

基于层次分析和 Monte Carlo 方法的机场出租车调度问题

摘要

本文主要研究的是机场出租车的调度问题，通过考虑出租车平均效益、出租车在蓄车池的等待时间、天气问题、车间距及车的上车方式等因素，结合收集的数据，给出机场出租车司机的选择策略、机场管理部门设置“上车点”的位置和使短途载客出租车司机的收益均衡的安排方案。

针对问题一，为实现司机收益最大化的目标，本文考虑了多个影响司机选择进入蓄车池等待接客或是直接返回市内的因素，利用层次分析法和动态规划方法分析出各种因素对司机决策影响的数量关系，进而分析出司机在确定的条件下的选择策略。

针对问题二，本文收集了 2019 年 7 月首都国际机场航班、人流量的数据，采用报童模型，通过 MATLAB 仿真计算出各时段蓄车池最大车辆数。对问题一的模型与各时段蓄车池最大车辆数进行数据拟合，验证问题一模型各参数的准确性。

针对问题三，本文考虑了两种“乘车区”：顺序发车模式和单独发车模式。使用 Monte Carlo 方法^[1]模拟了上车点数量，估计了出租车和乘客双方的排队时间，评估了上车点数量对出租车和乘客双方的不同程度影响，经过与其他方式对比，发现单独发车模式更加合理，更具鲁棒性。

针对问题四，本文根据收集到的数据建立了机场出租车承载短程乘客的效用模型，对承载短途旅客的出租车给予一定的“优先权”，为了量化这个“优先权”，本文设置了一个优先级别权重值 φ （通过反向传播算法来确定）并引入了公平系数 FI 来刻画方案的公平性及合理性，经过 MATLAB 的仿真实验，本方案的 FI 稳定在 1.05 左右（越接近 1，方案越公平合理），可说明本文的安排方案针对收集的数据集是较为公平合理的（具体安排方案及数据见正文）。

关键字：层次分析法 动态规划 Monte Carlo 算法 反向传播算法

一、问题重述

1.1 问题引言

航空客运量的变化，一定程度上反映经济发展活跃度情况，2018年全年，我国航空旅客运输量已经达到6.1亿人次，同比增长10.9%，乘坐飞机出行已经成为很多旅客的选择。大多数乘客下飞机后要去市区（或周边）的目的地，出租车是主要的交通工具之一。国内多数机场都是将送客（出发）与接客（到达）通道分开的。送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择：

(A) 前往到达区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”排队等候，依“先来后到”排队进场载客，等待时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少，需要付出一定的时间成本。

(B) 直接放空返回市区拉客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。在某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有的车辆数是司机可观测到的确定信息。通常司机的决策与其个人的经验判断有关，比如在某个季节与某时间段抵达航班的多少和可能乘客数量的多寡等。如果乘客在下飞机后想“打车”，就要到指定的“乘车区”排队，按先后顺序乘车。机场出租车管理人员负责“分批定量”放行出租车进入“乘车区”，同时安排一定数量的乘客上车。在实际中，还有很多影响出租车司机决策的确定和不确定因素，其关联关系各异，影响效果也不尽相同。

1.2 问题提出

请你们团队结合实际情况，建立数学模型研究下列问题：

(1) 司机的决策是否停车等待接客，只需要站着司机的角度，保证司机的选择收益最大。解决问题只需要考虑司机能够获利的条件，不同环境对司机主观判断的影响。

(2) 问题二的题点在于收集机场各时段航班人数天气状况的相关数据，在已知若干数据和已有问题一司机的决策模型，给出对模型合理性的检测。

(3) 某些时候，“乘车区”可能会出现车和人同时在排队的情况，即车和人的数量都是很多的。现在为有两条并行车道的某机场考虑如何设置“上车点”

的问题，并且通过合理地安排出租车和乘客的行动方式，在确保车辆与乘客安全的情况下，使得双方的乘车效率达到最高。

（4）机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关，乘客的目的地有远有近，出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许出租车多次往返载客。管理部门拟对某些短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡，试给出一个可行的“优先”安排方案。

二、问题分析

（1）对于问题一，首先需要考虑机场此时到达的航班数、目前蓄车池内候车的数量这些直观影响司机选择的因素，也要考虑机场天气状态及飞机降落时间对乘车效率（乘车人数/人流量）的影响。在计算司机等待接客的时间成本及收益效率的同时也要考虑司机在不同天气、时间段的影响下对乘车效率的主观猜测，本文利用层次分析法，确定各影响因素的数量关系并给出最佳的决策方案。

（2）对于问题二，首先访问了北京市交通委，Airsavvi 等的线上网址收集首都国际机场的相关数据。并基于问题一的决策模型，给出了已知当前蓄车池车辆数情况下司机的策略。为检测策略的合理性，利用了报童模型，在收集的各时段机场人流量数据的基础上，以出租车数量为变量，求出使各时段蓄车池所有车辆获利最大的车辆数，进而实现分析。

（3）首先设定了出租车与乘客的加权平均排队时间作为乘车效率的指标。文献^[2]总结出了三种典型“乘车区”上客区泊位设置模式：顺序发车模式（又名依次发车模式），单独发车模式和并列多车道发车模式。由于该机场的“乘车区”是两条并行车道，因此不考虑并列多车道发车模式。鉴于上车位数量和位置安排的对加权平均排队时间的影响，需要考虑不同数量和位置的上车位对应的情况。由于该情况下出租车和乘客都在排队，因此考虑他们都有足够的数量。此外，考虑到出租车和乘客到达时间和乘客上车所需时间的随机性，很难建立数学解析模型计算加权平均排队时间，使得排队论难以运用。因此本文基于以往研究成果，用 Monte Carlo 方法模拟仿真了具有多个上车点的出租车和乘客排队到离开机场的过程，模拟了出租车和乘客的交互过程，综合分析了乘客和出租车的加权平均排队时间，得到了最好的泊位的设置模式。

(4) 在第四问中，根据我们收集到的北京市出租车的数据以及我们对一些不易收集到的相关数据做出的合理假设，考虑到出租车载客的行驶里程 D_{drive} 、出租车在机场蓄车池的等待时间 T_{wait} 、机场距离市区的距离 D_0 和出租车完成短程订单后的接客情况建立了首都国际机场的出租车承载短程乘客的载客收益和载客的行驶里程的效用模型，易观测到在机场承载短程乘客会造成出租车司机的收益降低，为使承载短程乘客的出租车司机的收益达到机场出租车司机的平均收益，我们基于优先级别权重值 φ 设计了一个针对短途载客返回的出租车的“优先”安排方案，在我们的方案中优先级别高的出租车享有优先排队权力，降低排队等待时间，缩短承载短程乘客的出租车司机的收益与机场出租车司机的平均收益的差值 ΔI ，通过反向传播算法和梯度下降法，经过多次迭代，调整优先级别权重值的变化量 $\Delta\varphi$ 使 ΔI 趋近于 0。我们引入了公平系数 FI 来刻画所建模型的公平性和合理性，经过 MATLAB 仿真实验我们模型的 FI 稳定在 1.05 左右，表明我们的模型较为公平合理。

