \cdot G} I_{Lm_{md}} = \frac{R_o}{L_m \cdot f} \frac{D_1}{G} I_{Lm_{md}} \quad (6.180)$$

Sabe-se que:

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{D}{D_1} \quad (6.181)$$

Logo:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{R_o \cdot I_{Lm_{md}}}{L_m \cdot f} \frac{D_1^2}{D}$$

onde:

$$D_1 = \sqrt{K_1} \Rightarrow D_1^2 = K_1 = \frac{2 \cdot L_{eq} \cdot f}{R_o} \quad (6.182)$$

Desse modo:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{R_o \cdot I_{Lm_{md}}}{L_m \cdot f} \frac{K_1}{D} = \frac{R_o \cdot I_{Lm_{md}}}{L_m \cdot f} \frac{2 \cdot L_{eq} \cdot f}{D \cdot R_o} \quad (6.183)$$

Logo, a ondulação de corrente na indutância magnetizante será:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{2 \cdot I_{Lm_{md}}}{D} \frac{L_{eq}}{L_m}$$

(6.184)

ou ainda:

$$\frac{\Delta I_{Lm}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{2}{D} \frac{L_{eq}}{L_m}$$

(6.185)

A Eq. (6.185) representa a ondulação relativa de corrente no indutor L_m .

b) ONDULAÇÃO DE CORRENTE NO INDUTOR DE SAÍDA L_o (ΔI_{Lo}).

Analizando-se a Fig. 6.15(b) conclui-se que:

$$\Delta I_{Lo} = \frac{E}{L_o} DT$$

De modo análogo ao item anterior tem-se que:

$$\Delta I_{Lo} = 2 \cdot I_{Lo_{md}} \frac{L_{eq}}{L_o} \frac{G}{D}$$

(6.187)

que representa a ondulação de corrente no indutor de saída. A ondulação relativa de corrente é obtida simplesmente com a relação entre $\Delta I_{Lo}/I_{Lo_{md}}$, ou seja:

$$\frac{\Delta I_{Lo}}{I_{Lo_{md}}} = 2 \frac{L_{eq}}{L_o} \frac{G}{D}$$

(6.188)

6.3.9. DETERMINAÇÃO DAS ONDULAÇÕES DE TENSÃO

a) ONDULAÇÃO DE TENSÃO NO CAPACITOR DE ACOPLAGEM C.

As formas de onda relevantes para obtenção da ondulação de tensão no capacitor C são apresentadas na Fig. 6.18. Observa-se que durante o intervalo de tempo $D_1 T$ ocorre a variação de tensão nos terminais do capacitor C desde V_{Cmin} até V_{Cmax} . Nesse intervalo a corrente no capacitor é a própria corrente na indutância magnetizante com sentido contrário. Desse modo, tem-se que:

$$i_C(t) = -i_{Lm}(t) = \frac{V_o}{L_m} t - I_{Lm}(DT) \quad ; \quad p/ \quad 0 < t \leq D_1 T$$

(6.189)

Logo, a variação de tensão no capacitor C durante o intervalo mencionado será de:

$$\Delta V_C = V_{Cmax} - V_{Cmin} = -\frac{1}{C} \int_0^{D_1 T} i_C(t) dt$$

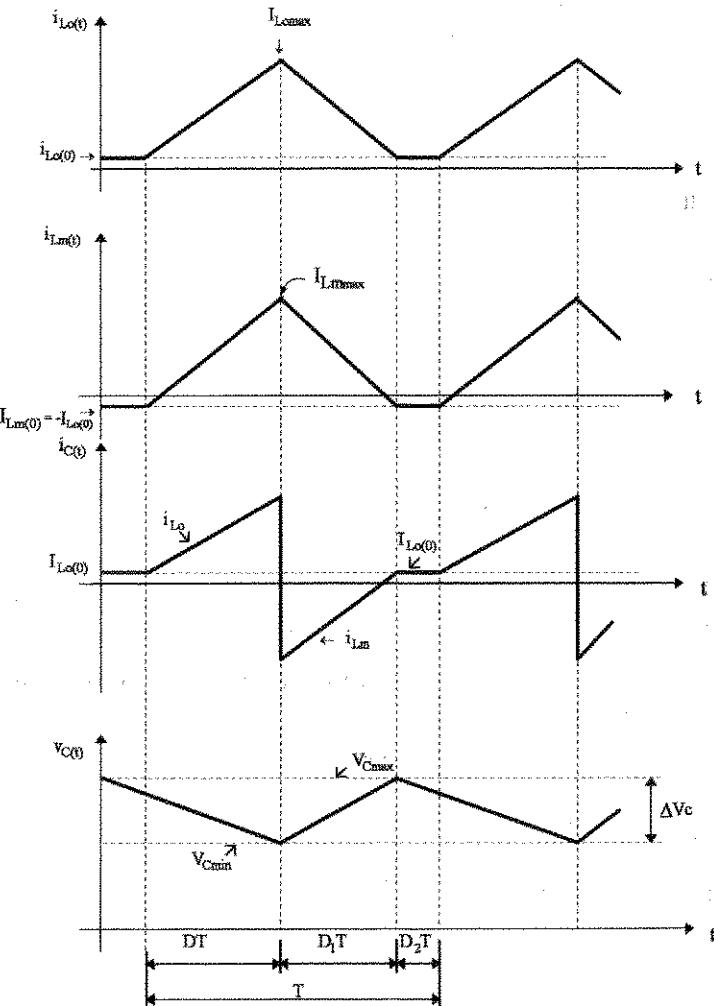


Fig. 6.18: Formas de onda relevantes para obtenção da ondulação de tensão no capacitor C.

ou seja:

$$\Delta V_C = \frac{-1}{C} \int_0^{D_1 T} \left[\frac{V_o}{L_m} t - I_{Lm}(DT) \right] dt \quad (6.191)$$

Assim:

$$\Delta V_C = \frac{-D_1 T}{C} \left[\frac{V_o}{2 L_m} D_1 T - I_{Lm}(DT) \right] \quad (6.192)$$

onde,

$$I_{Lm}(DT) = I_{Lm_{max}} = \frac{E}{L_m} DT + I_{Lm}(0) \quad (6.193)$$

Substituindo a Eq. (6.193) na Eq. (6.192) e rearranjando os termos obtém-se o seguinte resultado:

$$\boxed{\Delta V_C = \frac{(D_1)^2 \cdot V_o}{2 L_m \cdot f^2 \cdot C} \left(-D_1 + D \frac{L_m}{L_o} + 1 \right)} \quad (6.194)$$

ou ainda:

$$\boxed{\Delta V_C = \frac{L_{eq} \cdot V_o}{R_o \cdot L_m \cdot f \cdot C} \left(-D_1 + D \frac{L_m}{L_o} + 1 \right)} \quad (6.195)$$

Para se obter a variação relativa de tensão em relação à tensão de saída é só aplicar a Eq. (6.196) ou (6.197).

$$\boxed{\frac{\Delta V_C}{V_o} = \frac{D_1^2}{2 L_m \cdot f^2 \cdot C} \left(-D_1 + D \frac{L_m}{L_o} + 1 \right)} \quad (6.196)$$

$$\boxed{\frac{\Delta V_C}{V_o} = \frac{L_{eq}}{R_o \cdot L_m \cdot f \cdot C} \left(-D_1 + D \frac{L_m}{L_o} + 1 \right)} \quad (6.197)$$

b) ONDULAÇÃO DE TENSÃO NO CAPACITOR DE SAÍDA C_o

Admitindo-se que toda componente alternada de corrente do indutor L_o circule pelo capacitor C_o, então é possível considerar simplificadamente que:

$$\Delta I_{Co} = \Delta I_{Lo} \quad (6.198)$$

Da análise realizada na Fig. 6.15(b), tem-se para o capacitor C_o:

$$\Delta I_{Co} = \frac{\Delta Q_{Co}}{\Delta t} \quad (6.199)$$

Logo:

$$\Delta Q_{Co} = \int_0^{DT} \Delta I_{Co} dt = \Delta I_{Lo} \cdot DT \quad (6.200)$$

Por outro lado sabe-se que:

$$\Delta V_{Co} = \frac{\Delta Q_{Co}}{C_o} = \Delta I_{Lo} \frac{DT}{C_o} \quad (6.201)$$

Das Eqs. (6.186) e (6.181), tem-se que:

$$\Delta I_{Lo} = \frac{E}{L_o} DT = \frac{V_o}{f \cdot L_o} \frac{D}{G} \quad (6.202)$$

Levando-se a Eq. (6.202) em (6.201), tem-se:

$$\Delta V_{Co} = \frac{V_o}{f \cdot L_o} \frac{D}{G} \frac{DT}{C_o} = \frac{V_o \cdot D^2}{f^2 \cdot L_o \cdot G \cdot C_o} \quad (6.203)$$

$$\boxed{\Delta V_{Co} = V_o \frac{D^2}{L_o \cdot f^2 \cdot G \cdot C_o}} \quad (6.204)$$

A ondulação relativa de tensão no capacitor C_o é dada por:

$$\boxed{\frac{\Delta V_{Co}}{V_o} = \frac{D^2}{L_o \cdot f^2 \cdot G \cdot C_o}} \quad (6.205)$$

Obs: As Eqs. (6.194) e (6.204) determinam a ondulação de tensão aproximada nos capacitores C e C_o, respectivamente, para o conversor Zeta no modo descontínuo, dado que considerações simplificadas foram adotadas.

6.3.10. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE CORRENTE NAS CHAVES E INDUTORES

a) CHAVES DE POTÊNCIA

A Fig. 6.19 mostra a corrente na chave S e no diodo D para o modo de condução descontínua em regime permanente.

Analizando-se a corrente $i_{S(t)}$, tem-se que:

$$I_{Smax} = ID_{max} = IL_{m_{max}} + IL_{o_{max}} \quad (6.206)$$

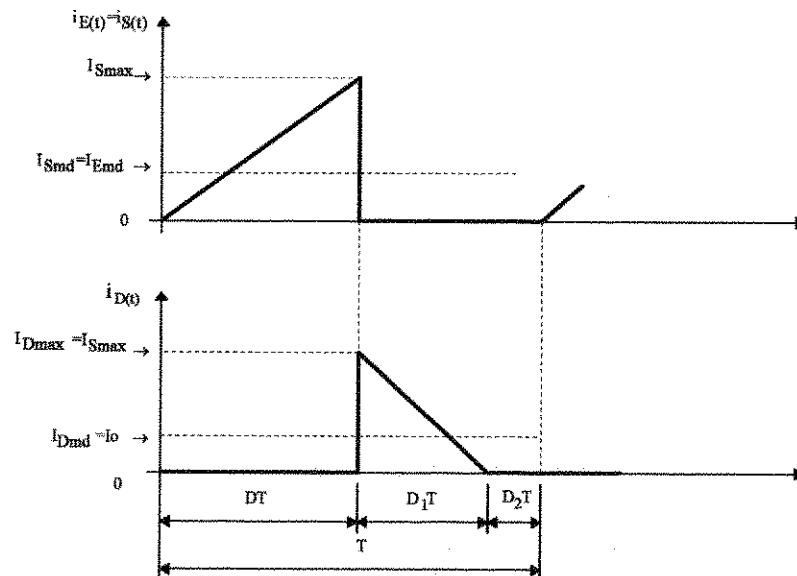


Fig. 6.19: Forma de onda da corrente na chave S e no diodo D.

onde:

$$IL_{m_{max}} = \frac{E}{Lm} DT + IL_{m(0)} \quad (6.207)$$

$$IL_{o_{max}} = \frac{E}{Lo} DT + IL_{o(0)} \quad (6.208)$$

$$IL_{o(0)} = -IL_{m(0)} \quad (6.209)$$

Desse modo:

$$I_{Smax} = ID_{max} = \frac{E}{Lo} DT + IL_{o(0)} + \frac{E}{Lm} DT - IL_{m(0)} \quad (6.210)$$

ou seja:

$$I_{Smax} = ID_{max} = E \cdot DT \left(\frac{1}{Lo} + \frac{1}{Lm} \right) \quad (6.211)$$

ou ainda:

$$I_{Smax} = ID_{max} = \frac{E}{Leq} DT = \frac{Vo}{Leq} DiT \quad (6.212)$$

$$I_{Smax} = ID_{max} = \frac{2}{2} \frac{Ro \cdot Io}{Leq \cdot f} D_1 = 2Io \frac{Ro}{2 \cdot Leq \cdot f} D_1 \quad (6.213)$$

sendo que:

$$\frac{Ro}{2Leq \cdot f} = D_1^2 \quad (6.214)$$

Então:

$$I_{Smax} = ID_{max} = 2Io \frac{1}{D_1} \quad (6.215)$$

$I_{Smax} = ID_{max} = 2Io \frac{G}{D}$

(6.216)

A expressão (6.216) representa a corrente máxima nas chaves de potência.

b) INDUTORES L_m e L_o

Analizando a Fig. 6.15(a) e a Eq. (6.137), verifica-se que a corrente máxima no indutor L_m é dada por:

$$IL_{m_{max}} = \frac{E}{Lm} DT + IL_{m(0)} \quad (6.217)$$

Sabe-se que:

$$ILm(0) = -ILo(0) \quad (6.218)$$

Trabalhando-se a Eq. (6.174), obtém-se:

$$ILm(0) = Io \left[G - \frac{Leq}{Lm} (G + 1) \right] \quad (6.219)$$

Assim, substituindo a Eq. (6.219) em (6.217) e rearranjando os termos, encontra-se:

$$\boxed{ILm_{max} = Io \left[G + \frac{Leq}{Lm} \left(2\frac{G}{D} - G - 1 \right) \right]} \quad (6.220)$$

A Eq. (6.220) define a corrente máxima no indutor de magnetização Lm . Para o indutor de saída Lo o valor máximo de corrente é definido pela seguinte equação:

$$ILo_{max} = ILo(0) + \Delta ILo \quad (6.221)$$

A partir das Eqs. (6.174) e (6.187), obtém-se:

$$ILo_{max} = Io \left[\frac{Leq}{Lm} (G + 1) - G \right] + 2 IL_{omd} \frac{Leq}{Lo} \frac{G}{D} \quad (6.222)$$

Da Eq. (6.172) tem-se que:

$$ILo_{md} = Io \quad (6.223)$$

Logo:

$$ILo_{max} = Io \left[\frac{Leq}{Lm} (G + 1) - G \right] + 2 Io \frac{Leq}{Lo} \frac{G}{D} \quad (6.224)$$

$$\boxed{ILo_{max} = Io \left[\frac{Leq}{Lm} (G + 1) - G + 2 \frac{Leq}{Lo} \frac{G}{D} \right]} \quad (6.225)$$

Fica assim definida a corrente máxima no indutor de saída Lo .

6.3.11. DETERMINAÇÃO DOS VALORES MÁXIMOS DE TENSÃO NAS CHAVES DE POTÊNCIA

A tensão máxima à qual a chave S fica submetida é igual à tensão máxima sobre o diodo D. Então da Fig. 6.15 tem-se que:

$$Vs_{max} = VD_{max} = E + Vo \quad (6.226)$$

isto é:

$$Vs_{max} = VD_{max} = Vo \frac{D_1}{D} + Vo = Vo \left(1 + \frac{D_1}{D} \right) \quad (6.227)$$

onde:

$$\frac{D_1}{D} = G \quad (6.228)$$

Logo:

$$Vs_{max} = VD_{max} = Vo \left(1 - \frac{1}{G} \right) \quad (6.229)$$

ou ainda:

$$Vs_{max} = VD_{max} = Vo \frac{(G + 1)}{G} \quad (6.230)$$

Tem-se assim, a tensão máxima nas chaves de potência.

6.4. ANÁLISE DOS LIMITES DE CONDUÇÃO CONTÍNUA E DESCONTÍNUA DO CONVERSOR ZETA EM REGIME PERMANENTE (CONDUÇÃO CRÍTICA)

Para que haja condução crítica a corrente $i_{com(0)}$, dada pela Eq. (6.146), deverá apresentar um comportamento de acordo com a Fig. 6.20.

Quando a condução é crítica a corrente no diodo D se anula no exato momento em que a chave S é habilitada a conduzir. Logo, matematicamente o limite da descontinuidade de corrente no diodo ocorre quando as expressões (6.16) e (6.163) são igualadas, então:

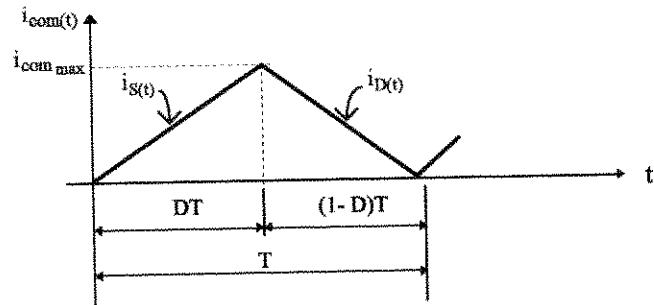


Fig. 6.20: Condução crítica para o conversor Zeta em regime permanente.

$$\frac{D}{(1-D)} = D \sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f}} \quad (6.231)$$

Isolando-se R_o na Eq. (6.231), obtém-se o valor de $R_{o,crit}$ ou seja:

$$R_{o,crit} = \frac{2 \cdot L_{eq} \cdot f}{(1 - D_{min})^2} \quad (6.232)$$

ou,

$$R_{o,crit} = 2(G_{max} + 1)^2 L_{eq} \cdot f \quad (6.233)$$

A Eq. (6.232) ou (6.233) define o valor da resistência crítica ($R_{o,crit}$), onde D_{min} representa a mínima razão cíclica obtida durante o funcionamento do conversor. Qualquer valor de resistência, menor que $R_{o,crit}$, garante condução contínua em toda faixa de operação do conversor.

Uma outra forma de apresentar a condição para operação no modo contínuo é dada por:

$$\frac{L_{eq} \cdot f}{R_o} > \frac{1}{2(G + 1)^2} \quad (6.234)$$

ou,

$$\frac{L_{eq} \cdot f}{R_o} > \frac{(1 - D)^2}{2} \quad (6.235)$$

Os limites para os vários modos de condução são estabelecidos de acordo com:

$$* \text{cond. contínua} \Rightarrow \frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} > \frac{(1 - D)^2}{2} \quad (6.236)$$

$$* \text{cond. crítica} \Rightarrow \frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} = \frac{(1 - D)^2}{2} \quad (6.237)$$

$$* \text{cond. descontínua} \Rightarrow \frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} < \frac{(1 - D)^2}{2} \quad (6.238)$$

A partir da Eq. (6.231) também é possível se obter o menor valor de indutância equivalente que garanta condução crítica. A essa indutância denomina-se indutância crítica (L_{crit}), obtida pelas seguintes equações:

$$L_{crit} = \frac{R_{o,max} \cdot (1 - D_{min})^2}{2f} \quad (6.239)$$

ou,

$$L_{crit} = \frac{R_{o,max}}{2f(1 + G_{min})^2} \quad (6.240)$$

onde $R_{o,max}$ define a máxima resistência de carga, por onde circula a mínima corrente de carga ($I_{o,min}$), isto é:

$$R_{o,max} = \frac{V_o}{I_{o,min}} \quad (6.241)$$

Ainda trabalhando com a mesma Eq. (6.231), pode-se determinar a razão cíclica crítica (D_{crit}), que garante condução contínua:

$$D_{crit} = 1 - \sqrt{\frac{2 \cdot f \cdot L_{eq}}{R_o}} \quad (6.242)$$

ou então:

$$D_{crit} = \frac{1}{1 + \alpha} \quad (6.243)$$

sendo que o parâmetro α é definido com segue:

$$\alpha = \frac{E}{V_o} = \frac{1}{G} \quad (6.244)$$

A determinação de D_{crit} é muito importante nas aplicações industriais com sistemas realimentados.

A Eq. (6.243) está representada graficamente na Fig. 6.21, onde é possível se verificar que a razão cíclica da chave S deve ser maior ou igual ao valor de D_{crit} para que o conversor opere em condução contínua.

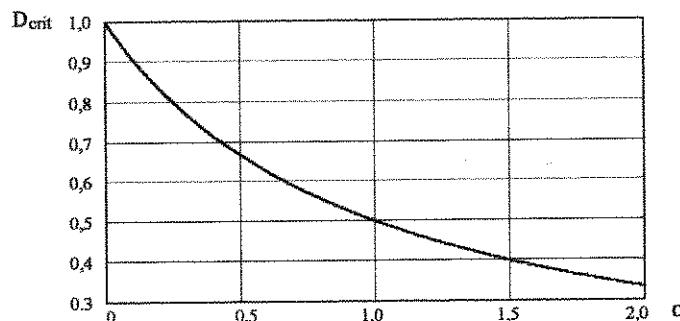


Fig. 6.21: Representação da razão cíclica crítica em função do parâmetro α .

6.5. CARACTERÍSTICA DE CARGA DO CONVERSOR ZETA EM REGIME PERMANENTE

A corrente média na carga para o modo de condução descontínua pode ser obtida a partir da Eq. (6.162). Assim, tem-se:

$$I_o = \frac{V_o}{R_o} = \frac{1}{V_o} \cdot \frac{E^2}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot D^2 \quad (6.245)$$

ou seja:

$$I_o = \frac{E^2 \cdot T}{2 \cdot L_{eq} \cdot V_o} \cdot D^2 \quad (6.246)$$

Definindo-se o parâmetro γ como sendo:

$$\gamma = \frac{2 \cdot L_{eq} \cdot I_o}{E \cdot T} = \frac{E}{V_o} \cdot D^2 \quad (6.247)$$

Então:

$$\gamma = \frac{D^2}{G} \quad (6.248)$$

O parâmetro γ pode ser encarado como corrente de carga normalizada.

A expressão (6.248) caracteriza o funcionamento do conversor Zeta no modo de condução descontínua. No limite da descontinuidade tem-se que:

$$D = D_{crit} = \frac{G}{G+1} \quad (6.249)$$

Substituindo a Eq. (6.249) em (6.248), obtém-se:

$$\gamma = \frac{G}{(G+1)^2} \quad (6.250)$$

A característica de carga do conversor Zeta em regime permanente é obtida a partir das expressões (6.250), (6.249) e (6.248), conforme está mostrado na Fig. 6.22, onde MCD e MCC correspondem, respectivamente, ao modo de condução descontínua e ao modo de condução contínua.

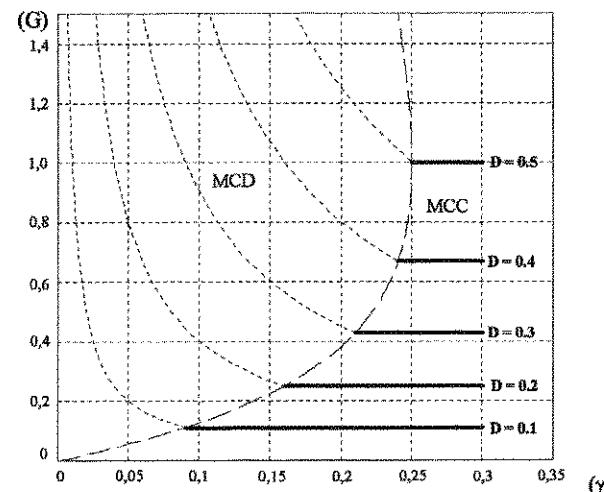


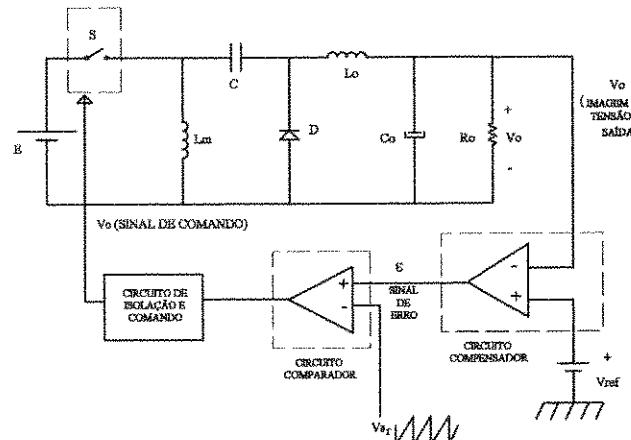
Fig. 6.22: Característica de carga do Conversor Zeta, em regime permanente.

6.6. CONTROLE DO CONVERSOR ZETA EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM

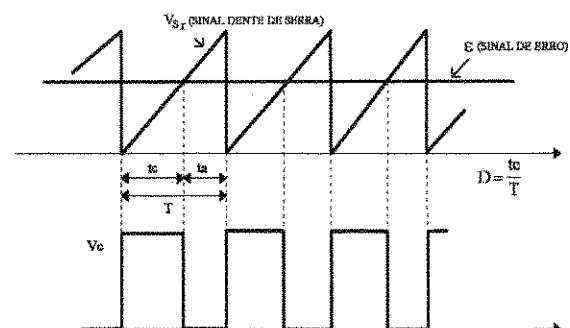
A estrutura básica de potência do conversor Zeta com controle da tensão de saída, empregando modulação PWM, está representada na Fig. 6.23.

