FORMULARIO
UNIDAD DE APRENDIZAJE
ALGEBRA

ARITMETICA

Clasificación de los números reales

- Reales (R)
  - Racionales (Q)
    - Enteros (Z)
      - Naturales(N)
      - Enteros Negativos
      - Cero
    - Decimales
      - Decimales exactos
      - Decimales periódicos
        - puros
        - mixtos
  - Irracionales (I)

Propiedades de los números reales

Propiedad	Suma	Multiplicación
Cerradura	a + b ∈ R	a * b ∈ R
Conmutativa	a + b = b + a	a * b = b * a
Asociativa	a + (b + c) = (a + b) + c	a (b * c) = (a * b) c
Elemento Neutro	a + 0 = a	a * 1 = a
Inverso	a + (-a) = 0	a * $\left(\frac{1}{a}\right)$= 0
Distributiva	a (b+c) = ab + ac	

Signos de operación

Suma	$a + b$
Resta	$a - b$
Multiplicación	$ab, (a)(b), a * b, a\ x\ b$
División	$\frac{a}{b}, a/b$
Potencia	a^n
Raíz	$\sqrt{a}$

Signos de relación

$a < b$ "a menor que b"

$a > b$ "a mayor que b"

$a = b$ "a mayor que b"

Signos de agrupación

( )	Paréntesis
[ ]	Corchetes
{ }	Llaves

Jerarquía de operaciones

Signos de agrupación

Potencia y raíz

Multiplicación y división

Suma y resta

Leyes de los signos

$(+)(+) = (+)$

$(-)(-) = (+)$

$(+)(-) = (-)$

$(-)(+) = (-)$

Criterios de divisibilidad

Divisibilidad entre 2	Si termina en números pares
Divisibilidad entre 3	Si la suma de sus dígitos es múltiplo de 3
Divisibilidad entre 4	Si sus últimos dos dígitos son 0 o múltiplo de 4
Divisibilidad entre 5	Si su ultimo digito es 0 o 5
Divisibilidad entre 6	Si es divisible entre 2 y 3
Divisibilidad entre 10	Si su ultimo digito es 0

Números Racionales

Fracciones Propias	Fracciones Impropias	Fracciones Mixtas
$\frac{a}{b}$ con $a < b$	$\frac{a}{b}$ con $a \geq b$	$a\frac{b}{c}$ con $b < c$

Operaciones

Suma – resta

Con mismo denominador

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

Con diferente denominador

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

Multiplicación

$$(a)\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{(a)(b)}{(c)} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{(a)(c)}{(b)(d)}$$

División

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{(a)(d)}{(b)(c)} \qquad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{(a)(d)}{(b)(c)}$$

Potenciación

$a^n = a \cdot a \cdot a \ldots$ donde a es la base y n el exponente

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Teoremas

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$a^0 = 1$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(a \cdot b \cdot c)^m = a^m \cdot b^m \cdot c^m$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Radicación

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}},$ donde a es la base, m el exponente y n el indice

Teoremas

$$\sqrt[n]{a \cdot b \cdot c} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{a^n} \cdot \frac{1}{b^n} \cdot \frac{1}{c^n} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}\sqrt[n]{c}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = (\sqrt[m]{a})^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{m}})^{\frac{1}{n}} = \sqrt[nm]{a}$$

Operaciones con raíces

Suma - resta

$$a\sqrt[n]{d} + b\sqrt[n]{d} - c\sqrt[n]{d} = (a + b - c)\sqrt[n]{d}$$

Multiplicación

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c}$$

División

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Racionalización

$$\frac{c}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{c}{\sqrt[n]{a^m}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}} = \frac{c \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{m+n-m}}} = \frac{c \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^n}} = \frac{c \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

Notación científica

$$\text{mantisa} \longrightarrow a\ x\ 10^n \longleftarrow \text{potencia de } 10$$

Suma - resta

$$a\ x\ 10^n \pm c\ x\ 10^n = (a \pm c)\ x\ 10^n$$

Multiplicación

$$a\ (b\ x\ 10^n) = (a\ x\ b)\ x\ 10^n$$

$$(a\ x\ 10^m)(b\ x\ 10^n) = (a\ x\ b)\ x\ 10^{m+n}$$

División

$$\frac{b\ x\ 10^n}{a} = (b \div a)\ x\ 10^n \text{ con } a\ \neq 0 \text{ para la división}$$

$$\frac{a\ x\ 10^m}{b\ x\ 10^m} = (a \div b)\ x\ 10^{m-n}$$

Potencias - raíces

$$(a\ x\ 10^m)^n = a^n\ x\ 10^{mxa}$$

$$\sqrt[n]{a\ x\ 10^m} = \sqrt[n]{a}\ x\ \sqrt[n]{10^m} \text{ con } m \text{ multiplo de } n$$

Razones y proporciones

Razón

$\frac{a}{b}$ o $a : b$ con $b \neq 0$

Proporción

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $b = \frac{ad}{b}$

Regla de tres simple

Directa

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{x} \therefore x = \frac{a_2 b_1}{a_1}$$

Inversa

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{x} \therefore x = \frac{a_1 b_1}{a_2}$$

Tanto por ciento

$$\frac{a}{x} = \frac{100}{\%}$$

Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros

Actualizado: 20 de Sep de 2020

FORMULARIO
UNIDAD DE APRENDIZAJE
ALGEBRA

ALGEBRA

Expresión Algebraica

Signo — Exponente

$$-4xyz^2$$

Coeficiente — Variable

Clasificación

Expresión Algebraica
- Según el numero de términos
  - Monomio { Un termino
  - Binomio { Dos términos
  - Trinomio { Tres términos
  - Polinomio { Mas de un termino
- Según el grado
  - Absoluto { El mayor de los grado de sus términos
  - Relativo { Mayor exponente de una variable

Operaciones algebraicas

Suma

Se efectúa la suma en forma vertical u horizontal y se reducen términos semejantes

$$a+b+c+a=2a+b+c \qquad \begin{array}{r} a+b+c \\ +\;\; a \quad\quad\;\; \\ \hline 2a+b+c \end{array}$$

Resta

Identificar minuendo y sustraendo y realizar la reducción de términos semejantes

$$(2a+b+c)-(a+b)=a+c \qquad \begin{array}{l} \;\;2a+b+c \\ -a-b \\ \hline \;\;\; a \qquad +c \end{array}$$

Multiplicación

Monomio por monomio

Se multiplican los coeficientes y después las bases

$$Ejem\text{:}\ (2x)(3x)=6x^2$$

Polinomio por monomio

Se multiplica cada uno de los términos del polinomio por el monomio.

$$Ejem\text{:}\ (2x+y)(3x)=6x^2\text{+3xy}$$

Polinomio por Polinomio

Se multiplica cada uno de los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio. Se reducen términos semejantes.

$$Ejem\text{:}\ (2x+y)(3x-5y)=6x^2\text{-5xy+3xy-}5y^2$$
$$6x^2\text{-2xy-}5y^2$$

División

Monomio entre monomio

Se realiza la división de los coeficientes y después la de las bases, aplicando leyes de los exponentes.