三、模型假设

- (1) 1 辆出租车仅搭载 1 位乘客。
- (2) 蓄车泊区和乘客候车区的容量均是无限的。
- (3) 不考虑出租车移动造成的泊位无效损失情况。
- (4) 乘客为单条排队队列候车，先到先服务。
- (5) 出租车和乘客的到达服从泊松分布，乘客的上车时间服从负指数分布。
- (6) 因为机场距离市区较远，假设从机场出发的短途载客的出租车在返回机场的时候无法接到前往机场的客人并且从机场出发的短途载客的出租车在完成订单后都返回机场。
- (7) 考虑到天气情况对承载乘客的出租车的影响是相同的，而在问题四中假设短途载客的出租车都会返回机场，故在问题四中不考虑天气情况的影响。
- (8) 考虑到大部分出租车都有月租费，所以我们不考虑月租费对本题的影响。
- (9) 假设出租车进入市区内即可接到乘客，设定北京市五环以内为市区。

根据高德地图，存在从首都国际机场不经过机场高速回到市区的路线，故不考虑高速收费的情况。

（10）因为机场到市区的路段较少出现堵车情况，故出租车上路后不考虑停车等待和低速行驶的情况也不考虑出租车损坏的情况。

（11）机场出租车和乘客都遵循我们定制的规则。

四、符号说明

符号表示	文字说明
l_o	单独发车模式下的过渡段总长度
l_s	上客泊位总长度
φ_0	优先级别权重值初值
T_{wait}	平均在机场蓄车池中排队前面有一辆出租车所需的等待时间
D_{drive}	出租车载客的行驶里程
D_0	机场距离市区的距离
I	单个出租车司机的载客收益
I_{short}	机场承载短程乘客的出租车司机的收益
I_{avg}	机场出租车司机的平均收益

五、模型I建立与求解

5.1 模型的建立

首先画出司机决策流程图，如图 1：

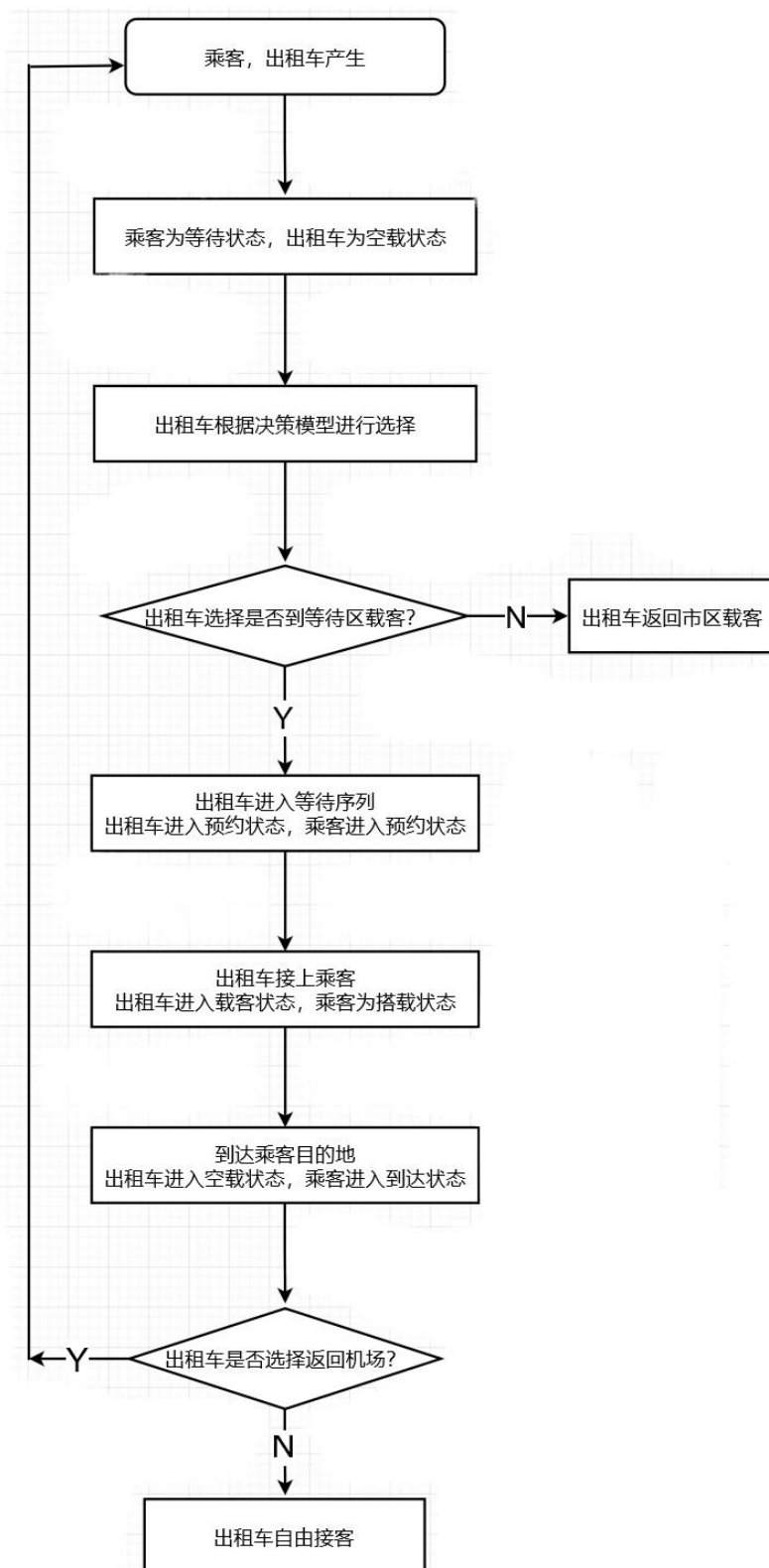


图 1 司机决策流程图

根据问题分析,我们要考虑航班数及蓄车池车辆数对司机净收益 I_0 的直接影

响，及天气及时间因素对乘车效率 p 的改变影响司机的判断。由于乘车效率能够在已知航班数、人流量的情况下通过对乘车人数产生改变，进而影响出租车司机对等车收益的直接判断。故先考虑天气状态及飞机时间， m_w 与 m_t ，各时段的天气和时间 m_{wi} 和 m_{ti} 。为此，我们采用层次分析来讨论影响乘车效率的两个相关因素。

p 可表示为： $p = A(m_{wi}, m_{ti})$

其中， A 是关于因素 m_{wi} ， m_{ti} 的权重集。

考虑到 m_{wi} ， m_{ti} 对乘客想坐出租车尽快回家的的影响不是对等的，

设 $A = \begin{pmatrix} a_{wi} \\ a_{ti} \end{pmatrix}$ ， a_{wi} ， a_{ti} 分别是因素 m_{wi} ， m_{ti} 的重要程度。同时， A 应满足归

一性和非负性条件，即 $a_{ti} + a_{wi} = 1$ ， $a_{ti}, a_{wi} \geq 0$

根据《机场出租车调度方案》制定的标准，我们规定了天气和时间及其影响因子的标准表，如表 1 所示。

天气	影响因子	时间段	影响因子
晴天，阴天，多云， 雾霾	0.1	早高峰 7AM-10AM 晚高峰 4PM-7PM	0.1
小雨	0.2	傍晚 7PM-11PM	0.2
中雨	0.3	非高峰 10AM-4PM	0.3
大雨	0.4	夜间 11PM-5AM	0.4

表 1 天气时间影响因子标准表

因此
$$p = \begin{pmatrix} a_{wi} \\ a_{ti} \end{pmatrix} (m_{wi}, m_{ti}) = a_{wi} m_{wi} + a_{ti} m_{ti}$$