Conforme já apresentado em parágrafos anteriores, a razão cíclica D é o parâmetro que deverá ser ajustado para compensar as variações da tensão de entrada (E), e da corrente de saída (I_o). A freqüência de operação do conversor será mantida constante e a largura do pulso t_c será variável.

A variação da razão cíclica é feita a partir da comparação do sinal de erro, gerado na saída do circuito compensador, com um sinal dente de serra de freqüência constante (Fig. 6.23). A variação na tensão de saída comparada com uma tensão de referência gera um sinal de erro na saída do circuito compensador, que comparado com um sinal dente de serra, aumenta ou diminui a razão cíclica. Se a tensão de saída tende a diminuir, a razão cíclica tende a aumentar e vice-versa, de forma a ajustar a tensão de saída em um valor praticamente constante. Os sinais de comando da chave S são apresentados na Fig. 6.23(b).



(a) Circuito de potência, controle e comando.



(b) Sinal de comando da chave S.

Fig. 6.23: Controle do conversor Zeta empregando modulação PWM.

ANÁLISE DOS TEMPOS DE CONDUÇÃO E ABERTURA DA CHAVE S DE POTÊNCIA

Na Fig. 6.24 tem-se as formas de onda para o conversor Zeta, em regime permanente, no modo de condução contínua, onde V_c representa o sinal de comando de entrada em condução da chave S, obtido tal como apresentado na Fig. 6.23(b).

De acordo com a Eq. (6.72) tem-se:

$$\Delta I_{Lm} = \frac{E}{L_m} DT \quad (6.251)$$

Analizando a Fig. 6.24 verifica-se que:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_c = DT = \frac{D}{f} T = T - ta \\ ta = (1-D)T = \frac{(1-D)}{f} T = T - t_c \end{array} \right. \quad (6.252)$$

$$(6.253)$$

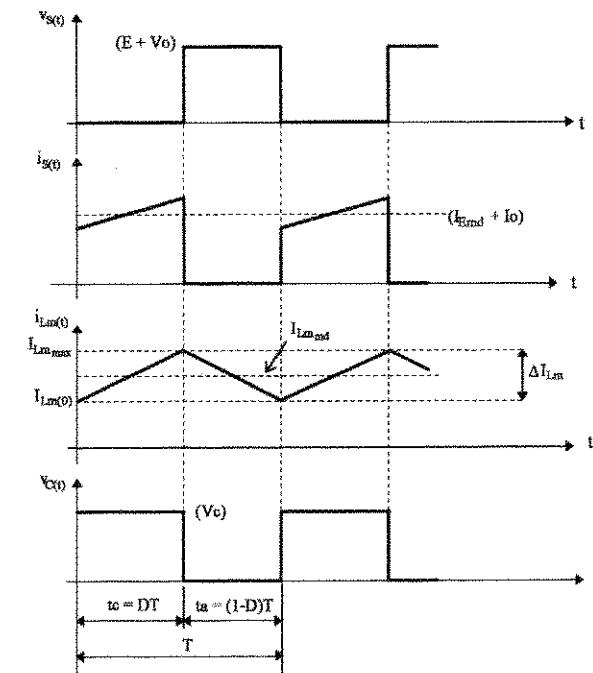


Fig. 6.24: Formas de onda para o conversor Zeta em regime permanente no modo de condução contínua.

onde: $t_c \rightarrow$ tempo de condução da chave S
 $t_a \rightarrow$ tempo em que a chave S permanece aberta.

Assim, a partir das Eqs. (6.252) e (6.253), obtém-se:

$$t_c = \frac{\Delta I_{Lm} \cdot L_m}{E}$$

(6.254)

Definindo-se:

$$T_m = \frac{L_m}{R_o}$$

(6.255)

e levando-se esse parâmetro na Eq. (6.77) chega-se a seguinte expressão:

$$f \cdot T_m \frac{\Delta I_{Lm}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{(1-D)^2}{D}$$

(6.256)

Substituindo as Eqs. (6.252) e (6.253) em (6.256), obtém-se:

$$f \cdot T_m \frac{\Delta I_{Lm}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{(ta \cdot f)^2}{t_c \cdot f}$$

(6.257)

Logo:

$$ta^2 = \frac{\Delta I_{Lm}}{I_{Lm_{md}}} T_m \cdot t_c$$

(6.258)

A partir da Eq. (6.28), e sabendo-se que $I_o = V_o / R_o$ tem-se que:

$$I_{Emd} = \frac{D^2}{(1-D)^2} \frac{E}{R_o}$$

(6.259)

Da mesma forma:

$$I_o = \frac{D}{(1-D)} \frac{E}{R_o}$$

(6.260)

Substituindo a Eq. (6.259) em (6.258), dado que $I_{Emd} = I_{Lm_{md}}$, tem-se que:

$$ta^2 = \frac{\Delta I_{Lm} \cdot L_m}{E} \frac{(1-D)^2}{D^2} t_c$$

(6.261)

Através da Eq. (6.254), obtém-se:

$$ta^2 = \frac{(1-D)^2}{D^2} t_c^2$$

(6.262)

Aplicando a Eq. (6.28) em (6.262) e rearranjando os termos chega-se à:

$$t_c = \frac{V_o}{E} ta$$

(6.263)

Assim, levando a Eq. (6.263) em (6.261) e aplicando a Eq. (6.28), encontra-se:

$$ta^2 = \frac{\Delta I_{Lm} \cdot L_m}{E} \frac{E^2}{V_o^2} \frac{V_o}{E} ta$$

(6.264)

Finalmente,

$$ta = \frac{\Delta I_{Lm} \cdot L_m}{V_o}$$

$$e \quad t_c = \frac{\Delta I_{Lm} \cdot L_m}{E}$$

(6.265)

Ficam, portanto, definidos os tempos de abertura e fechamento da chave S em função dos parâmetros do conversor.

6.7. COMENTÁRIOS

Através da análise realizada neste capítulo, verifica-se que a estrutura do conversor Zeta se mostra muito interessante para certas aplicações industriais. Sua entrada tem comportamento com característica de fonte de tensão e, sua saída comporta-se como fonte de corrente.

O conversor CC-CC Zeta operando no modo de condução contínua possui função de transferência estática independente da carga, conforme Eq. (6.20). Essa propriedade é bastante recomendada em certas aplicações (por ex: fontes chaveadas e No-Breaks), podendo ainda operar como conversor elevador ou abaixador de tensão, dependendo unicamente do valor da razão cíclica.

Observa-se ainda, que este conversor possui característica de descontinuidade de corrente análoga aos conversores convencionais. Contudo, a sua descontinuidade, conforme Eq. (6.146), é sobre a corrente no diodo. No modo descontínuo de

operação sua função de transferência estática não depende somente da razão cíclica (D), mas também dos parâmetros do circuito (L_m e L_o), da carga (R_o) e da frequência de operação (f). Embora apresente esses inconvenientes, estudos realizados [8], [9], mostraram que no modo de condução descontínua, o conversor Zeta é apropriado para aplicações onde se deseja alto fator de potência, com alta qualidade da corrente de entrada (baixa taxa de distorção harmônica na rede, com o auxílio de um simples filtro LC), isolamento, corrente de saída com pequena ondulação (aplicação em carregadores de baterias ou alimentação de barramentos longos), com regulação da tensão de saída, empregando-se um único estágio de processamento de energia e utilizando uma única chave controlada com relativa simplicidade de operação.

Uma outra propriedade muito importante do conversor Zeta, e muito recomendada em aplicações práticas, é o fato de ser uma estrutura naturalmente isolada, permitindo a utilização de múltiplas saídas.

Diante do exposto conclui-se que o conversor Zeta, dependendo da operação, apresenta atrativos muito interessantes para algumas aplicações industriais.

6.8. EXERCÍCIOS

6.8.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1º) O conversor Zeta apresentado na Fig. 6.25 opera com rendimento de 100%, seus principais dados são:

$$\begin{aligned} E &= 311V \\ L_m &= 10mH \\ L_o &= 5mH \\ C &= 543nF \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_o &= 92nF \\ f &= 100 \text{ kHz} \\ D &= 0,4 \\ R_o &= 5k\Omega \end{aligned}$$

Determinar a:

- Tensão média de saída (V_o);
- Potência média de saída (P_o);
- Corrente média de saída (I_o);
- Corrente média de entrada ($I_{E,md}$);
- Corrente de pico nos indutores L_m e L_o ;
- Corrente de pico no diodo D;
- Corrente média e a corrente de pico na chave S;
- Tensão máxima na chave S e no diodo D;
- Ondulação de tensão no capacitor C;
- Ondulação de tensão na saída do conversor;
- Corrente mínima na indutância magnetizante ($I_{L,m(0)}$).

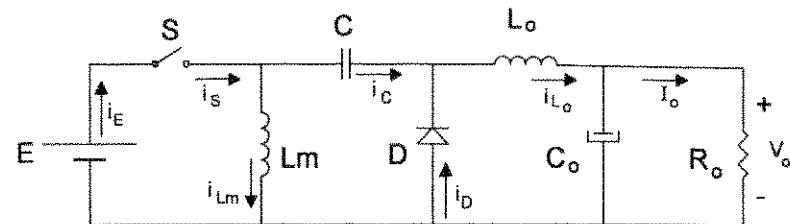


Fig. 6.25: Conversor Zeta.

SOLUÇÃO:

- a) Tensão média de saída (V_o);

Para a determinação deste item é preciso saber se o conversor opera em condução contínua ou descontínua. Assim para:

$$\frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} > \frac{(1-D)^2}{2} \Rightarrow \text{condução contínua}$$

$$\frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} = \frac{(1-D)^2}{2} \Rightarrow \text{condução crítica}$$

$$\frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} < \frac{(1-D)^2}{2} \Rightarrow \text{condução descontínua}$$

onde: $L_{eq} = \frac{L_m \cdot L_o}{L_m + L_o} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5} \therefore L_{eq} = 3,33mH$

Logo:

$$\frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} = \frac{100k \cdot 3,33m}{5k} = 0,07$$

$$\frac{(1-D)^2}{2} = \frac{(1-0,4)^2}{2} = 0,18$$

Então:

$$\frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} < \frac{(1-D)^2}{2} \Rightarrow \text{condução descontínua}$$

A partir do conhecimento de que o conversor opera em condução descontínua aplica-se a expressão (6.163):

$$\frac{V_o}{E} = D \cdot \sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f}}$$

$$V_o = D \cdot \sqrt{\frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f}} \cdot E$$

$$V_o = 0,4 \cdot \sqrt{\frac{5k}{2 \cdot 3,33m \cdot 100k}} \cdot 311$$

$$V_o = 340,85 \text{ V} \rightarrow \text{conversor opera como elevador de tensão.}$$

b) Potência média de saída (P_o)

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} = \frac{(340,85)^2}{5000}$$

$$P_o = 23,24 \text{ W}$$

c) Corrente média de saída (I_o)

A corrente média de saída pode ser obtida através da seguinte equação:

$$I_o = \frac{V_o}{R_o} = \frac{340,85}{5000}$$

$$I_o = 0,068 \text{ A}$$

d) Corrente média de entrada (I_{Emd})

Como o conversor opera com rendimento de 100%, então:

$$P_E = P_o = E \cdot I_{Emd}$$

Logo:

$$I_{Emd} = \frac{P_o}{E} = \frac{23,24}{311}$$

$$I_{Emd} = 0,075 \text{ A}$$

e) Corrente de pico nos indutores L_m e L_o

e.1) Indutor L_m

A corrente de pico no indutor L_m é dada pela Eq. (6.220), ou seja:

$$I_{Lm_{max}} = I_o \left[G + \frac{L_{eq}}{L_m} \left(2 \frac{G}{D} - G - 1 \right) \right]$$

$$\text{onde: } G = \frac{V_o}{E} = \frac{340,85}{311} = 1,096$$

$$I_{Lm_{max}} = 0,068 \left[1,096 + \frac{3,33m}{10m} \left(2 \frac{1,096}{0,4} - 1,096 - 1 \right) \right]$$

$$I_{Lm_{max}} = 0,15 \text{ A}$$

e.2) Indutor L_o

A Eq. (6.225) define o valor de pico da corrente no indutor L_o .

$$I_{Lo_{max}} = I_o \left[\frac{L_{eq}}{L_m} (G+1) - G + 2 \cdot \frac{L_{eq}}{L_o} \cdot \frac{G}{D} \right]$$

$$I_{Lo_{max}} = 0,068 \left[\frac{3,33}{10} (1,096 + 1) - 1,096 + 2 \frac{3,33}{5,0} \frac{1,096}{0,4} \right]$$

$$I_{Lo_{max}} = 0,23 \text{ A}$$

f) Corrente de pico no diodo D

Na Eq. (6.216) está representada a expressão da corrente de pico no diodo D.

$$I_{D_{max}} = 2 \cdot I_o \cdot \frac{G}{D}$$

$$I_{D_{\max}} = 2 \cdot 0,068 \cdot \frac{1,096}{0,4} \quad \therefore \quad I_{D_{\max}} = 0,37A$$

g) Corrente média e corrente de pico na chave S

g.1) Corrente média na chave S

A partir da Eq. (6.156), tem-se:

$$I_{S_{\text{md}}} = \frac{E}{2 \cdot L_{\text{eq}} \cdot f} \cdot D^2$$

$$I_{S_{\text{md}}} = \frac{311}{2 \cdot 3,33m \cdot 100k} (0,4)^2 \quad \therefore \quad I_{S_{\text{md}}} = 0,075A$$

Conforme pode ser observado a corrente média na chave S é igual a corrente média de entrada.

g.2) Corrente de pico na chave S

Sabe-se que:

$$I_{S_{\max}} = I_{D_{\max}}$$

Logo:

$$I_{S_{\max}} = 0,37A$$

h) Tensão máxima na chave S e no diodo D

Através da Eq. (6.230), obtém-se:

$$V_{S_{\max}} = V_{D_{\max}} = V_o \frac{(G + 1)}{G} = 340,85 \frac{(1,096 + 1)}{1,096}$$

Assim:

$$V_{S_{\max}} = V_{D_{\max}} = 651,84V$$

i) Ondulação de tensão no capacitor C

Na Eq. (6.195) é apresentada a ondulação de tensão no capacitor C.

$$\Delta V_C = \frac{L_{\text{eq}} \cdot V_o}{R_o \cdot L_m \cdot f \cdot C} \left(-D_1 + D \cdot \frac{L_m}{L_o} + 1 \right)$$

$$\text{onde: } G = \frac{D}{D_1} \Rightarrow D_1 = \frac{D}{G} \quad (6.266)$$

Então:

$$\Delta V_C = \frac{L_{\text{eq}} \cdot V_o}{R_o \cdot L_m \cdot f \cdot C} \left(\frac{-D}{G} + D \cdot \frac{L_m}{L_o} + 1 \right) \quad (6.267)$$

Assim:

$$\Delta V_C = \frac{3,33m \cdot 340,85}{5k \cdot 10m \cdot 100k \cdot 543n} \left(\frac{-0,4}{1,096} + 0,4 \cdot \frac{10}{5} + 1 \right)$$

$$\Delta V_C = 0,60V$$

j) Ondulação de tensão na saída do conversor

A ondulação de tensão na saída do conversor refere-se a variação de tensão nos terminais do capacitor C_o. Assim, a partir da Eq. (6.204), tem-se:

$$\Delta V_{C_o} = V_o \cdot \frac{D^2}{2 \cdot L_o \cdot f^2 \cdot G \cdot C_o}$$

$$\Delta V_{C_o} = 340,85 \cdot \frac{(0,4)^2}{2 \cdot 5m \cdot (100k)^2 \cdot 1,096 \cdot 92n}$$

$$\Delta V_{C_o} = 5,41V$$

k) Corrente mínima na indutância magnetizante (I_{L,m(0)})

No caso de condução descontínua sabe-se que:

$$I_{Lm}(0) = -I_{Lo}(0)$$

onde a partir das Eqs. (6.174) e (6.266) tem-se:

$$I_{Lo}(0) = \frac{E \cdot D}{2 \cdot f} \left[\frac{(D + D_1)}{L_m} - \frac{D}{L_{eq}} \right]$$

$$I_{Lo}(0) = \frac{311 \cdot 0,4}{2 \cdot 100k} \left[\left(0,4 + \frac{0,4}{1,096} \right) - \frac{0,4}{3,33m} \right] = -0,027A$$

Logo:

$$I_{Lm}(0) = 0,027A$$

Obs. Importante: Com a finalidade de se realizar uma verificação do estudo matemático desenvolvido neste capítulo, foi realizada uma análise do conversor CC-CC Zeta via simulação, empregando o Programa PROSCES [10], a partir dos dados fornecidos neste exercício. Na Fig. 6.26 estão representados os resultados da simulação, onde é possível comprovar a validade do modelo matemático desenvolvido.

2º) Deduzir a expressão (6.168).

SOLUÇÃO

A forma de onda da corrente no capacitor C é dada na Fig. 6.27

Equacionamento:

$$i_{C(t)} = \begin{cases} i_{Lo}(0) = \frac{E}{L_o} t + I_{Lo}(0) & ; \text{ p/ } 0 < t \leq DT \\ -i_{Lm}(t) = \frac{V_o}{L_m} (t - DT) - I_{Lm}(DT) & ; \text{ p/ } DT < t \leq (D+D_1)T \\ I_{Lo}(0) & ; \text{ p/ } (D+D_1)T < t \leq T \end{cases}$$

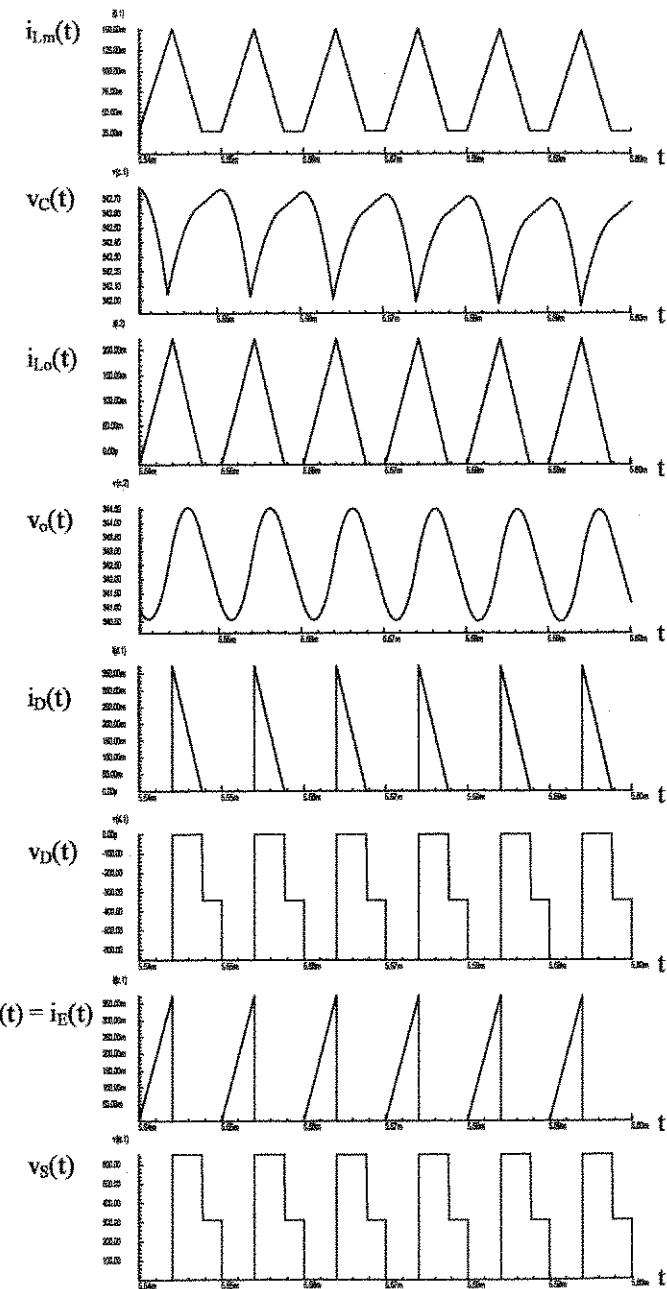


Fig. 6.26: Resultados de simulação.

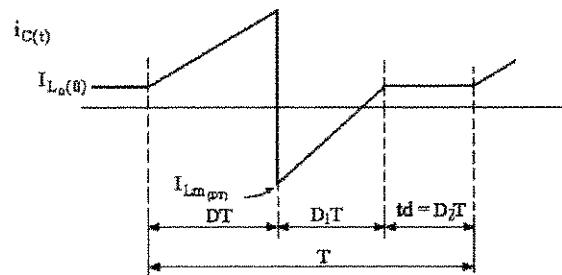


Fig. 6.27: Corrente no capacitor C.

A corrente média é obtida através da seguinte definição:

$$I_{C_{md}} = \frac{1}{T} \int_0^T i_C(t) dt$$

Assim:

$$I_{C_{md}} = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{DT} \left[I_{L_o}(0) + \frac{E}{L_o} t \right] dt + \int_0^{D_l T} \left[-I_{Lm}(DT) + \frac{V_o}{Lm} t \right] dt + \int_0^{D_2 T} I_{L_o}(0) dt \right\}$$

$$I_{C_{md}} = \frac{1}{T} \left\{ I_{L_o}(0) DT + \frac{E (DT)^2}{L_o} - [I_{Lm}(DT)] D_l T + \frac{V_o (D_l T)^2}{Lm} + I_{L_o}(0) D_2 T \right\}$$

$$\text{onde: } I_{Lm}(DT) = I_{Lm_{max}} = \frac{E}{Lm} DT + I_{Lm}(0) = \frac{E}{Lm} DT - I_{L_o}(0)$$

$$V_o = E \cdot \frac{D}{D_l}$$

$$D_2 T = T - DT - D_l T$$

Desse modo:

$$I_{C_{md}} = \frac{1}{T} \left\{ I_{L_o}(0) \cdot DT + \frac{E}{2L_o} \cdot (DT)^2 - \left[\frac{E}{Lm} DT - I_{L_o}(0) \right] \cdot D_l T + \frac{E}{2 \cdot Lm} \cdot \frac{D}{D_l} \cdot D_l^2 T^2 + I_{L_o}(0)(T - DT - D_l T) \right\}$$

$$I_{C_{md}} = \frac{1}{T} \left\{ I_{L_o}(0) \cdot DT + \frac{E}{2L_o} \cdot DT \cdot DT - \frac{E}{Lm} DT \cdot D_l T + I_{L_o}(0) D_l T + \frac{E}{2 \cdot Lm} DT \cdot D_l T + I_{L_o}(0) T - I_{L_o}(0) DT - I_{L_o}(0) D_l T \right\}$$

$$I_{C_{md}} = \left[\frac{E}{2 \cdot L_o} \cdot DT \cdot D - \frac{E}{2 \cdot Lm} \cdot DT \cdot D_l + I_{L_o}(0) \right] \quad (6.268)$$

Trabalhando a Eq. (6.268):

$$I_{C_{md}} = \left[\frac{E}{2 \cdot L_o} DT \cdot D \frac{(D+D_l)}{(D+D_l)} + I_{L_o}(0) - I_{L_o}(0) \right] - \left[\frac{E}{2 \cdot Lm} DT \cdot D_l \frac{(D+D_l)}{(D+D_l)} - I_{L_o}(0) + I_{L_o}(0) \right] + I_{L_o}(0)$$

$$I_{C_{md}} = \left[\frac{E}{2 \cdot L_o} DT \cdot (D+D_l) + I_{L_o}(0) - I_{L_o}(0) \right] \frac{D}{(D+D_l)} - \left[\frac{E}{2 \cdot Lm} DT \cdot (D+D_l) - I_{L_o}(0) + I_{L_o}(0) \right] \frac{D_l}{(D+D_l)} + I_{L_o}(0)$$

onde:

$$\frac{E}{2 \cdot L_o} DT \cdot (D+D_l) + I_{L_o}(0) = I_{L_{omd}}$$

$$\frac{E}{2 \cdot Lm} DT \cdot (D+D_l) - I_{L_o}(0) = I_{L_{mmd}}$$

Desse modo:

$$I_{C_{md}} = \frac{[I_{L_{omd}} - I_{L_o}(0)]}{(D+D_l)} \cdot D - \frac{[I_{L_{mmd}} + I_{L_o}(0)]}{(D+D_l)} \cdot D_l + I_{L_o}(0) \quad \text{c.q.d.}$$

Sabendo que, durante um período de funcionamento do conversor, a corrente média no capacitor C é nula; então:

$$I_{C_{md}} = \frac{[I_{L_{omd}} - I_{L_o}(0)]}{(D+D_l)} \cdot D - \frac{[I_{L_{mmd}} + I_{L_o}(0)]}{(D+D_l)} \cdot D_l + I_{L_o}(0) = 0$$

Assim:

$$I_{L_{omd}} \cdot D - I_{L_o}(0) \cdot D - I_{L_{mmd}} \cdot D_l - I_{L_o}(0) \cdot D_l = -I_{L_o}(0) \cdot D - I_{L_o}(0) \cdot D_l$$

$$I_{L_{o_{md}}} \cdot D = I_{Lm_{md}} \cdot D_1$$

Finalmente:

$$\frac{I_{L_{o_{md}}}}{I_{Lm_{md}}} = \frac{D_1}{D} = \frac{E}{V_o} \quad \text{c.q.d.}$$

Desse modo:

$$\frac{I_{Emd}}{I_o} = \frac{V_o}{E} = \frac{D}{D_1} = \frac{I_{Lm_{md}}}{I_{L_{o_{md}}}}$$

Como:

$$\left. \begin{array}{l} I_o = I_{L_{o_{md}}} \\ I_{Emd} = I_{Lm_{md}} \end{array} \right\} \text{importante!}$$

Então:

$$\Delta I_{L_o} = \frac{R_o \cdot I_{L_{o_{md}}}}{L_o \cdot f} \cdot \frac{D}{G} \quad (6.269)$$

Multiplicando e dividindo a Eq. (6.269) por $(2 \cdot L_{eq})$, tem-se:

$$\Delta I_{L_o} = \frac{2 \cdot L_{eq}}{2 \cdot L_{eq}} \cdot \frac{R_o \cdot I_{L_{o_{md}}}}{L_o \cdot f} \cdot \frac{D}{G}$$

Assim:

$$\Delta I_{L_o} = \frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} \cdot 2 \cdot I_{L_{o_{md}}} \cdot \frac{L_{eq}}{L_o} \cdot \frac{D}{G}$$

onde:

$$\frac{R_o}{2 \cdot L_{eq} \cdot f} = \left(\frac{G}{D} \right)^2 \rightarrow \text{conforme Eq. (6.163). Desse modo:}$$

$$\Delta I_{L_o} = \frac{G^2}{D^2} \cdot 2 \cdot I_{L_{o_{md}}} \cdot \frac{L_{eq}}{L_o} \cdot \frac{D}{G}$$

$$\Delta I_{L_o} = 2 \cdot I_{L_{o_{md}}} \cdot \frac{L_{eq}}{L_o} \cdot \frac{G}{D} \quad \text{c.q.d.}$$

A ondulação relativa de corrente será:

$$\frac{\Delta I_{L_o}}{I_{L_{o_{md}}}} = 2 \cdot \frac{L_{eq}}{L_o} \cdot \frac{G}{D} \quad \text{c.q.d.}$$

3º) Dedução das Eqs. (6.187) e (6.188).

