

4.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS FILTROS DIGITALES

García Quiroz Gustavo Ivan

Gutierrez Jiménez Cinthia Nayelli

Hernández Rodriguez Juan Uriel

Iturbide Serrano Sergio Uriel

Ramirez Carrillo José Emilio

Vergara Martinez Brenda



Índice

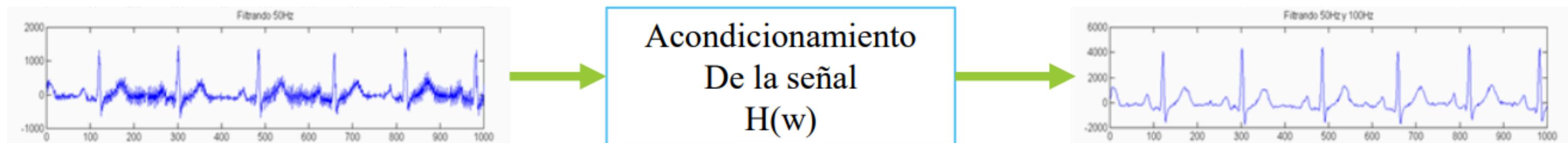
- 01 Características
- 02 Filtros de fase mínima
- 03 Filtros de fase no mínima

Introducción

- El estudio de los **filtros** se centra principalmente en sistemas discretos en el tiempo que son **lineales** e **invariantes** en el tiempo.
- Su función principal consiste en **separar y restaurar** señales.
- Estos filtros pueden operar en el **dominio de la frecuencia** utilizando la Transformada Rápida de Fourier (**FFT**), así como en el **dominio del tiempo**.
- En tiempo real, los filtros pueden utilizarse mediante **convolución**, ya sea con respuestas finitas (**filtros FIR**) o recursivas (**filtros IIR**), permitiendo una amplia variedad de implementaciones en cascada (uno después de otro).

Introducción

- Esta conexión entre el uso de **señales analógicas procesadas dentro de sistemas digitales** se define por el término "**filtro**", el cual denota la capacidad de estos sistemas para modificar la señal de manera específica, facilitando su comprensión. Por ejemplo, pueden eliminar componentes de frecuencia percibidos como **ruido**.



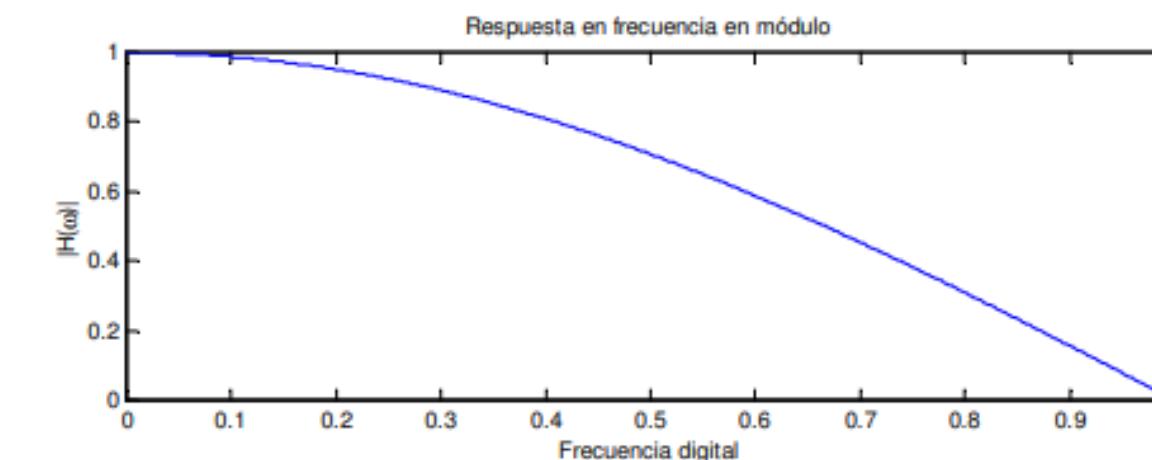
Introducción

Una señal $x(n)$ que pase a través de un sistema **lineales invariantes temporales** (LIT) tendrá una salida $Y(\omega) = H(\omega)X(\omega)$, siendo $H(\omega)$ la respuesta en frecuencia del filtro considerado.

Los filtros digitales que vamos a considerar serán sistemas **LIT**, que van a producir una alteración selectiva de las componentes frecuenciales de la señal de entrada. Ejemplo:

$$y(n) = \frac{x(n) + x(n-1)}{2}$$

$$H(\omega) = \frac{1+e^{-j\omega}}{2} \rightarrow \begin{cases} |H(\omega)| = \left| \cos\left(\frac{\omega}{2}\right) \right| \\ \Phi(\omega) = -\frac{\omega}{2} \end{cases}$$