$$Ejem\text{: -}\frac{8x^3}{2x}=-4x^{3-1}=-4x^2$$

Polinomio entre monomio

Se divide cada termino del polinomio entre el monomio

$$Ejem\text{:}\ \frac{8x^3+6x^2}{-2x}=\frac{8x^3}{-2x}+\frac{6x^2}{-2x}=-4x^2-3x$$

Polinomio entre Polinomio

$$\begin{array}{rl} & \quad x+2 \\ Ejem\text{:}\, x+1 & \overline{\big)\,x^2+3x+2} \\ & \underline{\;-x^2-x\quad\;} \\ & \qquad\quad 2x+2 \\ & \underline{\qquad -2x-2} \\ & \qquad\qquad\quad 0 \end{array}$$

Productos Notables

Cuadrado de un binomio
$(a\pm b)^2=\ a^2\pm 2ab+\ b^2$

Cuadrado de un trinomio
$(a+b+c)^2=\ a^2+b^2+\ c^2+2ab+\ 2ab+\ 2ab$

Binomio conjugado
$(a+b)(a-b)=(a^2-b^2)$

Binomio con termino común
$(x+a)(x+b)=\ x^2+(a+b)x+ab$

Cubo de un binomio
$(a+b)^3=\ a^3+3a^2b+\ 3ab^2+b^3$

Binomio de la forma
$(mx+a)(nx+b)=\ mnx^2+(a*n)x+(b*m)x+ab$

Factorización

Factor común
$(a-b)^3=\ a^3-3a^2b+\ 3ab^2-b^3$

Diferencia de cuadrados
$(a^2-b^2)=(a+b)(a-b)$

Trinomio cuadrado perfecto
$a^2\pm 2ab+\ b^2=\ (a\pm b)^2$

Trinomio de la forma
$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

Trinomio de la forma
$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

Suma o diferencia de cubos
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+\ b^2)$
$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+\ b^2)$

Suma o diferencia de exponentes impares
$a^n+b^n=$
$(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots-ab^{n-2}+b^{n-1})$
$a^n-b^n=$
$(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$

Ecuaciones de Primer grado(lineal)

Teorema: Sea la ecuación lineal $ax=b$

Si $a\neq 0, x=\frac{b}{a}$ es solución única

Si $a=0\ pero\ b\ \neq 0, entonces, ax=b\ no\ tiene\ solucion$

Si $a=0\ pero\ b=0,\ todo\ k\in R\ es\ solucion\ de\ ax=b$

Sistemas de ecuaciones. Métodos de solución

Reducción (suma-resta)

-Multiplicar las ecuaciones dadas por algún numero.
-Sumar las ecuaciones equivalentes para eliminar una incógnita.
-Resolver la ecuación y sustituir su valor en la otra ecuación.

Sustitución

-Despejar una de las variables y sustituir en la ecuación restante.
-Se resuelve la ecuación de 1er grado, se obtiene valor de la incógnita.
-Los despejes se igualan y se resuelve la ecuación.

Igualación

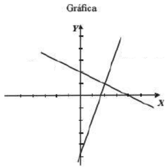
-Se elige una variable y se despeja de ambas ecuaciones.
-El valor de la incógnita se sustituye en el despeje.
-El valor que se obtiene se sustituye en cualquiera de los despejes.

Cramer (Determinantes)

$$x=\frac{\begin{bmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}};\quad y=\frac{\begin{bmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}};\quad con\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}\neq 0$$

Grafico

-Pares ordenados que satisfacen ambas ecuaciones



Ecuaciones de segundo grado (cuadráticas)

La ecuación de la forma $ax^2+bx+c=0,$
$donde\ a,b,c\ \in R\ y\ a\neq 0$

Propiedades de las raíces o soluciones de una ecuación
Discriminante: $I=b^2-4ac$

Si $I>0$, las raíces son reales y diferentes
Si $I=0$, entonces las raíces son reales e iguales, $x=-\frac{b}{2a}$
Si $I<0$, entonces las raíces son complejas

Métodos de solución

Completando Trinomio Cuadrado Perfecto
Se suma en ambos miembros de la igualdad $\left(\frac{b}{2}\right)^2$

Formula General
Se sustituyen valores de a, b y c en: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Factorización
Se factoriza la expresión y se iguala a cero cada factor

Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros Actualizado: 20 de Sep de 2020

FORMULARIO
UNIDAD DE APRENDIZAJE
GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA

FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS

Sistemas	Base del sistema	Denominación
$\log$	a	Logaritmo de base a
$\log_{10} = \log = \text{lg}$	10	Logaritmo común
$\log_e 1 = \ln$	e	Logaritmo natural

$$\log_a x = b \qquad a^b = x$$

a= base x= argumento b= logaritmo

Propiedades de los logaritmos *(De cualquier base)*

$Para\ cualquier\ M, N, b\ > 0\ y\ \neq 0, se\ cumple\ que:$

$$\log_b 1 = \quad 0$$

$$\log_b b = \quad 1$$

$$\log_b M^n = \quad n \log_b M$$

$$\log_b \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_b M$$

$$\log_b MN = \log_b M + \log_b N$$

$$\log_b \frac{M}{N} = \quad \log_b M - \log_b N$$

$$\log_e M = \quad \ln M,$$

$\ln = logaritmo\ natural\ y\ e = 2.718281 \ldots.$

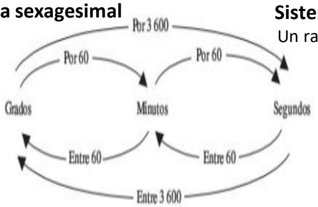
GEOMETRIA EUCLIDIANA
Ángulos

Medidas

Sistema sexagesimal

1° = 60´

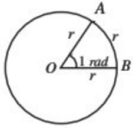
1° = 60¨



Sistema circular

Un radian (1 rad) = 57.29°

$\pi\ rad = 180°$



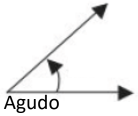
Conversión de grados a radianes y de radianes a grados

Grados a radianes	Radianes a grados
Se multiplica el número de grados por el factor $\frac{\pi}{180°}$ y se simplifica, esto es: $s\left(\frac{\pi}{180°}\right)$	Se multiplica el número de radianes por el factor 180°/ π) y se simplifica, esto es: R(180°/ π)

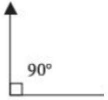
Ángulos

Clasificación de acuerdo a su medida

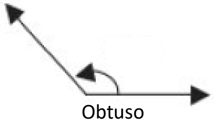
Convexo. Mayor de 0° $y\ menor\ de$180°



Agudo



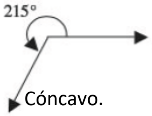
Recto



Obtuso

Llano.

Igual a180°



Cóncavo.