SOLUÇÃO:

A ondulação de corrente no indutor de filtragem L_o é dada por:

$$\Delta I_{L_o} = \frac{E}{L_o} \cdot DT$$

onde: $E = \frac{V_o}{G} = \frac{R_o \cdot I_o}{G}$, então:

$$\Delta I_{L_o} = \frac{R_o \cdot I_o}{L_o} \cdot \frac{DT}{G}$$

Conforme Eq. (6.27) $\rightarrow I_o = I_{L_{o_{md}}}$. Logo:

$$E = 311 \text{ V}$$

$$Lm = 10 \text{ mH}$$

$$L_o = 5 \text{ mH}$$

$$C = 543 \text{ nF}$$

$$C_o = 91 \text{ nF}$$

$$R_o = 414,7 \Omega$$

$$f = 100 \text{ kHz}$$

$$D = 0,4$$

Admitindo que o conversor opera sem perdas, determinar a:

- a) Tensão média na carga (V_o);
- b) Característica de transferência estática (G);
- c) Potência média consumida na carga (P_o);
- d) Corrente média na carga (I_o);
- e) Corrente média e de pico na entrada do conversor;
- f) Corrente média e de pico na indutância magnetizante;
- g) Ondulação da corrente no indutor de saída (ΔI_{L_o});
- h) Ondulação da corrente no indutor de magnetização (ΔI_{Lm});
- i) Ondulação da tensão no capacitor de acoplamento (ΔV_C);
- j) Ondulação de tensão nos terminais da carga (ΔV_{C_o})
- k) Tensão máxima na chave S.

SOLUÇÃO:

Através dos dados apresentados no início do exercício, fica difícil precisar se o conversor opera no modo contínuo ou descontínuo de condução. Portanto, é necessário antes de tudo, determinar o modo de condução do conversor. Para isso serão comparados os seguintes parâmetros:

$$\left(\frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} \right) \text{ e } \left(\frac{(1-D)^2}{2} \right)$$

onde: $L_{eq} = \frac{L_m \cdot L_o}{L_m + L_o} = \frac{10 \cdot 5}{10+5} \therefore L_{eq} = 3,33 \text{ mH}$

Assim:

$$\frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} = \frac{100k \cdot 3,33m}{414,7} = 0,80$$

$$\frac{(1-D)^2}{2} = \frac{(1-0,4)^2}{2} = 0,18$$

Verifica-se, portanto, que:

$$\frac{f \cdot L_{eq}}{R_o} > \frac{(1-D)^2}{2} \Rightarrow \text{condução contínua}$$

A partir desse momento é possível iniciar a solução deste exercício.

- a) Tensão média na carga (V_o)

Para o modo de condução contínua tem-se:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1-D)} \therefore V_o = \frac{D}{(1-D)} \cdot E$$

$$V_o = \frac{0,4}{(1-0,4)} \cdot 311 \Rightarrow V_o = 207,33 \text{ V}$$

Observa-se que para este ponto de operação o conversor opera como abaixador de tensão.

- b) Característica de transferência estática (G)

É dada por:

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{207,33}{311} \quad G = 0,667$$

- c) Potência média consumida na carga (P_o)

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_o} = \frac{(207,33)^2}{414,7}$$

$$P_o = 103,66 \text{ W}$$

- d) Corrente média na carga (I_o)

$$P_o = V_o \cdot I_o \therefore I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{103,66}{207,33}$$

$$I_o = 0,50 \text{ A}$$

- e) Corrente média e de pico na entrada do conversor

- e.i) Corrente média (I_{End})

Admitindo que o conversor opera sem perdas, tem-se:

$$P_E = P_o = E \cdot I_{Emd}$$

$$I_{Emd} = \frac{P_o}{E} = \frac{103,66}{311}$$

$$I_{Emd} = 0,333A$$

Obs.: A corrente média na entrada do conversor é a própria corrente média na chave S.

e.2) Corrente de pico (I_{Emax})

A corrente de pico na entrada do conversor é igual a corrente máxima na chave S de potência. Assim, através da Eq. (6.53), tem-se:

$$I_{Emax} = I_{Smax} = I_0 \left[(1 + G) + \frac{R_o}{2 \cdot f \cdot L_{eq} \cdot (G + 1)} \right]$$

Logo:

$$I_{Emax} = I_{Smax} = \frac{P_o}{V_o} \left[(1 + G) + \frac{R_o}{2 \cdot f \cdot L_{eq} \cdot (G + 1)} \right]$$

$$I_{Emax} = I_{Smax} = \frac{103,66}{207,33} \cdot \left[(1 + 0,667) + \frac{414,7}{2 \cdot 100k \cdot 3,33m \cdot (0,667 + 1)} \right]$$

$$I_{Emax} = I_{Smax} = 1,02A$$

Obs.: O valor obtido para o corrente de pico na entrada do conversor pode ser extendido para a chave S de potência e para o diodo D.

f) Corrente média e de pico na indutância magnetizante.

f.1) Corrente média ($I_{Lm_{md}}$)

Conforme Eq. (6.26), tem-se que:

$$I_{Lm_{md}} = I_{Emd} = 0,333A$$

f.2) Corrente de pico ($I_{Lm_{max}}$)

Através da Eq. (6.30), obtém-se:

$$I_{Lm_{max}} = I_0 \frac{D}{(1 - D)} + \frac{V_o(1 - D)}{2 \cdot f \cdot L_m}$$

$$I_{Lm_{max}} = 0,5 \cdot \frac{0,4}{(1 - 0,4)} + \frac{207,33 \cdot (1 - 0,4)}{2 \cdot 100k \cdot 10m}$$

$$I_{Lm_{max}} = 0,396A$$

g) Ondulação da corrente no indutor de saída (ΔI_{Lo})

A expressão que determina a ondulação de corrente no indutor de saída é dada a seguir:

$$\Delta I_{Lo} = (1 - D) \frac{R_o \cdot I_{Lo_{md}}}{f \cdot L_o}$$

onde: $I_{Lo_{md}} = I_0 = 0,5$; então:

$$\Delta I_{Lo} = (1 - 0,4) \cdot \frac{414,7 \cdot 0,5}{100k \cdot 5m}$$

$$\Delta I_{Lo} = 0,25A$$

h) Ondulação de corrente no indutor de magnetização (ΔI_{Lm})

A partir dos dados obtidos no item (f) tem-se:

$$I_{Lm_{md}} + \frac{\Delta I_{Lm}}{2} = I_{Lm_{max}}$$

Então:

$$\Delta I_{Lm} = 2 \cdot (I_{Lm_{max}} - I_{Lm_{md}})$$

$$\Delta I_{Lm} = 2 \cdot (0,396 - 0,333)$$

$$\Delta I_{Lm} = 0,126A$$

O mesmo resultado pode ser obtido a partir da Eq. (6.76).

i) Ondulação da tensão no capacitor de acoplamento.

Aplicando-se a Eq. (6.63) obtém-se a ondulação da tensão no capacitor de acoplamento.

$$\Delta V_C = \frac{V_{Cmd}}{f \cdot R_o \cdot C} \cdot D$$

onde: $V_{Cmd} = V_o = 207,33V$. Então:

$$\Delta V_C = \frac{207,33}{100k \cdot 414,7 \cdot 543n} \cdot 0,4$$

$$\Delta V_C = 3,7V$$

j) Ondulação da tensão nos terminais da carga (ΔV_{C_0}).

É dada por :

$$\Delta V_{C_0} = (1 - D) \cdot \frac{V_o}{8 \cdot f^2 \cdot L_o \cdot C_0}$$

$$\Delta V_{C_0} = (1 - 0,4) \cdot \frac{207,33}{8 \cdot (100k)^2 \cdot 5m \cdot 9ln}$$

$$\Delta V_{C_0} = 3,42V$$

k) Tensão máxima na chave S.

A tensão máxima na chave S é dada pela expressão (6.83).

$$V_{Smax} = \frac{E}{(1-D)} = \frac{311}{(1-0,4)}$$

$$V_{Smax} = V_{Dmax} = 518,33V$$

A tensão máxima na chave S é igual à tensão máxima no diodo D.

Obs. Importante: Com o objetivo de validar o modelo matemático apresentado no decorrer deste exercício, uma análise por simulação foi realizada com os dados do conversor em questão. A Fig. 6.28 mostra os principais resultados obtidos. Sugere-se que sejam confrontados os resultados obtidos nos cálculos com os obtidos por simulação.

5º) Dedução da Eq. (6.59).

SOLUÇÃO:

A forma de onda da tensão no capacitor de acoplamento é dada na Fig. 6.29. Seja a Eq. (6.55) apresentada a seguir:

$$v_C(t) = V_{Cmax} - \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt ; \quad p / 0 < t \leq DT$$

$$\text{Como } i_C(t) = i_{L_o}(t) ; \quad p / 0 < t \leq DT ; \quad \text{então:}$$

$$v_C(t) = V_{Cmax} - \frac{1}{C} \int_0^t i_{L_o}(t) dt ; \quad p / 0 < t \leq DT \quad (6.270)$$

Através da Eq. (6.4) obtém-se a seguinte expressão matemática para a corrente $i_{L_o}(t)$, durante o intervalo de tempo entre $0 < t \leq DT$:

$$i_{L_o}(t) = \frac{E}{L_o} \cdot t + I_{L_o(0)} ; \quad p / 0 < t \leq DT \quad (6.271)$$

Desse modo; levando a Eq. (6.271) em (6.270), tem-se:

$$v_C(t) = V_{Cmax} - \frac{1}{C} \int_0^t \left[\frac{E}{L_o} t + I_{L_o(0)} \right] dt$$

Para $t = DT$, tem-se:

$$v_{C(DT)} = V_{Cmin} = V_{Cmax} - \frac{1}{C} \int_0^{DT} \left[\frac{E}{L_o} t + I_{L_o(0)} \right] dt$$

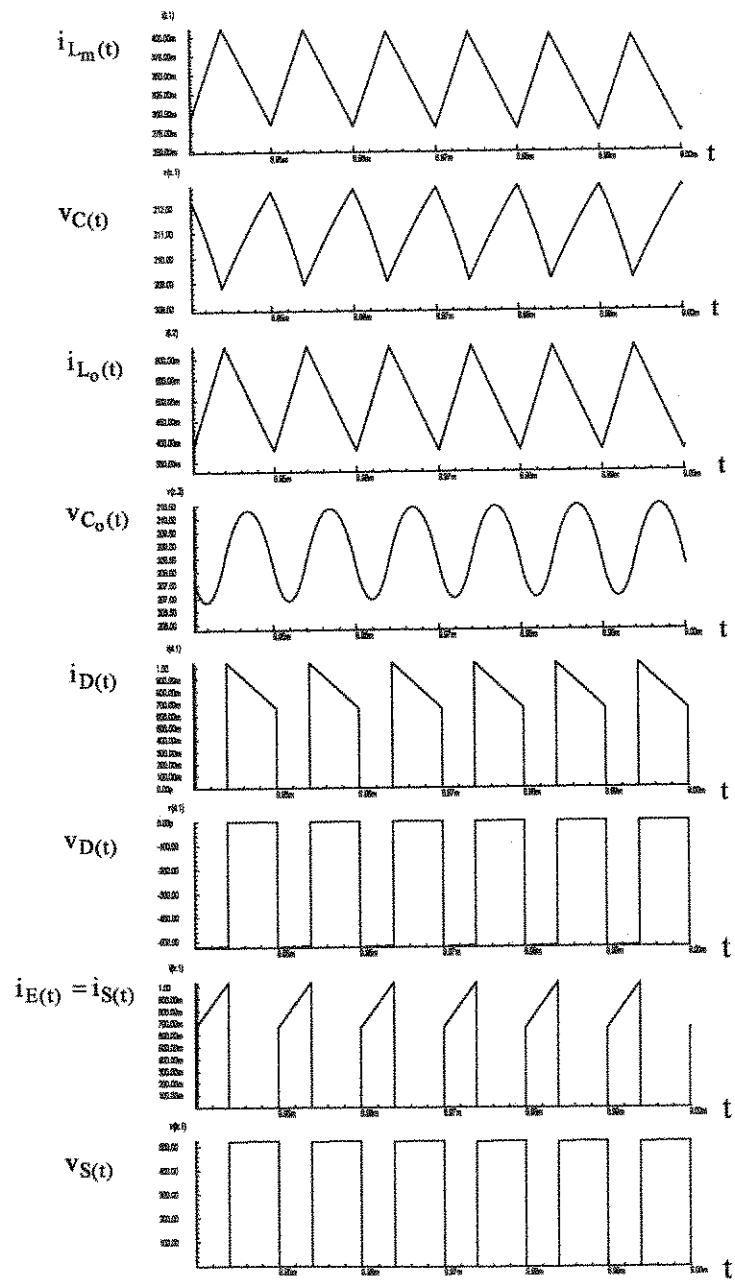


Fig. 6.28: Resultados de Simulação do exercício 4.

$$V_{C_{\min}} = V_{C_{\max}} - \frac{1}{C} \left[\frac{E}{L_o} \frac{(DT)^2}{2} + I_{L_o(0)} \cdot DT \right]$$

$$V_{C_{\min}} = V_{C_{\max}} - \frac{DT}{C} \left[\frac{E}{2L_o} DT + I_{L_o(0)} \right]$$

A partir da Eq. (6.36) obtém-se:

$$V_{C_{\min}} = V_{C_{\max}} - \frac{DT}{C} \left[\frac{E}{2 \cdot L_o} \cdot DT + I_o - \frac{V_o(1-D)}{2 \cdot f \cdot L_o} \right]$$

onde: $\frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1-D)}$ $\Rightarrow E = V_o \cdot \frac{(1-D)}{D}$

Logo:

$$V_{C_{\min}} = V_{C_{\max}} - \frac{DT}{C} \left[\frac{V_o(1-D)}{2 \cdot f \cdot L_o} + I_o - \frac{V_o(1-D)}{2 \cdot f \cdot L_o} \right]$$

ou seja:

$$V_{C_{\min}} = V_{C_{\max}} - \frac{DT}{C} \cdot I_o$$

Sabendo que $I_o = I_{L_{o\text{md}}}$, então:

$$V_{C_{\min}} = V_{C_{\max}} - \frac{I_{L_{o\text{md}}}}{C} \cdot DT$$

c.q.d.

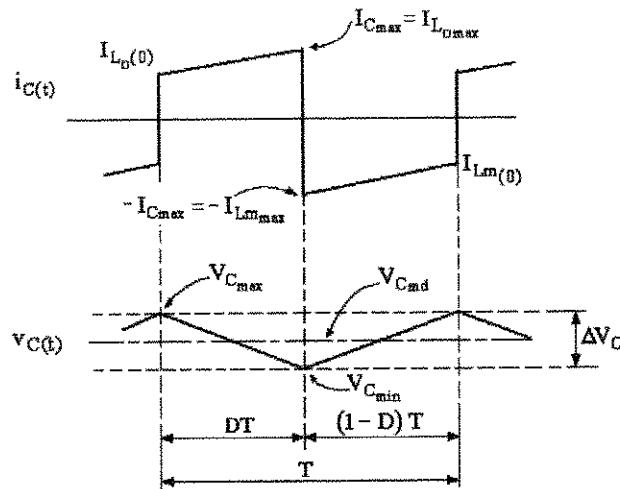


Fig. 6.29: Formas de onda da tensão e da corrente no capacitor C.

6^o) Seja a estrutura da Fig. 6.25, onde:

$$\begin{aligned} E &= 56V \\ D &= 0,35 \\ f &= 50\text{kHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_m &= 2,5\text{mH} \\ L_o &= 1,2\text{mH} \end{aligned}$$

Determinar para a condução crítica:

- a) O valor da resistência de carga que garante condução crítica;
- b) O valor da tensão nos terminais da carga;
- c) A potência dissipada na carga;
- d) A corrente média de saída;
- e) A corrente média no indutor de magnetização;
- f) A ondulação de corrente no indutor de saída;
- g) A corrente de pico na entrada do conversor.

SOLUÇÃO:

- a) Valor da resistência de carga que garante condução crítica ($R_{o\text{crit}}$).

A partir da Eq. (6.233) tem-se que:

$$R_{o\text{crit}} = 2(G + 1)^2 L_{\text{eq}} \cdot f$$

onde: $L_{\text{eq}} = \frac{L_m \cdot L_o}{L_m + L_o} = \frac{2,5 \cdot 1,2}{2,5 + 1,2} \quad \therefore \quad L_{\text{eq}} = 0,81\text{mH}$

$$G = \frac{D}{(1 - D)} = \frac{0,35}{(1 - 0,35)} \quad \therefore \quad G = 0,54$$

Então:

$$R_{o\text{crit}} = 2(0,54 + 1)^2 \cdot 0,81\text{m} \cdot 50\text{k}$$

$$R_{o\text{crit}} = 192,1\Omega$$

- b) Valor da tensão nos terminais da carga (V_o).

$$G = \frac{V_o}{E} \quad \therefore \quad V_o = E \cdot G$$

$$V_o = 56 \cdot 0,54 \quad \therefore \quad V_o = 30,24\text{V}$$

- c) Potência dissipada na carga (P_o).

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_{o\text{crit}}} = \frac{(30,24)^2}{192,1}$$

$$P_o = 4,76\text{W}$$

- d) Corrente média de saída (I_o).

$$P_o = V_o I_o \quad \therefore \quad I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{4,76}{30,24}$$

$$I_o = 0,16\text{A}$$

- e) Corrente média no indutor de magnetização ($I_{Lm\text{md}}$).

Sabe-se que:

$$I_{Lm\text{md}} = I_{E\text{md}}$$

sendo que: $I_{E_{md}} = G \cdot I_o = 0,54 \cdot 0,16$

$$I_{E_{md}} = 0,09A$$

Logo:

$$I_{L_{o_{md}}} = I_{E_{md}} = 0,09A$$

f) Ondulação de corrente no indutor de saída (ΔI_{L_o}).

Da expressão (6.80) obtém-se:

$$\Delta I_{L_o} = (1-D) \frac{R_o \cdot I_{L_{o_{md}}}}{f \cdot L_o}$$

onde: $I_{L_{o_{md}}} = I_o = 0,16A$

Desse modo:

$$\Delta I_{L_o} = (1 - 0,35) \cdot \frac{192,1 \cdot 0,16}{50k \cdot 1,2m}$$

$$\Delta I_{L_o} = 0,333 A$$

g) Corrente de pico na entrada do conversor ($I_{E_{max}}$).

Através da Eq. (6.53) tem-se:

$$I_{E_{max}} = I_{S_{max}} = I_o \left[(1 + G) + \frac{R_o}{2 \cdot f \cdot L_{eq} (G + 1)} \right]$$

$$I_{E_{max}} = I_{S_{max}} = 0,16 \left[(1 + 0,54) + \frac{192,1}{2 \cdot 50k \cdot 0,81m (1 + 0,54)} \right]$$

$$I_{E_{max}} = I_{S_{max}} = 0,5A$$

7º) Dedução da Eq. (6.127).

SOLUÇÃO

De acordo com a Fig. 6.12, o valor eficaz da corrente no capacitor C é dado pela seguinte expressão:

$$(I_{C_{ef}})^2 = \frac{1}{T} \left[\int_0^{DT} (I_o)^2 dt + \int_{DT}^T (I_{E_{md}})^2 dt \right]$$

$$(I_{C_{ef}})^2 = \frac{1}{T} \left[(I_o)^2 DT + (I_{E_{md}})^2 (T - DT) \right]$$

$$(I_{C_{ef}})^2 = \frac{1}{T} \left[(I_o)^2 DT + (I_{E_{md}})^2 (1 - D)T \right]$$

$$(I_{C_{ef}})^2 = (I_o)^2 D + (I_{E_{md}})^2 (1 - D)$$

sendo que:

$$G = \frac{V_o}{E} = \frac{D}{(1 - D)} = \frac{I_{E_{md}}}{I_o} \quad \therefore \quad I_{E_{md}} = I_o \frac{D}{(1 - D)}$$

$$(I_{C_{ef}})^2 = (I_o)^2 D + I_o^2 \frac{D^2}{(1 - D)^2} (1 - D)$$

$$(I_{C_{ef}})^2 = (I_o)^2 D \left[1 + \frac{D}{(1 - D)} \right] = (I_o)^2 D \left[\frac{1 - D + D}{(1 - D)} \right]$$

$$(I_{C_{ef}})^2 = (I_o)^2 \frac{D}{(1 - D)}$$

$$I_{C_{ef}} = I_o \sqrt{\frac{D}{(1 - D)}} \quad \text{c.q.d.}$$

ou ainda:

$$I_{C_{ef}} = I_o \cdot \sqrt{G} \quad \text{c.q.d.}$$

6.8.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1º) Seja o conversor CC-CC Zeta apresentado na Fig. 6.30, onde:

$$E = 250V$$

$$L_m = 7mH$$

$$L_o = 3mH$$

$$C = 300nF$$

$$C_o = 50nF$$

$$f = 80kHz$$

$$D = 0,45$$

$$R_o = 3k\Omega$$

Considerando os componentes ideais, determinar a:

- a) Tensão média na carga;
- b) Função de transferência estática;
- c) Potência média consumida na carga;
- d) Corrente média que circula na carga;
- e) Corrente média de entrada;
- f) Corrente média na indutância magnetizante;
- g) Corrente mínima na indutância magnetizante;
- h) Máxima corrente nos indutores L_m e L_o ;
- i) Ondulação de corrente nos indutores L_m e L_o ;
- j) Corrente máxima no diodo D;
- k) Corrente média e de pico na chave S;
- l) Tensão de pico na chave S e no diodo D;
- m) Ondulação de tensão no capacitor C;
- n) Ondulação de tensão no capacitor C_o .

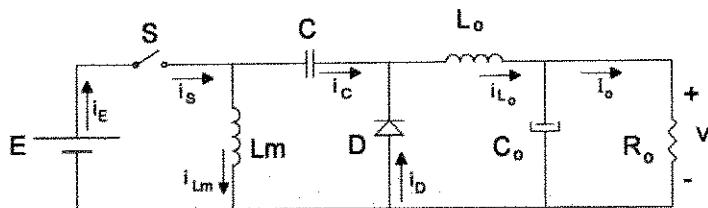


Fig. 6.30: Circuito de potência do conversor Zeta.

2º) Deduzir as Eqs. (6.195); (6.219) e (6.220).

3º) Um conversor Zeta de 100W, operando no modo de condução descontínua, é alimentado por um sistema de baterias de 48V. A máxima ondulação relativa de corrente permitida na saída do conversor é de 400%. A função de transferência estática é igual a 2,0. Considerando o conversor sem perdas e operando a uma frequência de 50kHz, com razão cíclica de 40%, determinar:

- a) A corrente média de entrada;
- b) A tensão média de saída;
- c) A corrente média na carga;
- d) O valor da resistência de carga;
- e) A indutância de filtragem;
- f) A ondulação da corrente de saída;
- g) O valor da indutância magnetizante;
- h) A ondulação da corrente de magnetização;
- i) O valor do capacitor de acoplamento, admitindo uma ondulação relativa de tensão de 1%;
- j) A variação de tensão nos terminais do capacitor de acoplamento;
- k) O valor do capacitor de filtragem, admitindo uma ondulação relativa de tensão de 10%;
- l) A variação de tensão nos terminais da carga.