5.2 模型的求解

接下来考虑以航班数 h_0 和蓄车池车辆数 h_1 为变量的司机决策模型

我们转化为满足下列条件下的规划问题：

- 乘客的等车时间不超过 30 分钟
- 每辆车都能保证在机场等待可以接到乘客
- 司机在机场等待比直接返回获利要多

又由该时段航班数可直接推出该时段的人流量 h_2 : $h_2 = kh_0$, k 为人流量系数。

由 5.1 的计算, 可以得出乘车人数 h_3 : $h_3 = ph_2$, 故只需考虑乘车人数, 蓄车池车辆数即可得出目标函数:

$$\begin{cases} T_{wait}h_3 \leq 30 \\ h_1 \leq ph_3 \\ D_{avg}I_{avg} \geq I_{avg} \bar{v}(T_{wait}h_3 - T_D) - PD_0 \end{cases}$$

利用向量法分析, 从而得到司机的决策。司机可以通过观察蓄车池车辆及航班数判定是否停车等待。

六、模型II建立与求解

6.1 模型的建立

在已知人流量的条件下, 利用模型 I , 我们可以推断在蓄车池车辆数保证所有车辆达到最高获利, 即最后一辆车等待或直接返回达到等值获利。

在北京出租车定价标准下, 建立以下新的机场出租车承载短程乘客的载客收益和载客的行驶里程的效用模型:

$$I_{short} = \begin{cases} S_0 - 2D_{drive} \cdot (P_1 + P_2) & D_{drive} \leq 3 \\ S_0 + (D_{drive} - L_{st}) \cdot S_2 - 2D_{drive} \cdot (P_1 + P_2) & 3 < D_{drive} \leq 15 \\ S_0 + (D_{drive} - 15) \cdot S_3 + (15 - L_{st}) \cdot S_2 - 2D_{drive} \cdot (P_1 + P_2) & D_{drive} > 15 \end{cases}$$

为了方便之后的模型求解, 将机场出租车承载短程乘客的载客收益和载客的行驶里程的效用模型转换为机场出租车承载短程乘客的单位工作时间载客收益和完成一次短程订单再回到机场所用时间的收益模型:

$$I_{short_work} = \begin{cases} \frac{S_0 - 2D_{drive} \cdot (P_1 + P_2)}{2D_{drive}} \cdot v & D_{drive} \leq 3 \\ \frac{S_0 + (D_{drive} - L_{st}) \cdot S_2 - 2D_{drive} \cdot (P_1 + P_2)}{2D_{drive}} \cdot v & 3 < D_{drive} \leq 15 \\ \frac{S_0 + (D_{drive} - 15) \cdot S_3 + (15 - L_{st}) \cdot S_2 - 2D_{drive} \cdot (P_1 + P_2)}{2D_{drive}} \cdot v & 15 < D_{drive} \leq 17 \end{cases}$$

6.2 模型的求解

为检验模型的合理性，我们带入数据，利用带有边际效应的报童模型来判断模型I的准确性，优化层次分析设置的参数，如下是以出租车效用模型建立的报童模型：

$$(I_{avg} - P) \int_0^{h_1} I_{short_work}(D_{drive}) dD_{drive} = I_{avg} \frac{T_D}{T_{wait}h_3 + T_D} \int_{h_1}^{\infty} I_{short_work}(D_{drive}) dD_{drive}$$

利用M A T L A B，对蓄车池车辆数从 20 开始，以 20 为间隔取 10 个数，对 2019 年 7 月各时段人流量进行带入。得出： $a_{ti} = 0.68$ $a_{wi} = 0.32$ 时，乘车效率 P 与实际数据拟合度最高。

七、模型III建立与求解

7.1 目标分析

该部分要比较顺序发车模式和单独发车模式的区别。如图 2 和图 3。顺序发车模式的出租车上客区泊位如图 1 所示，设置为路边形式。整个乘车区包括 M 个蓄车泊位和 N 个上客泊位和过渡段，上客泊位长度通常取值为 $l_{bo} = 6m$ 。

顺序发车模式的出租车行驶规则特点为：出租车到达后在蓄车泊位排队等待，顺序进出上客泊位待客。出租车在上客泊位的停留时间受乘客上车时，单独发车模式的上车点如图 2 所示，设置为港湾形式。由于本文中假设过乘客为单独的个体，因此在本文中的乘客候车区分为两部分。乘客在进入“乘车区”时，分别顺序进去上下两车道（下车道优先）。出租车进入的方式同样，优先给下车道的出租车放如上车泊位。整个上车区包括 M 个蓄车泊位、N 个上客泊位和过渡段，上客泊位长度通常取值为 $l_{bs} = 8m$ ，过渡段长度与车辆行驶的速度有关。在蓄车

泊位的车经过过渡区进入上车泊位，上车泊位满了后，乘客上车。准备好的出租车直接离开。

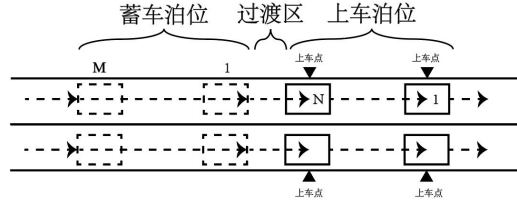


图 2 顺序发车模式

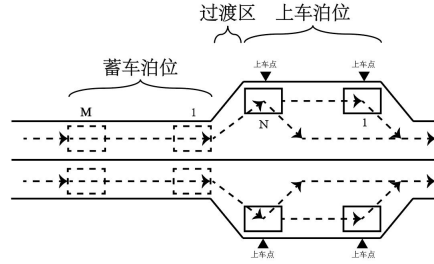


图 3 单独发车模式

7.1.1 安全

顺序发车模式是“单车停，单人上”的原则，因此基本是安全的；对于单独发车模式，由于出租车离开的时间不同，因此在后续补车时可能会发生拥挤互强的情况，因此设定第一批车进入上客泊区，然后全部离开后，第二批车才进入，来确保出租车和乘客的安全，这样做可能会使得加权平均排队时间增加，因此做以下规定来补偿加权平均排队时间：当上车泊位的最后一位是空的，蓄车泊位的第一位就进入上车泊位并前进到最前边的空车位上。

7.1.2 快速

设定加权平均排队时间 $t^{(3)} = T_{wait} \omega_t + T_p \omega_p$ ，其中 T_{wait} ， t_p 分别为出租车和乘客的平均等待时间，包括从到达离开的全部时间，

ω_t ， ω_p 分别为出租车和乘客相应的权重。对单独发车模式，增加上车点的数量 N_s ，在上车点数量较少时对加权平均排队时间的改善较明显。对顺序发车模式，上车点数量 N_s 即使改变，仍被第一辆车所限制，故它的影响程度是有待评估的。此外，随着上车点数量的增多，上客泊位的长度会越来越长，出租车的调度时间和乘客的步行时间也会增加，因此选择一个最佳上车点数量是有必要的。

7.2 模型的建立

7.2.1 模型介绍

考虑出租车和乘客都在排队，故不考虑蓄车泊位和乘客候车区的大小限制。则空间资源约束下的上客区泊位设置模式和规模的优化模型可统一表述为

$$\min yT_{wait} + (1-y)t_s$$

满足下式

$$l_{bo}N_o \leq yl_b$$

$$l_{bs}N_s \leq (1-y)(l_b - l_s)$$

$$t_o = f(D_t, D_p, N_o)$$

$$t_s = f(D_t, D_p, N_s)$$

$$y = 0, 1$$

$$N_o, N_s \in \mathbb{N}$$

式中：当 $y=0$ 为单独发车模式下的情况， $y=1$ 为选择顺序发车模式的情况；式(3)，(4)为设立上客泊位的空间资源约束； t_o ， t_s 是需求 D_t ， D_p 和上客泊位数 N_t ， N_p 的函数，在式(2)中以最小化该排队时间为目标函数。由于排队时间受出租车和乘客的到达分布、出租车驶离过程等因素影响，很难得到式(5)，(6)的解析表达形式，因此利用 Monte Carlo 仿真计算。