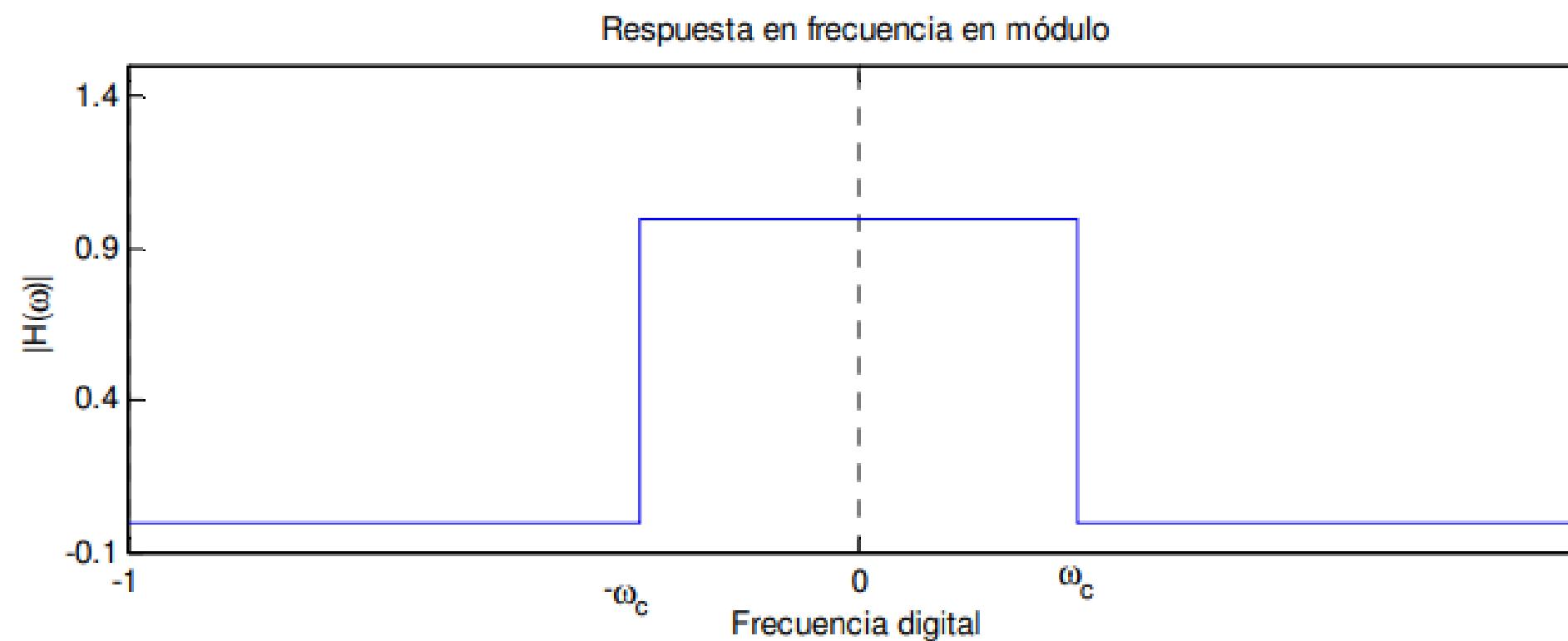


Introducción

Un filtro selectivo en frecuencia ideal tiene las siguientes características:

$$H(\omega) = \begin{cases} Ce^{-j\omega k} & \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

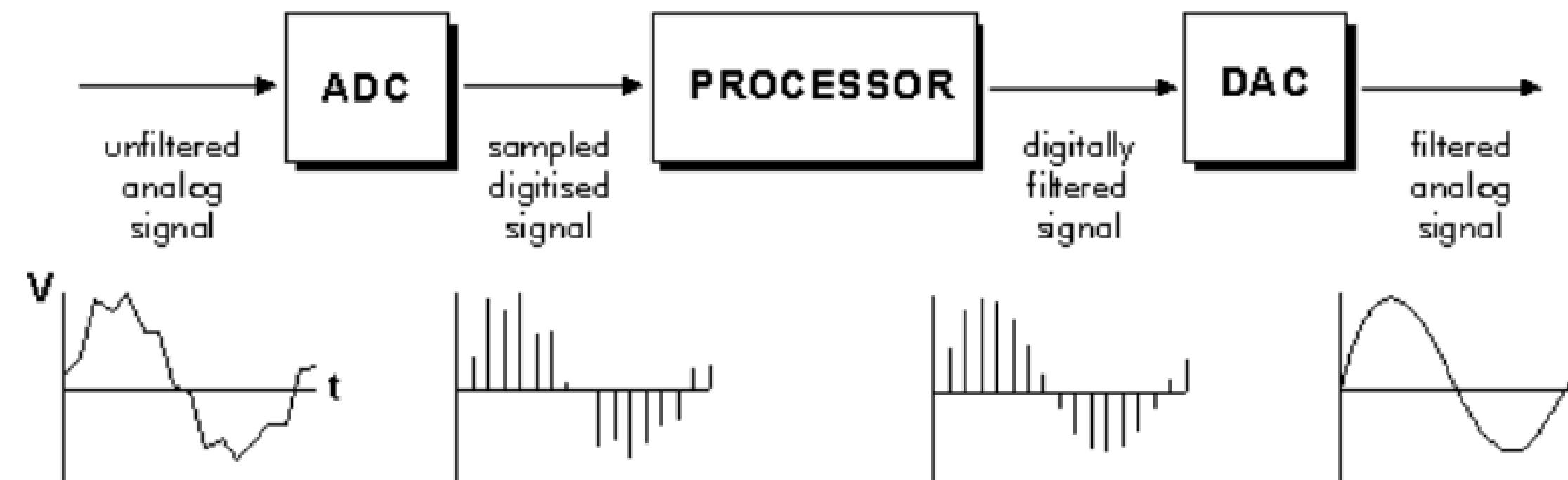
Ejemplo Filtro pasa-baja ideal:



Características

Filtro análogo: Utiliza circuitos electrónicos analógicos formados por componentes como resistencias, condensadores y op. amplificadores para producir el efecto de filtrado requerido

Filtro digital: Utiliza un procesador digital para realizar cálculos numéricos sobre valores muestreados de la señal, el procesador puede ser una computadora de uso general, como una PC o un DSP (procesador de señal digital)



Ventajas

- Son programables, por lo que se puede cambiar fácilmente sin afectar los circuitos, un filtro analógico solo se puede cambiar rediseñando el circuito del filtro
- Los filtros digitales se diseñan, prueban e implementan fácilmente en una computadora de uso general
- Los circuitos de filtro analógicos son sujetos al ambiente y temperatura, mientras que los filtros digitales no sufren estos problemas y por lo tanto son mucho más estables
- Los filtros digitales pueden manejar señales de baja frecuencia con mayor precisión
- Los filtros digitales son mucho más versátiles en su capacidad para procesar señales de diversas formas; esto incluye la capacidad de algunos tipos de filtros digitales para adaptarse a cambios en las características de la señal

Operación

La señal bruta que se va a filtrar digitalmente tiene la forma de una onda de voltaje descrita por la función

$$V = x(t)$$

donde t es el tiempo

Esta señal se muestrea en intervalos de tiempo h donde el valor muestrado en el momento $t = ih$ es

$$x_i = x(ih)$$

Los valores digitales transferidos desde el ADC al procesador pueden representarse mediante la secuencia

$$x_0, x_1, x_2, x_3, \dots$$

Operación

Esto corresponde a los valores de la forma de onda de la señal en

$$t = 0, h, 2h, 3h, \dots$$

$t = 0$ es el instante en el que comienza el muestreo

En el momento $t = nh$ los valores disponibles para el procesador, almacenados en la memoria son

$$x_0, x_1, x_2, x_3, \dots x_n$$

La salida digital del procesador al DAC consiste de la secuencia de valores

$$y_0, y_1, y_2, y_3, \dots y_n$$

En general, el valor de y_n se calcula a partir de los valores $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$. La forma en que se calculan las y a partir de las x determina la acción de filtrado del filtro digital

Filtros de fase mínima

Filtros de fase mínima

Los filtros de fase mínima son aquellos en los que la respuesta de fase es tal que todos los ceros de su función de transferencia se encuentran dentro del círculo unitario en el plano complejo.