4º) Deduzir as Eqs. (6.65), (6.66) e (6.69).

5º) O conversor Zeta mostrado na Fig. 6.30 apresenta os seguintes parâmetros:

$$E = 311V$$

$$L_m = 10mH$$

$$L_o = 5mH$$

$$C = 543nF$$

$$C_o = 91nF$$

$$R_o = 414,7\Omega$$

$$f = 100kHz$$

$$D = 0,8$$

Partindo do princípio que os componentes são ideais, determinar:

- a) A função de transferência estática;
- b) A tensão média e corrente média na carga;
- c) A potência consumida na carga;
- d) A corrente média na entrada do conversor;
- e) As correntes: média, máxima e mínima no indutor de magnetização;
- f) A ondulação da corrente no indutor de magnetização;
- g) As correntes: média, máxima e mínima no indutor de saída;
- h) A ondulação da corrente no indutor da saída;
- i) As correntes: média, máxima e eficaz na chave S e no diodo D;
- j) Os valores mínimos e máximos de tensão no capacitor de acoplamento;
- k) A variação da tensão nos terminais do capacitor de acoplamento;
- l) Os valores mínimos e máximos de tensão no capacitor de saída;
- m) A variação da tensão nos terminais da carga;
- n) Valores médios e máximos de tensão na chave S e no diodo D;
- o) A corrente eficaz nos capacitores C e C_o ;
- p) Empregando o programa PROSCES [10], simular o circuito da Fig. 6.30, com os dados apresentados neste exercício, e confrontar os resultados obtidos através

da simulação com os resultados obtidos nos cálculos. As principais formas de onda a serem obtidas são: $i_{Lm(t)}$; $v_{C(t)}$; $i_{L_o(t)}$; $v_{C_o(t)}$; $i_{D(t)}$; $v_{D(t)}$; $i_{S(t)}$; $v_{S(t)}$.

6º) Deduzir as seguintes equações: Eqs. (6.98) e (6.108).

7º) Deseja-se alimentar uma carga de 220W com tensão de 110V, a partir de um banco de baterias de 48V, empregando-se um conversor CC-CC do tipo Zeta operando em condução contínua. A frequência de chaveamento será de 100kHz, e a ondulação relativa máxima de corrente no indutor de saída será de 20%. A ondulação relativa de tensão nos terminais do capacitor de acoplamento está prevista em 2,5%, e nos terminais de carga em 1,5%. A partir dessas informações determinar os valores dos componentes do circuito de potência do conversor Zeta, sabendo-se que a corrente de pico normalizada na chave S de potência é igual a 3,5.

Obs.: Com relação a chave S e ao diodo D calcular os valores médios, máximos e eficazes da corrente que circula nos mesmos, e a tensão máxima em seus terminais.

8º) Seja o conversor Zeta apresentado na Fig. 6.30, onde:

$$E = 56V$$

$$R_o = 200\Omega$$

$$Lm = 1,8mH$$

$$L_o = 850\mu H$$

$$f = 50kHz$$

Determinar para a condição de condução crítica:

- a) O valor da razão cíclica que garante condução crítica;
- b) O valor da tensão média de saída;
- c) A potência dissipada na carga;
- d) A corrente média de saída;
- e) A ondulação de corrente no indutor de saída;
- f) A ondulação de corrente no indutor de magnetização;
- g) A corrente máxima que circula na chave S.

9º) Deduzir as Eqs. (6.131), (6.132) e (6.243).

10º) É possível, a partir do conversor FORWARD, se obter o conversor Zeta? Como?

Apresente o circuito equivalente referido ao primário de ambos conversores, salientando as principais diferenças entre eles.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. J. Józwik & M. K. Kazimierczuk, "Dual SEPIC PWM Switching-Mode DC/DC Power Converter," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol.36, nº1, pp. 64-70, Fevereiro 1989.
- [2] D. C. Martins, I. Barbi e G. N. Abreu, "Zeta-Gepae PWM Isolated DC/DC Converter Analysis," *Anais do 1º COBEP*, Florianópolis, SC, pp.154-159, 1991.
- [3] D. C. Martins, I. Barbi e G. N. Abreu, "Aplicação do Conversor Zeta-Gepae em Fontes Chaveadas," *Anais do 9º CBA*, Vitória, ES, pp.74-79, 1992.
- [4] G. N. Abreu. "Estudo e aplicação de conversor Zeta-Gepae Isolado com Múltiplas Saídas e Modulação PWM para Fontes Chaveadas," Dissertação de Mestrado (Orientador Prof. Denizar Cruz Martins), INEP/EEL/UFSC, Florianópolis, SC, 1992.
- [5] D. C. Martins & G. N. Abreu, "Application of the Zeta Converter in Switch-Mode Power Supplies," *IEEE-APEC Proc. Conf.*, pp. 214-220, 1993.
- [6] D. C. Martins & G. N. Abreu, "Application of the Zeta Converter in Switched-Mode Power Supplies," *PCC - Yokohama Conf. Rec.*, pp. 147-152, 1993.
- [7] L. Hsiu, W. Kerwin, A. F. Witulski, R. Carlsten and R. Ghotbi, "A Coupled-Inductor, Zero-Voltage-Switched Dual-Sepic Converter With Low Output Ripple and Noise," *IEEE PESC'92 Conf. Rec.*, pp. 186-193, 1992.
- [8] A. Péres, "Fonte Chaveada Com Alto Fator de Potência Utilizando o Conversor Zeta em Condução Descontínua," Dissertação de Mestrado (Orientador Prof. Denizar Cruz Martins), INEP/EEL/UFSC, Florianópolis, SC, Dezembro/1993.
- [9] A. Péres, D.C. Martins e I. Barbi, "Zeta Converter Applied in Power Factor Correction," *IEEE PESC Conf. Rec.*, pp 1152-1157, Junho/1994.
- [10] D. C. Martins, Programa PROSCES - Manual de Utilização. "Programa Registrado na Secretaria de Política de Informática a Automação- Coordenação Geral de Software, Serviços e Aplicações da Informática," Número do Registro: 33483-9; Processo nº: 3698/97-9; Versão 0.1- Abril/1994.
- [11] M. M. Casaro, "Retificador Trifásico Isolado Com Alto Fator de Potência Empregando o Conversor CC-CC Zeta no Modo de Condução Contínua,"

REVERSIBILIDADE DOS CONVERSORES CC-CC DIRETOS

7.1. INTRODUÇÃO

Em Engenharia Elétrica há importantes aplicações onde se deseja controlar o fluxo de energia da fonte de alimentação para a carga e vice-versa. Como exemplo mais evidente dessas aplicações pode-se citar a tração elétrica, onde durante a frenagem da máquina a energia cinética armazenada nas massas em movimento é restituída à fonte na forma de energia elétrica.

Para essa operação emprega-se em geral um conversor CC-CC entre a fonte de alimentação e o motor de corrente contínua, conforme apresentado na Fig. 7.1.

Normalmente a máquina de corrente contínua é empregada com excitação separada, a fim de permitir a inversão da corrente de armadura, mantendo a corrente de campo no mesmo sentido. Esse procedimento gera um torque negativo que possibilita a frenagem regenerativa ou reversão do motor [1].

Na indústria destacam-se como aplicações que exigem conversores CC-CC reversíveis, o controle de posição e o acionamento de veículos elétricos.

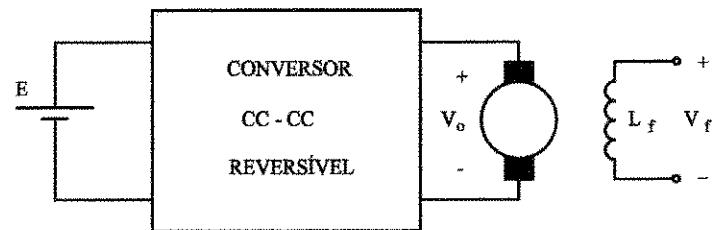


Fig. 7.1: Conversor CC-CC reversível alimentando a máquina de corrente contínua.

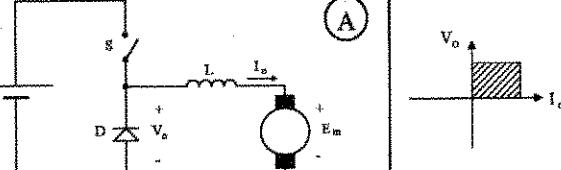
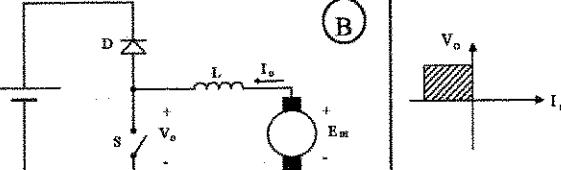
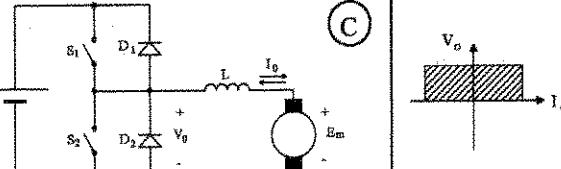
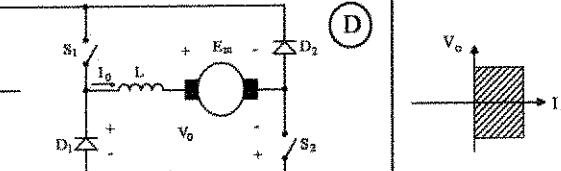
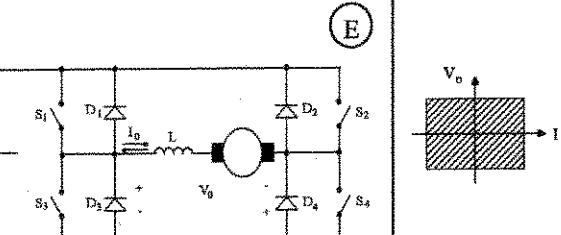
7.2. CLASSIFICAÇÃO DOS CONVERSORES CC-CC QUANTO AO QUADRANTE DE OPERAÇÃO

Os conversores CC-CC podem ser classificados de acordo com o número de quadrantes do plano tensão/corrente, no qual eles podem ser capazes de operar. As diferentes configurações dos conversores CC-CC e seus respectivos quadrantes de operação são mostrados na Tabela 7.1.

A configuração A opera no 1º quadrante. Esse quadrante se caracteriza por apresentar tensão média V_o e corrente média I_o positivas. Desse modo, o fluxo de

potência se dá da fonte para a carga. Essa configuração só pode ser usada para tração do motor CC, pois não apresenta reversibilidade e nem frenagem regenerativa.

Tabela 7.1: Configurações e quadrantes de operação

QUADRANTE	CONFIGURAÇÃO	PLANO $V_o \times I_o$
PRIMEIRO QUADRANTE		
SEGUNDO QUADRANTE		
DOIS QUADRANTES REVERSIBILIDADE EM CORRENTE		
DOIS QUADRANTES REVERSIBILIDADE EM TENSÃO		
QUATRO QUADRANTES REVERSIBILIDADE EM TENSÃO E CORRENTE		

No 2º quadrante a configuração B opera com corrente reversa, assim o fluxo de energia é invertido e vai da carga para a fonte. Durante esta operação ocorre a frenagem regenerativa da máquina.

A configuração C é obtida a partir da combinação das configurações A e B, podendo operar em dois quadrantes. A tensão V_o é sempre positiva enquanto que a corrente I_o pode ser invertida, invertendo-se o fluxo de energia. Portanto, essa configuração é usada tanto para a tração como para a frenagem regenerativa do motor CC.

A configuração D também opera em dois quadrantes. Neste caso a corrente I_o tem sempre o mesmo sentido, enquanto que a tensão V_o pode alterar a sua polaridade. Desde que I_o seja positiva e V_o reversível então o fluxo de energia pode ser invertido. Da mesma forma que na configuração C, esta configuração pode operar na tração ou na frenagem regenerativa do motor CC. Durante a frenagem regenerativa a polaridade da f.c.e.m. da máquina deve ser invertida.

A configuração E é a mais completa, podendo operar nos quatro quadrantes. Nesta situação tanto a tensão V_o como a corrente I_o podem ser invertidas. Esta configuração pode ser usada tanto na reversibilidade como na frenagem regenerativa da máquina.

As configurações A e B apresentam pouco interesse neste capítulo, tendo em vista operarem apenas em um quadrante. Essas estruturas representam na realidade os conversores Buck e Boost, já estudados nos capítulos 2 e 3. Assim, as configurações C, D e E apresentam maiores interesses no que se refere a reversibilidade dos conversores com regeneração de energia para a fonte de alimentação. Nos parágrafos que se seguem serão apresentados maiores detalhes referentes a essas configurações.

7.3. CONVERSOR CC-CC REVERSÍVEL EM CORRENTE

7.3.1. INTRODUÇÃO

A reversibilidade em corrente é facilmente percebida quando se alimenta uma máquina de corrente contínua e deseja-se tração e frenagem, conforme é ilustrado na Fig. 7.2.

Durante a tração do motor a corrente circula de E para E_m (Fig. 7.2.b: energia transferida de E para E_m). Na frenagem regenerativa o motor atua como gerador, a corrente de armadura é invertida e circula de E_m para E (Fig. 7.2.a: energia transferida de E_m para E). Por essa razão se diz que há reversibilidade em corrente.

O princípio básico da reversibilidade em corrente dos conversores CC-CC é descrito como segue.

O torque de um motor de corrente contínua é dado pela Eq. (7.1).

$$T = k \cdot \phi \cdot I_a \quad (7.1)$$

onde ϕ é o fluxo magnético produzido pelo enrolamento de campo, e I_a é a corrente de armadura. Utilizando-se um motor de corrente contínua com excitação independente e corrente de campo constante, pode-se então considerar o fluxo ϕ como uma constante, desde que se opere na região linear da curva de magnetização. Logo:

$$T = K_a \cdot I_a \quad (7.2)$$

A potência mecânica da máquina resulta do produto entre o torque e a velocidade mecânica, isto é:

$$P_m = T \cdot \omega_m \quad (7.3)$$

A passagem de motor para gerador ocorre através da inversão da corrente de armadura, mantendo-se a corrente de campo constante. Assim, o torque do motor terá sentido invertido, o mesmo ocorrendo com a potência, conforme as Eqs. (7.2) e (7.3). A aplicação de uma potência negativa em um motor, que gira a uma certa velocidade resulta em uma frenagem forçada por um torque negativo (Fig. 7.2.a); portanto, para efetuar uma frenagem regenerativa sobre a máquina é necessário inverter o sinal do torque. Para se obter esse comportamento emprega-se a configuração C apresentada na Tabela 7.1.

A Fig. 7.3 mostra o conversor CC-CC reversível em corrente, onde a f.c.e.m. da máquina é representada por uma fonte CC constante.

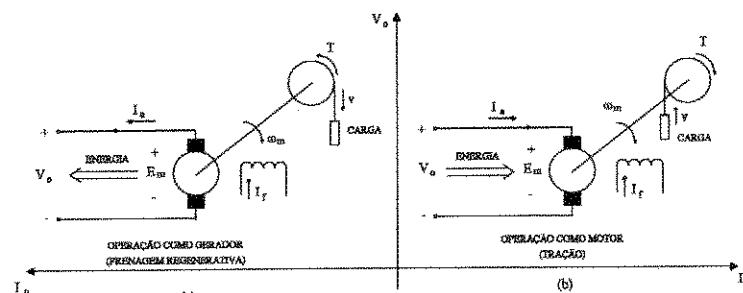


Fig. 7.2: Operação em dois quadrantes de uma máquina de corrente contínua.

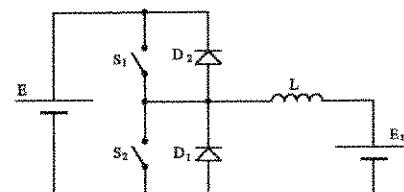


Fig. 7.3: Conversor CC-CC reversível em corrente.

7.3.2. MODOS DE FUNCIONAMENTO

Serão considerados três modos de funcionamento descritos a seguir:

1º MODO (TRAÇÃO): Seja o caso em que a chave S_2 é mantida permanentemente aberta e S_1 fecha e abre ciclicamente. Nesta situação existem duas etapas de funcionamento, representadas na Fig. 7.4. Na 1ª etapa a chave S_1 é fechada, e a fonte de alimentação E é conectada aos terminais da carga. Na 2ª etapa S_1 é aberta e a corrente de carga flui através do diodo de roda livre D_1 , sofrendo um decaimento (Fig. 7.5). De fato, analisando a Fig. 7.4, reencontra-se o conversor CC-CC abaixador (conversor Buck), já estudado no capítulo 2.

Neste 1º modo de funcionamento o fluxo de energia se dá da fonte E para a fonte E_m , ou seja, no caso da carga ser uma máquina de corrente contínua ela operaria como motor.

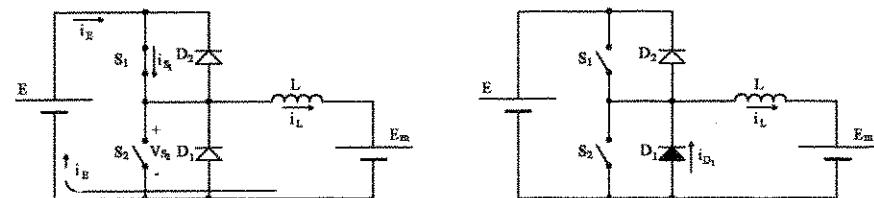


Fig. 7.4: Etapas de funcionamento para o 1º modo.

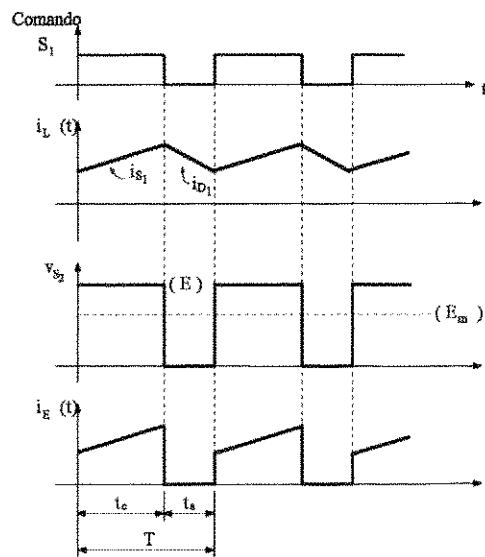


Fig. 7.5: Principais formas de onda.

2º MODO (FRENAGEM REGENERATIVA): Durante este modo de funcionamento, a chave S_1 é mantida permanentemente aberta e S_2 fecha e abre cicличamente. Logo, a exemplo do 1º modo de operação, ocorrem também neste caso duas etapas de funcionamento representadas na Fig. 7.6. Na 1ª etapa a chave S_2 está fechada, e há acumulação de energia na indutância L . Na 2ª etapa a chave S_2 está aberta, e a energia armazenada em L somada à energia da fonte E_m é desviada para a fonte de alimentação E , através do diodo D_2 . Neste caso, reencontra-se o conversor CC-CC elevador (conversor Boost).

Neste 2º modo as correntes, tanto na fonte de alimentação E como na fonte E_m , são invertidas; consequentemente o fluxo de energia se dá da fonte E_m para a fonte de alimentação E , isso significa que na frenagem regenerativa a máquina de corrente contínua opera como gerador, onde a velocidade é diminuída, produzindo um decréscimo na tensão E_m . As principais formas de onda são apresentadas na Fig. 7.7.

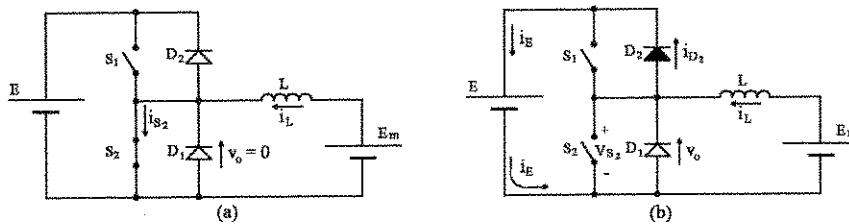


Fig. 7.6: Etapas de funcionamento para o 2º modo.

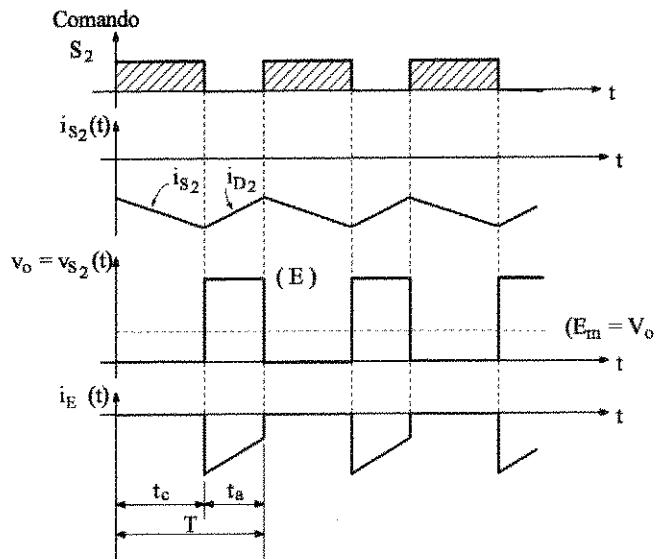


Fig. 7.7: Principais formas de onda.

3º MODO: Este modo de funcionamento é o mais empregado. As chaves S_1 e S_2 fecham e abrem complementarmente e de modo cíclico. Com a variação da razão cíclica, pode-se inverter o sentido do fluxo de energia suavemente e sem descontinuidade. As grandezas mais importantes estão representadas na Fig. 7.8.

No intervalo $(0, t_T)$, a tensão V_o e a corrente média na indutância $i_{L_{md}}$ são positivas e o fluxo de energia se dá de E para E_m . No intervalo (t_T, t_F) , V_o é negativa e $i_{L_{md}}$ é negativa e o fluxo de energia se dá de E_m para E .

Uma outra forma de operar este 3º Modo de funcionamento é apresentada na Fig. 7.9, onde se alternam o 1º e o 2º Modo de funcionamento. Também nesta operação é possível inverter o sentido da corrente média na indutância $i_{L_{md}}$ mantendo a tensão V_o positiva. Portanto, neste caso em particular a razão cíclica é definida da seguinte forma:

$$D = \frac{t s_1}{T} = \frac{V_o}{E} \quad (7.4)$$

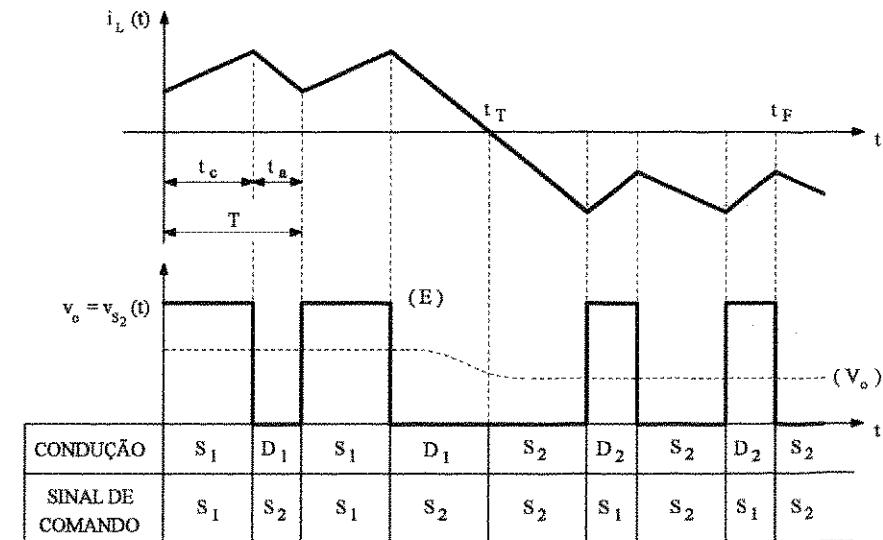


Fig. 7.8: Formas de onda para o 3º modo de funcionamento.