7.2.2 模拟流程

Monte Carlo 模拟的基本思想如下：给定出租车上客区泊位设置模式和上车点数目，根据出租车的行驶规则和乘客的上车规则以及现场工作人员的调度，模拟出租车和乘客的到达、乘客上车、出租车载客驶离过程、补充出租车进入上车泊区，以计算乘客和出租车的加权平均排队时间。其具体仿真流程为：

步骤 1：仿真初始化。设定出乘客上车点设置模式和规模，出租车与乘客到达的、所需时间、乘客上车所需要的时间的分布参数。生成相关的随机数，设置乘客总数。

步骤 2：出租车载客驶离过程。乘客按照上车规则，优先选取泊位号小（离他最近的空载）的出租车。判断是否乘客坐上出租车，有则减少乘客数量 H_1 。

已载客的出租车驶离上客泊位并离开机场。上车时间由 matlab 程序随机生成，作为出租车的离开时间。对于顺序发车模式，若前面泊位有未驶离车辆，则前移到未驶离车辆后面一个泊位等待，直到前车也离开，否则直接驶离；对于单独发

车模式，可以直接驶离。

步骤 3：出租车补充过程。对于顺序发车模式，在蓄车泊位的出租车按顺序前移到腾空的上客泊位；对于单独发车模式，当最后一个上客泊位为空时，蓄车泊位第一辆车穿过过渡区进入上客泊区，前进到最前边的一个非空上客泊位。

步骤 4：待客出租车重排过程。上客区的空载出租车进行重排。对于顺序发车模式，前边有空位就往前补；对于单独发车模式，空载出租车顺序驶离蓄车泊位，占用所有腾空的上客泊位。腾空的蓄车泊位由后续待客车辆顺序前移占用。

步骤 5：判断仿真结束的条件。若 $H_1 \neq 0$ ，返回步骤 2；否则，结束仿真。

7.3 模型的求解

根据已有数据，设置乘车的乘客数量 $H_1 = 1500$ 人。假设一名乘客上车需要时间 60s 左右。然后用 M A T L A B 分别随机取了满足泊松分布的出租车和乘客的到达时间、满足负指数分布的上车时间。最后，通过模拟得出了这 1500 名乘客离开机场的时间与他们所处队伍中位置的函数图像，以及加权平均排队时间，如下图：

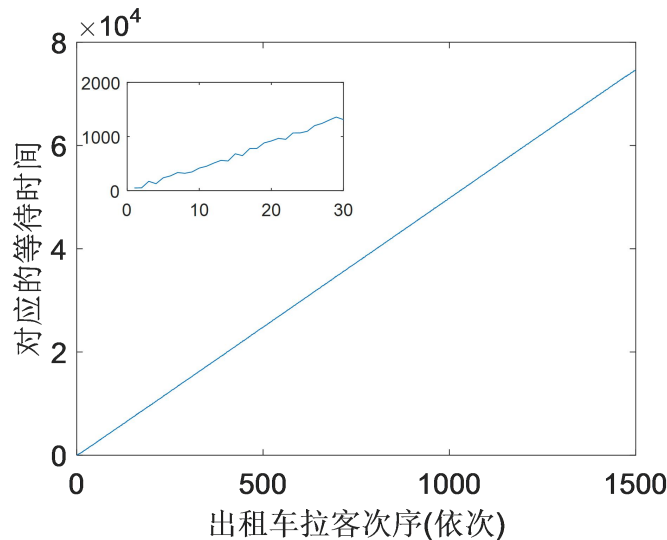


图 4 对应等待时间—出租车拉客次序

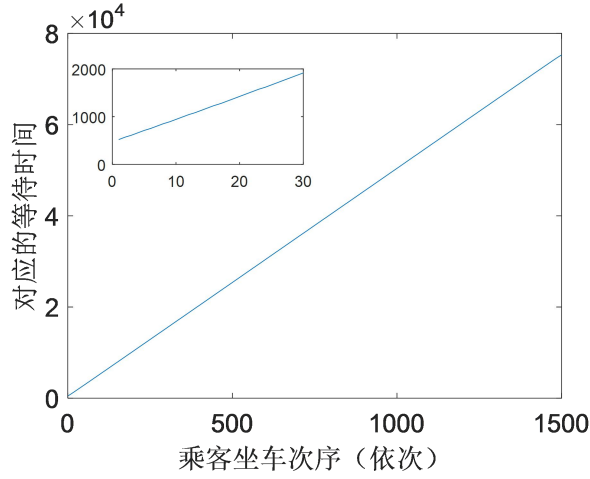


图 5 对应等待时间图—乘客坐车次序

上图为两个上车点的依次发车模式对应的图像。其中

$$t^{(3)} = T_{wait}\omega_t + T_p\omega_p = 3.7347e+04, \quad \omega_t = \omega_p = 0.5$$

单独发车模式此时与一次发车模型没有区别。注意到等待时间很大，接近半天时间，因此我们认为乘客人数 H_1 太大，使得结果不适用于双并行车道的乘车区，因此改为 500 人。

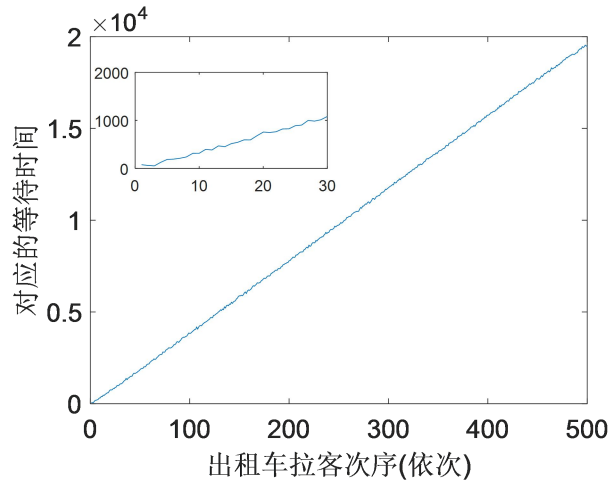


图 6 对应等待时间—出租车拉客次序

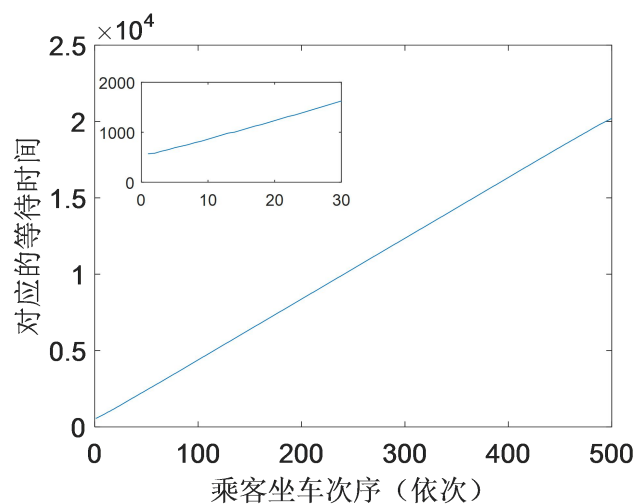


图 7 对应等待时间—乘客坐车次序

上图为两个上车点的依次发车模式对应的图像。其中

$t^{(3)} = T_{wait}\omega_t + T_p\omega_p = 9.7893e+03$, $\omega_t = \omega_p = 0.5$ 。可以看到有明显改善。