En términos prácticos, esto significa que el filtro tiene la menor cantidad posible de retardo de fase para una dada magnitud de respuesta en frecuencia.

Estos filtros son importantes porque minimizan el retardo de grupo, que es la medida del retraso que diferentes componentes de frecuencia de una señal experimentan mientras pasan a través del filtro.

Filtros de fase mínima

- **Polos y Ceros en el Plano Z:**

- Todos los ceros de la función de transferencia están dentro del círculo unitario en el plano Z. Esto asegura que el filtro es estable y tiene la menor distorsión de fase posible.

- **Relación Magnitud-Fase:**

- Para una determinada respuesta en magnitud, el filtro de fase mínima tiene la fase mínima acumulada, lo que minimiza la distorsión de fase.

- **Estabilidad:**

- La condición de que todos los ceros estén dentro del círculo unitario garantiza que el filtro no sólo es estable, sino que también tiene un comportamiento óptimo en términos de fase.

Tipos de Filtros de Fase mínima

Dentro de los filtros de fase mínima, se pueden clasificar principalmente en dos categorías basadas en su estructura:

- **Filtros FIR** (Finite Impulse Response) de fase mínima
- **Filtros IIR** (Infinite Impulse Response) de fase mínima.

Cada uno tiene características particulares que los hacen adecuados para diferentes aplicaciones y requisitos de diseño.

1. Filtros FIR de Fase Mínima

Características:

- Tienen una respuesta al impulso finita.
- Son inherentemente estables porque no utilizan retroalimentación.
- Todos los ceros están dentro del círculo unitario en el plano Z.
- Se pueden diseñar utilizando algoritmos como la transformación de cepstrum o métodos de optimización que aseguren que todos los ceros estén dentro del círculo unitario.

Filtros FIR de Fase Mínima

Aplicaciones:

- Audio y procesamiento de señales donde la estabilidad y una respuesta en fase mínima son críticas.
- Sistemas de comunicaciones que requieren filtros que no distorsionen la fase de las señales transmitidas.

2. Filtros IIR de Fase Mínima

Características:

- Tienen una respuesta al impulso infinita.
- Utilizan retroalimentación, lo que les permite alcanzar una respuesta deseada con un orden más bajo en comparación con los FIR.
- Todos los ceros y polos están dentro del círculo unitario en el plano Z.
- Pueden ser más eficientes en términos de computación debido a su orden más bajo.

Filtros IIR de Fase Mínima

Aplicaciones:

- Sistemas de control y procesamiento de señales donde es necesario mantener una respuesta rápida y eficiente.
- Aplicaciones de procesamiento de audio y video donde la distorsión de fase debe ser minimizada y la eficiencia computacional es importante.

Características

- Variación de fase: La variación de fase en los filtros de fase mínima es la menor posible para un mismo espectro de amplitud. Esto se logra al distribuir la energía de la respuesta impulsiva del filtro de manera que la energía llegue lo más temprano posible.
- Retardo mínimo: La fase de una ondícula de fase mínima es más pequeña y su energía se acumula más rápido que para cualquier otra ondícula causal con el mismo espectro de amplitud. Esto se traduce en un retraso mínimo en la salida del filtro.
- Ceros en el plano z: Los filtros de fase mínima tienen todos sus ceros fuera del círculo unidad en el plano z, lo que minimiza la variación de fase con la frecuencia.
- No causalidad: Los filtros de fase cero no son causales, ya que tienen componentes que actúan sobre valores futuros no disponibles en un sistema causal.
- Energía acumulada: La energía se acumula más rápido en los filtros de fase mínima, lo que es beneficioso en aplicaciones que requieren una reconstrucción precisa de la señal original.
- Diseño: Los filtros de fase mínima se diseñan utilizando técnicas de diseño de filtros IIR, como la aproximación del impulso invariante, para minimizar la variación de fase y maximizar la energía acumulada.

Aplicaciones

Procesamiento de audio.

- Minimización de la Distorsión Temporal: Los filtros de fase mínima son cruciales en el procesamiento de audio porque minimizan la distorsión temporal. La preservación de la forma de onda es esencial para mantener la calidad del sonido.

Ejemplo Práctico: En la ecualización de audio, se utilizan para ajustar las frecuencias sin introducir desalineaciones temporales que serían audibles como distorsiones.

- Sistemas de Altavoces: En la configuración de altavoces, los filtros de fase mínima se utilizan para corregir la respuesta en frecuencia de los altavoces, asegurando que todas las frecuencias lleguen al oyente con el menor retraso posible.

Ejemplo Práctico: Ajustar la respuesta de un altavoz para obtener una respuesta plana en frecuencia, manteniendo la coherencia temporal.