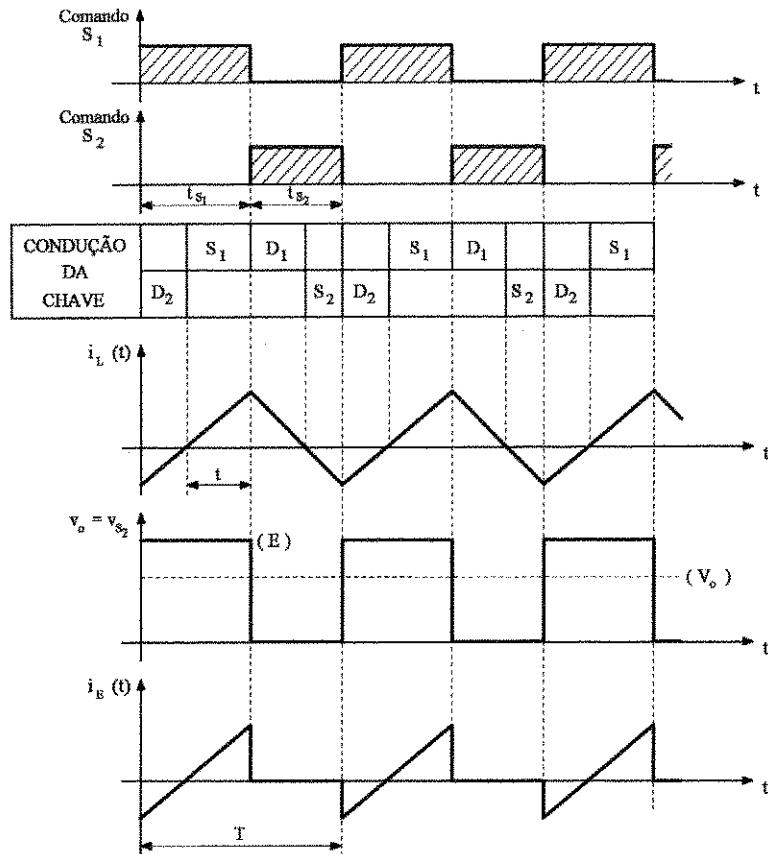


Fig. 7.9: Principais formas de onda alternando o 1º e o 2º modo de funcionamento.

No plano tensão/corrente, o conversor reversível em corrente opera no 1º e no 2º quadrante, conforme mostrado na Fig. 7.10.

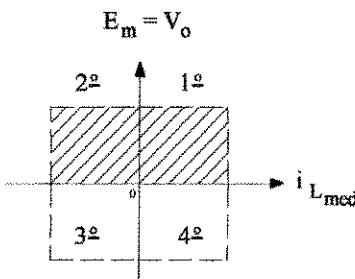


Fig. 7.10: Plano tensão/corrente para o conversor CC-CC reversível em corrente.

Se a carga for do tipo RLE, tem-se que:

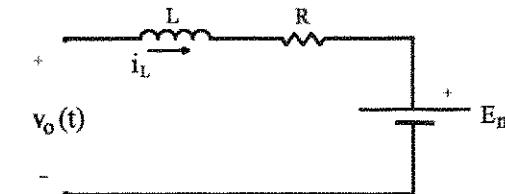


Fig. 7.11: Carga do tipo RLE.

Assim:

$$V_o = E_m + R \cdot I_{L\text{md}}$$

Imposto pelo comando | Imagem do torque; f(torque)

Imagem da velocidade da máquina; f(ω_m)

A tensão média aplicada à carga (V_o) pode ser controlada alterando-se o tempo de condução da chave comandada (por exemplo: t_c). Se V_o for menor que E_m ; a queda de tensão $R \cdot I_{L\text{md}}$ altera sua polaridade, ou seja, $I_{L\text{md}}$ inverte de sentido e a máquina é freada, pois invertendo-se a corrente inverte-se o torque eletromagnético. Desse modo se obtém a Fig. 7.12.

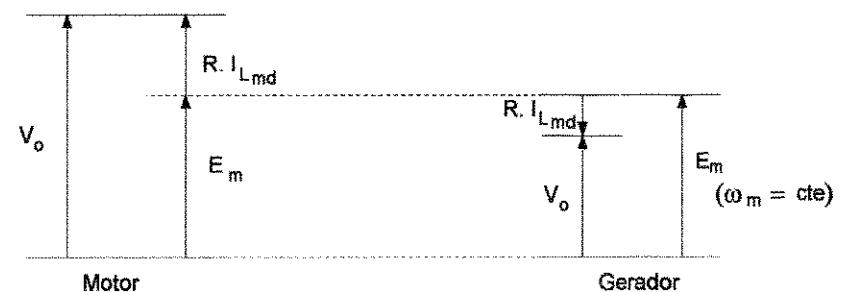


Fig. 7.12: Comportamento do sistema com carga tipo RLE.

7.4. CONVERSOR CC-CC REVERSÍVEL EM TENSÃO

7.4.1. INTRODUÇÃO

O circuito básico de potência do conversor CC-CC reversível em tensão é apresentado na Fig. 7.13. A polaridade da fonte E_m depende do modo de operação

do conversor (tipo Buck ou Boost). No caso da fonte E_m ser a f.c.e.m. de uma máquina de corrente contínua basta inverter a polaridade do enrolamento de campo.

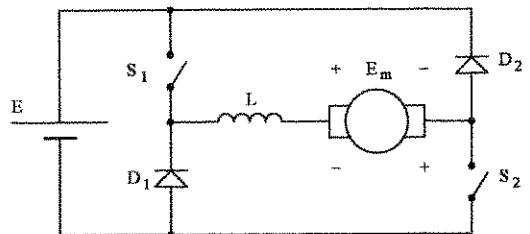


Fig. 7.13: Estrutura do conversor reversível em tensão.

Os modos de funcionamento com suas respectivas etapas estão representados a seguir:

7.4.2. MODOS DE FUNCIONAMENTO

a) FLUXO DE ENERGIA DE "E" PARA "Em" (MODO DE OPERAÇÃO BUCK→TRAÇÃO)

1º MODO: A chave S_1 é mantida permanentemente fechada e S_2 opera fechando e abrindo. As duas etapas de funcionamento estão representadas na Fig. 7.14.

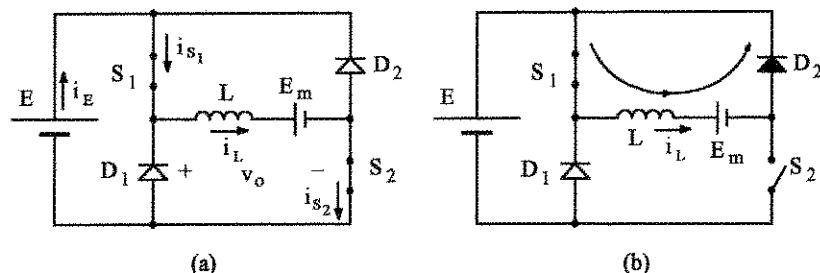


Fig. 7.14: Etapas de funcionamento para o primeiro modo de operação.

As principais formas de onda para este primeiro modo de operação são mostradas na Fig. 7.15.

2º MODO: As duas chaves S_1 e S_2 são fechadas e abertas simultaneamente de modo cíclico, conforme está apresentado na Fig. 7.16. Durante o intervalo em que S_1 e S_2 encontram-se abertas, os diodos D_1 e D_2 mantém-se em condução para permitir a circulação da corrente i_L . As principais formas de onda são apresentadas na Fig. 7.17.

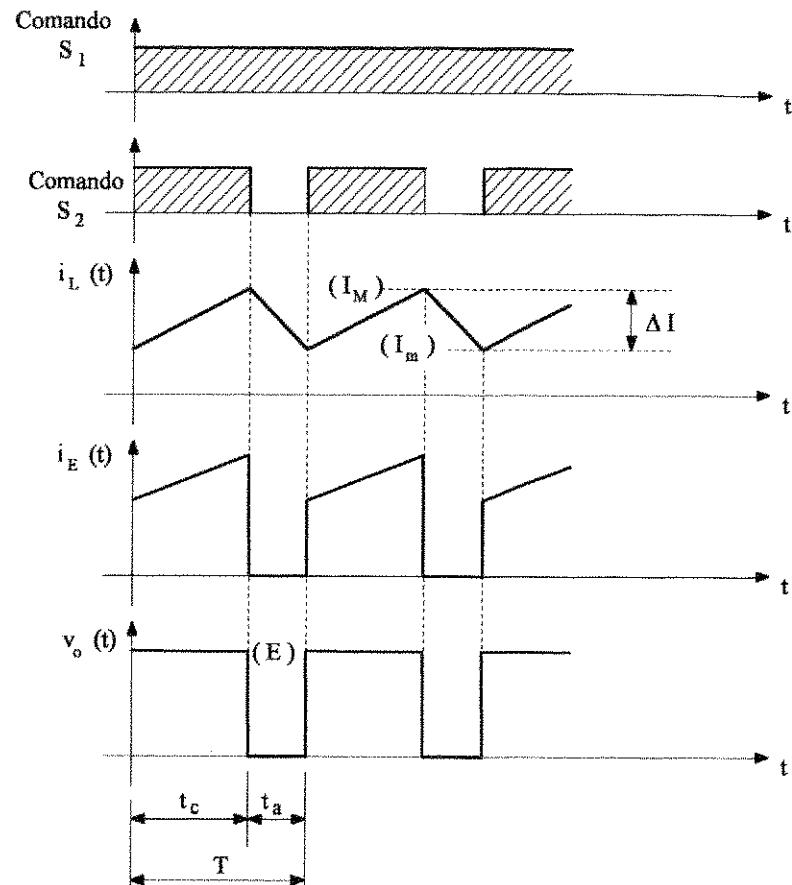


Fig. 7.15 Principais formas de onda.

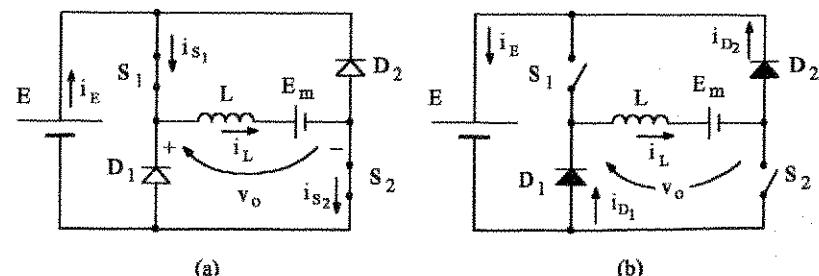


Fig. 7.16: Etapas de funcionamento para o comando simultâneo de S_1 e S_2 .

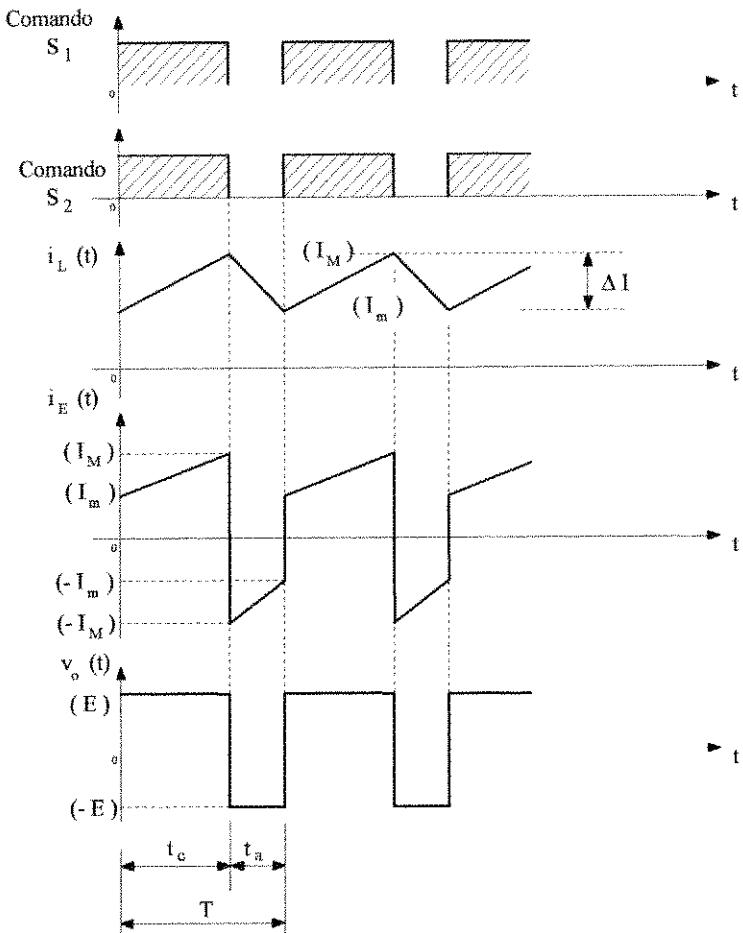


Fig. 7.17: Principais formas de onda - 2º Modo de funcionamento.

b) FLUXO DE ENERGIA DE “ E_m ” PARA “E” (MODO DE OPERAÇÃO BOOST→FRENAGEM REGENERATIVA)

Para a operação neste modo de funcionamento é necessário inverter a polaridade da fonte E_m , conforme é mostrado nas etapas a seguir:

1º MODO: A chave S_1 é mantida permanentemente aberta, enquanto a chave S_2 fecha e abre cicличamente. As duas etapas de funcionamento estão representadas na Fig. 7.18. A Fig. 7.19 mostra as principais formas de onda.

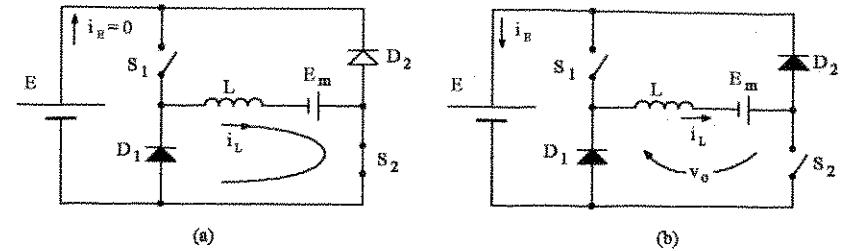


Fig. 7.18: Etapas de funcionamento para o 1º modo de operação.

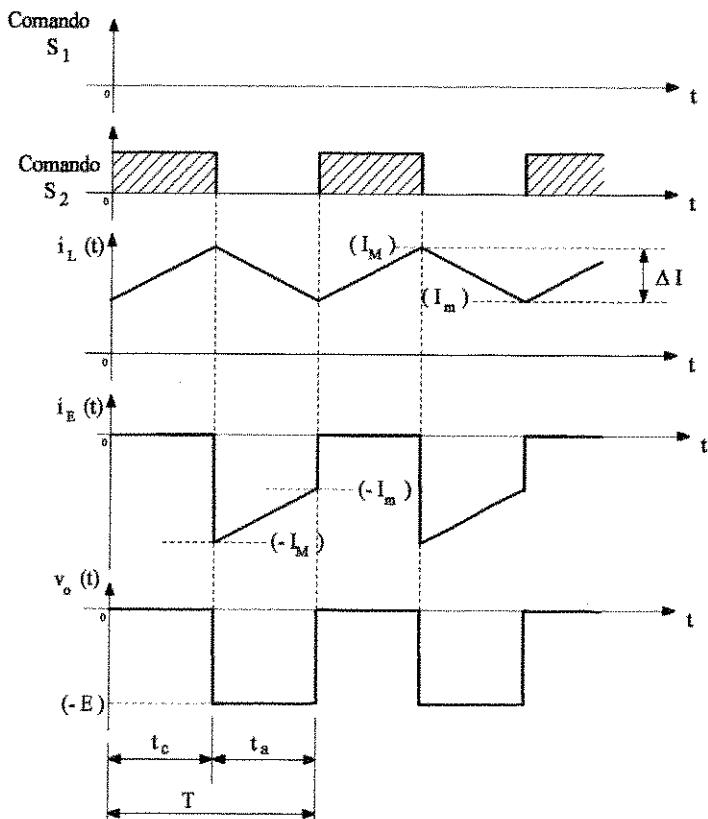


Fig. 7.19: Principais formas de onda para o 1º modo de operação.

2º MODO: As chaves S_1 e S_2 são fechadas e abertas simultaneamente e cicличamente. As duas etapas de funcionamento são mostradas na Fig. 7.20.

Na primeira etapa (Fig. 7.20.a), uma certa quantidade de energia oriunda de E e E_m é acumulada no indutor L ; na segunda etapa (Fig. 7.20.b), essa energia acumulada é transferida à fonte E , juntamente com uma parcela cedida pela fonte E_m . Na Fig. 7.21 estão representadas as principais formas de onda.

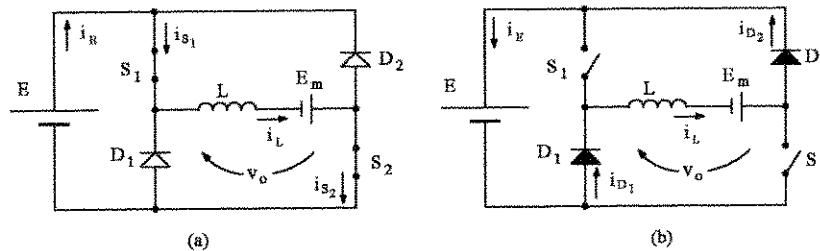


Fig. 7.20: Etapas de funcionamento para o comando simultâneo de S_1 e S_2 .

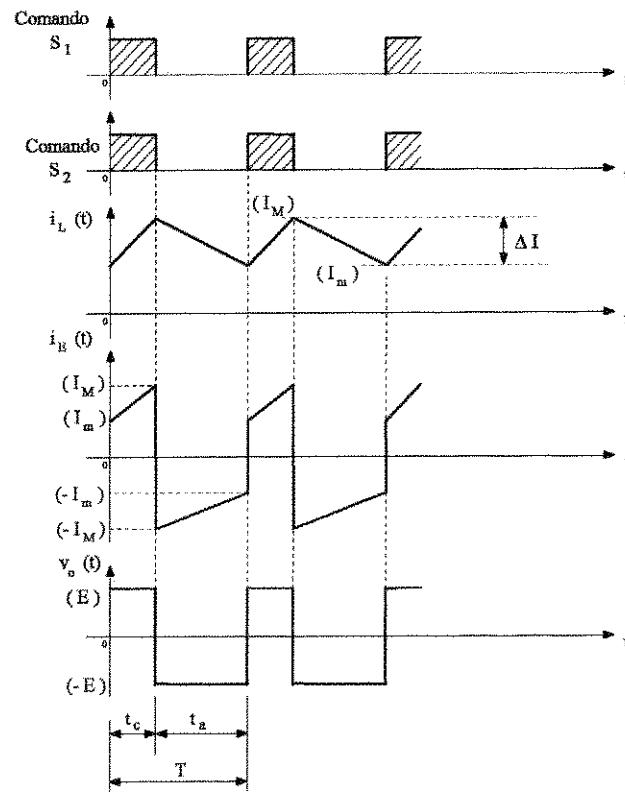


Fig. 7.21: Principais formas de onda.

7.4.3. EQUACIONAMENTO DO CONVERSOR CC-CC REVERSÍVEL EM TENSÃO

Para o estudo do comportamento matemático do conversor CC-CC reversível em tensão será analisado o 2º modo de funcionamento, onde o sentido da corrente na carga não é alterado, mas a tensão $v_o(t)$ pode variar entre E e $-E$ (Figs. 7.17 e 7.21).

a) CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA ESTÁTICA

A tensão média na carga para o modo contínuo de operação é dada por:

$$V_o = \frac{E \cdot t_c - E \cdot t_a}{T} = \frac{E \cdot t_c - E \cdot (T - t_c)}{T} \quad (7.5)$$

$$V_o = \frac{E \cdot t_c - E \cdot T + E \cdot t_c}{T} = \frac{2E \cdot t_c - E \cdot T}{T} \quad (7.6)$$

Desse modo:

$$\frac{V_o}{E} = 2D - 1 \quad (7.7)$$

onde: $D = \frac{t_c}{T} \rightarrow$ razão cíclica

A expressão (7.7) define a característica de transferência estática do conversor CC-CC reversível em tensão operando no 2º modo de funcionamento; sua representação gráfica é apresentada na Fig. 7.22.

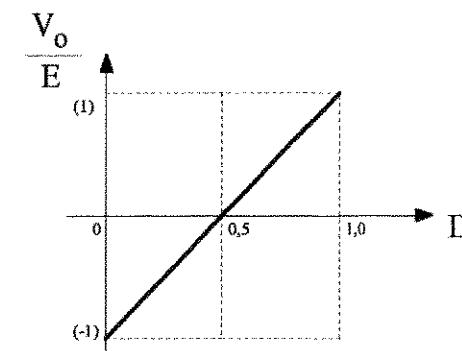


Fig. 7.22: Característica de transferência estática para o conversor CC-CC reversível em tensão.

No plano tensão/corrente, o conversor CC-CC reversível em tensão opera no 1º e no 4º quadrante, como está representado na Fig. 7.23.

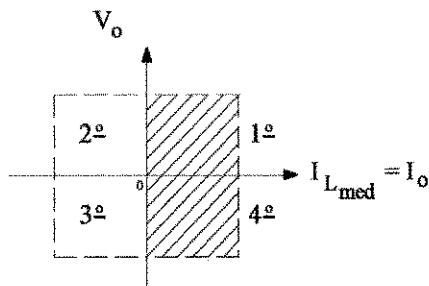


Fig. 7.23: Plano tensão x corrente para o conversor CC-CC reversível em tensão.

b) ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE CARGA

A partir das formas de onda representadas na Fig. 7.17 ou 7.21, obtém-se a formulação matemática que é apresentada a seguir.

$$I_M = I_m + \frac{(E - E_m)}{L} t_c \quad (7.8)$$

onde: $I_M \rightarrow$ representa o valor máximo de corrente no indutor L.

$I_m \rightarrow$ representa o menor valor de corrente no indutor L.

Assim,

$$\Delta I = I_M - I_m = \frac{(E - E_m)}{L} t_c \quad (7.9)$$

$$E_m = V_o = E(2D - 1) \quad (7.10)$$

Desse modo:

$$\Delta I = \frac{E}{L} t_c - \frac{E}{L} (2D - 1) t_c = \frac{2E}{L} t_c (1 - D) \quad (7.11)$$

$$\Delta I = \frac{2E}{L} \cdot T \cdot D \cdot (1 - D) \quad (7.12)$$

O valor máximo da ondulação de corrente (ΔI_{max}) ocorre para $D = 0,5$. Logo:

$$\Delta I_{max} = \frac{E}{2 \cdot L \cdot f} \quad (7.13)$$

c) ONDULAÇÃO RELATIVA DA CORRENTE DE CARGA

Seja uma carga com a configuração mostrada na Fig. 7.24.

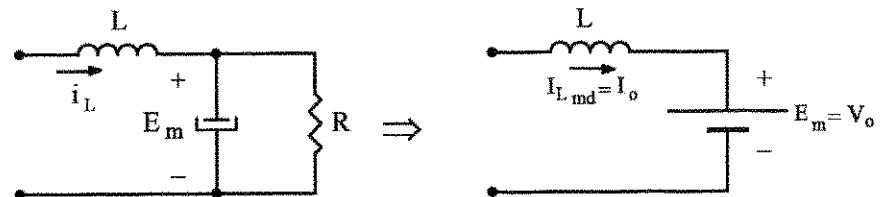


Fig. 7.24: Carga do conversor CC-CC reversível em tensão.

Assim:

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{E \cdot (2D - 1)}{R} \quad (7.14)$$

$$\frac{\Delta I}{I_o} = \frac{2E}{L} \cdot T \cdot D \cdot (1 - D) \cdot \frac{R}{E \cdot (2D - 1)} \quad (7.15)$$

ou seja:

$$\frac{\Delta I}{I_o} = \frac{2T}{\tau} \cdot \frac{D \cdot (1 - D)}{(2D - 1)} \quad (7.16)$$

$$\text{onde: } \tau = \frac{L}{R} \quad (7.17)$$

Finalmente:

$$\left| \frac{\tau \cdot \Delta I}{T \cdot I_o} \right| = \frac{2D(1 - D)}{(2D - 1)} \quad (7.18)$$

A expressão (7.18) está representada graficamente na Fig. 7.25.

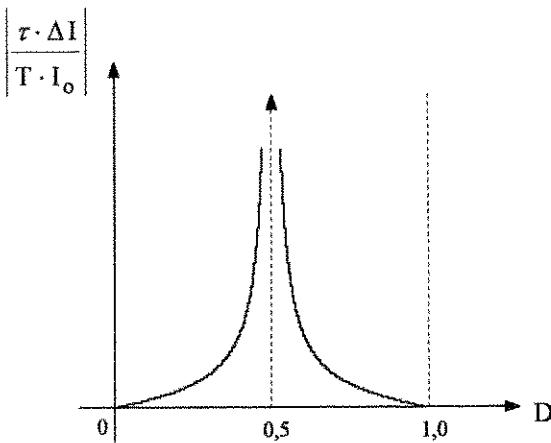


Fig. 7.25: Ondulação relativa da corrente de carga.

7.5. CONVERSOR CC-CC REVERSÍVEL EM TENSÃO E CORRENTE

7.5.1. INTRODUÇÃO

A estrutura de potência do conversor CC-CC para cargas reversíveis em tensão e corrente está mostrada na Fig. 7.26.

Esta estrutura é normalmente empregada na indústria no controle de posição dos servomotores de corrente contínua. Ela pode ser encarada como sendo o resultado da combinação das topologias estudadas nos parágrafos precedentes (topologia reversível em corrente e topologia reversível em tensão), podendo, portanto, operar nos quatro quadrantes do plano tensão/corrente (ou torque/velocidade), como está representado na Fig. 7.27.

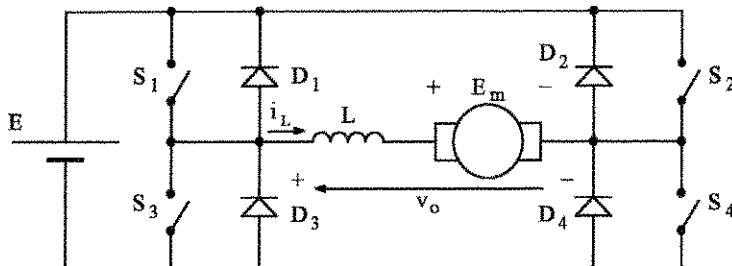


Fig. 7.26: Estrutura de potência do conversor CC-CC reversível em tensão e corrente.