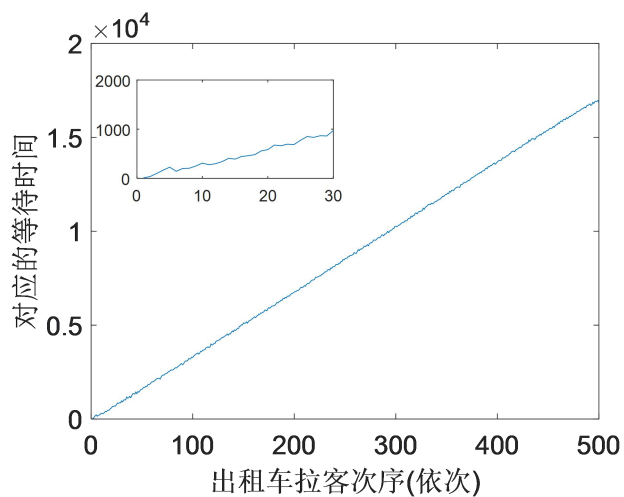


图 8 对应等待时间—出租车拉客次序

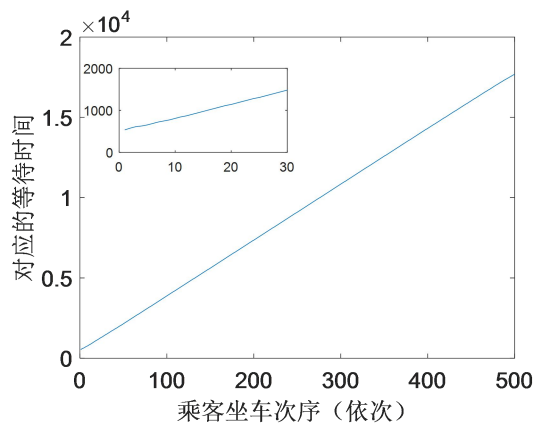


图 9 对应等待时间—乘客坐车次序

上图为四个上车点的依次发车模式对应的图像。其中

$t^{(3)} = T_{wait}\omega_t + T_p\omega_p = 8.5166e+03$, $\omega_t = \omega_p = 0.5$ 。可以看到有一定程度改善。

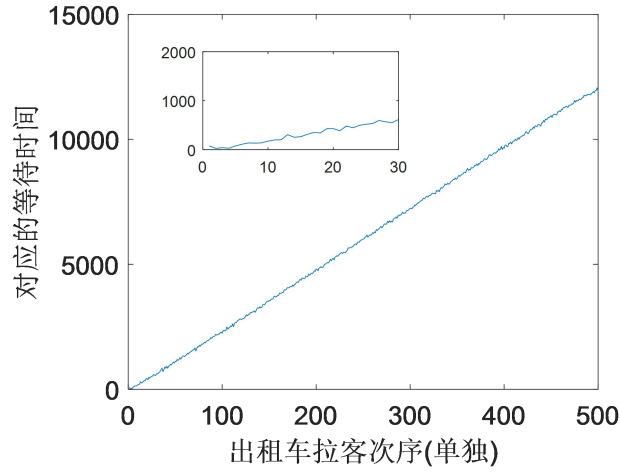


图 1 0 对应等待时间—出租车拉客次序

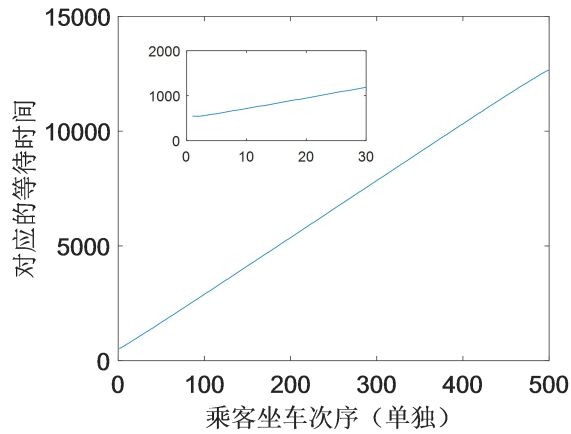


图 1 1 对应等待时间—乘客坐车次序

上图为四个上车点的单独发车模式对应的图像。其中

$t^{(3)} = T_{wait}\omega_t + T_p\omega_p = 6.0139e+03$, $\omega_t = \omega_p = 0.5$ 。可以看到增加同样数量的上车点，两种模式的改善程度是不同的。

7. 4 模式对比

显然单独发车模式是优于依次发车模式的（以下分别简称为“单”和“依”）。当上车点的数量相同，“单”的加权平均排队时间比“依”的短；当增加相同数目的上车点时，“单”比“依”的敏感性也更大。因此，对于人流量大的交通枢纽

纽，“依”可能会导致严重的拥挤问题。但从占用面积角度考虑，“单”比“依”占据了更多的面积。出于安全和效率的角度，我们建议管理部门选用“单”，即单独发车模式，并多设置上车点。

八、模型IV建立与求解

8.1 数据准备

通过对问题四的分析，需要查阅相关资料来建立出租车载客收益和载客的行驶里程的效用模型，我们根据问题二的数据（首都国际机场 2019 年 7 月份的航班和客流量数据）以及查询了相关的北京市出租车数据，整理后如下表：

燃油成本 (P)	0.45 元/km(不考虑开空调)
北京市出租车司机日平均工作时间 (T)	10h(除去停车休息的时间)
出租车从机场到市区平均速度 (v)	53.25km/h(根据高德地图数据计算)
北京市出租车起步价 (S_0)	14 元(三公里以内, 加入燃油费)
北京市出租车 15 公里以内基本单价 (S_1)	2.3 元/km
北京市出租车 15 公里以后基本单价 (S_2)	3.45 元/km
北京市出租车起步里程 (L_{st})	3km

表 2 北京市出租车数据

8.2 建立出租车效用模型

根据相关数据建立出租车载客收益和载客的行驶里程的效用模型：

$$I = \begin{cases} S_0 - D_{drive} \cdot P & D_{drive} \leq 3 \\ S_0 + (D_{drive} - L_{st}) \cdot S_2 - D_{drive} \cdot P & 3 < D_{drive} \leq 15 \\ S_0 + (D_{drive} - 15) \cdot S_3 + (15 - L_{st}) \cdot S_2 - D_{drive} \cdot P & 15 < D_{drive} \end{cases}$$

