

# Resumen Segundo Parcial Matemática 1

## Función Logarítmica

### Definición:

$$\log_a(b) = c \iff a^c = b$$

$$\begin{cases} b > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

### Propiedades:

- $\log_a(b) + \log_a(c) = \log_a(b \cdot c)$
- $\log_a(b) - \log_a(c) = \log_a\left(\frac{b}{c}\right)$
- $\log_a(b^c) = c \cdot \log_a(b)$
- $\log_{a^c}(b) = \frac{1}{c} \cdot \log_a(b)$
- $\log_a(b) = \frac{\log_x(b)}{\log_x(a)}$

### Gráfico

- $f(x) = \log_a(x + b) \iff f(x) = \mathcal{T}_{-\vec{b}} \log_a(x)$
- $a > 1 \iff f(x)$  es creciente y  $a < 1 \iff f(x)$  es decreciente.
- $\begin{cases} (1, 0) \\ (a, 1) \end{cases} \in y = \log_a(x)$

## Geometría Analítica

Para una circunferencia  $\mathcal{C}$  de centro  $O(\alpha, \beta)$  radio  $r$  y diámetro  $AB$ :

- $\mathcal{C} : (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$
- $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  tal que 
$$\begin{cases} a = -2\alpha \\ b = -2\beta \\ r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4} - c} \end{cases}$$
- $\mathcal{C} : (x - x_A)(x - x_B) + (y - y_A)(y - y_B) = 0$
- $\text{tg}_P : x_P x + y_P y + a \left( \frac{x + x_P}{2} \right) + b \left( \frac{y + y_P}{2} \right) + c = 0$
- $d(Q, \mathcal{C}) = d(Q, O) - r$

Para una recta  $r$ :

- $r : ax + by + c = 0$
- $r : y = mx + n$  tal que 
$$\begin{cases} m = -\frac{a}{b} \\ n = -\frac{c}{b} \end{cases}$$
- $P \in r \iff r : y - y_P = m(x - x_P)$
- $A(a, 0)$  y  $B(0, b) \in r \iff r : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- $d(P, r) = \frac{|x_P a + y_P b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
- $A$  y  $B \in r \iff r : \frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

# Complejos

## Unidad Imaginaria

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^n = i^k \iff n \equiv k \pmod{4}$$

## Notación

- Binómica:  $Z = a + bi$
- Cartesiana:  $Z = (a, b)$
- Polar:  $Z = (\rho \angle \theta)$  tal que 
$$\begin{cases} \rho = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctan(\frac{b}{a}) \end{cases}$$
- Trigonométrica  $Z = (\rho \cos \theta + (\rho \sin \theta)i)$

## Operaciones

- Inverso:

$$Z^{-1} = \frac{a}{a^2 + b^2} + \frac{-b}{a^2 + b^2}i$$

- Conjugado:

$$Z = a + bi \iff \bar{Z} = a - bi$$

- Suma:

$$Z + Z' = (a + a') + (b + b')i$$

- Producto:

$$Z \cdot Z' = (aa' + bb') + (ab' + a'b)i$$

- Potencia (Teorema de Moivre):

$$Z = (\rho \angle \theta) \implies Z^n = \rho^n (\cos(n\theta) + \sin(n\theta)i)$$

- Raiz:

$$\sqrt[n]{(\rho \angle \theta)} = (\rho' \angle \theta') \text{ tal que } \begin{cases} \rho' = \sqrt[n]{\rho} \\ \theta' = \frac{\theta + 2k\pi}{n} \end{cases} \quad k \in \mathbb{N} \text{ y } 0 \leq k \leq n-1$$