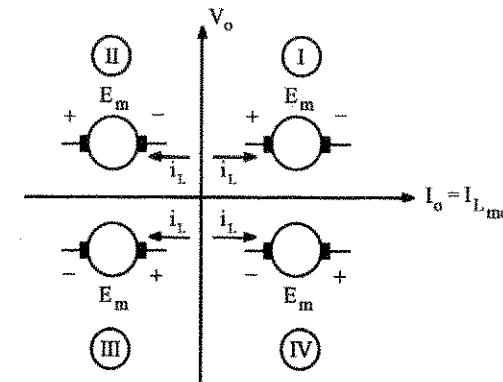


Fig. 7.27: Quatro quadrantes do plano tensão/corrente.

7.5.2. MODOS DE FUNCIONAMENTO

a) FLUXO DE ENERGIA DE “E” PARA “Em” (MODO DE OPERAÇÃO BUCK→TRAÇÃO)

1º MODO: A chave S_4 é mantida permanentemente fechada, enquanto S_1 abre e fecha ciclicamente. A etapa de roda livre se efetua através de S_4 e D_3 . As chaves S_2 e S_3 não são acionadas, permanecendo abertas. A Fig. 7.28 mostra as duas etapas de funcionamento. Durante essas etapas a máquina CC opera como motor no 1º quadrante.

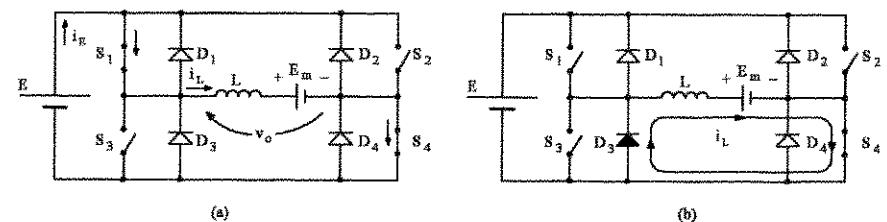


Fig. 7.28: Operação no 1º quadrante (motor).

2º MODO: A chave S_3 é mantida sempre fechada, e a chave S_2 abre e fecha ciclicamente. A etapa de roda livre é assegurada pelo diodo D_4 . Nesta situação a máquina também opera como motor, porém no 3º quadrante, pois houve mudança no sentido da corrente e na polaridade da tensão de carga. As chaves S_1 e S_4 permanecem abertas. Neste modo de operação a máquina gira no sentido contrário em relação ao 1º modo de funcionamento. A Fig. 7.29 mostra as principais etapas de funcionamento.

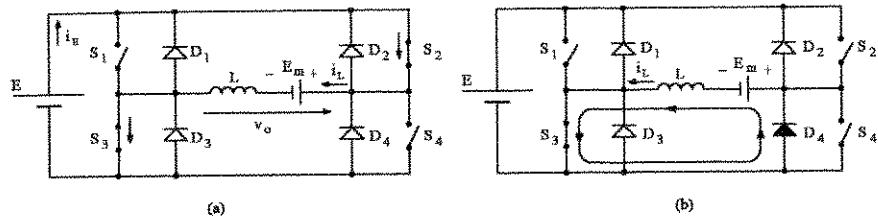


Fig. 7.29: Operação no 3º quadrante (tração-funcionamento como motor).

As principais formas de onda de tensão e corrente na carga, para os dois modos de funcionamento descritos, estão representadas na Fig. 7.30.

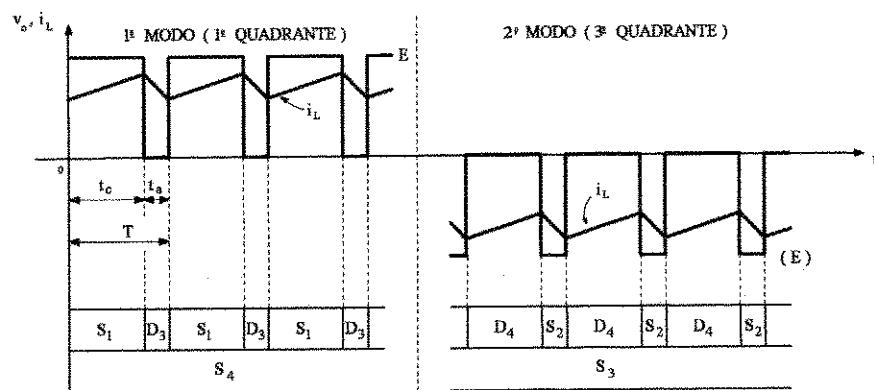


Fig. 7.30: Principais formas de onda.

b) FLUXO DE ENERGIA DE "Em" PARA "E" (MODO DE OPERAÇÃO BOOST→FRENAGEM REGENERATIVA)

1º MODO: Este modo de funcionamento inicia com a chave S₃ e o diodo D₄ ambos conduzindo; é a fase de acumulação de energia no indutor L. Em seguida, com a abertura da chave S₃, essa energia é devolvida à fonte E através dos diodos D₁ e D₄ (as outras chaves permanecem inativas). Observe que o diodo D₄ mantém-se em condução durante todo o processo de funcionamento. A Fig. 7.31 mostra as principais etapas de operação.

Durante este modo de funcionamento a máquina opera como gerador (2º quadrante).

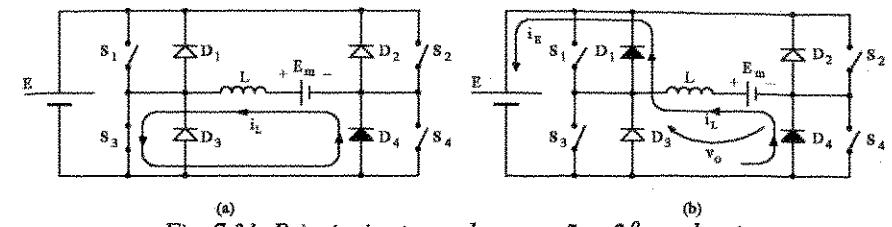


Fig. 7.31: Principais etapas de operação - 2º quadrante.

2º MODO: Operação no 4º quadrante. Neste caso a f.c.e.m. E_m está com polaridade invertida em relação ao 1º modo de funcionamento. A fase de acumulação de energia é obtida com o fechamento da chave S₁ e a condução do diodo D₂. Quando S₁ é aberta a energia acumulada em L é devolvida à fonte de entrada E através dos diodos D₂ e D₃. As duas etapas de operação estão apresentadas na Fig. 7.32. Nesta situação a máquina também opera como gerador; contudo, o sentido de giro é contrário ao do caso anterior (1º modo de funcionamento).

As principais formas de onda estão representadas na Fig. 7.33.

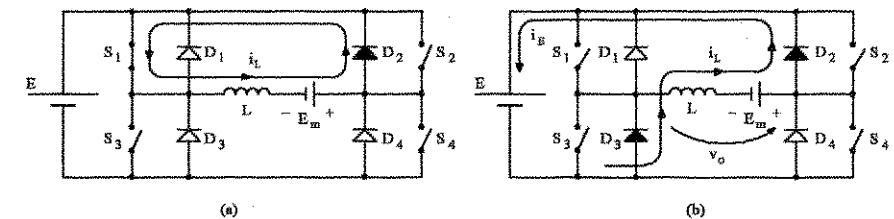


Fig. 7.32: Principais etapas de operação - 4º quadrante.

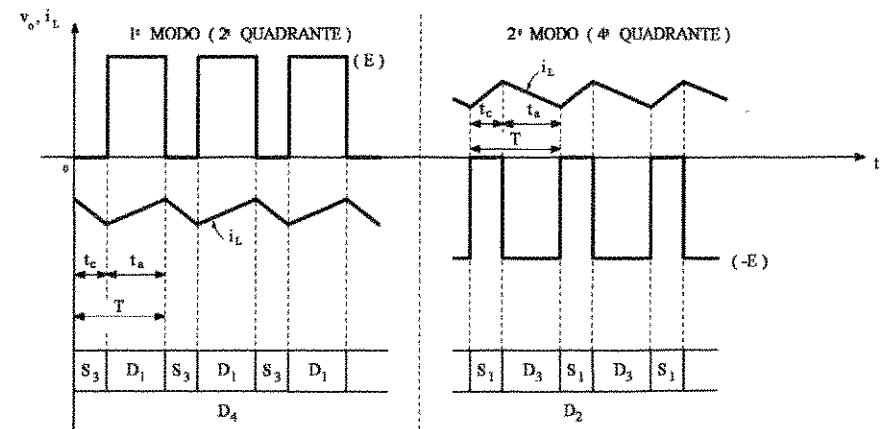


Fig. 7.33 Princípios formas de onda.

c) REVERSIBILIDADE NO SENTIDO DE GIRO DA MÁQUINA CC

1º MODO: TRAÇÃO E FRENAGEM SEM MUDANÇA NO SENTIDO DE ROTAÇÃO DA MÁQUINA

TRAÇÃO (1º QUADRANTE): A chave S_4 é mantida permanentemente fechada, enquanto S_1 fecha e abre ciclicamente. O tempo durante o qual S_1 é mantida fechada controla o fluxo de energia da fonte para a carga. Na abertura de S_1 o diodo D_3 entra em condução realizando a etapa de roda livre. As etapas de funcionamento são descritas na Fig. 7.28.

FRENAGEM REGENERATIVA (2º QUADRANTE): Para frear a máquina, devolvendo energia à fonte E, mantém-se a etapa de roda livre (Fig. 7.28.b), até que a corrente se anule; nesse momento a chave S_4 abre e S_3 é comandada a fechar; o diodo D_4 entra imediatamente em condução, invertendo a corrente na máquina e iniciando o processo de frenagem. Nesta etapa (Fig. 7.31.a) tem-se a acumulação de energia no indutor L.

Quando S_3 abre, o diodo D_1 entra em condução e, juntamente com D_4 , devolvem para a fonte E a energia armazenada em L (máquina operando como gerador - Fig. 7.31.b).

As formas de onda de tensão e corrente estão apresentadas na Fig. 7.34. Verifica-se que a passagem do 1º para o 2º quadrante (Tração/Frenagem), se processa suavemente e sem descontinuidade. O sentido de rotação da máquina não é alterado.

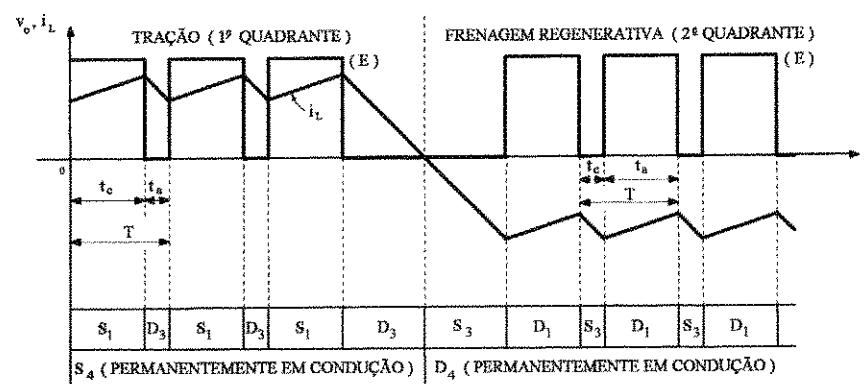


Fig. 7.34: passagem do 1º para o 2º quadrante com frenagem regenerativa.

2º MODO: TRAÇÃO E FRENAGEM COM SENTIDO DE ROTAÇÃO INVERTIDO

Neste 2º modo de operação tanto o sentido de rotação da máquina quanto a f.c.e.m. E_m são invertidas em relação ao 1º modo de funcionamento visto anteriormente.

TRACÃO (3º QUADRANTE): A chave S_3 é mantida sempre fechada, e a chave S_2 abre e fecha ciclicamente, controlando o fluxo de energia da fonte para a carga. Durante a abertura de S_2 a continuidade da corrente é assegurada pelo diodo D_4 . As etapas de funcionamento estão descritas na Fig. 7.29.

FRENAGEM REGENERATIVA (4º QUADRANTE): A passagem da etapa de tração para a etapa de frenagem é realizada mantendo-se o roda livre através de D_4 , até que a corrente se anule. A partir desse instante a chave S_3 é aberta e S_1 é fechada, provocando a imediata condução do diodo D_2 . Tem-se assim o armazenamento de energia no indutor L. Quando S_1 abre a energia acumulada em L é devolvida à fonte E via D_2 e D_3 . Fica evidente, portanto, a frenagem da máquina com regeneração de energia. A Fig. 7.32 apresenta as etapas de funcionamento.

As principais formas de onda para este 2º modo de funcionamento são mostradas na Fig. 7.35, onde se verifica que a passagem do 3º par o 4º quadrante (Tração/Frenagem), se processa suavemente e sem descontinuidade.

3º MODO

OPERAÇÃO NO 1º E 4º QUADRANTE

As chaves S_1 e S_4 abrem e fecham ciclicamente, enquanto as chaves S_2 e S_3 permanecem inativas. Na abertura de S_1 e S_4 a energia armazenada no indutor L é recuperada pela fonte E. As etapas de funcionamento relativas a esta operação são mostradas na Fig. 7.36.

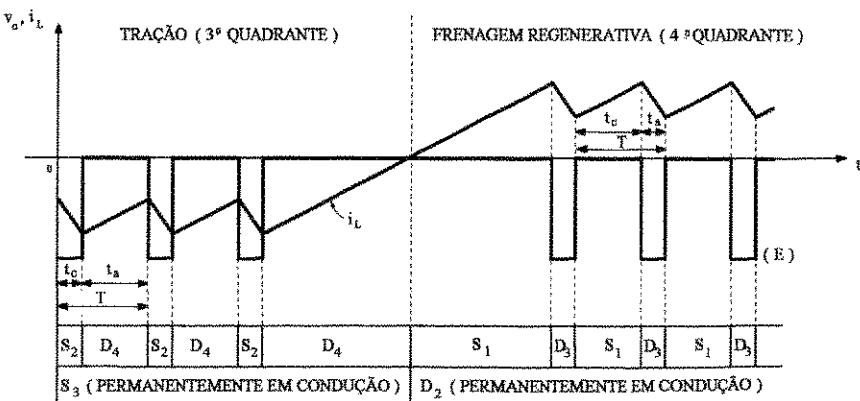


Fig. 7.35: Passagem do 3º para o 4º quadrante com frenagem regenerativa.

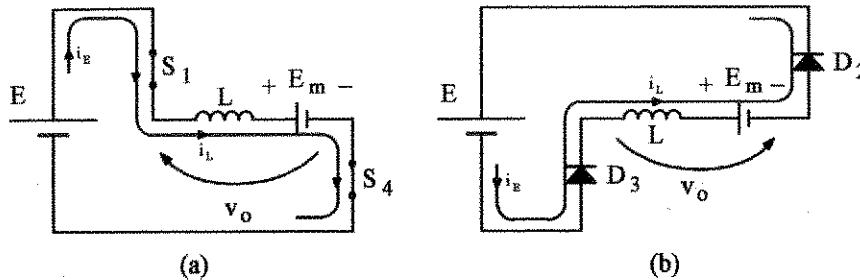


Fig. 7.36: Etapas de funcionamento.

OPERAÇÃO NO 2º E 3º QUADRANTE

Durante esta operação as chaves S_2 e S_3 abrem e fecham ciclicamente, e as chaves S_1 e S_4 ficam permanentemente abertas. Na abertura das chaves S_2 e S_3 a continuidade da corrente de carga é assegurada pela condução dos diodos D_1 e D_4 , onde ocorre a transferência de energia acumulada no indutor L para a fonte E . As etapas de funcionamento são apresentadas na Fig. 7.37.

As formas de onda de tensão e corrente na carga para este 3º modo de funcionamento estão representadas na Fig. 7.38.

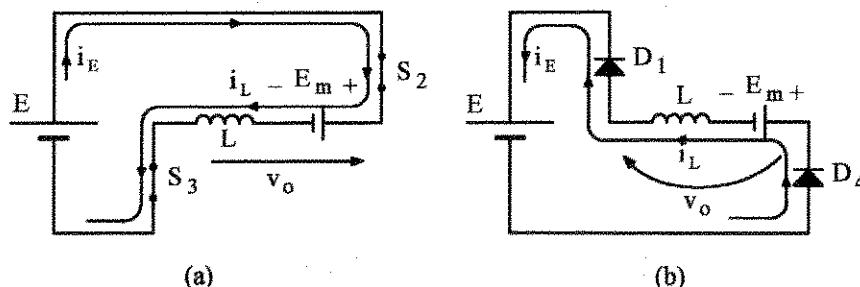


Fig. 7.37: Etapas de funcionamento.

Obs.: Nas estruturas de potência estudadas, as chaves S_1 , S_2 , S_3 , S_4 podem ser transistores bipolares de potência, Mosfet's de potência, IGBT's, GTO's ou tiristores com seus circuitos de comutação forçada, tudo dependendo da potência, tensão, corrente e frequência envolvidas.

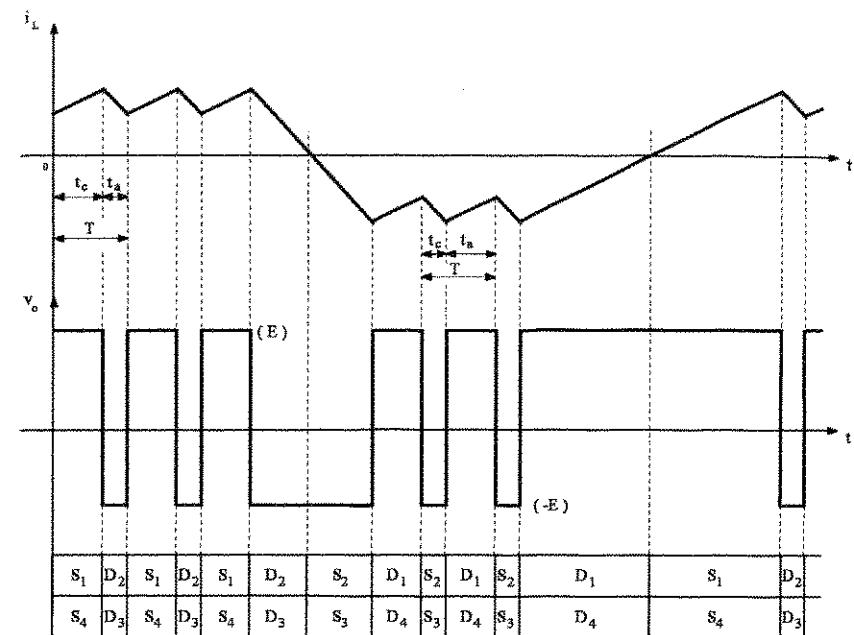


Fig. 7.38: Corrente e tensão na carga.

7.5.3. CARACTERÍSTICA DE CARGA DO CONVERSOR CC-CC DE QUATRO QUADRANTES

As formas de onda do conversor CC-CC de quatro quadrantes para condução descontinua estão representadas na Fig. 7.39. A partir dessas formas de onda obtém-se o valor médio e de pico da corrente de carga, ou seja:

$$I_o = \frac{I_M \cdot t_c}{2T} + \frac{I_M \cdot t_a}{2T} \quad (7.19)$$

$$I_M = \frac{(E - E_m)}{L} \cdot t_c \quad (7.20)$$

onde: $I_o = I_{L_{md}}$ → corrente média na carga

I_M → corrente de pico na carga.

Substituindo a Eq. (7.20) em (7.19) tem-se:

$$I_o = I_{L_{md}} = \frac{(E - E_m) \cdot t_c^2}{2TL} + \frac{(E - E_m)}{2TL} \cdot t_c \cdot t_a \quad (7.21)$$

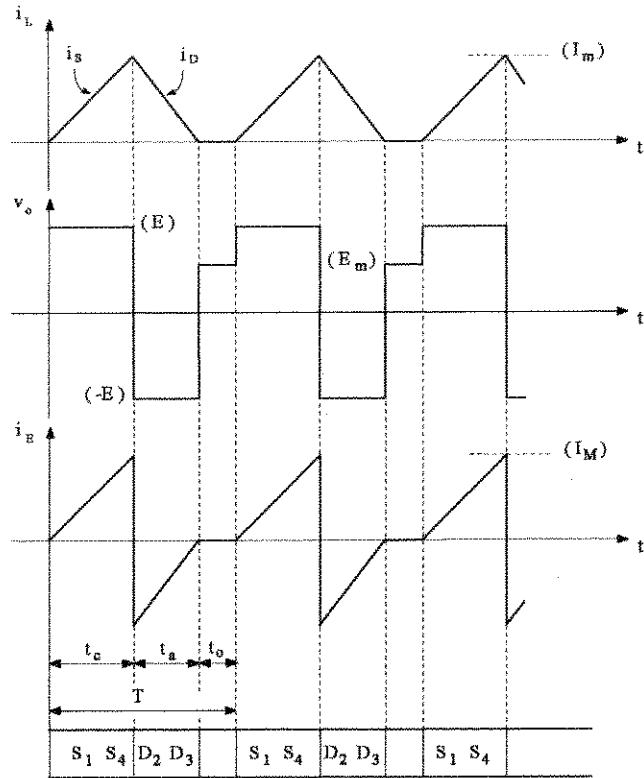


Fig. 7.39: Formas de onda para condução descontínua.

O valor de t_a pode ser obtido como indicado a seguir. A corrente i_D é dada por:

$$i_D = I_M - \frac{(E + E_m)}{L} t \quad (7.22)$$

Quando $t = t_a \Rightarrow i_D = 0$. Logo:

$$I_M = \frac{(E + E_m)}{L} t_a \quad (7.23)$$

Então:

$$t_a = \frac{L \cdot I_M}{(E + E_m)} \quad (7.24)$$

Substituindo o valor de I_M (Eq. 7.20), obtém-se:

$$t_a = \frac{(E - E_m)}{(E + E_m)} tc \quad (7.25)$$

Assim, levando-se a Eq. (7.25) em (7.21) tem-se que:

$$I_o = I_{L_{md}} = \frac{(E - E_m)}{2TL} \cdot tc^2 + \frac{(E - E_m)^2}{2TL} \cdot \frac{tc^2}{(E + E_m)} \quad (7.26)$$

$$I_{L_{md}} = \frac{(E - E_m) \cdot T \cdot tc^2}{2 \cdot T^2 \cdot L} \left[1 + \frac{(E - E_m)}{(E + E_m)} \right] \quad (7.27)$$

$$I_{L_{md}} = \frac{(E - E_m)T}{2L} \left(\frac{tc}{T} \right)^2 \left[1 + \frac{(E - E_m)}{(E + E_m)} \right] \quad (7.28)$$

Assim:

$$\frac{2 \cdot L \cdot I_{L_{md}}}{E \cdot T} = \frac{(E - E_m)}{E} \cdot D^2 \left[1 + \frac{(E - E_m)}{(E + E_m)} \right] \quad (7.29)$$

Definindo:

$$\gamma = \frac{2 \cdot L \cdot I_{L_{md}}}{E \cdot T} \quad (7.30)$$

e substituindo-o na Eq. (7.29), encontra-se a expressão:

$$\frac{\gamma}{D^2} = \left(1 - \frac{E_m}{E} \right) \left[1 + \frac{\left(1 - \frac{E_m}{E} \right)}{\left(1 + \frac{E_m}{E} \right)} \right] \quad (7.31)$$

$$\text{Seja } a = \frac{E_m}{E} \quad (7.32)$$

Então:

$$\frac{\gamma}{D^2} = (1-a) \left[1 + \frac{(1-a)}{(1+a)} \right] = 2 \frac{(1-a)}{(1+a)} \quad (7.33)$$

Desse modo:

$$(1-a) = (1+a) \frac{\gamma}{2D^2} \quad (7.34)$$

$$a = \frac{1 - \frac{\gamma}{2D^2}}{1 + \frac{\gamma}{2D^2}} \quad (7.35)$$

ou seja:

$$a = \frac{2D^2 - \gamma}{2D^2 + \gamma} \quad (7.36)$$

A expressão (7.36) vale para a região de descontinuidade. No limite da continuidade (Eq. 7.7), tem-se:

$$a = 2D - 1 \quad (7.37)$$

$$\text{Logo: } D = \frac{a+1}{2} \quad (7.38)$$

A partir de Eq. (7.34) é possível se obter γ em função de D e do parâmetro a , ou seja:

$$\gamma = 2 \cdot D^2 \cdot \frac{(1-a)}{(1+a)} \quad (7.39)$$

Levando-se a expressão (7.38) em (7.39), obtém-se:

$$\gamma = \frac{2 \cdot (1+a)^2 \cdot (1-a)}{4 \cdot (1+a)} \quad (7.40)$$

Assim:

$$\gamma = \frac{(1+a) \cdot (1-a)}{2} \quad (7.41)$$

As expressões (7.36) e (7.41) estão representadas graficamente na Fig. 7.40.