做出效用模型图像，如图：

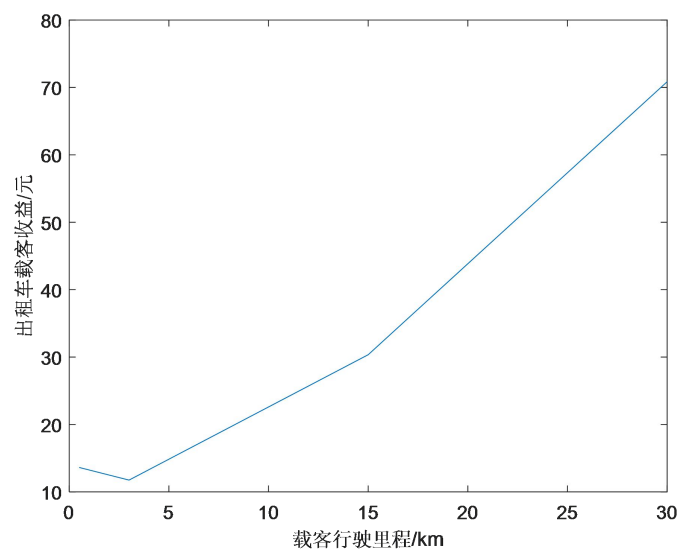


图 6 效用模型图像

再对其求导得到出租车单位行驶里程载客收益和载客的行驶里程的效用模型，如图所示：

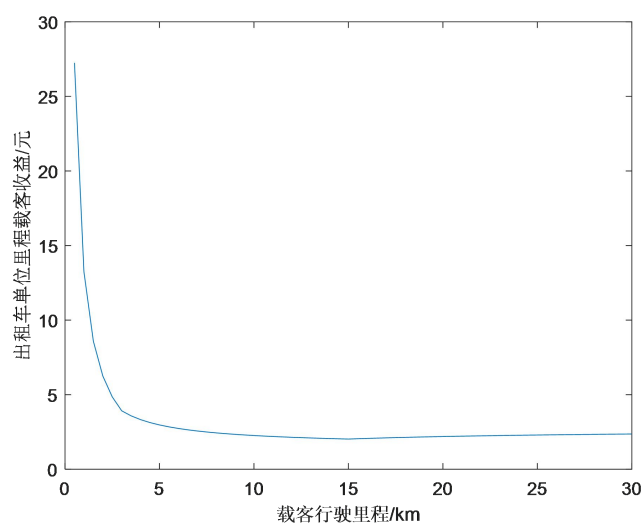


图 7 出租车单位里程载客收益

观测易得出出租车载客的行驶里程为 $4 \leq D_{drive} \leq 17$ 时收益较少。

进一步考虑到机场承载短程旅客的出租车且回到机场重新载客的情况，我们根据实际情况设置单程行驶里程小于 17km 的为短程乘客，根据收集的数据及问题二的模型建立以下新的机场出租车承载短程乘客的载客收益和载客的行驶里程的效用模型：

$$I_{short} = \begin{cases} S_0 - 2D_{drive} \cdot P & D_{drive} \leq 3 \\ S_0 + (D_{drive} - L_{st}) \cdot S_2 - 2D_{drive} \cdot P & 3 < D_{drive} \leq 15 \\ S_0 + (D_{drive} - 15) \cdot S_3 + (15 - L_{st}) \cdot S_2 - 2D_{drive} \cdot P & 15 < D_{drive} \leq 17 \end{cases}$$

为了方便之后的模型求解,将机场出租车承载短程乘客的载客收益和载客的行驶里程的效用模型转换为机场出租车承载短程乘客的单位工作时间载客收益和完成一次短程订单再回到机场所用时间的效用模型:

$$I_{short_work} = \begin{cases} \frac{S_0 - 2D_{drive} \cdot P}{2D_{drive}} \cdot v & D_{drive} \leq 3 \\ \frac{S_0 + (D_{drive} - L_{st}) \cdot S_2 - 2D_{drive} \cdot P}{2D_{drive}} \cdot v & 3 < D_{drive} \leq 15 \\ \frac{S_0 + (D_{drive} - 15) \cdot S_3 + (15 - L_{st}) \cdot S_2 - 2D_{drive} \cdot P}{2D_{drive}} \cdot v & 15 < D_{drive} \leq 17 \end{cases} \quad \text{式}$$

中: I_{short_work} 为单位开车时间(开车时间等于工作时间减去等待时间)并且上次订单是承载短途旅客的出租车的收益,收益模型如图:

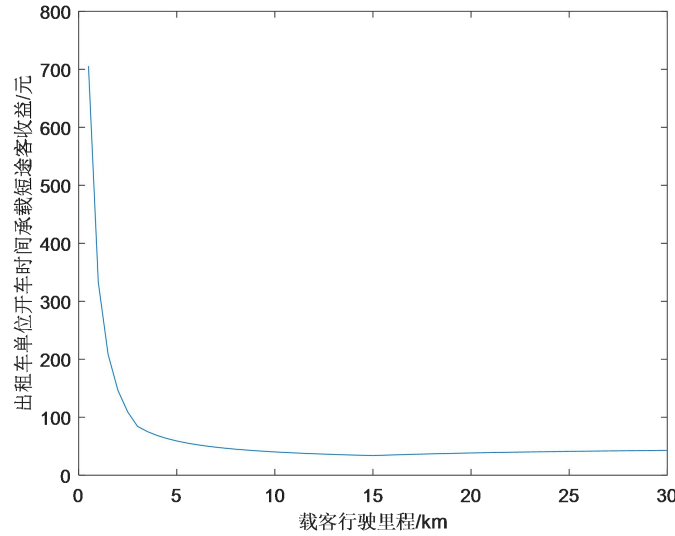


图 8 出租车单位开车时间承载短途乘客收益

8.3 建立收益差值模型

根据相关文献^[3]引入司机平均收益,司机平均收益指的是1位司机在一定周期内获得收益的平均值。若 $15 > L_{ij} > 3$, 则:

$$I_{avg} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{taxi}} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{pi}} [S_0 + (L_{ij} - L_{st}) \cdot S_2 + S_c - L_{ij} \cdot P] \right\}}{N_{taxi}}$$

若 $L_{ij} > 15$ ，则：

$$I_{avg} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{taxi}} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{pi}} [S_0 + (L_{ij} - 15) \cdot S_3 + (15 - L_{st}) \cdot S_2 + S_c - L_{ij} \cdot P] \right\}}{N_{taxi}}$$

式中： I_{avg} 表示司机的平均收益； N_{taxi} 表示出租车总数量； N_{pi} 表示第 i 辆出租车搭载的乘客总数； S_0 表示乘客打车起步价； L_{ij} 表示第 i 辆出租车搭载第 j 位乘客行驶里程，在本题中我们设定一个周期为出租车一天的工作时间。根据收集到的北京市出租车数据求解可得：

$$I_{avg} = 519.84$$

进一步我们可以得到承载短途旅客的出租车收益和司机平均收益的差值：

$$\Delta I = I_{avg} - I_{short_work} \cdot (T - N_{wait} \cdot T_{wait} - \frac{D_{drive}}{v})$$

式中： N_{wait} 为出租车进入机场蓄车池排队队列时前面排队的出租车数量。

8.4 建立基于优先级别权重值的安排方案模型

根据相关文献^[4]我们引入了优先级别权重值 φ 来在机场蓄车池排队序列中制定安排方案，首先给每辆出租车设定一个 φ 的初值 φ_0 ，因为 φ_0 对本问题的影响不大，不妨设 $\varphi_0 = 1$ 。每辆承载短途旅客的出租车返回机场时，都会更新 φ 值，更新机制如下：

$$\varphi = \varphi_0 + \eta \cdot D_{drive}$$

式中： η 为优先级别权重值更新系数，与 D_{drive} 有关。在排队序列中， φ 值较大的车可以超过前面的车，同时每超过一辆车自身的 φ 值都会减少 $\Delta\varphi_-$ ，最终 φ 稳定在 φ_0 附近的一个范围中，如流程图：