Aplicaciones

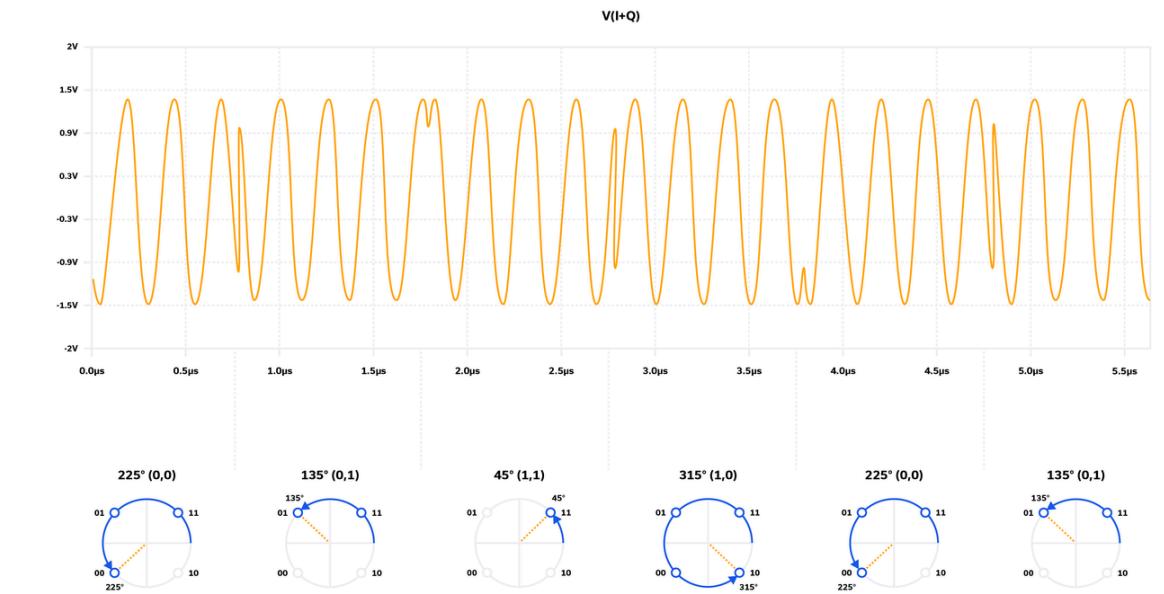
Comunicaciones.

- Integridad de la Señal: En sistemas de comunicaciones, mantener la integridad de la señal es crucial para evitar errores en la transmisión de datos.

Ejemplo Práctico: Uso de filtros de fase mínima en modems para asegurar que las señales de datos se reciban con la menor distorsión posible.

- Procesamiento de Señales Digitales: En la recepción y demodulación de señales digitales, los filtros de fase mínima ayudan a minimizar el retraso y la dispersión de las señales, lo cual es crucial para la correcta interpretación de los datos.

Ejemplo Práctico: Diseño de un filtro de fase mínima para una señal modulada digitalmente (por ejemplo, QAM o PSK).

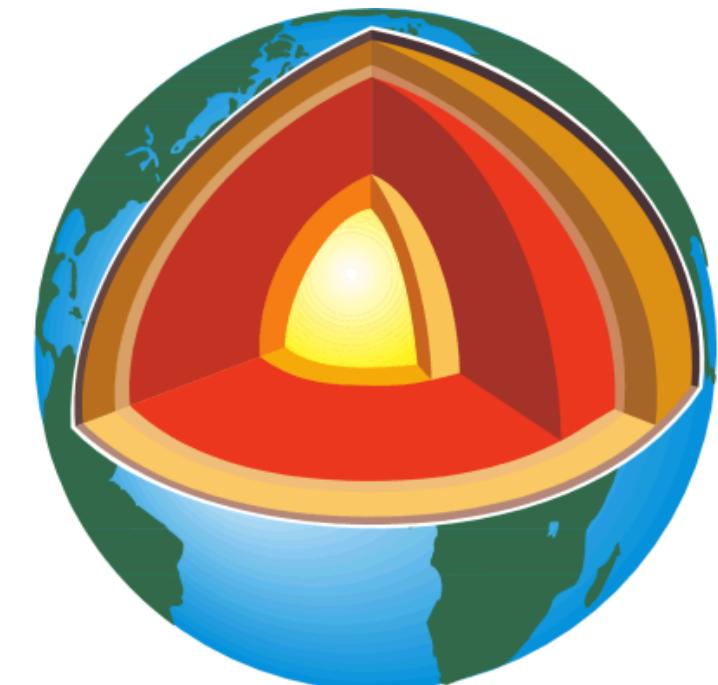


Aplicaciones

Geofísica y Sismología.

- Análisis de Señales Sísmicas: En la sismología, los filtros de fase mínima se utilizan para analizar señales sísmicas, minimizando la distorsión temporal y permitiendo una interpretación más precisa de los datos sísmicos.

Ejemplo Práctico: Filtrado de señales sísmicas para identificar eventos específicos, como terremotos.