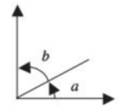
Mas de 180°

$y\ menos\ de$ 360°

Perigonal

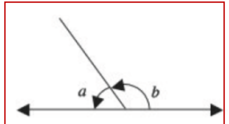
$Mide$ 360°

Complementarios



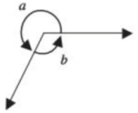
$< a +< b = 90°$

Suplementarios



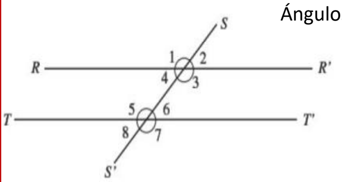
$< a +< b = 180°$

Conjugados



$< a +< b = 360°$

Rectas paralelas cortadas por una secante



Ángulos alternos internos
$< 3 =< 5; < 4 =< 6$

alternos externos
$< 1 =< 7; < 2 =< 8$

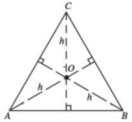
correspondientes
$< 1 =< 5; < 4 =< 8$

Colaterales internos
$< 4 +< 5 = 180°$

Colaterales externos
$< 1+ < 8 = 180°$

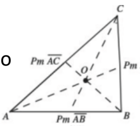
Triángulos

Rectas y puntos notables



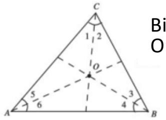
Altura

O:Ortocentro



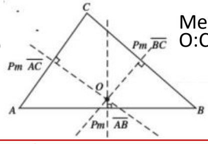
Mediana

O:Baricentro



Bisectriz

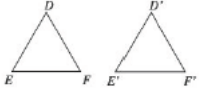
O:Incentro



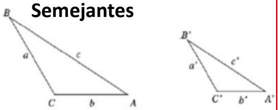
Mediatriz

O:Circuncentro

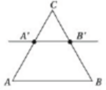
Congruentes



Semejantes

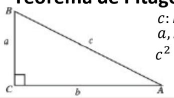


Teorema de Tales



$Si\ A'B'\ \overline{AB}$ entonces
$\Delta ABC \sim A'B'C' +$

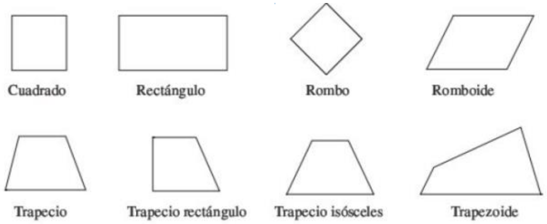
Teorema de Pitágoras



$c: hipotenusa$
$a, b; catetos$
$c^2 = a^2 + b^2$

Cuadriláteros

Clasificación



Teoremas:

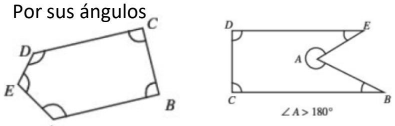
Suma de ángulos interiores = 360°

Polígonos

Clasificación

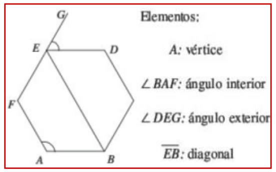
Por sus lados
- Regulares
- Irregulares

Por sus ángulos



Convexo   Cóncavo

Elementos



Diagonales

Trazadas desde un vértice

$$d = n - 3$$

Totales

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

Ángulos

Suma de ángulos interiores

$$S_t = 180° (n - 2)$$

Suma de ángulos exteriores

$$S_e = 360°$$

Angulo interior

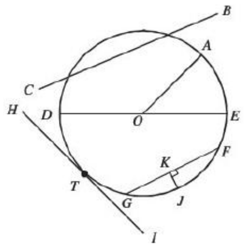
$$\text{i}= \frac{180°(n-2)}{n}$$

Angulo exterior

$$e = \frac{360°}{n}$$

Circunferencia y circulo

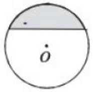
Rectas notables



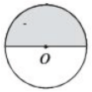
$O: \quad centro$
$AE: arco$
$\underline{ED}: semicircunferencia$
$\underline{OA}: radio$
$\underline{DE}: diametro$
$\underline{BC}: secante$
$\underline{HI}: tangente$
$\underline{FG}: cuerda$
$KJ: sagita\ o\ flecha$
$T\ \ : punto\ de\ tangencia$

Sector circular

Segmento circular



Semicírculo

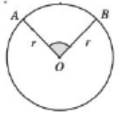


Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros   Actualizado: 20 de Sep de 2020

Circunferencia y circulo

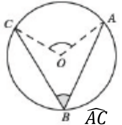
Ángulos notables

Angulo Central



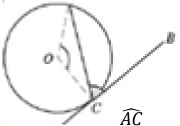
$< AOB = \widehat{AB}$

Angulo Inscrito



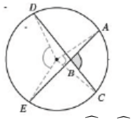
$< ABC = \frac{\widehat{AC}}{2}$

Angulo Seminscrito



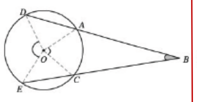
$< ACB = \frac{\widehat{AC}}{2}$

Angulo Interior



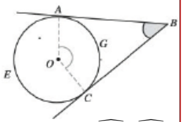
$< ABC = \frac{\widehat{AC}+\widehat{DE}}{2}$

Angulo Exterior



$< ABC = \frac{\widehat{DE}-\widehat{AC}}{2}$

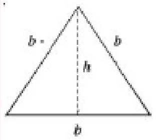
Angulo Circunscrito



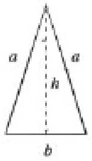
$< ABC = \frac{\widehat{AEC}-\widehat{AGC}}{2}$

Perímetros y superficies

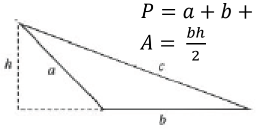
Triángulos



$P = 3b$
$A = \frac{bh}{2}$



$P = 2a + b$
$A = \frac{bh}{2}$



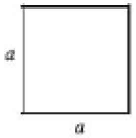
$P = a + b + c$
$A = \frac{bh}{2}$

Área (fórmula de Herón):

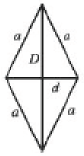
$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$S = \frac{a+b+c}{2}$

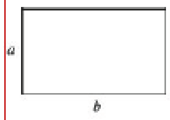
Cuadriláteros



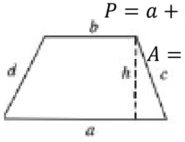
$P = 4a$
$A = a^2$



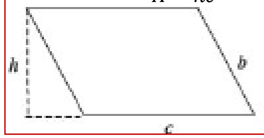
$P = 4a$
$A = \frac{Dd}{2}$



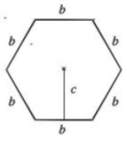
P=2(a+b)
A= ab



$P = a + b + c + d$
$A = \frac{(a+b)h}{2}$

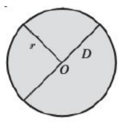


$P = 2(b + c)$
$A = hc$

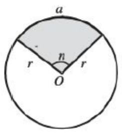


$P = nb$
$A = \frac{PC}{2}$

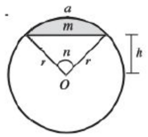
Circunferencia y circulo



$P = 2\pi r = D\pi$
$A = \pi r^2$



$P = a + 2r$
$A = \frac{\pi r^2 n}{360°} = \frac{ar}{2}$



$P = a + m$
$A = \frac{\pi r^2 n}{360°} - \frac{mh}{2}$

TRIGONOMETRIA
Triangulo Rectángulo

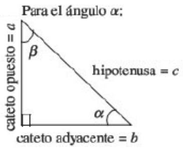
Funciones trigonométricas

$sen\ \theta = \frac{co}{h}$ $\quad cot\ \theta = \frac{ca}{co}$

$cos\ \theta = \frac{ca}{h}$ $\quad sec\ \theta = \frac{h}{ca}$

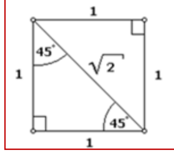
$tan\ \theta = \frac{co}{ca}$ $\quad csc\ \theta = \frac{h}{co}$