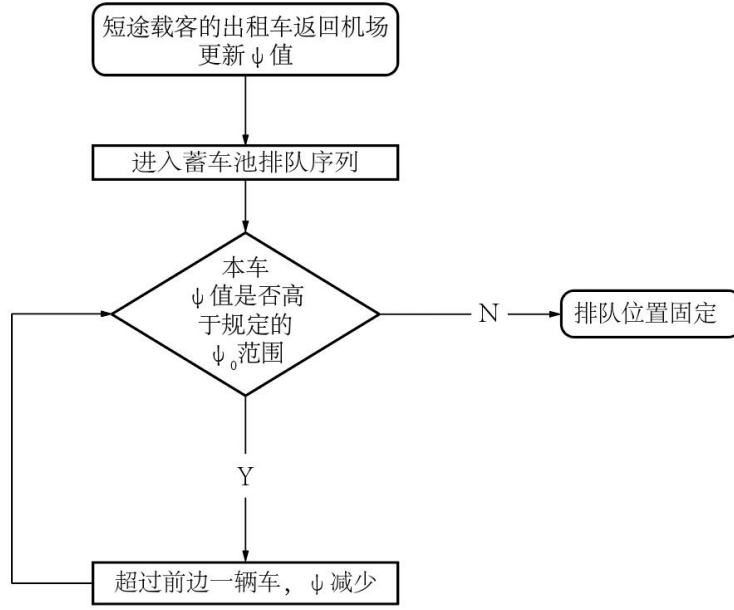


图 9 安排方案流程图

这种安排方案通过提升承载短途旅客的出租车的优先级别来缩短排队时间进而提高承载短途旅客的出租车的收益，实现使这些出租车的收益尽量多的目标。

8.5 模型的求解

根据相关文献，我们采用机器学习中的反向传播算法^[5]和梯度下降法^[6]通过多次迭代最小化 ΔI ，将 ΔI 控制在一个较小的范围来计算 η 和 $\Delta\varphi_-$ ，建立以下方程组：

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \eta \cdot D_{drive} \\ N_{surpass} = \left\lceil \frac{\varphi - \varphi_0}{\Delta\varphi_-} \right\rceil \\ \Delta I = I_{avg} - I_{short_work} \cdot \left[T - (N_{wait} - N_{surpass}) \cdot T_{wait} - \frac{D_{drive}}{v} \right] \end{cases}$$

通过梯度下降法和反向传播算法更新 η 和 $\Delta\varphi_-$ ：

$$\begin{cases} \Delta\varphi_- = \Delta\varphi_- - \alpha \frac{\partial}{\partial \Delta\varphi_-} \Delta I(\eta, \Delta\varphi_-) \\ \eta = \eta - \alpha \frac{\partial}{\partial \eta} \Delta I(\eta, \Delta\varphi_-) \\ \Delta I < \varepsilon \end{cases}$$

式中： α 为学习因子，进而确定步长； ε 为设定的阈值，当条件成立则停止迭代。根据我们收集的数据，我们设定 $\alpha = 0.5$ ， $\varepsilon = 20$ ，代入方程组计算可得：

$$\eta = \frac{0.4794 \cdot D_{drive} + 25.27}{D_{drive}^2 + (-27.59) \cdot D_{drive} + 210.5}, \quad \Delta\varphi_- = 0.12$$

η 随 D_{drive} 的图像如图所示：

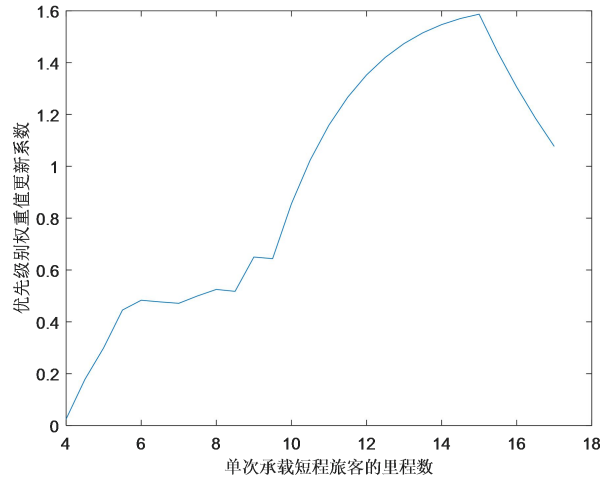


图 10 优先级别权重更新系数

8.6 模型评价

根据相关文献^[7]我们引入相关系数 FI 这一指标来衡量安排方案的公平性 (FI 越接近 1 公平性越好)：

$$FI = \frac{\left(\frac{S_H}{\varphi} + \frac{S_L}{\varphi_0}\right)^2}{2 \times \left[\left(\frac{S_H}{\varphi}\right)^2 + \left(\frac{S_L}{\varphi_0}\right)^2 \right]}$$

式中： S_H ， S_L 分别表示承载了短程乘客的出租车和普通出租车的数量。经过多次迭代， FI 变化如图所示：

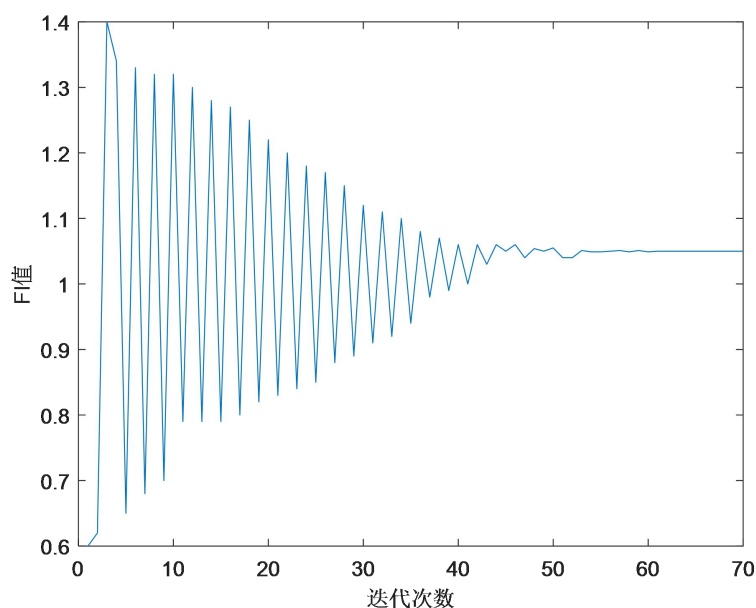


图 11 公平系数

经过 60 次迭代后， FI 稳定在 1.05 左右，表明我们设计的安排方案较为合理公平。

九、模型的评价与改进

9.1 问题一、二的模型的评价与改进

优点：（1）在对附件一的处理与分析中，本文采用了相关性分析与描述性统计，一定程度上使数据集更具有科学性与系统性。模型 I 在线性规划中运用了层次分析，方便影响决策的各个因素的分析与计算。模型 II 通过大量数据的处理实现对模型一的检测，使之具有很好的普适性。

缺点：模型 I 中影响因素考虑不足，问题二数据拟合的过程无法模拟真实的曲线，存在误差。

改进：增加模型 I 的其他影响因素，如季节，交通状况等。

9.2 问题三的模型的评价与改进

优点：本模型可以通过改变 γ 的值来研究单独发车模式和依次发车模式。通过 Monte Carlo 方法模拟了出租车和乘客从到达离开的全过程，充分考虑了随机性，依次更加实际。