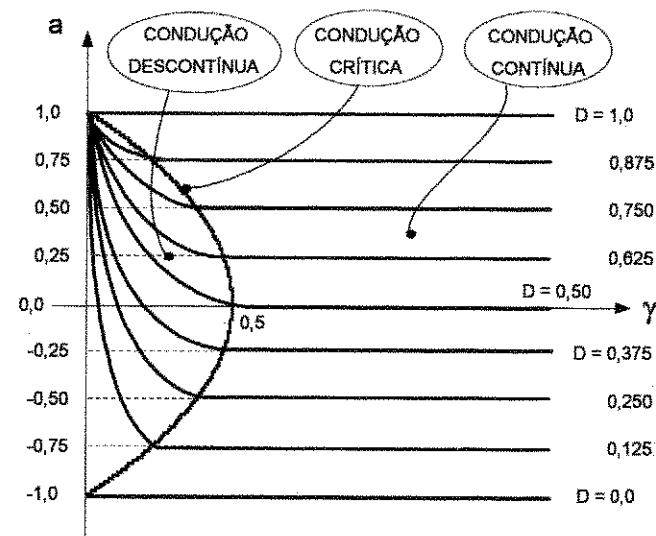


Fig. 7.40: Características de carga do conversor CC-CC de quatro quadrantes.

A indutância crítica para este tipo de conversor pode ser calculada a partir da Fig. 7.40.

A condição crítica ocorre para $D = 0,5$ e $\gamma = 0,5$; assim, através da Eq. (7.30) obtém-se:

$$\gamma = \frac{2 \cdot L_{CR} \cdot I_{L_{md}}}{E \cdot T} = 0,5 \quad (7.42)$$

Desse modo:

$$L_{CR} = \frac{E}{4 \cdot f \cdot I_{L_{md}}} \quad (7.43)$$

onde $I_{L_{md}} = I_0$.

A Eq. (7.43) define o menor valor de indutância, a partir do qual tem-se condução contínua.

7.6. EXERCÍCIOS

7.6.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 1º) O conversor CC-CC reversível em corrente apresentado na Fig. 7.41 opera no 1º modo de funcionamento (TRAÇÃO). Em função dos dados apresentados calcular:
- O valor da razão cíclica;
 - A ondulação de corrente no indutor L;
 - O tempo de condução do diodo D_1 para que a corrente de carga se anule completamente.

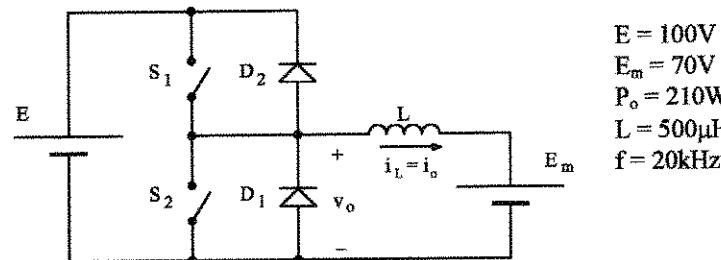


Fig. 7.41: Conversor CC-CC reversível em corrente.

SOLUÇÃO:

a) Valor da razão cíclica

Como primeiro procedimento para resolver este exercício tem-se que saber se o conversor opera em condução contínua ou descontínua. A expressão a seguir fornece o valor da indutância crítica:

$$L_{CR} = \frac{E}{8 \cdot I_{Lmd} \cdot f} \quad (7.44)$$

onde: $I_{Lmd} = I_o = \frac{P_o}{E_m} = 3A$

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow$ freqüência de chaveamento

Assim:

$$L_{CR} = \frac{100}{8 \cdot 3 \cdot 20k} = 208,33\mu H$$

Como a indutância do circuito é de $500\mu H$ então o conversor opera em condução contínua. Portanto, o valor da razão cíclica será:

$$D = \frac{t_c}{T} = \frac{V_o}{E} = \frac{E_m}{E} \quad \boxed{D = \frac{70}{100} = 0,7}$$

b) Ondulação da corrente no indutor L

A corrente de saída tem a seguinte forma:

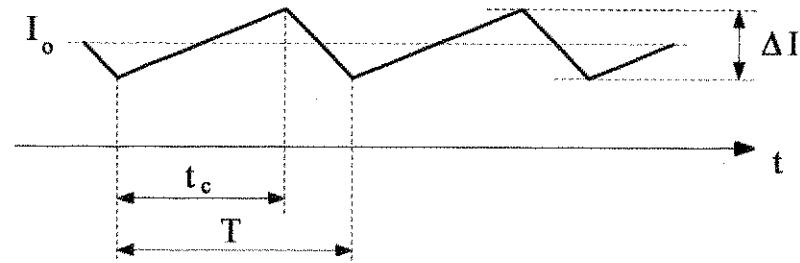


Fig. 7.42. Ondulação de corrente no indutor L.

A ondulação de corrente ΔI é dada por:

$$\Delta I = \frac{(E - E_m)}{L} \cdot t_c = \frac{(E - E_m)}{L} \cdot D \cdot T = \frac{(E - E_m)}{L \cdot f} \cdot D$$

$$\Delta I = \frac{(100 - 70)}{500\mu \cdot 20k} \cdot 0,7 \quad \therefore \quad \boxed{\Delta I = 2,1A}$$

c) Tempo de condução do diodo D_1 para que a corrente de carga se anule completamente.

O tempo de condução do diodo D_1 necessário para anular a corrente i_L é apresentado na Fig. 7.43, e o circuito equivalente para esta etapa é mostrado na Fig. 7.44.

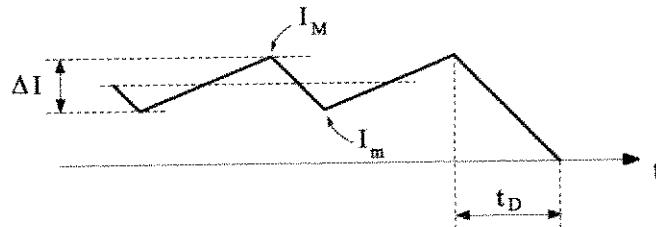


Fig. 7.43: Descarga linear do indutor L.

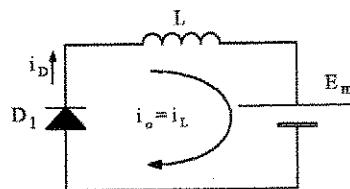


Fig. 7.44: Etapa de condução do diodo D_1 .

A expressão da corrente no diodo D_1 é apresentada a seguir:

$$i_{D(t)} = I_M - \frac{E_m}{L} \cdot t$$

onde: $I_M = I_0 + \frac{\Delta I}{2} = 3 + \frac{2,1}{2} \quad \therefore \quad I_M = 4,05A$

p/ $t = t_D \Rightarrow i_{D(t)} = 0$. Logo:

$$0 = I_M - \frac{E_m}{L} \cdot t_D$$

$$t_D = \frac{I_M}{E_m} \cdot L = \frac{4,05}{70} \cdot 500 \mu s$$

$$t_D = 28,93 \mu s$$

- 2º) Considere o conversor descrito no exercício anterior (Fig. 7.41), operando no 2º modo de funcionamento (Frenagem Regenerativa).
- Explique como passar do 1º modo de funcionamento para o 2º modo;
 - Descreva as etapas de funcionamento para o 2º modo de funcionamento;

- Determine a corrente média e de pico na fonte E;
- Calcule a parcela de energia entregue para a fonte E pelo indutor L.

SOLUÇÃO:

- Passagem do 1º modo de funcionamento para o 2º modo.

A passagem do 1º modo de funcionamento para o 2º modo se realiza mantendo a chave S_1 permanentemente aberta, e deixando o diodo D_1 conduzindo até que a corrente no indutor L se anule. A partir desse momento a chave S_2 é colocada em condução por um determinado tempo. Nos instantes em que S_2 está aberta o diodo D_2 conduz, enviando energia à fonte E, caracterizando o modo de operação Boost.

- Etapas de funcionamento para o 2º modo de funcionamento.

Conforme observado no item (a), o 2º modo de funcionamento é constituído por duas etapas de operação. Na 1ª etapa a chave S_2 está fechada, e há acumulação de energia na indutância L (Fig. 7.6.a). Na 2ª etapa S_2 é aberta, provocando a imediata condução do diodo D_2 . A partir desse momento, toda a energia acumulada em L durante a 1ª etapa, somada a energia da fonte E_m são enviadas à fonte E (Fig. 7.6.b).

- Corrente média e de pico na fonte E

A corrente média na fonte E é definida por:

$$I_{E_{md}} = \frac{P_0}{E} = \frac{210}{100} \quad \therefore \quad I_{E_{md}} = 2,1 A$$

Antes da determinação da corrente de pico na fonte E é necessário conhecer o valor da razão cíclica. Para isso é preciso verificar se a condução é contínua ou descontínua. Para o conversor Boost o limite da descontinuidade é definido pela Eq. (3.79), ou seja:

$$\frac{E}{E_m} = a = \frac{1}{1-D} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{a-1}{a} \quad (7.45)$$

Desse modo, fica definida a razão cíclica crítica. Assim:

$$a = \frac{E}{E_m} = \frac{100}{70} = 1,43$$

$$D_{crit} = \frac{a-1}{a} = \frac{1,43-1}{1,43} \quad \therefore \quad D_{crit} = 0,3$$

A partir de D_{crit} é possível se obter o valor da indutância crítica através da Eq. (3.61):

$$L_{CR} = \frac{E_m}{2 \cdot f \cdot I_{Em_{md}}} \cdot D_{crit} (1 - D_{crit}) \quad (7.46)$$

Então:

$$L_{CR} = \frac{70}{2 \cdot 20k \cdot 2,1} \cdot 0,3 \cdot (1 - 0,3) \quad \therefore \quad L_{CR} = 175\mu H$$

Verifica-se que:

$$L > L_{CR} \Rightarrow \text{condução contínua}$$

Se a condução é contínua então:

$$\frac{E}{E_m} = \frac{1}{(1-D)} \Rightarrow D = 1 - \frac{E_m}{E} \quad (7.47)$$

$$D = 1 - \frac{70}{100} \Rightarrow D = 0,3$$

A corrente de pico na fonte E é a própria corrente de pico no diodo D_2 . Desse modo:

$$I_{Ep} = I_{D2p} = I_{Lp} = I_{Em_{md}} + \frac{\Delta I}{2}$$

$$\text{onde: } I_{Em_{md}} = \frac{P_o}{E_m} = \frac{210}{70} = 3 A$$

O valor de ΔI é obtido através da Eq. (3.18):

$$\Delta I = \frac{E_m \cdot T}{L} \cdot D = \frac{70 \cdot 50\mu}{500\mu} \cdot 0,3$$

$$\boxed{\Delta I = 2,1A}$$

Logo:

$$I_{Ep} = 3 + \frac{2,1}{2} \quad \therefore \quad I_{Ep} = 4,05A$$

d) Parcela de energia entregue para a fonte E pelo indutor L

A forma de onda da corrente no indutor L é apresentada na Fig. 7.45.

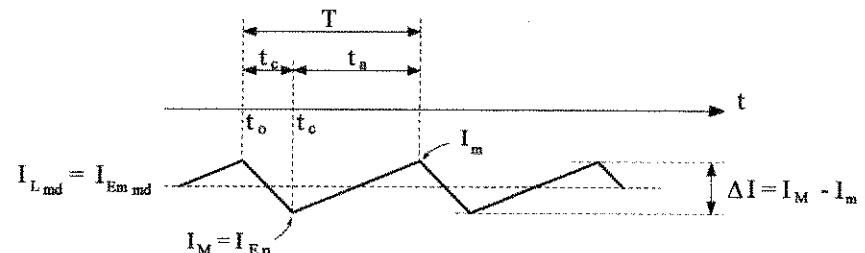


Fig. 7.45: Corrente no indutor L.

A energia armazenada no indutor L durante o intervalo de tempo t_c é expressa pela integral da potência nesse intervalo, conforme mostrado na Eq. (7.49):

$$p(t) = v_{(t)} \cdot i_{L(t)} = L \cdot i_{L(t)} \cdot \frac{di_{L(t)}}{dt} \quad (7.48)$$

$$W_L = \int_{t_0}^{t_c} p(t) dt = L \int_{t_0}^{t_c} i_{L(0)} \frac{di_{L(t)}}{dt} dt = L \int_{i_{L(t_0)}}^{i_{L(t_c)}} i_{L(t)} dt = \frac{1}{2} L \left[\left[i_{L(t_c)} \right]^2 - \left[i_{L(t_0)} \right]^2 \right] \quad (7.49)$$

A equação de $i_{L(t)}$ é a equação de uma reta. Assim:

$$i_{L(t_c)} = I_M \quad \text{e} \quad i_{L(t_0)} = I_m$$

Assim:

$$W_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \left[(I_M)^2 - (I_m)^2 \right] \quad (7.50)$$

onde: $I_M = I_{Ep} = 4,05$ e $I_m = I_{L_{md}} - \frac{\Delta I}{2}$

Desse modo:

$$I_m = 3 - \frac{2,1}{2} = 1,95A$$

$$W_L = \frac{1}{2} \cdot 500\mu \cdot [(4,05)^2 - (1,95)^2]$$

$$W_L = 3,15mJ$$

- 3º) Um motor de corrente contínua com excitação separada constante é alimentado por uma fonte de 240V, através de um conversor CC-CC reversível em tensão. A indutância de armadura e a constante de armadura valem respectivamente $730\mu H$ e $1,2/\pi [Nm/A]$. A resistência de armadura pode ser desprezada. O conversor opera no 2º modo de funcionamento (tração) e o período de chaveamento é de $100\mu s$. Admitindo que a máquina trabalha com 1750 rpm e com torque de carga de $27,28 Nm$, determinar:
- A razão cíclica do conversor;
 - O tempo de condução das chaves S_1 e S_2 ;
 - A ondulação de corrente na armadura da máquina;
 - A corrente média na armadura da máquina;
 - Os valores máximos e mínimos de corrente nas chaves.

SOLUÇÃO:

- a) Razão cíclica do conversor (D)

O conversor em questão apresenta o seguinte circuito de potência:

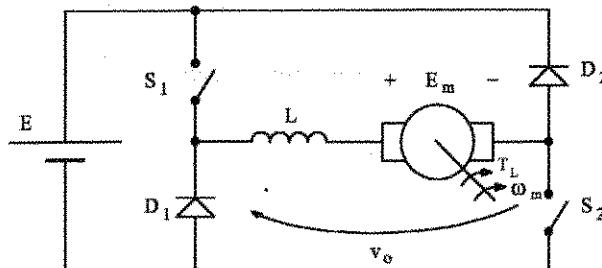


Fig. 7.46: Conversor CC-CC reversível em tensão.

Para o conversor reversível em tensão a característica de transferência estática é dada por:

$$\frac{V_o}{E} = 2D - 1 \quad (7.51)$$

Como o valor médio da tensão no indutor L é nulo então:

$$E_m = V_o \quad (7.52)$$

Da teoria da máquina de corrente contínua sabe-se que a f.c.e.m. E_m é dada por:

$$E_m = ka \cdot \omega_m \quad (7.53)$$

onde: $ka \rightarrow$ constante de armadura em $[Nm/A]$
 $\omega_m \rightarrow$ velocidade mecânica da máquina em $[rad/s]$

Assim:

$$\omega_m = 1750 \cdot \frac{\pi}{30} rad/s \quad (7.54)$$

Então:

$$E_m = \frac{12}{\pi} \cdot 1750 \cdot \frac{\pi}{30} \therefore E_m = V_o = 70V$$

Aplicando a Eq. (7.51) é possível determinar a razão cíclica:

$$2D = \frac{V_o}{E} + 1 \Rightarrow D = \left(\frac{V_o}{E} + 1 \right) / 2$$

$$D = \left(\frac{70}{240} + 1 \right) / 2 \therefore D = 0,65$$

$$D = 0,65$$

- b) Tempo de condução das chaves S_1 e S_2 (t_c)

A definição de razão cíclica é dada por:

$$D = \frac{tc}{T} \quad \therefore \quad tc = D \cdot T \quad (7.55)$$

Assim: $tc = 0,65 \cdot 100\mu s \quad \therefore \quad tc = 65\mu s$

c) Ondulação de corrente na armadura da máquina (ΔI)

A partir da Eq. (7.12) tem-se que:

$$\Delta I = \frac{2E}{L} \cdot T \cdot D \cdot (1 - D) = \frac{2 \cdot 240}{730\mu} 100\mu \cdot 0,65 \cdot (1 - 0,65)$$

$\Delta I = 15A$

d) Corrente média na armadura da máquina (I_o)

O torque eletromagnético da máquina de corrente contínua é dado por:

$$T_{elet} = ka \cdot I_o \quad (7.56)$$

onde I_o é a corrente média na armadura da máquina.

Supondo que o torque de carga é igual ao torque eletromagnético:

$$T_L = T_{elet} = ka \cdot I_o$$

Desse modo:

$$I_o = \frac{T_L}{ka} = \frac{27,28}{1,2/\pi}$$

$I_o = 71,42A$

e) Valores máximos e mínimos de corrente nas chaves (I_M e I_m)

A corrente de pico nas chaves é obtida a partir da seguinte expressão:

$$I_M = I_o + \frac{\Delta I}{2} = 71,42 + \frac{15}{2} \quad \therefore \quad \text{Assim:}$$

$I_M = 78,92A$

A mínima corrente nas chaves é dada por:

$$I_m = I_o - \frac{\Delta I}{2} = 71,42 - \frac{15}{2} \quad \therefore \quad \text{Assim:}$$

$I_m = 63,92A$

- 4º) Um conversor CC-CC reversível em tensão e corrente (quatro quadrantes), operando com freqüência de chaveamento de 3kHz, alimenta um motor de corrente contínua com excitação separada a partir de uma fonte de 530V, conforme mostrado na Fig. 7.47. A corrente de campo I_f da máquina é mantida constante de forma que a constante de armadura $ka = k \cdot \phi = 1,42[Nm/A]$. A indutância e a resistência de armadura valem, respectivamente, 1,20mH e 50mΩ. O motor opera a vazio em regime permanente, com velocidade de 3000 rpm, e deseja-se inverter sua velocidade o mais rapidamente possível, até atingir a velocidade de 1000 rpm no sentido inverso. As perdas da máquina serão desprezadas e a corrente máxima permitível de armadura é de 350A. Apresente a lógica de comando dos transistores, mostrando os quadrantes de operação, para as seguintes condições:

- a) Velocidade direta constante de 3000 rpm;
- b) Imediatamente após iniciar a desaceleração;
- c) Velocidade nula;
- d) Imediatamente antes de finalizar a aceleração reversa;
- e) Velocidade reversa constante de 1000 rpm.

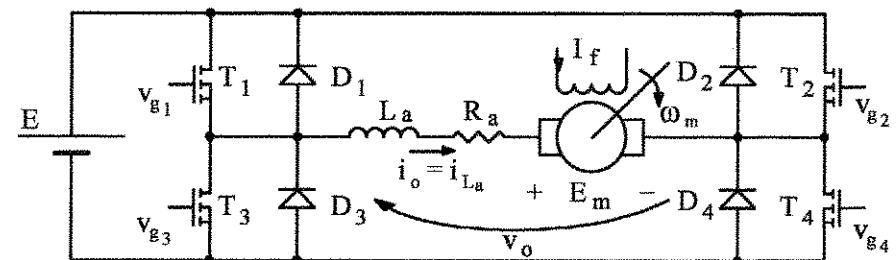


Fig. 7.47: Conversor CC-CC reversível em tensão e corrente (quatro quadrantes).

SOLUÇÃO:

- a) Velocidade direta constante de 3000 rpm.

Como as perdas da máquina foram desprezadas e o torque de carga é zero, então durante a fase de regime permanente à velocidade constante, a corrente solicitada pela máquina será considerada nula. Desse modo:

$$E_m = V_o = k \cdot \phi \cdot \omega_m = ka \cdot \omega_m = 1,42 \cdot 3000 \cdot \frac{2\pi}{60}$$

$$E_m = V_o = 446,11V$$

Na operação com velocidade direta constante a máquina trabalha no 1º quadrante (tração \Rightarrow operação Buck). Assim tem-se:

$$D = \frac{V_o}{E} = \frac{tc}{T} \quad \therefore \quad tc = \frac{V_o}{E} \cdot T = \frac{446,11}{530 \cdot 3000}$$

$$tc = 280,57\mu s \quad \Rightarrow \quad D = \frac{280,57\mu s}{1/3000} = 0,84$$

$$T = 333,33\mu s$$

Como o funcionamento do sistema se efetua no 1º quadrante então o transistor T_4 deve ser mantido permanentemente fechado (Fig. 7.28), enquanto que os transistores T_2 e T_3 permanecem bloqueados. O transistor T_1 abre e fecha cicличamente com uma razão cíclica de 84%, conforme Fig. 7.48(a).

b) Imediatamente após iniciar a desaceleração

Durante o período de desaceleração tem-se:

$$I_o = -350A \text{ (corrente máxima permitível)}$$

Para produzir esta corrente, a tensão média nos terminais da armadura deve ser reduzida para o seguinte valor:

$$V_o = E_m - Ra \cdot I_o = 446,11 - 0,050 \cdot 350 = 428,61V$$

Devido ao fato de $V_o > 0$ e $I_o < 0$ o conversor CC-CC passa a operar no 2º quadrante (Frenagem regenerativa \Rightarrow operação Boost). Então, quando a desaceleração inicia, tem-se:

$$\frac{E}{V_o} = \frac{1}{(1-D)} \quad \therefore \quad D = 1 - \frac{V_o}{E} = 1 - \frac{428,61}{530}$$

$$D = 0,19 \quad \Rightarrow \quad D = 19\%$$

Logo:

$$tc = D \cdot T = 0,19 \cdot \frac{1}{3000} \quad \therefore \quad tc = 63,33\mu s$$

Durante esta fase os transistores T_1 , T_2 e T_4 permanecem bloqueados e o transistor T_3 abre e fecha cicличamente com uma razão cíclica de 19%. Os sinais de comando são mostrados na Fig. 7.48(b).

c) Velocidade nula ($\omega_m = 0$)

Neste caso $E_m = 0$ e,

$$V_o = Ra \cdot I_o = -0,050 \cdot 350 = -17,50V$$

Sendo $V_o < 0$ e $I_o < 0$, o conversor opera no 3º quadrante (tração no sentido inverso). Para operação neste quadrante o transistor T_3 é mantido permanentemente fechado e os transistores T_1 e T_4 se mantêm sempre bloqueados, enquanto que o transistor T_2 abre e fecha cicличamente. O tempo de condução de T_2 é dado por:

$$tc = D \cdot T = \frac{V_o}{E} \cdot T = \frac{17,50}{530} \cdot \frac{1}{3000}$$

$$tc = 11,0\mu s$$

A razão cíclica é de:

$$D = \frac{V_o}{E} = \frac{17,50}{530} = 0,033 \quad \Rightarrow \quad D = 3,33\%$$

Portanto o transistor T_2 permanece conduzindo somente por 3,3% do período de chaveamento.

Na Fig. 7.48(c) são apresentados os comandos dos transistores de conversor CC-CC reversível em tensão e corrente para esta etapa de funcionamento.

d) Imediatamente antes de finalizar a aceleração reversa

Até o final da operação com aceleração reversa o conversor é mantido no 3º quadrante. A máquina é desacelerada com corrente inversa máxima de 350A. Desse modo:

$$E_m = K_a \cdot \omega_m = 1,42 \cdot \left(-1000 \cdot \frac{2\pi}{60} \right) = -148,70V$$

$$V_o = E_m + R_a \cdot I_o = -148,70 - 0,050 \cdot 350 = -166,20V$$

Como no 3º quadrante o conversor trabalha no modo Buck (tração no sentido inverso), então:

$$D = \frac{V_o}{E} = \frac{166,20}{530} \quad \therefore \quad D = 0,31$$

$$D = 31\%$$

O tempo de condução do transistor T_2 é dado por:

$$D = \frac{t_c}{T} \quad \therefore \quad t_c = D \cdot T = 0,31 \cdot \frac{1}{3000}$$

$$t_c = 103,33\mu s$$

Os sinais comando são mostrados na Fig. 7.48(d).

e) Velocidade reversa constante de 1000 rpm

Para o acionamento do motor em regime permanente, à velocidade constante e no sentido reverso, será novamente considerada corrente nula na máquina, tendo em vista que as perdas na mesma são desprezadas. Assim:

$$V_o = E_m = K_a \cdot \omega_m = 1,42 \cdot \left(-1000 \cdot \frac{2\pi}{60} \right) = -148,70V$$

$$D = \frac{V_o}{E} = \frac{148,70}{530} = 0,28$$

$$e \quad t_c = D \cdot T = 0,28 \cdot \frac{1}{3000}$$

$$t_c = 93,33\mu s$$

Como pode ser observado, o conversor continua operando no 3º quadrante (tração). Na Fig. 7.48(e) são apresentados os sinais de comando dos transistores.