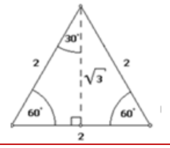
Cofunciones



$sen\ \alpha = \cos(90° - \alpha) = \cos\beta$
$cos\ \alpha = \text{sen}(90° - \alpha) = \text{sen}\,\beta$
$tan\ \alpha = \text{ctg}(90° - \alpha) = \text{ctg}\,\beta$
$ctg\ \alpha = \tan(90° - \alpha) = \tan\beta$
$sec\ \alpha = \csc(90° - \alpha) = \csc\beta$
$csc\ \alpha = \sec(90° - \alpha) = \sec\beta$

	I cuadrante	II cuadrante	III cuadrante	IV cuadrante
Seno	+	+	-	-
Coseno	+	-	-	+
Tangente	+	-	+	-
Cotangente	+	-	+	-
Secante	+	-	-	+
Cosecante	+	+	-	-





Grados	Rad	Sen	Cos	Tan	Csc	Sec	Cot
0°	0	0	1	0	*No existe*	1	*No existe*
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	*No existe*	1	*No existe*	0

Identidades trigonométricas

Reciprocas

$sen\ \theta = \frac{1}{\csc\theta}$ $\quad cos\ \theta = \frac{1}{\sec\theta}$ $\quad tan\ \theta = \frac{1}{\text{ctg}\,\theta}$

$csc\ \theta = \frac{1}{\text{sen}\,\theta}$ $\quad sec\ \theta = \frac{1}{\cos\theta}$ $\quad ctg\ \theta = \frac{1}{\tan\theta}$

De cociente

$\frac{sen\ \alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$

$\frac{cos\ \alpha}{\text{sen}\ \alpha} = \text{ctg}\ \alpha$

Pitagóricas

$sen^2\ \alpha + cos^2 = 1$

$tan^2\ \alpha + 1 = sec^2\ \alpha$

$1 + ctg^2\ \alpha = csc^2\ \alpha$

Identidades trigonométricas de suma de ángulos

$sen\ (\alpha + \beta) = (sen\ \alpha)(\cos\beta) + (sen\ \beta)(\cos\alpha)$

$cos\ (\alpha + \beta) = (cos\ \alpha)(\cos\beta) - (sen\ \alpha)(sen\ \beta)$

$tan\ (\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$

Identidades trigonométricas de diferencia de ángulos

$sen\ (\alpha - \beta) = (sen\ \alpha)(\cos\beta) - (sen\ \beta)(\cos\alpha)$

$cos\ (\alpha - \beta) = (cos\ \alpha)(\cos\beta) + (sen\ \alpha)(sen\ \beta)$

$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$

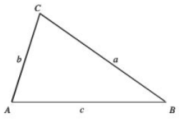
Ángulos dobles

$sen\ (2\alpha) = 2(sen\alpha)(cos\alpha)$

$\cos(2\alpha) = 2\ cos^2\ \alpha - 1$

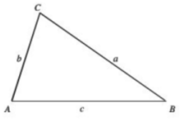
$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan\alpha}{1 - \ tan^2\alpha}$

Triangulo Oblicuángulo



Ley de los senos

$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$



Ley de los cosenos

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros Actualizado: 20 de Sep de 2020

FORMULARIO
UNIDAD DE APRENDIZAJE
GEOMETRIA ANALITICA

GEOMETRIA ANALITICA BIDIMENSIONAL

Distancia entre dos puntos

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$$

División de un segmento en una razón dada

$$r = \frac{x - x_1}{x_2 - x} \qquad r = \frac{y - y_1}{y_2 - y}$$

Punto de división dados los extremos y la razón

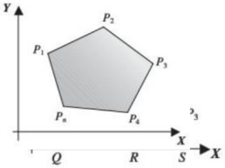
$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1 + r} \qquad y = \frac{y_1 + ry_2}{1 + r}$$

Punto medio de un segmento de recta

$$P_m = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Área de un polígono

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ \dots & \\ x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$



$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$$

PENDIENTE DE UNA RECTA

Pendiente de una recta que pasa por dos puntos

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \theta = arc\ tang\ m$$

Condición de paralelismo

$$l_1\ ll\ l_2 \Rightarrow m_1 = m_2$$

Condición de perpendicularidad

$$m_1\, m_2 = -1$$

Angulo entre rectas

$$\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 . m_2}$$

LUGAR GEOMETRICO

Intersecciones con los ejes ……… Con eje “x”, y=0 eje “y”, x=0
Simetría con los ejes y el origen. f(x,-y), f(-x,y), f(-x,-y)
Extensión de la curva……………… Valores reales “x” e “y”
Asíntotas
Grafica

LINEA RECTA

Ecuación general de la recta

$$Ax + By + C = 0$$

Ecuación punto-pendiente

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

Ecuación punto-punto

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$$

Ecuación pendiente-ordenada al origen (forma ordinaria o reducida

$$y = mx + b$$

Ecuación en forma simétrica

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Distancia de un punto a una recta

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C\ |}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

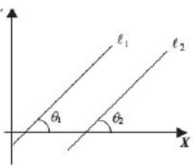
FAMILIA DE RECTAS

Rectas paralelas

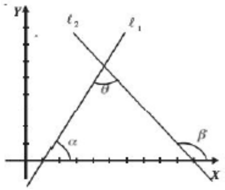
$y = mx + b$ Con b como parámetro

Rectas concurrentes

$y = mx + b$ Con m como parámetro

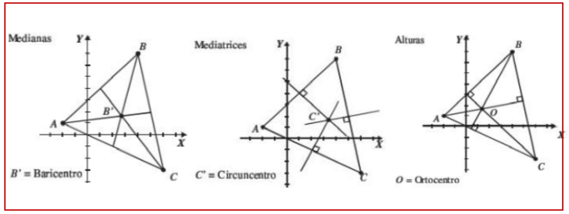


Rectas paralelas



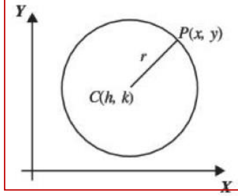
Rectas concurrentes

RECTAS NOTABLES EN EL TRIANGULO



CIRCUNFERENCIA

Definición y elementos



Definición:

$$d_{CP} = r \;\rightarrow\; \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r$$

Elementos:

C: centro
r: radio
$P(x, y)$: punto cualquiera de la circunferencia

Ecuación en su forma ordinaria

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Ecuación en su forma general

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad , con\ A = C$$

Ecuación en su forma canónica

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Análisis de la ecuación de una circunferencia

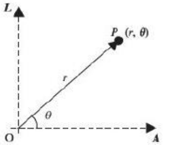
Si ***r*** es positivo la circunferencia es real
Si ***r*** es negativo la circunferencia es imaginaria
Si ***r*** es igual a cero entonces representa un punto

FAMILIA O HAZ DE CIRCUNFERENCIAS

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = p^2$ Con p como parámetro

COORDENADAS POLARES

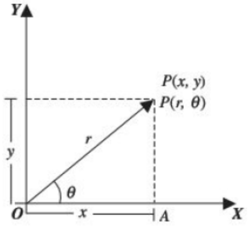
Sistema Polar



La recta $\overline{OA}$ y el punto P forman un marco de referencia, como los ejes coordenados en el sistema cartesiano.