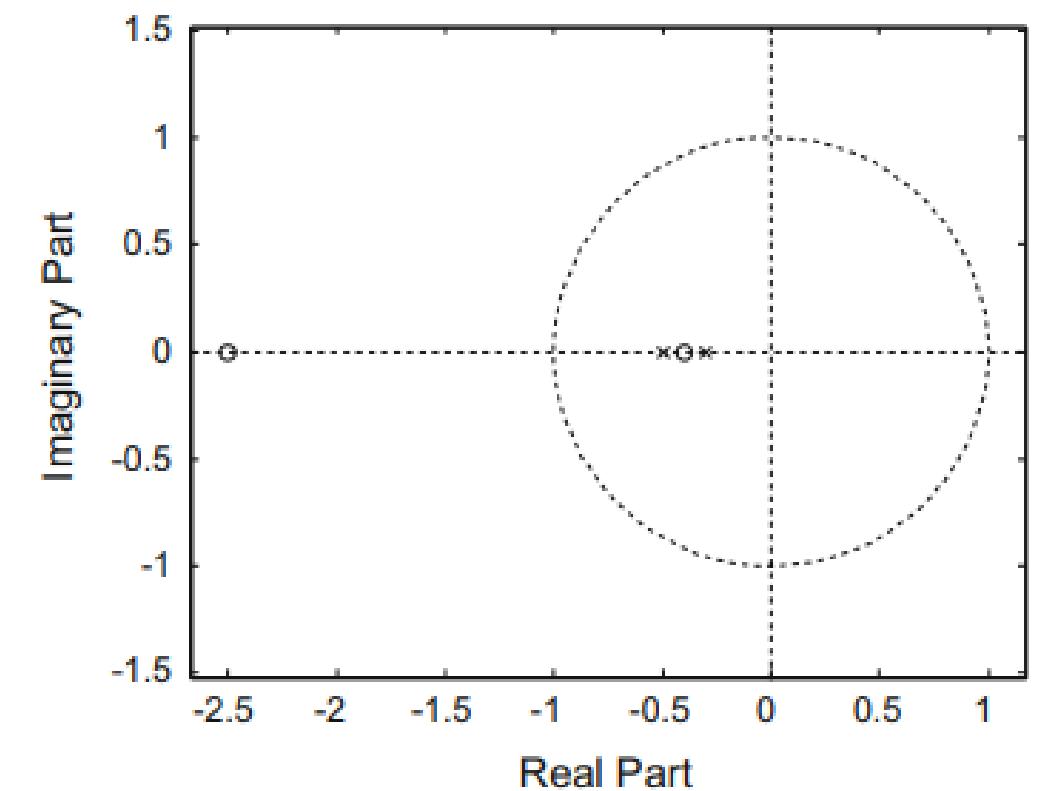
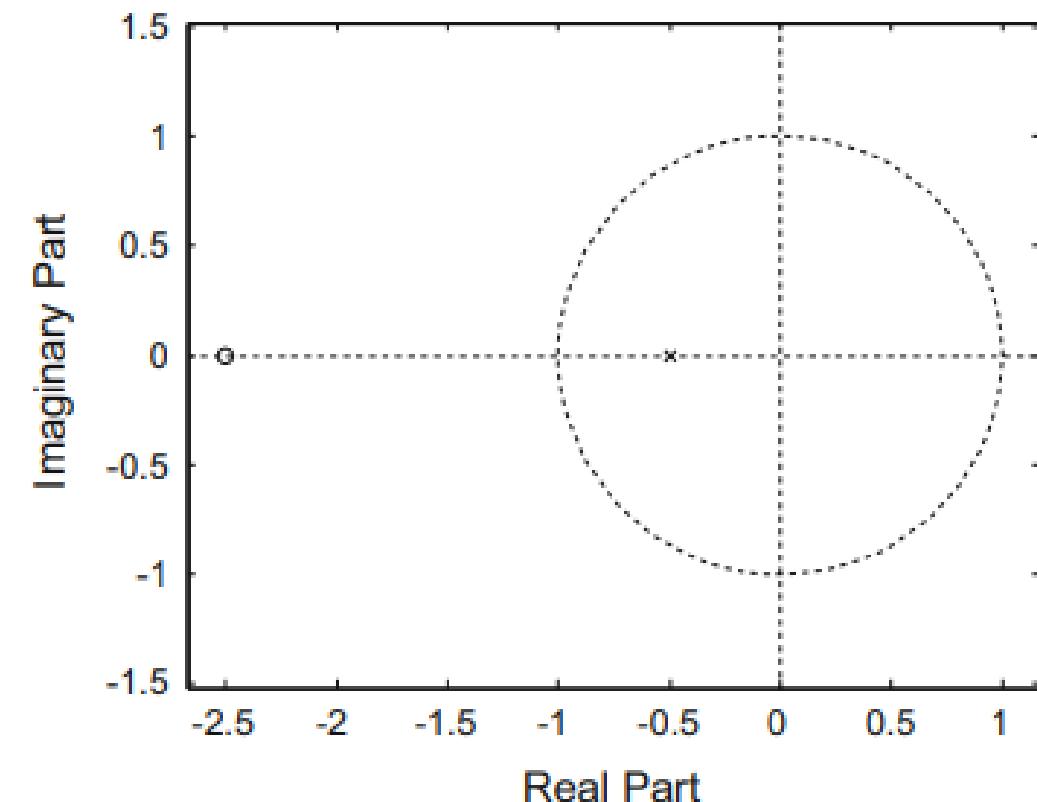
Filtros de fase no minima

Filtros de fase no mínima

Los filtros de fase no mínima tienen una respuesta en fase no mínima, lo que significa que su función de transferencia tiene ceros fuera del círculo unitario en el plano z.

Un sistema es de fase no mínima cuando su función de transferencia tiene polos o ceros en el semiplano derecho. En los de fase no mínima, no existe ningún valor mínimo de la fase, salvo para $\omega \rightarrow \infty$.

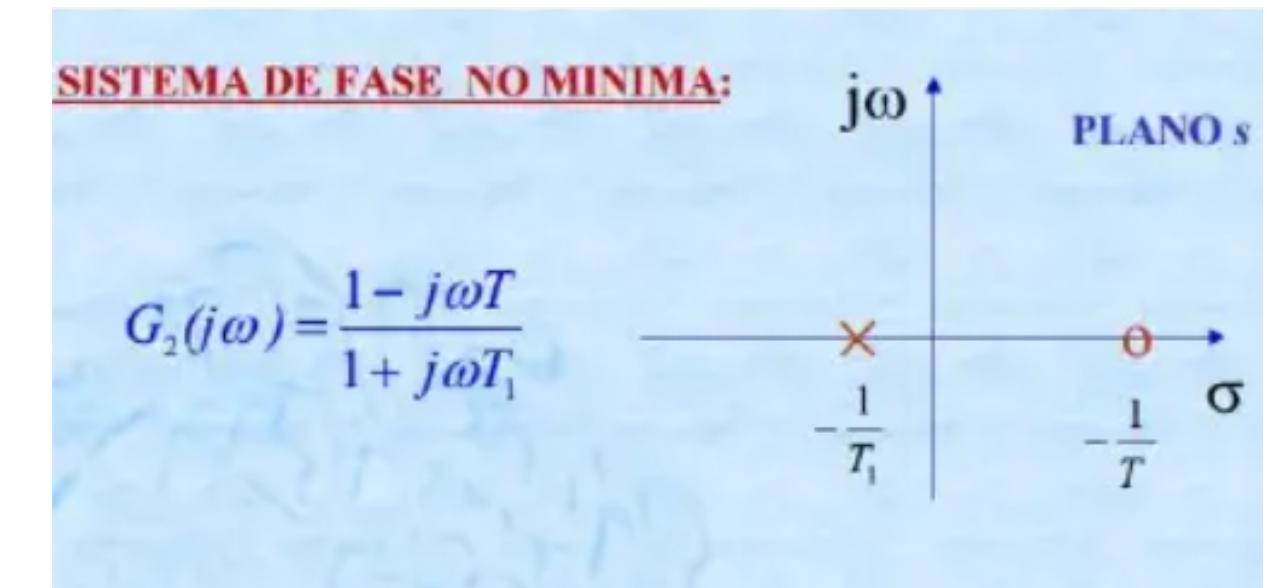
Pueden ser de función de fase máxima, y función de fase mixta



características

- Respuesta al impulso: Tienden a tener una respuesta al impulso más larga que los filtros de fase mínima equivalentes.
- Estabilidad: Aunque pueden ser estables, generalmente son más propensos a la inestabilidad que los filtros de fase mínima. Los sistemas de fase no mínima con polos en el semiplano derecho no son estables.
- Flexibilidad en el diseño
- Un sistema sera causal o no anticipativo siempre que su respuesta impulsional cumpla $h(n)= 0$ para $n < 0$. Si el sistema es causal, la entrada siempre tiene que preceder a la salida

