

Optimisation d'une fonction Profit - MEGA SAE_Méthode numérique

Noms des participants

Equipe projet n°19 :

- COEURDEVEY Nathan
- GARDETTE Mathis
- MACAUD Mahtieu
- MISSOUM Romain
- MEHARY Natnael
- TATA Rayan

Groupe E

Contexte :

Nous sommes une entreprise qui propose un logiciel de gestion d'événements médiévaux pour des comités d'entreprise. L'objectif est de créer une fonction linéaire capable de voir, en fonction de nombreuses contraintes, le nombre d'événements A, B et C à réaliser pour maximiser le profit de notre client.

Partie modélisation :

- offre A : Château Médiéval
- offre B : Village Médiéval
- offre C : campement Médiéval

	ChateauMédiéval	VillageMédiéval	CampementMédiéval
Frais fixé par séminaire	9000 €	7000 €	5000 €
Temps de préparation	20 h	30 h	15 h
Capacité maximal	60 personnes	100 personnes	40 personnes
Prix de vente par participant	250 €	180 €	220 €
Ressource requises	Chateau, Traiteur, Costume	Structure en bois, Atelier	Campement mobile, animation nature

Objectif :

Maximiser le profit total en choisissant combien de séminaires A (offre A : Château Médiéval) , B (offre B : Village Médiéval) et C (offre C : campement Médiéval) organiser, avec différentes contraintes (les frais, le temps, la capacité maximale d'accueil de participants, le prix de vente par participant et les ressources requises).

On dispose de 200 heures de préparation, de 80000 € de budget et de 12 créneaux pour organiser des séminaires

Représentation :

- x_a = nombre de séminaires de type A
- x_b = nombre de séminaires de type B
- x_c = nombre de séminaires de type C

Profit :

- A : $250 * 60 - 9000 = 6000$ €
- B : $180 * 100 - 7000 = 11000$ €
- C : $220 * 40 - 5000 = 3800$ €

$$P(x_a, x_b, x_c) = 6000x_a + 11000x_b + 3800x_c$$

La fonction P représentant le profit.

Contraintes :

temps :

$$20x_a + 30x_b + 15x_c \leq 200 \text{heures}$$

Nous disposons d'un maximum de 200 heures pour pouvoir organiser ces projets.

budget :

$$9000x_a + 7000x_b + 5000x_c \leq 80000\text{€}$$

Nous avons un budget de 80000 euros à ne surtout pas dépasser pour organiser l'ensemble des projets.

nombre de semaines par an :

$$\begin{aligned} x_a + x_b + x_c &\leq 12 \\ \forall(x_a, x_b, x_c) &\in \mathbb{R}_+^3 \text{ (entier positif)} \end{aligned}$$

Seulement 12 semaines sont disponibles dans l'année pour organiser l'ensemble des événements.

Interprétation :

Cela va nous aider à savoir combien de séminaires organiser pour maximiser les gains, tout en respectant les contraintes de temps, de budget et de capacité logistique.

Partie Résolution

Résolution mathématique

Calcul de la dérivée partielle

Soit la fonction P représentant le profit :

$$P(x_a, x_b, x_c) = 6000x_a + 11000x_b + 3800x_c$$

La dérivée partielle par rapport à x_a est :

$$\frac{\partial \text{Profits}}{\partial x_a} = \frac{\partial}{\partial x_a} (6000x_a + 11000x_b + 3800x_c) = 6000$$

La dérivée partielle par rapport à x_b est :

$$\frac{\partial Profits}{\partial x_b} = \frac{\partial}{\partial x_b}(6000x_a + 11000x_b + 3800x_c) = 11000$$

La dérivée partielle par rapport à x_c est :

$$\frac{\partial Profits}{\partial x_c} = \frac{\partial}{\partial x_c}(6000x_a + 11000x_b + 3800x_c) = 3800$$

Gradient

$$\nabla P = \left(\frac{\partial Profits}{\partial x_a}, \frac{\partial Profits}{\partial x_b}, \frac{\partial Profits}{\partial x_c} \right) = (6000, 11000, 3800)$$

Matrice Hessienne

Calcul des dérivées partielles d'ordre 2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial x_a^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_a \partial x_b} &= 0 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_a \partial x_c} &= 0 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_b \partial x_a} &= 0 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_b^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_b \partial x_c} &= 0 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_c \partial x_a} &= 0 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_c \partial x_b} &= 0 \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_c^2} &= 0 \end{aligned}$$