$\overline{OP} = r$: radio vector
θ: Argumento
O: polo
$\overline{OA}$: Eje polar
L: Eje $\frac{\pi}{2}$

Relación entre las coordenadas polares y rectangulares



Por el Teorema de Pitágoras

$$r^2 = x^2 + y^2 \rightarrow \pm\sqrt{x^2 + y^2}$$

En el triangulo rectángulo OAP

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \rightarrow x = r\ cos\theta$$

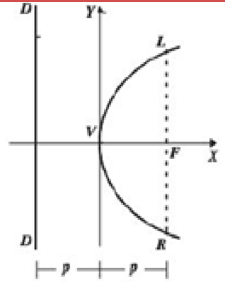
$$\text{sen}\,\theta = \frac{y}{r} \rightarrow y = r\ sen\theta$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros Actualizado: 20 de Sep de 2020

PARABOLA

Parábola horizontal con vértice en el origen



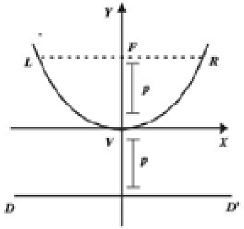
Ecuación Canónica: $y^2 = 4\,px$

Elementos:

Foco: $F(p,0)$
Directriz: $(\overline{DD})$ $x = -p$
Ecuación del eje: $y = 0$
Lado recto: $\overline{LR} = |4p|$

Si $p > 0 \rightarrow$ la parabola abre hacia la derecha
Si $p < 0 \rightarrow$ la parabola abre hacia la derecha

Parábola vertical con vértice en el origen



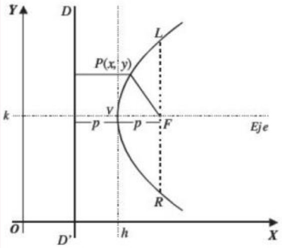
Ecuación Canónica: $x^2 = 4\,py$

Elementos:

Foco: $F(0,p)$
Directriz: $(\overline{DD})$ $y = -p$
Ecuación del eje: $x = 0$
Lado recto: $\overline{LR} = |4p|$

Si $p > 0$ entonces la parábola es cóncava hacia arriba.
Si $p < 0$ entonces la parábola es cóncava hacia abajo.

Parábola horizontal con vértice en (h,k)

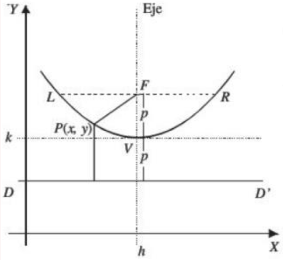


Ecuación Ordinaria:
$(y-k)^2 = 4p(x-h)$

Ecuación General:
$Cy^2 + \mathrm{D}x + \mathrm{E}y + \mathrm{F} = 0$

Elementos:
Vértice: $\mathrm{V}(h,k)$
Foco: $F(h+p,k)$
Directriz: $(\overline{DD'})$ $x = h - p$
Ecuación del eje: $y = k$
Lado recto: $\overline{LR} = |4p|$

Parábola vertical con vértice en (h,k)



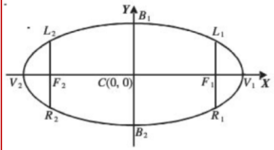
Ecuación Ordinaria:
$(x-h)^2 = 4p(y-h)$

Ecuación General:
$Ax^2 + \mathrm{D}x + \mathrm{E}y + \mathrm{F} = 0$

Elementos:
Vértice: $\mathrm{V}(h,k)$
Foco: $F(h,k+p)$
Directriz: $(\overline{DD'})$ $y = k - p$
Ecuación del eje: $x = h$
Lado recto: $\overline{LR} = |4p|$

ELIPSE

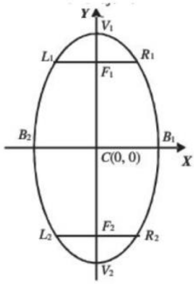
Elipse horizontal con vértice en el origen



Ecuación Canónica:
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Elementos:
Vértices: $V(\pm a, 0)$
Focos: $F(\pm c, 0)$
Extremos del eje : $B(0, \pm b)$
Lado recto: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a} =$ (e< 1)

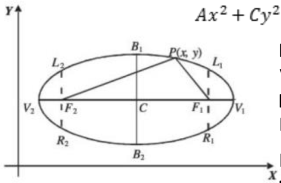
Elipse vertical con vértice en el origen



Ecuación Canónica:
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Elementos:
Vértices: $V(0, \pm a)$
Focos: $F(0, \pm c)$
Extremos del eje : $B(\pm b, 0)$
Lado recto: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a} =$ (e< 1)

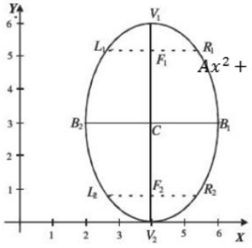
Elipse horizontal con vértice en (h,k)



Ecuación Canónica:
$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$
$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$,*con* $A \neq C$

Elementos:
Vértices: $V(h \pm a, k)$
Focos: $F(h \pm c, k)$
Extremos del eje : $B(h, k \pm b)$
Lado recto: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a} =$ (e< 1)

Elipse vertical con vértice en (h,k)

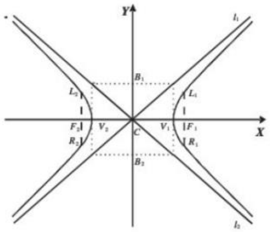


Ecuación Canónica:
$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$
$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$,*con* $A \neq C$

Elementos:
Vértices: $V(h, k \pm a)$
Focos: $F(h, k \pm c)$
Extremos del eje : $B(h \pm b, k)$
Lado recto: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a} =$ (e< 1)

HIPERBOLA

Hipérbola horizontal con vértice en el origen

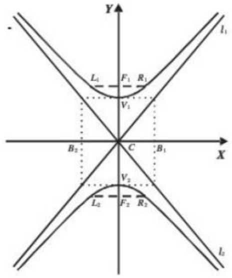


Ecuación Canónica:
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

Vértices: $V(\pm a, 0)$
Focos: $F(\pm c, 0)$
Extremos del eje : $B(0, \pm b)$
Lado recto: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a} =$ (e< 1)
Asíntotas: $l_1 : y = \frac{b}{a}x \quad l_2 : y = -\frac{b}{a}x$