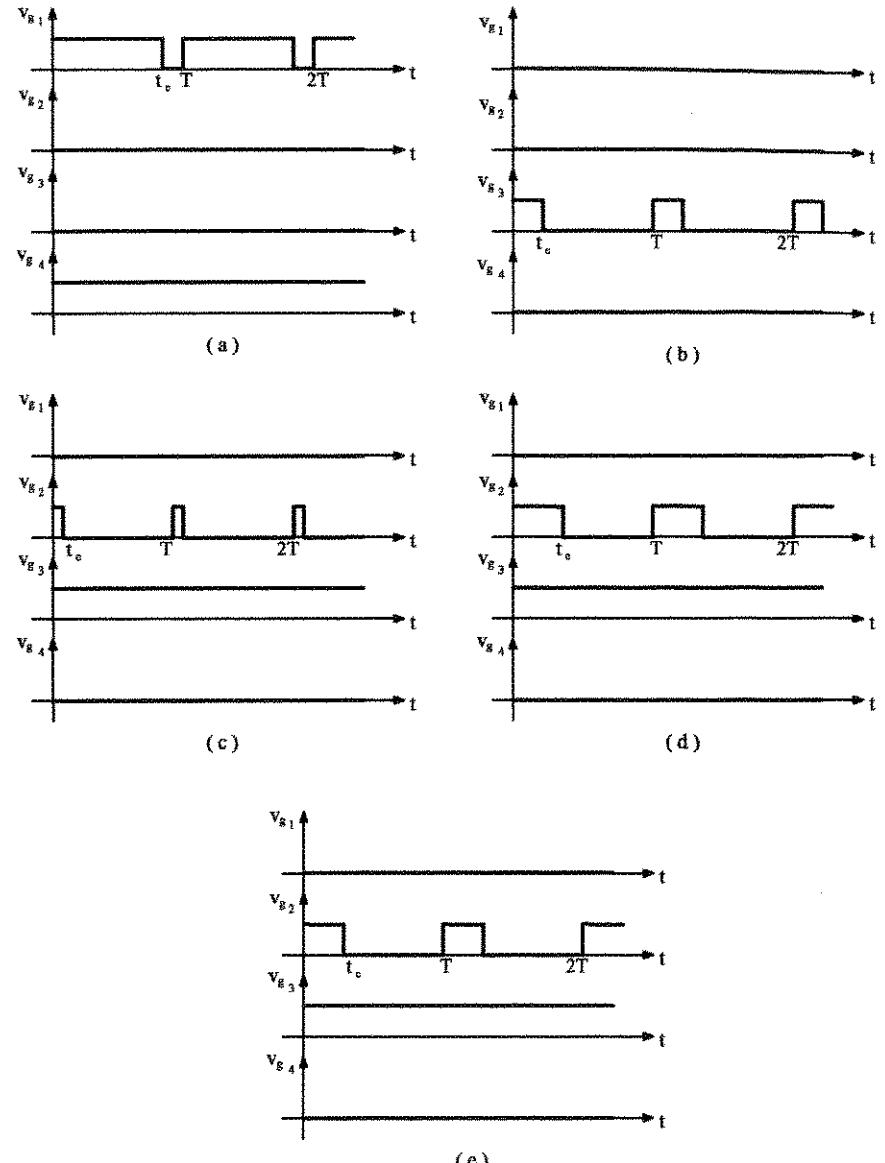


Fig. 7.48: Sinais de comando.

7.6.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1º) Qual a importância da reversibilidade nos conversores CC-CC?

- 2º) Seja o conversor CC-CC de dois quadrantes reversível em corrente, representado na Fig. 7.49:
- Calcular o valor médio da tensão e da corrente de carga;
 - Calcular os valores máximos e mínimos instantâneos da corrente de carga;
 - Representar em função do tempo as seguintes grandezas: v_o ; i_o ; i_{D1} ; i_{D2} ; i_{S1} ; i_{S2} ; i_E .

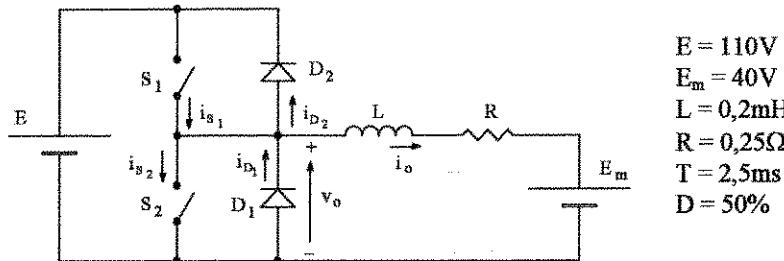


Fig. 7.49: Conversor reversível em corrente.

$$\begin{aligned} E &= 110V \\ E_m &= 40V \\ L &= 0,2mH \\ R &= 0,25\Omega \\ T &= 2,5ms \\ D &= 50\% \end{aligned}$$

- 3º) Obter a característica de carga para o conversor CC-CC reversível em corrente.
- 4º) Estudar o funcionamento do conversor CC-CC reversível em corrente e controlado pelos valores extremos da corrente de carga.
- 5º) Um conversor CC-CC reversível em tensão é usado para alimentar uma máquina de corrente contínua com excitação separada constante, a partir de uma fonte de 230V. A resistência de armadura da máquina é nula e a sua indutância é de 1,46mH. O conversor opera no 2º modo de funcionamento (tração) e a frequência de chaveamento é de 7kHz. Considerando os dados da máquina apresentados na Fig. 7.50, determinar:
- A razão cíclica do conversor;
 - O tempo de condução das chaves S_1 e S_2 ;
 - A ondulação da corrente na armadura da máquina;
 - A máxima ondulação de corrente;
 - A corrente média na armadura da máquina;
 - Os valores máximos e mínimos de corrente na armadura da máquina;
 - Potência absorvida pela máquina.

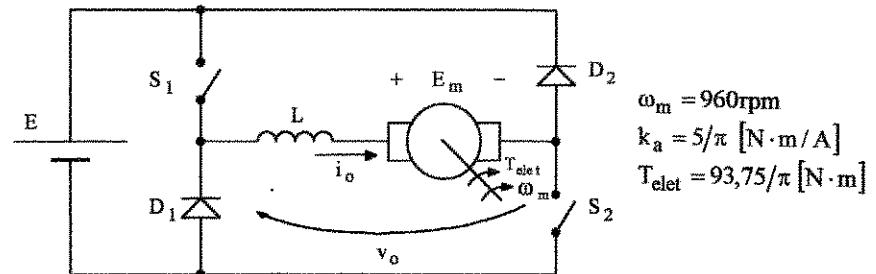


Fig. 7.50: Conversor CC-CC reversível em tensão.

- 6º) O conversor apresentado na Fig. 7.51 opera em condução descontínua, onde as chaves S_1 e S_4 abrem e fecham ciclicamente, enquanto as chaves S_2 e S_3 permanecem bloqueadas. A partir desses dados determinar:
- As etapas de funcionamento;
 - As formas de onda de $i_o(t)$; $v_o(t)$ e $i_E(t)$;
 - O tempo de condução das chaves S_1 e S_4 e a corrente de pico nas mesmas;
 - O tempo de condução dos diodos D_2 e D_3 ;
 - A corrente média na carga;
 - A condição para a qual este conversor passará a operar em condução contínua.

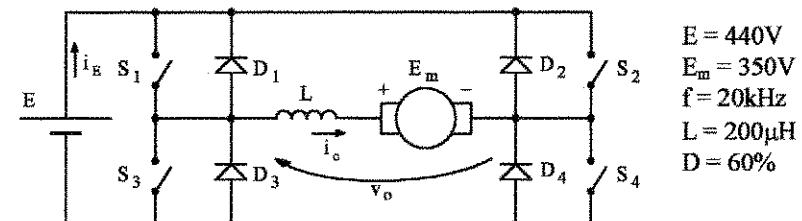


Fig. 7.51: Conversor CC-CC quatro quadrantes.

- 7º) Estudar o funcionamento do conversor CC-CC reversível em tensão e corrente, controlado pelos valores extremos da corrente de carga.

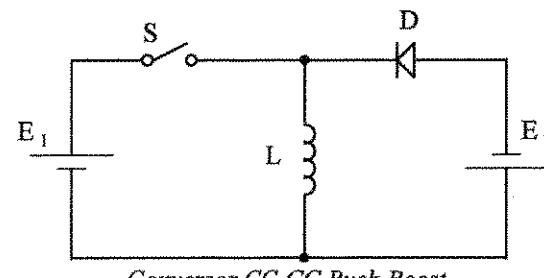
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. C. Martins & I. Barbi, *Princípios de Açãoamento Elétrico em Corrente Contínua*. Publicação Interna, curso de Graduação em Engenharia Elétrica - cod. EEL 7202, INEP/EEL/UFSC, Florianópolis-SC, Outubro/2002.
- [2] P. C. Sen, *Thyristor DC Drives*. A Wiley-Interscience Publications, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1981.
- [3] S. B. Dewan, G. R. Slemon & A. Straughen, *Power Semiconductor Drives*. A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1984.
- [4] T. Kenjo, *Power Electronics for the Microprocessor Age*. Oxford University Press, New York, 1990.
- [5] A. J. Perin, "Pulsadores a Transistor de Potência Para o Controle de Corrente Contínua," Dissertação de Mestrado (Orientador Prof. Ivo Barbi), INEP/EEL/UFSC, Florianópolis, SC, Junho/1980.
- [6] M. H. Rashid, *Power Electronics - Circuits, Devices, and Applications*. Prentice-Hall International Editions, Inc. New Jersey, 1988.
- [7] *Hacheurs et Onduleurs Autonomes - Cours d'Electronique Industrielle*. Institut National Polytechnique de Toulouse, Edition 1983, Toulouse/França.
- [8] R. Chauprade, *Commande Électronique des Moteurs a Courant Continue*. Ed. Eyrolles, Paris, 1975.

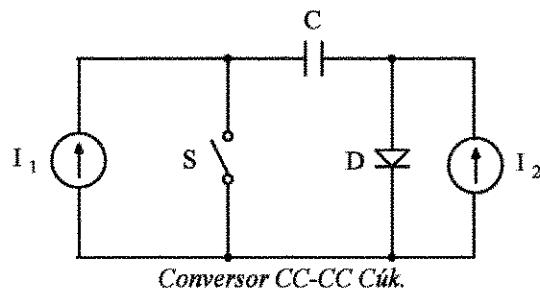
RESPOSTA DE ALGUNS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

CAPÍTULO 1

- 1º) O conversor mais adequado é o Buck, por ser um conversor abaixador de tensão.
- 2º) Controlar o fluxo de energia entre fontes de CC.
- 3º) Os conversores CC-CC chaveados são basicamente formados por semicondutores de potência operando como interruptores, e por elementos passivos (indutores e capacitores). Do ponto de vista teórico os elementos passivos não dissipam potência, e os interruptores sendo ideais apresentam corrente nula quando abertos e tensão nula quando em condução. Assim, em ambos os casos o produto tensão x corrente é zero, e, portanto, a potência dissipada é nula. Desse modo, toda a energia cedida pela fonte de entrada é entregue à carga, e obviamente o rendimento é de 100%.
- 4º) Conversor Buck-Boost, Cuk, Sepic e Zeta.
- 5º) A reversibilidade dos conversores CC-CC permite a troca de energia entre a fonte de entrada e a carga e vice-versa. Essa propriedade faz com que, em algumas aplicações, haja um melhor aproveitamento da energia envolvida no processo de conversão, e em outras aplicações permite a alimentação de sistemas por fontes alternativas.
- 6º) Para a Fig. 1.9 deve ser empregado o conversor Buck-Boost, e a fonte E_2 deve ter sua polaridade invertida.

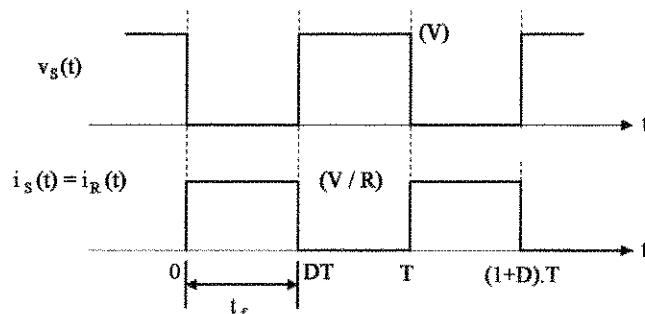


Na Fig. 1.10 deve ser utilizado o conversor Cuk.



- 7º) a) $D = 0,4$
 b) $I_{R_{med}} = 1,2A$
 c) $I_{S_{max}} = 3,0A$
 d) $V_{R_{ef}} = 94,87V$
 e) $P_R = 180W$

- 8º) a) $I_{S_{med}} = I_{R_{med}} = 1,2A$
 $I_{S_{ef}} = 1,9A$
 b) $V_{S_{max}} = 150V$
 $V_{S_{med}} = 90V$
 c)



d) $t_f = 8\mu s$

CAPÍTULO 2

1º) $L = 10mH$

- 2º) a) $I_M = 221,31A$
 Condução descontínua $\Rightarrow I_m = 0$
 b) $V_{C_{md}} = 63,71V$
 $I_{C_{md}} = 96,45A$
 c) $t_0 = 0,7ms$
 e) $D_{CRIT} = 0,7$
- 3º) a) $L_E = 780\mu H$; $C_E = 83,33\mu F$
 b) $L_o = 75mH$; $C_o = 860nF$
- 4º) a) $I_M = 10,31A$; $I_m = 9,69A$
 b) $V_{DRL_{pico}} = 100V$
 c) $I_{DRL_{ef}} = 7,07A$; $I_{DRL_{md}} = 5A$
 d) $P_C = 500W$
 e) $P_R = 100W$
 f) $P_{E_C} = 400W$
 g) $I_{E_{md}} = 5A$; $I_{E_{ef}} = 7,07A$; $I_{E_{pico}} = I_M = 10,31A$
 h) $I_{T_{pico}} = 10,31A$
 i) $\Delta I = 0,62A$; $\Delta I(\%) = 6,2\%$
 j) $40V \leq V_{C_{md}} \leq 90V$
- 5º) a) $V_{C_{md}} = 100V$
 b) $\eta = 99,1\%$
 c) $R_E = 20\Omega$
 d) $V_{I_{ef}} = 98,13V$
- 7º) a) $D = 1/3$; $t_C = 6,67\mu s$
 b) $I_{R_{md}} = 50A$
 d) $I_{DRL_{ef}} = 39,84A$; $I_{DRL_{md}} = 33,33A$
 $I_{S_{ef}} = 28,97A$; $I_{S_{md}} = 16,68A$
 e) $I_{C_{ef}} = 3,87A$

CAPÍTULO 3

- 1º) a) $I_M = 9,6A$; $I_M = 3,2A$
 b) $t_0 = 46,15\mu s$
 c) $P_{E_2} = 221W$; $P_{E_2} = 74W$

- 2º) a) $P_C = 110W$
 b) $I_{L_{md}} = 2,3A$
 c) $D = 0,47$
 d) $I_{C_{ef}} = 1,67A$
 e) $I_{S_{pico}} = 5,64A$; $I_{S_{md}} = 1,32A$; $I_{S_{ef}} = 2,23A$
 f) $I_{D_{pico}} = 5,64A$; $I_{D_{md}} = 1,0A$; $I_{D_{ef}} = 1,96A$
 g) $V_{D_{max}} = V_{S_{max}} = 110V$
 i) $\Delta V_C = 51,32mV$ (variação pico a pico)

3º) $C \cong 3\mu F$

- 4º) a) $f = 6,66kHz$
 b) $I_{E_{md}} = 45A$
 $I_o = 30A$
 c) $I_M = 50A$
 $I_m = 40A$
 d) $I_{C_{ef}} = 21,3A$

- 5º) a) $D = 0,667$
 b) $\Delta I = 0,889A$
 c) $I_M = 1,945A$
 d) $\Delta V_C = 60,64mV$

6º) $L = 9\mu H$ (ligeiramente menor)

- 9º) a) $D = 0,75$
 b) $t_a = 2,5\mu s$
 $t_c = 7,5\mu s$
 c) $V_o = 600V$

- d) $\Delta I_L = 0,56A$
 e) $I_{P_{md}} = 1,5A$
 f) $P_o = 900W$
 g) $I_{E_{md}} = 6A$
 h) $I_m = 5,72A$
 $I_M = 6,28A$
 i) $\beta = 0,047$
 j) $C = 375nF$

CAPÍTULO 4

- 1º) a) $V_o = 4,0V$
 b) $\Delta V_o = 56,8mV$
 c) $\Delta I = 0,8A$
 d) $I_{S_{max}} = 2,067A$
 e) $P_o = 5W$
 f) $R = 3,2\Omega$

- 4º) a) $L = 586\mu H$
 b) $D = 0,265$

- 5º) a) $V_o = 30V$
 $I_o = 3A$
 b) $P_o = P_E = 90W$
 c) $I_{D_{md}} = 3A$
 $I_{D_{ef}} = 4,83A$
 d) $I_{T_{md}} = 4,5A$
 $I_{T_{ef}} = 5,92A$
 e) $I_{L_{md}} = 7,5A$
 $I_{L_{ef}} = 7,63A$
 f) $\Delta V_c = 38,30mV$
 g) $\Delta I_L = 5A$

- 7º) a) $V_o = 4V$
 b) $I_{E_{md}} = 0,42A$

- c) $\Delta I_E = 0,60\text{A}$
d) $\Delta V_c = 63\text{mV}$
e) $\Delta I_o = 0,80\text{A}$
f) $\Delta V_o = 18,18\text{mV}$
g) $I_{T_M} = 2,37\text{A}$

- 8º) a) $V_o = 30\text{V}$
b) $R_o = 2\Omega$
c) $E = 22,5\text{V}$
d) $t_c = 30\mu\text{s}$
e) $t_a = 20\mu\text{s}$
f) $t_o = 26,67\mu\text{s}$
g) $t_{desc} = 3,33\mu\text{s}$
h) $C = 3,55\mu\text{F}$
i) $V_{CM} = 112,69\text{V}$

- 10º) a) $V_o = 50\text{V}$
b) $R_o = 5\Omega$
c) $E = 25\text{V}$
d) $b = 0,5$
e) $D = 0,67$
f) $t_c = 26,8\mu\text{s}$
g) $t_a = 13,2\mu\text{s}$
h) $t_o = 13,2\mu\text{s}$
i) condução crítica
j) $C = 1,78\mu\text{F}$
k) $V_{CM} = 148,31\text{V}$
l) $V_{S_{max}} = 148,31\text{V}$
 $I_{S_{max}} = 30\text{A}$

CAPÍTULO 5

- 1º) a) $V_o = 82,96\text{V}$
b) $P_o = 45,88\text{W}$
c) $I_o = 0,55\text{A}$

- d) $I_{L_{md}} = 0,82\text{A}$
e) $\Delta V_o = 39,73\text{mV}$

- 2º) a) $L_E = 56,47\mu\text{H}$
b) $I_{E_{md}} = 2,5\text{A}$
c) $I_{L_{m_{md}}} = 1,75\text{A}$
d) $L_m = 66,95\text{A}$
e) $I_o = 1,75\text{A}$
f) $V_o = 68,57\text{V}$
g) $C_o = 3,68\mu\text{F}$
h) $I_{S_{max}} = 12,54\text{A}$
 $I_{S_{md}} = 2,51\text{A}$
i) $I_{L_{m_{max}}} = 5,54\text{A}$
j) $R_o = 39,18\Omega$
k) $C = 4,45\mu\text{F}$
l) $D_2T = 6,4\mu\text{s}$

- 4º) a) $V_o = 226,67\text{V}$
b) $I_o = 1,03\text{A}$
c) $P_o = 233,47\text{W}$
d) $I_{L_{md}} = 5,84\text{A}$
e) $I_{L_{m_{md}}} = 1,03\text{A}$
f) $I_{E_{max}} = 8,20\text{A}$
g) $\Delta I_E = 4,72\text{A}$
h) $\Delta I_{L_m} = 3,86\text{A}$
i) $G = 5,67$
j) $\Delta V_c = 313\text{mV}$
k) $\Delta V_o = 219\text{mV}$
l) $I_{S_{md}} = 5,84\text{A}$
 $I_{S_{max}} = 10,83\text{A}$
m) $V_{S_{md}} = 40\text{V}$
 $V_{S_{max}} = 226,67\text{V}$
n) $D_{CRIT} = 0,81$

- 8º) a) $R_o = 96\Omega$
 b) $I_o = 1,25A$
 c) $L_E = 960\mu H$
 d) $L_m = 640\mu H$
 e) $C = 8,33\mu F$
 f) $C_o = 16,67\mu F$
 g) $E = 30V$
 h) $R_{o\text{CRÍTICO}} = 960\Omega$
 i) $I_{S_{md}} = 5A$
 $I_{S_{ef}} = 5,60A$
 $I_{S_{max}} = 6,87A$
- 9º) a) $D_{max} = 0,42$
 b) $V_o = 42V$
 c) $P_o = 147W$
 d) $I_o = 3,5A$
 e) $I_{E_{md}} = 2,53A$
 f) $I_{E_{max}} = 5,57A$

CAPÍTULO 6

- 1º) a) $V_o = 336,16V$
 b) $G = 1,345$
 c) $P_o = 37,67W$
 d) $I_o = 112mA$
 e) $I_{E_{md}} = 150mA$
 f) $I_{Lm_{md}} = 150mA$
 g) $I_{Lm(0)} = 71,83mA$
 h) $I_{Lm_{max}} = 273mA$
 $I_{Lo_{max}} = 397mA$
 i) $\Delta I_{Lm} = 200mA$
 $\Delta I_{Lo} = 470mA$
 j) $I_{D_{max}} = 670mA$

- k) $I_{S_{md}} = 15ImA$
 $I_{S_{max}} = 670mA$
 l) $V_{S_{max}} = 586,08V = V_{D_{max}}$
 m) $\Delta V_c = 2,40V$
 n) $\Delta V_{Co} = 26,36V$
- 3º) a) $I_{E_{md}} = 2,08A$
 b) $V_o = 96V$
 c) $I_o = 1,04A$
 d) $R_o = 92,16\Omega$
 e) $L_o = 92,15\mu H$
 f) $\Delta I_{Lo} = 4,16A$
 g) $L_m = 61,43\mu H$
 h) $\Delta I_{Lm} = 6,24A$
 i) $C = 13,89\mu F$
 j) $\Delta V_c = 960mV$
 k) $C_o = 3,47\mu F$
 l) $\Delta V_o = 9,6V$
- 5º) a) $G = 4$
 b) $V_o = 1244V$
 $I_o = 3,0A$
 c) $P_o = 3732W$
 d) $I_{E_{md}} = 12A$
 e) $I_{Lm_{md}} = 12A$
 $I_{Lm_{max}} = 12,12A$
 $I_{Lm_{min}} = 11,87A$
 f) $\Delta I_{Lm} = 0,25A$
 g) $I_{Lo_{md}} = I_o = 3A$
 $I_{Lo_{max}} = 3,25A$
 $I_{Lo_{min}} = 2,75A$
 h) $\Delta I_{Lo} = 0,5A$
 i) $I_{S_{md}} = 12A ; I_{S_{max}} = 15,37A ; I_{S_{ef}} = 13,75A$

- $I_{D_{md}} = 3A$; $I_{D_{max}} = 15,37A$; $I_{D_{of}} = 6,87A$
- j) $V_{C_{min}} = 1222V$
 $V_{C_{max}} = 1266V$
- k) $\Delta V_c = 44V$
- l) $V_{o_{min}} = 1240V$
 $V_{o_{max}} = 1247V$
- m) $\Delta V_o = 7V$
- n) $V_{S_{md}} = 311V$; $V_{S_{max}} = 1555V$
 $V_{D_{md}} = 1244V$; $V_{D_{max}} = 1555V$
- o) $I_{C_{ef}} = 6A$
 $I_{C_{o_{ef}}} = 144mA$
- 7º) $R_o = 55\Omega$; $L_o = 825\mu H$; $C_o = 303\mu F$
 $C = 5,09\mu F$; $L_m = 1237,5\mu F$; $I_{S_{md}} = 4,58A$
 $I_{S_{max}} = 7,0A$; $I_{S_{ef}} = 5,86A$; $I_{D_{md}} = 2,0A$
 $I_{D_{max}} = 7,0A$; $I_{D_{of}} = 3,87A$; $V_{S_{max}} = V_{D_{max}} = 158V$

- 8º) a) $D_{CRIT} = 0,46$
b) $V_o = 47,7V$
c) $P_o = 11,38W$
d) $I_o = 0,24A$
e) $\Delta I_{L_o} = 0,61A$
f) $\Delta I_{L_m} = 0,28A$
g) $I_{S_{max}} = 0,89A$

CAPÍTULO 7

- 2º) a) $V_o = 55V$
 $I_o = 60A$
- b) $I_M = 203,75A$
 $I_m = ?$ (condução descontínua)
- 5º) a) $D = 0,85$

- b) $t_c = 121,43\mu s$
c) $\Delta I = 5,74A$
d) $\Delta I_{max} = 11,25A$
e) $I_o = 18,75A$
f) $I_M = 21,62A$
 $I_m = 15,88A$
g) $P_o = 3000W$
- 6º) c) $t_c = 30\mu s$
 $I_M = 13,5A$
d) $t_a = 3,42A$
e) $I_o = 4,51A$
f) $D > 0,9$