Affichage de la matrice Hessienne :

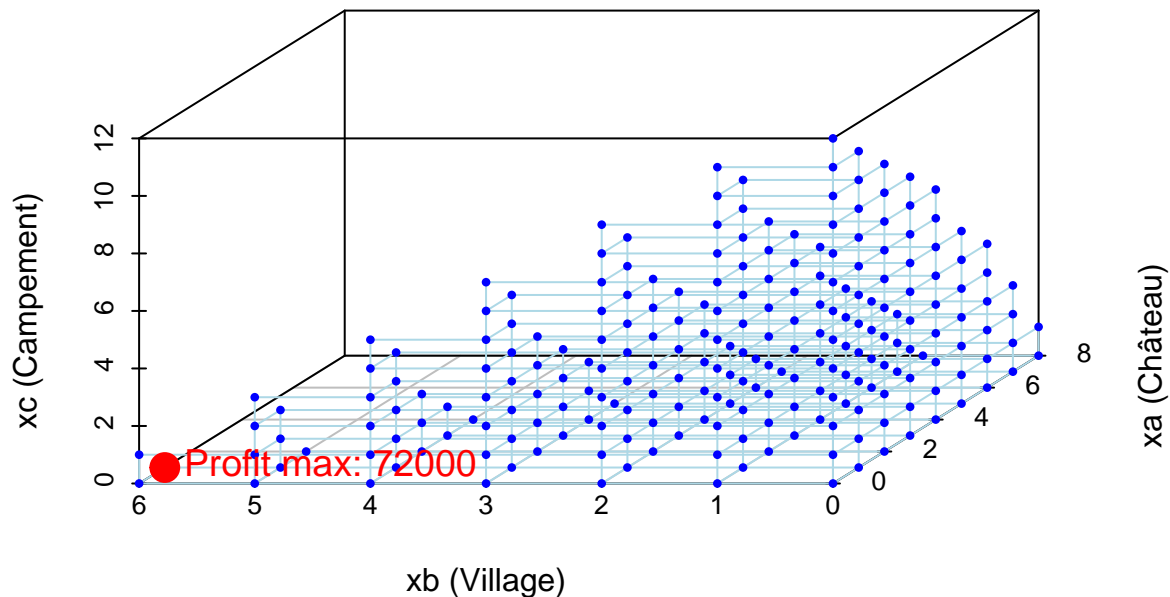
$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_a^2} & \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_a \partial x_b} & \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_a \partial x_c} \\ \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_b \partial x_a} & \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_b^2} & \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_b \partial x_c} \\ \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_c \partial x_a} & \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_c \partial x_b} & \frac{\partial^2 Profits}{\partial x_c^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Conclusion

Comme notre fonction est une fonction linéaire, on ne peut rien conclure car la matrice Hessienne $H = 0$. On ne peut donc pas trouver d'optimum.

Représentation graphique :

Graphique représentant les différentes solutions admissibles



Ce graphique nous montre, par une forme en quart de cercle, l'ensemble des solutions admissibles de la fonction Profit en prenant en compte toutes les contraintes (temps, budget, créneaux). Le point rouge nous montre la solution parmi toutes les autres où le profit sera maximal.

Cela nous montre que pour être le plus rentable, il faudrait organiser 1 événement "Château médiéval", 6 événements "Village médiéval" et aucun événement "Campement médiéval".

Algorithme du simplexe :

Profit maximal : 72000 €

Nombre de séminaires :

- Château médiéval (xa) : 1

- Village médiéval (xb) : 6

- Campement médiéval (xc) : 0

L'algorithme du simplexe nous permet de voir que les valeurs du graphique correspondent, c'est-à-dire qu'il faudrait bien organiser 1 événement "Château médiéval", 6 événements "Village médiéval" et aucun événement "Campement médiéval" pour avoir un profit maximal de 72000 euros.

Conclusion

Nous pouvons que pour avoir un profit maximal de 72000 euros, en tenant compte des différentes contraintes de temps (maximum 200h d'organisation), de budgets (maximum 80000 euros de budget) et des différents créneaux disponibles (12 semaines dans l'année).

Il faudrait organiser 1 événement "Château médiéval", 6 événements "Village médiéval" et aucun événement "Campement médiéval" car trop peu rentable par rapport aux autres événements.

Pour que l'événement "Campement médiéval" soit rentable, il faudrait augmenter la capacité maximale de personnes autorisées à participer à l'événement.