Hipérbola vertical con vértice en el origen

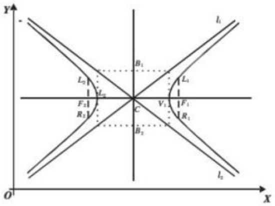


Ecuación Canónica:
$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

Vértices: $V(0, \pm a)$
Focos: $F(0, \pm c)$
Extremos del eje : $B(\pm b, 0)$
Lado recto: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a} =$ (e< 1)
Asíntotas: $l_1 : y = \frac{a}{b}x \quad l_2 : y = -\frac{a}{b}x$

Hipérbola horizontal con vértice en (h,k)

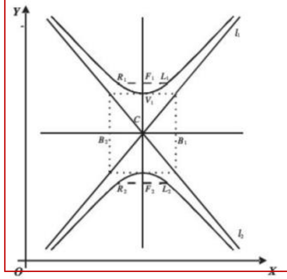


Ecuación Canónica:
$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

Vértices: $V(h \pm a, k)$
Focos: $F(h \pm c, k)$
Extremos del eje : $B(h, k \pm b)$
Lado recto: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a} =$ (e< 1)
Asíntotas: $l_1 : y - k = \frac{b}{a}(x-h)$

Hipérbola vertical con vértice en el (h,k)



Ecuación Canónica:
$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

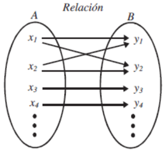
Vértices: $V(h, k \pm a)$
Focos: $F(h, k \pm c)$
Extremos del eje : $B(h \pm b, k)$
Lado recto: $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad: $e = \frac{c}{a} =$ (e< 1)
Asíntotas: $l_1 : y - k = \frac{a}{b}(x-h)$

Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros Actualizado: 20 de Sep de 2020

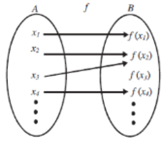
FORMULARIO
UNIDAD DE APRENDIZAJE
CALCULO DIFERENCIAL

RELACIONES Y FUNCIONES

Relación



Función



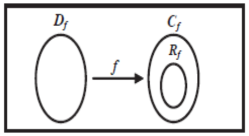
Notación:

Una función se denota o escribe como $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, donde:
- x: variable independiente
- y: variable dependiente
- f: función, regla de asignación o correspondencia

Clasificación

- Función
  - Algebraicas
    - Constante
    - Lineal
    - Cuadrática
    - Identidad
    - Racional
    - Raíz Cuadrada
    - Valor Absoluto
    - Mayor Entero
    - Característica
  - Trascendentes
    - Trigonométricas
    - Inversas trigonométricas
    - Exponenciales
    - Logarítmicas

Dominio, contra dominio y rango de una función



Dada una función:, se dice :

A es el dominio (D_f)
y B es el contradominio (C_f)
Rango (R_f)

Propiedades de las desigualdades

Sean a, b, c $\in R$

$Si\ a > b\ y\ b > c, entonces\ a > c$

$Si\ a > b, entonces\ a + c > b + c\ y\ a - c > b - c$

$Si\ a\ > b\ y\ c\ > 0, entonces\ ac > bc\ y\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

$Si\ a\ > b\ y\ c\ < 0, entonces\ ac < bc\ y\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Tabla de intervalos

Desigualdad	Intervalo	Grafica
$x > a$	(a, ∞)	—(———→
$x < a$	$(-\infty, a)$	←———)—
$x \geq a$	$[a, \infty)$	—[———→
$x \leq a$	$(-\infty, a]$	←———]—
$a < x < b$	(a, b)	←(———)→
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	←[———]→
$a < x \leq b$	$(a, b]$	←(———]→
$a \leq x < b$	$[a, b)$	←[———)→
$-\infty < x < \infty$	$(-\infty, \infty)$	←————→

Operaciones con funciones

$$f(x) + g(x) = (f + g)(x), D_f \cap D_g$$

$$f(x) - g(x) = (f - g)(x), D_f \cap D_g$$

$$f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g)(x), |D_f \cap D_g$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \left(\frac{f}{g}\right)(x), \{x \epsilon D_f \cap D_g | g(x) \neq 0\}$$

Función composición (función de funciones)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$D_{f \circ g}: \{x | x\ \epsilon\ D_g\ y\ g(x)\ \epsilon\ D_f\}$$

LIMITES

Teoremas

$$\lim_{x \to a}(c) = c$$

$$\lim_{x \to a}(x) = a$$

$$\lim_{x \to a}\big(c\ \cdot\ f(x)\big) = c\ \cdot\ \lim_{x \to a} f(x)$$

$$\lim_{x \to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$$

$$\lim_{x \to a}[f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

$$\lim_{x \to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} \quad si\ \lim_{x \to a} g(x) \neq 0$$

$$\lim_{x \to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x \to a} f(x)\right]^n$$

Limites Indeterminados:

Son aquellos cuyo resultado es de la forma $\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}}$ por consiguiente es necesario eliminar la indeterminación.

Casos de factorización (para recordar)

$$ax^n + bx^{n-1} = x^{n-1}(ax + b)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$x^2 + x(a + b) + ab = (x + a)(x + b)$$

$$(a^3 \pm b^3) = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

Limites cuando x tiende al infinito

$$\lim_{x \to \infty} \frac{c}{x^n} = 0\ ,\ \text{con } c \text{ constante}$$

CONTINUIDAD

Una función $f(x)$ es continua en el punto $x_0 \in R$ si cumple con las siguientes condiciones:

1. $f(x_o)$ está definida.
2. $\lim_{x \to x_o} f(x)$ existe.
3. $\lim_{x \to x_o} f(x) = f(x_o)$.

DERIVADA

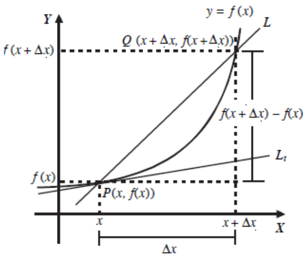
Derivada por definición

Sea $f(x)$ una función , se define a su $f`(x)$:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

Interpretación geométrica de la derivada

Δx: incremento en x
Δy: incremento en y



Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros Actualizado: 20 de Sep de 2020

Derivadas de funciones algebraicas

$$\frac{d}{dx}c = 0$$

$$\frac{d}{dx}x = 1$$

$$\frac{d}{dx}c \cdot v = c \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(u \pm v \pm w) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}x^n = n \cdot x^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}v^n = n \cdot v^{n-1} \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\sqrt[n]{v} = \frac{1}{n\sqrt[n]{v^{n-1}}}\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\sqrt{v} = \frac{\frac{dv}{dx}}{2\sqrt{v}}$$

$$\frac{d}{dx}(u \cdot v) = u \cdot \frac{dv}{dx} + v \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \cdot \frac{du}{dx} - u \cdot \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{c}{v}\right) = -\frac{c}{v^2}\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{v}{c}\right) = \frac{1}{c}\frac{dv}{dx}$$