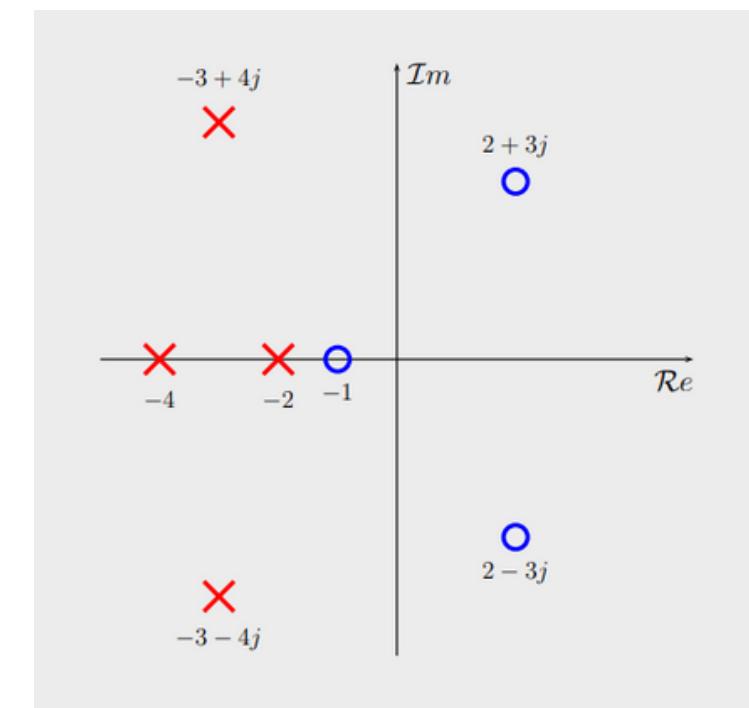
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$



La estabilidad del sistema está dada únicamente por los polos y no por los ceros.

Los sistemas de fase no mínima con ceros en el semiplano derecho son conocidos también como sistemas de respuesta inversa.

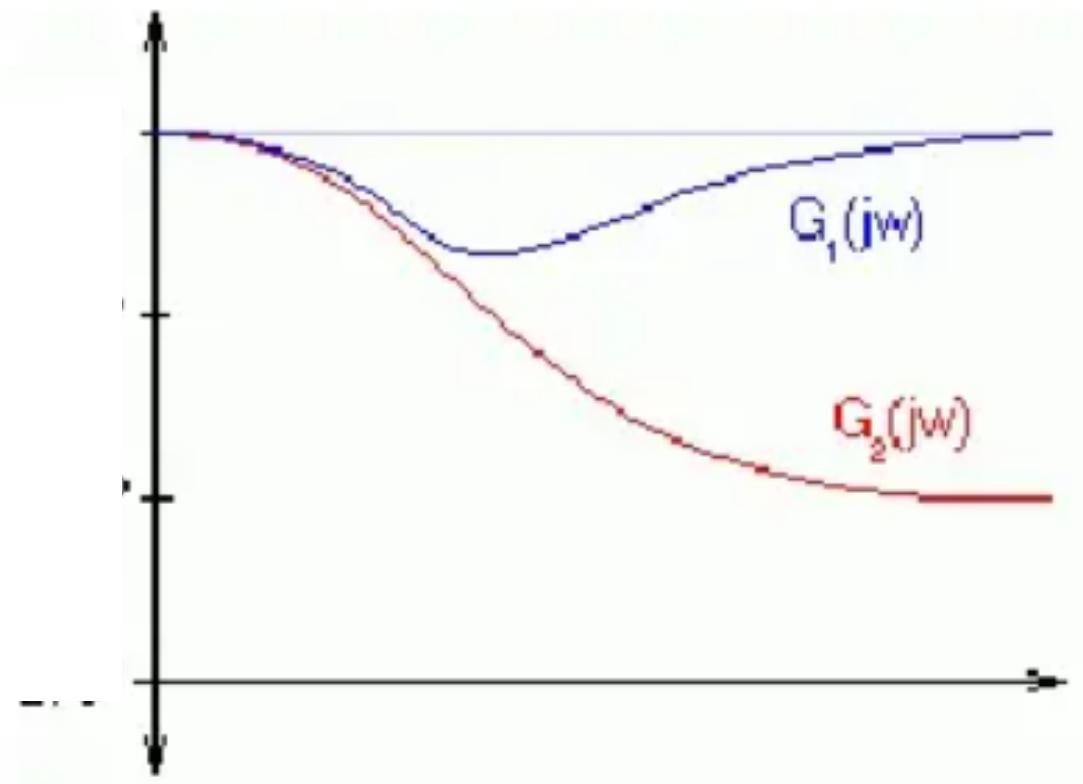
Este tipo de sistemas no se da en demasiados procesos reales, pero cuando aparecen requieren gran atención, ya que son sistemas difíciles de controlar al tener un cero o polo en el semiplano z positivo.



Fase mínima vs. Fase no mínima

Si tiene algún cero en el semiplano derecho se dice que es de fase no mínima y si tiene algún polo en este último semiplano se tratará de un sistema inestable.

