Transformaciones de similaridad o similitud

Una transformación de similaridad o similitud T: $\mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ es una transformación afin especial que tiene una de las formas siguientes:

$$T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} rcos\theta & -rsen\theta \\ rsen\theta & rcos\theta \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} rcos\theta & rsen\theta \\ rsen\theta & -rcos\theta \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

para algún escalar $r \neq 0$, algún ángulo θ , $0 \leq \theta < 2\pi$, y algunos escalares b_1 y b_2 . Las similitudes son rotaciones escaladas seguidas de traslaciones, o rotaciones reflejadas y escaladas seguidas de traslaciones.

Problema 1

Demuestra que las transformaciones siguientes son similitudes:

- 1. Toda rotación en torno al origen.
- 2. Las reflexiones en torno a los ejes, la diagonal o el origen.

Problema 2

- 1. Deduce una fórmula para la similitud T que transforma el triángulo (0,0), (1,0), (0,1) en el triángulo (1,1), (-1,1), (1,-1).
- 2. Determina la fórmula de la similitud *R* que hace girar 45° a cualquier punto en torno al origen, después lo escala en un factor de 2 y por último lo traslada por (1,1).