

上下文无关语言的性质

- 上下文无关语言的泵引理
- 上下文无关语言的封闭性
- 上下文无关语言的判定性质
- 乔姆斯基文法体系

上下文无关语言的判定性质

可判定的 CFL 问题

- 空性：只需判断文法的开始符号 S 是否为非产生的。 ϵ
- 有穷性和无穷性：
 - ① 用不带无用符号的 CNF 的产生式画有向图; DAG
 - ② 变元为顶点, 若有 $A \rightarrow BC$, 则 A 到 B 和 C 各画一条有向边;
 - ③ 检查图中是否有循环.
- 成员性: 利用 CNF 范式, 有 CYK 算法检查串 w 是否属于 L .

CYK¹ 算法

- CNF $G = (V, T, P, S)$, 以 $O(n^3)$ 时间检查 “ $w = a_1 a_2 \cdots a_n \in L(G)$?”
- 以动态规划方式, 在表中由下至上逐行计算 X_{ij} , 再检查 “ $S \in X_{1n}$?”

$$X_{ij} = \{A \in V \mid A \stackrel{*}{\Rightarrow} a_i a_{i+1} \cdots a_j, \ 1 \leq i \leq j \leq n\},$$

- ### ● 计算首行

$$X_{ii} = \{A \mid A \rightarrow a_i \in P\}$$

- 计算其他

$$X_{ij} = \left\{ A \mid \begin{array}{l} i \leq k < j, \\ BC \in X_{ik}X_{k+1,j}, \\ A \rightarrow BC \in P \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & X_{15} & & \\ & & & & \\ & X_{14} & & X_{25} & \\ & & & & \\ X_{13} & & X_{24} & & X_{35} \\ & & & & \\ X_{12} & & X_{23} & & X_{34} & & X_{45} \\ & & & & \\ X_{11} & & X_{22} & & X_{33} & & X_{44} & & X_{55} \\ \hline a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & a_5 \end{array}$$

¹J. Cocke, D. Younger, T. Kasami 分别独立发现了算法的基本思想

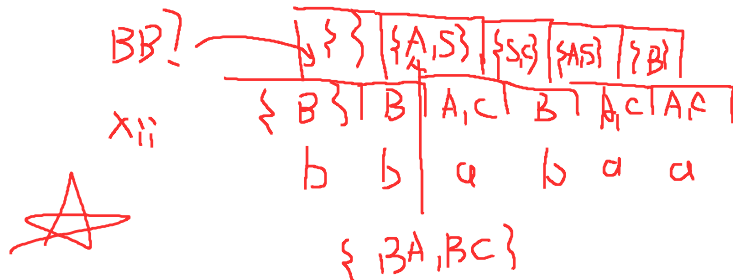
例 5. CNF G 如下, 用 CYK 算法判断 $bbabaa \in L(G)$?

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$



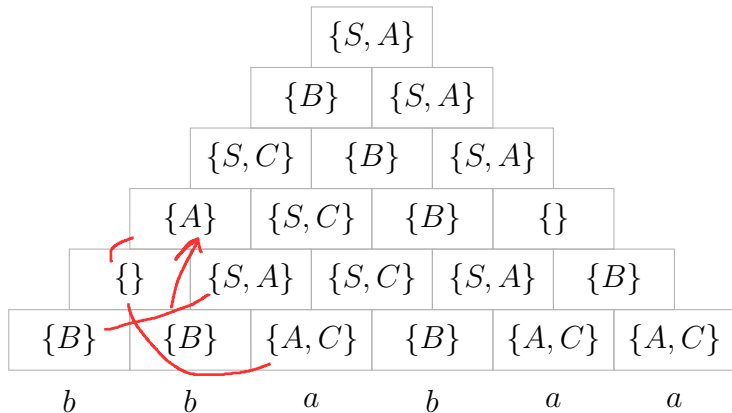
例 5. CNF G 如下, 用 CYK 算法判断 $bbabaa \in \mathbf{L}(G)$?

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$



因为 $S \in X_{16} = \{S, A\}$, 所以 $bbabaa \in \mathbf{L}(G)$.

上下文无关语言的判定性质

不可判定的 CFL 问题

- ① 判断 CFG G 是否歧义的?
- ② 判断 CFL 是否固有歧义的?
- ③ 两个 CFL 的交是否为空?
- ④ 两个 CFL 是否相同?
- ⑤ 判断 CFL 的补是否为空? 尽管有算法判断 CFL 是否为空
- ⑥ 判断 CFL 是否等于 Σ^* ?

上下文无关语言的性质

- 上下文无关语言的泵引理
- 上下文无关语言的封闭性
- 上下文无关语言的判定性质
- 乔姆斯基文法体系

乔姆斯基文法体系

如果文法 $G = (V, T, P, S)$, 符号串 $\alpha \in (V \cup T)^* \underline{V} (V \cup T)^*$,
 $\beta \in (V \cup T)^*$, 产生式都形如

$$\alpha \rightarrow \beta$$

即每个产生式的左部 α 中至少要有一个变元, 那么:

- ① 称 G 为 0 型文法或短语结构文法;
- ② 若 $|\beta| \geq |\alpha|$, 称 G 为 1 型文法或上下文有关文法;
- ③ 若 $\alpha \in V$, 称 G 为 2 型文法或上下文无关文法;
- ④ 若 $\alpha \rightarrow \beta$ 都形如 $A \rightarrow aB$ 或 $A \rightarrow a$, 称 G 为 3 型文法或正则文法.