Ambos tipos de sistemas tienen la misma característica de amplitud pero no modulo de respuesta en frecuencia, ya que los sistemas de fase no mínima tienen un atraso grande de fase a altas frecuencias. Por ejemplo:



curvas de frecuencia

$$\text{de fase mínima: } G_1(jw) = \frac{1 + jwT}{1 + jwT_1}$$

$$\text{de fase no mínima: } G_1(jw) = \frac{1 - jwT}{1 + jwT_1} \quad (0 < T < T_1)$$

Ejemplos

Se Incluye simulaciones utilizando el software MATLAB para mostrar la diferencia entre los filtros de fase mínima y no mínima.

```
figure;

subplot(2, 3, 1)
sistema = zpk(2, [-1 -2], 1);
rlocus(sistema)
title("FnM - Un cero en el lado derecho")

subplot(2, 3, 2)
sistema = zpk([], [-1 -2], 1);
rlocus(sistema)
title("FM - Ningún polo ni cero en el lado derecho")

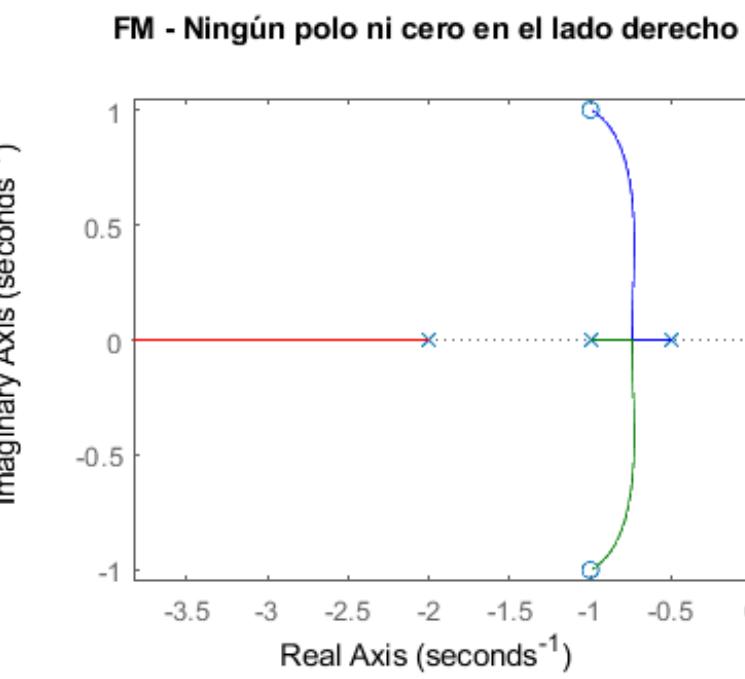
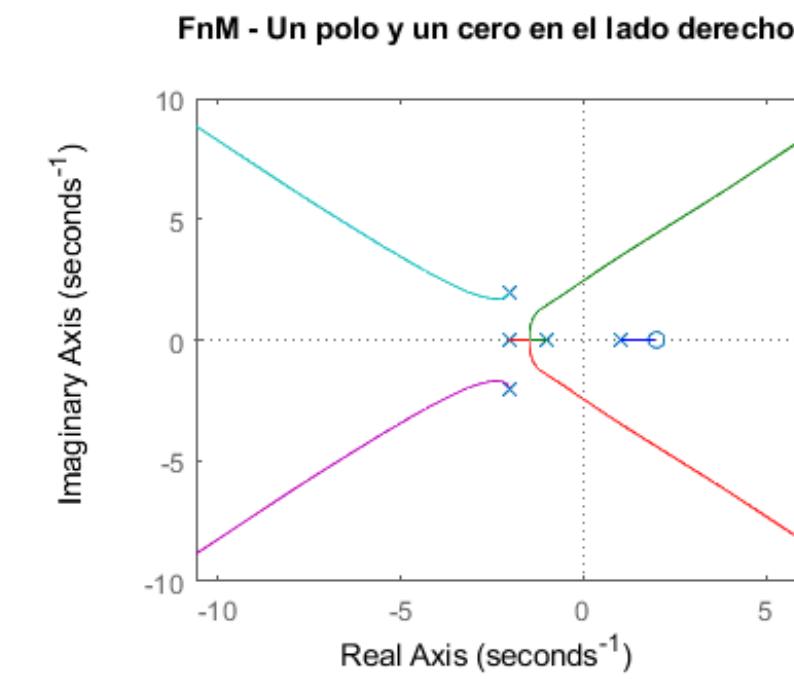
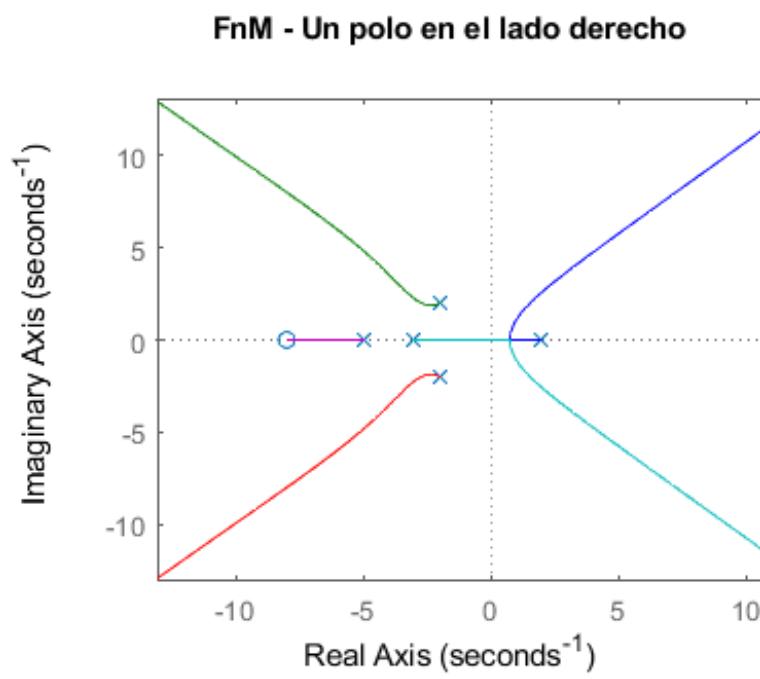
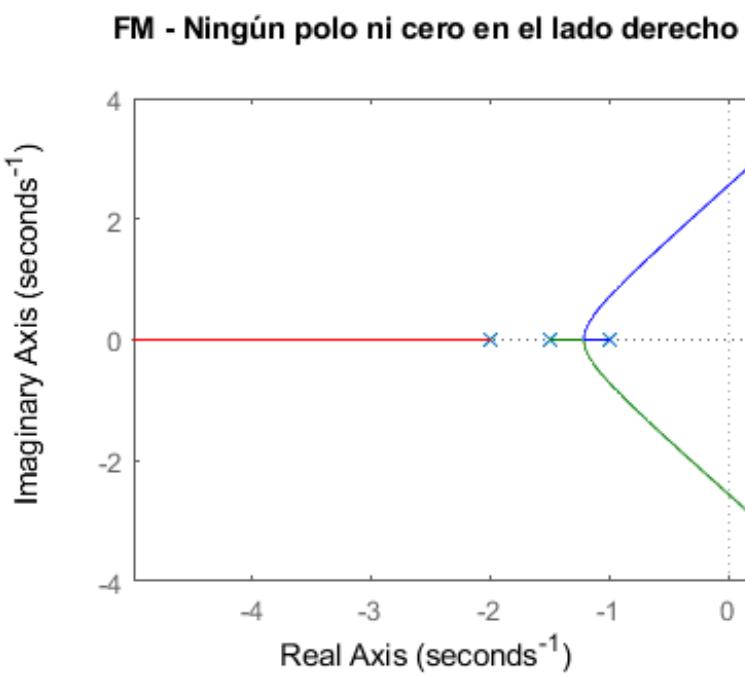
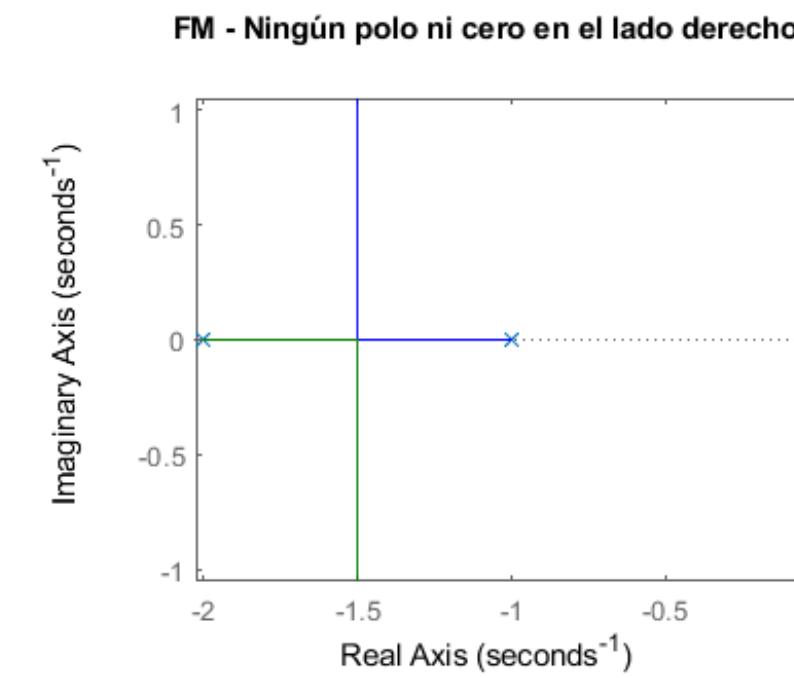