缺点：在模拟仿真时，只仿真了有限、少数乘客的情况，对于长时间、乘客源源不断地情况未作出分析。只考虑了几种上车点数目，未找到上车点的最佳

数目，未验证系统的鲁棒性。此外，未考虑突发情况对系统造成的影响。

改进：模拟仿真更多的乘客；考虑不同上车点的情况；考虑突发情况（噪音），并且加入机场调度人员（控制）。

9.3 问题四的模型的评价与改进

优点：本模型使用了反向传播算法，让模型在监督式学习下自行迭代生成合理的参数值，使本模型更具一般特性，更具有实际意义。

缺点：本文的有关出租车的数据收集并不理想，而且为了使模型简洁易实现，本模型没有考虑到天气，路况等其他随机变量对问题的影响，会与实际情况出现误差。

改进：收集大量出租车数据，进行数据分析和处理，使本模型数据更准确并在模型中加入一个随机变量，形成较精确的动态模拟和最优参数。

参考文献

- [1] 黎冬平.出租车上客区规模的 Monte Carlo 仿真计算方法[J].计算机工程与应用, 2011,47(18):22-25. DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2011.18.007.
- [2] 吴娇蓉,李铭,梁丽娟.综合客运枢纽出租车上客点管理模式和效率分析[J].交通信息与安全, 2012,30(4):18-23. DOI:10.3963/j.issn.1674-4861.2012.04.005.
- [3] 岳昊,高文灿,黄意然.出行信息公开对出租车交通系统运行的影响[J].交通运输系统工程与信息,2019,19(4):5-12,27. DOI:10.16097/j.cnki.1009-6744.2019.04.002.
- [4] 李陶深,张挺,葛志辉.基于有限优先权的无线 Mesh 网络信道分配算法[J].广西大学学报(自然科学版), 2019,44(2):426-432. DOI:10.13624/j.cnki.issn.1001-7445.2019.0426.
- [5] 徐鹏,王梦茹,顾琴.基于反向传播算法的驾驶行为识别研究[J].贵州大学学报(自然科学版),2018,35(5):100-105. DOI:10.15958/j.cnki.gdxbzrb.2018.05.17.
- [6] 张亚中,李玉箫,刘雨亭,等.基于机器学习梯度下降法的 OAM 对准算法[J].通信技术,2019,52(6):1316-1319. DOI:10.3969/j.issn.1002-0802.2019.06.005.
- [7] FENG Y X,LI M L, WU M Y. Efficient broadcasting in interface switching wireless networks[C] // 2008 International Conference on High Performance Switching and Routing. Shanghai, China: IEEE Computer Society, 2008:164-169.

附录:

%效用模型绘图

S0=14

S2=2.3

S3=3.45

x=0:0.5:30;

if x <= 3

y=S0-x*p;

else if x<=15

y=S0+(x-3)*S2-x*p;

else y=S0+(x-15)*S3+12*S2-x*p;

end

end

plot(x,y);

xlabel('出租车载客效益');

ylabel('出租车载客行驶里程')

%出租车单位里程效用模型绘图

S0=14

S2=2.3

S3=3.45

x=0:0.5:30;

if x <= 3

y=S0-x*p;

else if x<=15

y=S0+(x-3)*S2-x*p;

else y=S0+(x-15)*S3+12*S2-x*p;

end

end

z=diff(y,x)

plot(x,z);

xlabel('出租车单位行驶里程载客效益');

ylabel('出租车载客行驶里程')

%Monte Carlo 仿真出租车载客过程

clear

%第一部分，取人和车到达的时间,服从泊松分布

A=zeros(1,1500);%车

a=zeros(1,1500);%人

A=10*poissrnd(120,1,1500); %泊松

a=10*poissrnd(60,1,1500);

A=sort(A); %排序

a=sort(a);

start=ones(1,1500);%开始时间

start(1)=max(A(1),a(1));%定义

x=zeros(1,1500);%顺序


```

for i=1:1500
    x(i)=i;
end
for i=1:1500
    x(i)=i;
    A(i)=poissrnd(A(i));
end
%取平均上车时间
ten=50*ones(1,1500);%乘客上车时间
s=exprnd(0.01,1,1500);
s=20*s+ten;
beterA=max(A,a);
for i=1:1499
    enD(i)=s(i)+start(i);
    zxc=enD(i);
    vbn=max(A(i+1),a(i+1));
    start(i+1)=max(zxc,vbn);
end
enD(1500)=s(1500)+start(1500);
E=enD-A;
e=enD-a;
AVG1=mean(E)
AVG2=mean(e)
figure
plot(x,E)
xlabel('出租车拉客次序')
set(gca,'fontsize',16.5)
ylabel('对应的等待时间')
set(gca,'fontsize',16.5)
figure
plot(x,e)
xlabel('乘客坐车次序')
set(gca,'fontsize',16.5)
ylabel('对应的等待时间')
set(gca,'fontsize',16.5)

%单位开车时间短途载客出租车收益模型绘图
S0=14
S2=2.3
S3=3.45
v=53.25
x=0:0.5:30;
if x <= 3
    y=v*(S0-x*p)/2*x;

```

```

else if x<=15
    y=v*(S0+(x-3)*S2-x*p)/2*x;
else y=v*(S0+(x-15)*S3+12*S2-x*p)/2*x;
end
end

plot(x,y);
xlabel('单位开车时间承载短途出租车单位载客效益');
ylabel('出租车载客行驶里程')
%根据收集到的信息画出每天每小时的航班数及人流量
subplot(2,2,1);
plot(x1,y1);
xlabel('时间');
ylabel('航班数');
subplot(2,2,3);
subplot(2,2,2);
plot(x2,y2);
xlabel('时间');
ylabel('客流量');
plot(x2,y3);
xlabel('时间');
ylabel('航班数');
subplot(2,2,4);
plot(x,y4);
xlabel('时间');
ylabel('航班数');
%梯度下降法计算参数值
function [k ender]=steepest(f,x,e)
%梯度下降法,f为目标函数（两变量 x1 和 x2）
syms x1 x2 m; %m 为学习率
d=-[diff(f,x1);diff(f,x2)];
flag=1;
k=0;
while(flag)
    d_temp=subs(d,x1,x(1));
    d_temp=subs(d_temp,x2,x(2));
    nor=norm(d_temp);
    if(nor>=e
        x_temp=x+m*d_temp;
        f_temp=subs(f,x1,x_temp(1));
        f_temp=subs(f_temp,x2,x_temp(2));
        h=diff(f_temp,m);
        m_temp=solve(h);
        x=x+m_temp*d_temp;
    end
end

```

```

        k=k+1;
    else
        flag=0;
    end
end
ender=double(x);
end
print(x1,x2)
%计算公平系数
function [k ender]=steepest(f,x,e)
syms x1 x2 m;
d=-[diff(f,x1);diff(f,x2)];
flag=1;
k=0;
while(flag)
    d_temp=subs(d,x1,x(1));
    d_temp=subs(d_temp,x2,x(2));
    nor=norm(d_temp);
    if(nor>=e
        x_temp=x+m*d_temp;
        f_temp=subs(f,x1,x_temp(1));
        f_temp=subs(f_temp,x2,x_temp(2));
        h=diff(f_temp,m);
        m_temp=solve(h);
        x=x+m_temp*d_temp;
        k=k+1;
        z=((S1/(1+x1)+S2)^2)/(2*((S1/(1+x1))^2+S2^2))
        print(z,k)
    else
        flag=0;
    end
end
ender=double(x);
end
plot(k,z)

```