Regla de la cadena

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(g \circ f)(x) = \frac{d}{dx}g(f(x)) = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

Derivadas de funciones trascendentes

Trigonométricas

$$\frac{d}{dx}\operatorname{sen}(v) = \cos(v) \cdot \frac{d}{dx}v$$

$$\frac{d}{dx}\cos(v) = -\operatorname{sen}(v) \cdot \frac{d}{dx}v$$

$$\frac{d}{dx}\tan(v) = sec^2(v) \cdot \frac{d}{dx}v$$

$$\frac{d}{dx}\cot(v) = -csc^2(v) \cdot \frac{d}{dx}v$$

$$\frac{d}{dx}\sec(v) = \sec(v) \cdot \tan(v) \cdot \frac{d}{dx}v$$

$$\frac{d}{dx}\csc(v) = -\csc(v) \cdot \cot(v) \cdot \frac{d}{dx}v$$

Inversas Trigonométricas

$$\frac{d}{dx}(arc\ sen\ v) = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(arc\ cos\ v) = -\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(arc\ tan\ v) = \frac{1}{1+v^2}\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(arc\ cot\ v) = -\frac{1}{1+v^2}\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(arc\ sec\ v) = \frac{1}{v\sqrt{v^2-1}}\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(arc\ csc\ v) = -\frac{1}{v\sqrt{v^2-1}}\frac{dv}{dx}$$

Logarítmicas

$$\frac{d}{dx}Ln\ v = \frac{\frac{dv}{dx}}{v}$$

$$\frac{d}{dx}log_b(v) = \frac{log_{\,b}\,e}{v} \cdot \frac{dv}{dx}$$

Exponenciales

$$\frac{d}{dx}e^v = e^v \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}a^v = a^v \cdot \ln a\ \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}u^v = v \cdot u^{v-1}\frac{du}{dx} + \ln u \cdot u^v\ \frac{dv}{dx}$$

APLICACIONES

Recta Tangente y normal a la curva

Recta Tangente

$$y - y_1 = \frac{dy}{dx}(x - x_1)$$

Recta normal

$$y - y_1 = -\frac{1}{\frac{dy}{dx}}(x - x_1)$$

Angulo entre curvas

$$\tan\theta = \frac{f'(x_o) - g'(x_o)}{1 + f'(x_o) \cdot g'(x_o)}$$

Máximos y mínimos de una función

Criterio de la 1era derivada

a) Si la derivada cambia de + a – es un máximo local

b) Si la derivada cambia de - a + es un mínimo local

c) Si la derivada no cambia de signo no existe máximo ni mínimo

Criterio de la 2da derivada

a) Si la 2da derivada es mayor que 0 es un mínimo

b) Si la 2da derivada es menor que 0 es un máximo

Intervalos de crecimiento

a) $Creciente\ en\ (a,b) si\ f'(x) > 0$

b) $Decreciente\ en\ (a,b) si\ f'(x) < 0$

Intervalos de concavidad:

a) $Si\ f''(x) < 0 \therefore cóncava\ hacia\ arriba$

b) $Si\ f''(x) > 0 \therefore cóncava\ hacia\ abajo$

c) $Si\ f''(x) = 0 \therefore tiene\ un\ punto\ de\ inflexion$

Identidades trigonométricas (para recordar)

Reciprocas

$$sen\ \theta = \frac{1}{\csc\theta} \qquad cos\ \theta = \frac{1}{\sec\theta} \qquad tan\ \theta = \frac{1}{\operatorname{ctg}\theta}$$

$$csc\ \theta = \frac{1}{sen\ \theta} \qquad sec\ \theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad ctg\ \theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

De cociente

$$\frac{sen\ \alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

Pitagóricas

$$sen^2\ \alpha + cos^2 = 1$$

$$tan^2\ \alpha + 1 = sec^2\ \alpha$$

$$1 + ctg^2\ \alpha = csc^2\ \alpha$$

Ángulos dobles

$$sen\ (2\alpha) = 2(sen\alpha)(cos\alpha)$$

$$\cos(2\alpha) = 2\ cos^2\ \alpha - 1$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan\alpha}{1 - tan^2\alpha}$$

Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros Actualizado: 20 de Sep de 2020

FORMULARIO
UNIDAD DE APRENDIZAJE
CALCULO INTEGRAL

Integrales inmediatas

1. $\int (du + dv - dw) = \int du + \int dv - \int dw$
2. $\int a\, dv = a \int dv$
3. $\int dx = \mathrm{x} + C$
4. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
5. $\int v^n dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
6. $\int \frac{dv}{v} = \ln[v] + C$
7. $\int a^v dv = \frac{a^v}{\ln a} + C$
8. $\int e^v dv = e^v + C$
9. $\int sen\ v\ dv = -\cos v + C$
10. $\int \cos v\ dv = sen\ v + C$
11. $\int \tan v\ dv = -\ln|cosv| + C = \ln|secv| + C$
12. $\int cot\ v\ dv = \ln|senv| + C$
13. $\int sec\ v\ dv = \ln|secv + tanv| + C$
14. $\int csc\ v\ dv = \ln|cscv - cotv| + C$
15. $\int sec^2 v\ dv = \tan v + C$
16. $\int csc^2 vdv = -\cot v + C$
17. $\int \sec v \tan v\ dv = \sec v + C$
18. $\int \csc v \cot v\ du = -\csc v + C$
19. $\int \frac{dv}{v^2 + a^2} = \frac{1}{a} arc\tan\left(\frac{v}{a}\right) + C$
20. $\int \frac{dv}{v^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{v - a}{\mathrm{v} + a}\right| + C$
21. $\int \frac{dv}{a^2 - v^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a + v}{a - v}\right| + C$
22. $\int \frac{dv}{\sqrt{a^2 - v^2}} = arc\ sen \frac{v}{a} + C$
23. $\int \frac{dv}{\sqrt{v^2 \pm a^2}} = \ln\left(v + \sqrt{v^2 \pm a^2}\right) + C$
24. $\int \frac{dv}{v\sqrt{v^2 - a^2}} = \frac{1}{a} arc\sec \frac{v}{a} + \mathrm{C}$
25. $\int \sqrt{a^2 - v^2}\, dv = \frac{v}{2}\sqrt{a^2 - v^2} + \frac{a^2}{2} arc\ sen \frac{v}{a} + C$
26. $\int \sqrt{v^2 \pm a^2}\, dv = \frac{v}{2}\sqrt{v^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln\left(v + \sqrt{u^2 \pm a^2}\right) + \mathrm{C}$

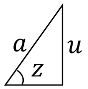
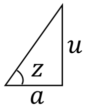
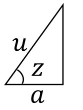
Integrales de diferenciales trigonométricas

