ensiie Langages et systèmes formels — 2013/2014

Examen 22/11/2013 — 1h45

Tout appareil électronique est interdit et doit être rangé dans un sac fermé. Les notes de cours et de TD sur papier sont autorisées, pas les ouvrages. Lisez l'énoncé (1 page). Les exercices sont indépendants et ne sont pas classés par difficulté : ne perdez pas tout votre temps sur un exercice...

Exercice 1 [Automates]

1. Proposez un automate dont le langage est celui décrit par l'expression régulière $ba^{\star}b$ (intuitivement).
2. Proposez un automate dont le langage est celui décrit par l'expression régulière $(b|a)b$ (intuitivement).
3. Déduisez-en (par les constructions vues en cours) un automate reconnaissant $(ba^{\star}b)(b|a)b$.
4. Déduisez-en un automate reconnaissant $(((ba^{\star}b)(b|a)b)|bab)^{\star}$.
5. Proposez une version déterministe minimale de cet automate.

Exercice 2 [Grammaires]

On considère la grammaire G sur le vocabulaire terminal $V = \{a, b\}$, le vocabulaire non terminal $\{S, A, B\}$, l'axiome S et les règles :

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & \varepsilon \mid SS \mid ASA \mid SB \mid BS \\ A & \rightarrow & ab \mid ba \\ B & \rightarrow & aa \mid bb \end{array}$$

1. Les mots *abab*, *abbaba* et *baaabb* sont-ils dans $\mathscr{L}(G)$? Justifiez.
2. On note $|w|_a$ le nombre d'occurrences du symbole a dans le mot w et de façon similaire $|w|_b$ le nombre d'occurrences du symbole b dans le mot w.
   Démontrez que pour tout $w \in \mathscr{L}(G)$ on a que $|w|_a$ et $|w|_b$ sont deux entiers pairs.
3. La grammaire G n'est bien sûr pas régulière. Existe-t-il cependant un automate fini qui reconnaît les mots de $V^{\star}$ dont les nombres de a et de b sont pairs ? Si oui, proposez un automate adéquat (avec des noms d'états pertinents) et déduisez-en une grammaire régulière réduite générant ce langage, sinon proposez une preuve de non-reconnaissabilité.

Exercice 3 [Grammaires] On considère le langage des expressions logiques suivant (non terminaux en majuscule) :

$$E \rightarrow E \wedge E \mid E \vee E \mid E \Rightarrow E \mid \neg E \mid (E) \mid \textit{true} \mid \textit{false}$$

1. Cette grammaire est-elle ambiguë ? Justifiez.
2. On suppose que les opérateurs binaires associent à *gauche* sauf $\Rightarrow$ qui associe à *droite* et que la priorité décroissante est : expressions parenthésées et constantes puis $\neg > \wedge > \vee > \Rightarrow$.
   (a) Donnez le parenthésage implicite de $\textit{false} \Rightarrow \textit{false} \vee \textit{true} \wedge \textit{false} \Rightarrow \textit{false} \Rightarrow \textit{true}$
   (b) Donnez une grammaire non ambiguë décrivant ce langage et respectant les suppositions.