Definiciones.

Operaciones elementales de renglón.

Las operaciones elementales de renglón de una matriz implican lo siguiente.

i. ***Eliminación***. Sumar un múltiplo constante de un renglón a otro. $R_i + cR_j \to R_i$
ii. ***Escalamiento***. Multiplicar un renglón por una constante distinta a cero. $cR_i \to R_i$
iii. ***Intercambio***. Intercambio de dos renglones. $R_i \leftrightarrow R_j$

Forma de renglón escalón.

Una matriz puede tener las siguientes propiedades:

1. Todos los renglones cero están en la parte inferior de la matriz.
2. El elemento delantero de cada renglón no cero después del primero se presenta a la derecha del elemento delantero del renglón anterior.
3. El elemento delantero de cualquier renglón no cero es uno.
4. Todos los elementos en la columna arriba y debajo de un uno delantero son cero.

Eliminación de Gauss.

Para convertir cualquier matriz a la forma de escalón reducida, se usa el siguiente algoritmo.

1. Ir a la columna, no cero, de la extrema izquierda.
2. Si el primer renglón tiene un cero en la columna del paso 1, intercambiar el renglón con uno que tenga un elemento diferente de cero en la misma columna.
3. Hacer ceros abajo del elemento delantero, sumando múltiplos adecuados del renglón superiora los renglones debajo de él.
4. Pasar al siguiente renglón inmediato de abajo y repetir el mismo proceso comenzando con el paso 1, aplicando a la submatriz restante. Repetir este proceso con el resto de los renglones.

Matrices equivalentes.

Dos matrices son equivalentes, de renglón, si una puede obtenerse de la otra mediante una sucesión finita de operaciones elementales de renglón. Se usa la notación $A \sim B$ para indicar “la matriz *A* es equivalente a *B*”

Traspuesta de una matriz.

Sea *A* = (***a***$_{ij}$) una matriz de ***m* × *n***. Entonces la traspuesta de *A*, que se denota por A^t, es la matriz de ***n* × *m*** que se obtiene al intercambiar los renglones por columnas de *A*.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \to A^t = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{m1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Propiedades de las matrices traspuestas.

Sea $A = (a_{ij})$ una matriz de $m \times n$ y $B = (b_{ij})$ una matriz de $m \times p$. Entonces se cumple que:

a. $(A^t)^t = A$
b. $(AB)^t = B^t A^t$
c. Si A y B son de $n \times m$, entonces $(A + B)^t = A^t + B^t$
d. Si A es invertible, entonces A^t es invertible y $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

Matriz Simétrica.

La matriz cuadrada A de $n \times n$ se denomina simétrica si $A^t = A$.

Matriz Elemental.

Una matriz cuadrada E de $n \times n$ se denomina matriz elemental si se puede obtener a partir de la matriz identidad, I_n de $n \times n$ mediante una sola operación elemental de renglones.

Para realizar una operación elemental en una matriz A se multiplica A por la izquierda por la matriz elemental adecuada.

Toda matriz elemental es invertible. El inverso de una matriz elemental es una matriz del mismo tipo.

Una matriz cuadrada es invertible si y sólo si es el producto de matrices elementales.

Matriz Triangular Superior (Inferior).

Una matriz cuadrada se denomina triangular superior (inferior) si todas las componentes de abajo (arriba) de la diagonal principal son cero.