Integral de la forma	Emplear identidad
$\int sen^m vdv,$ $\int cos^n vdv,$ *con m y n impar*	$sen^2 x = 1 - cos^2 x$ $cos^2 x = 1 - sen^2 x$
$\int tan^n vdv,$ $\int cot^n vdv,$ *con n entero par e impar*	$tan^2 x = sec^2 x - 1$ $cot^2 x = csc^2 x - 1$
$\int sec^n vdv,$ $\int csc^n vdv,$ *con n par*	$sec^2 x = 1 + tan^2 x$ $csc^2 x = 1 + cot^2 x$
$\int tan^m sec^n vdv,$ $\int cot^m csc^n vdv,$ *con n par* *m par e impar*	$sec^2 x - tan^2 x = 1$ $csc^2 x - cot^2 x = 1$
$\int sen^m vdv,$ $\int cos^n vdv,$ *con m y n par*	$senvcosv = \frac{1}{2} sen\ 2v$ $sen^2 v = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} cos\ 2v$ $cos^2 v = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} cos\ 2v$
$\int senmx\ cosnx\ dx$	$-\frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} - \frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} + C$
$\int senmx\ sen\ nx\ dx$	$-\frac{\mathrm{sen}(m+n)x}{2(m+n)} + \frac{sen(m-n)x}{2(m-n)} + C$
$\int cosmx\ cosnx\ dx$	$\frac{\mathrm{sen}(m+n)x}{2(m+n)} + \frac{sen(m-n)x}{2(m-n)} + C$ *con* $m \neq n$

METODOS DE INTEGRACIÓN

Integración por sustitución trigonométrica

Algunas integrales que involucran expresiones de la forma $\sqrt{a^2 - u^2}$, $\sqrt{u^2 + a^2}$ y $\sqrt{u^2 - a^2}$, deben resolverse utilizando las siguientes transformaciones:

Caso	Triángulo	Cambio-diferencial	Transformación
$\sqrt{a^2 - u^2}$		$senz = \frac{u}{a}$ $u = asenz$ $du = acoszdz$	$\sqrt{a^2 - u^2}$ $= acosz$
$\sqrt{u^2 + a^2}$		$tanz = \frac{u}{a}$ $u = atanz$ $du = asec^2 dz$	$\sqrt{u^2 + a^2}$ $= asecz$
$\sqrt{u^2 - a^2}$		$secz = \frac{a}{u}$ $u = asecz$ $du = asecztandz$	$\sqrt{u^2 - a^2}$ $= atanz$

Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros Actualizado: 20 de Sep de 2020

Integración por partes

$$\int u\,dv = u\cdot v - \int v\,du$$

Donde:

1. u es una función fácil de derivar
2. dv es una función fácil de integrar
3. $\int vdu$ es mas sencilla que la integral inicial

Integración por fracciones parciales

Integrales de la forma:

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx$$

Donde $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios tales que el grado $P(x)$ es menor que el grado de $Q(x)$.

Caso I.

El denominador tiene solo factores de primer grado que no se repiten.

A cada factor de la forma: $\boldsymbol{ax+b}$, le corresponde una fracción de la forma $\frac{A}{zx+b}$. Donde A es una constante por determinar.

Caso II.

Los factores del denominador son todos de 1er grado y algunos se repiten. Si se tiene un factor de la forma $(ax+b)^n$, se desarrolla una suma como sigue:

$$\frac{A}{(ax+b)^n}+\frac{B}{(ax+b)^{n-1}}+\frac{C}{(ax+b)^{n-2}}+\ldots+\frac{Z}{(ax+b)^n}$$

Donde A, B, C y Z son constantes por determinar.

Caso III

El denominador contiene factores de segundo grado y ninguno de ellos se repite. A todo factor de la forma ax^2+bx+c, le corresponde una fracción de la forma:

$$\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$$

Donde A y Bson constantes por determinar.

Caso IV

Los factores del denominador son todos de segundo grado y algunos se repiten. Si existe algún factor de segundo grado de la forma $(\boldsymbol{ax^2+bx+c})^{\boldsymbol{n}}$, se desarrolla una suma de n fracciones parciales, de la forma:

$$\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}+\frac{Cx+D}{(ax^2+bx+c)^2}+\ldots+\frac{Vx+W}{(ax^2+bx+c)^{n-1}}+\frac{Yx+Z}{(ax^2+bx+c)^n}$$

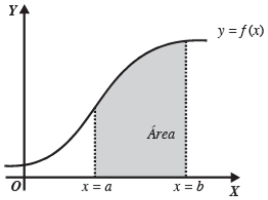
Constante de integración

Dada la integral indefinida $\int f'(x)dx = F(x)+C$ donde C recibe el nombre de constante de integración.

APLICACIONES DE LA INTEGRAL

Integral definida

Representa el área que forma la función $f(x)$ con el eje X en el intervalo $[a,b]$



Teorema fundamental

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a)$$

a = límite inferior

b = límite superior

Calculo de una integral definida

1. Se integra la diferencial de la función
2. Se sustituye la variable de la integral que se obtuvo y los resultados se restan para obtener el valor de la integral definida.

Propiedades de la integral definida

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b cf(x)dx = c[F(b)-F(a)]$$

donde c es una constante

$$\int_a^b (f(x)\pm g(x)) = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Con $c\in[a,b]$

Área bajo la curva

El área limitada por la curva $y=f(x)$ continua en $[a,b]$, el eje X y las rectas $x=a, x=b$, es:

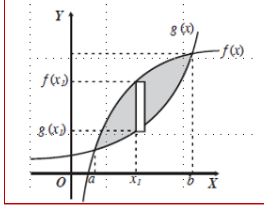
$$Área = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b ydx$$

El área limitada por la curva $x=f(y)$ continua en $[c,d]$, el eje Y y las rectas $y=c, y=d$, es:

$$Área = \int_c^d f(y)dy = \int_a^b xdy$$

Área entre curvas planas

El área comprendida entre las curvas $f(x)$ y $g(x)$, tomando rectángulos de base dx, está definida como:

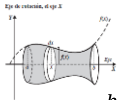


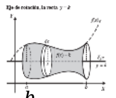
$$A = \int_a^b [f(x)-g(x)]dx$$

Volumen de solidos de revolución

Método de discos

Se utiliza cuando el eje de rotación forma parte del contorno del área plana.

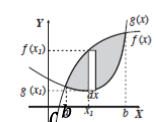


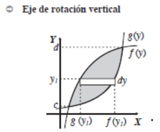


$$V = \pi\int_a^b [f(x)]^2dx \quad V = \pi\int_a^b [f(x)-k]^2dx$$

Método de arandelas

Se utiliza cuando el eje de rotación forma parte del contorno del área plana.

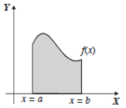




$$V = \pi\int_a^b [f(x)]^2-[g(x)]^2dx$$

Método de capas

El volumen de la capa se expresa en función de la circunferencia media, la altura y el espesor de la capa cilíndrica, generada al girar el rectángulo.



$$= \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 2\pi y_i f(y_i)\Delta y = 2\pi\int_c^d y\,f(y)\,dy$$

Longitud de arco

Sea la función $y=f(x)$ continua en el intervalo $[a,b]$, entonces la longitud de arco se define como:

$$L = \int_a^b \sqrt{1+[f'(x)^2]}dx$$

Realizo: Prof. Veronica Varela Ontiveros   Actualizado: 20 de Sep de 2020