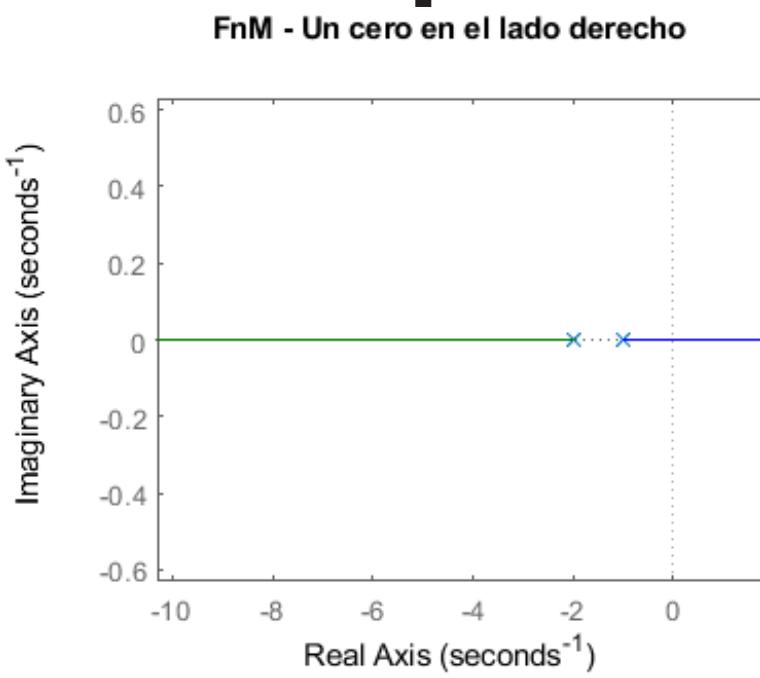
subplot(2, 3, 3)
sistema = zpk([], [-1 -2 -1.5], 1);
rlocus(sistema)
title("FM - Ningún polo ni cero en el lado derecho")

subplot(2, 3, 4)
sistema = zpk(-8, [2 -5 -3 -2+2j -2-2j], 1);
rlocus(sistema)
title("FnM - Un polo en el lado derecho")

subplot(2, 3, 5)
sistema = zpk(2, [1 -1 -2 -2+2j -2-2j], 1);
rlocus(sistema)
title("FnM - Un polo y un cero en el lado derecho")

subplot(2, 3, 6)
sistema = zpk([-1+1i; -1-1i], [-1 -2 -0.5], 1);
rlocus(sistema)
title("FM - Ningún polo ni cero en el lado derecho")
```

Ejemplos



Aplicaciones

Los filtros de fase no mínima no se utilizan tan comúnmente como los filtros de fase mínima debido a que introducen más retardo de fase, lo cual puede ser no deseable en muchas aplicaciones. Sin embargo, pueden encontrarse en ciertos contextos donde la estabilidad y la causabilidad son más críticas que la respuesta en fase.

i

i



GRACIAS
POR SU
ATENCIÓN