

目录

目录 1

基础与经验 1

 常系数齐次线性递推 1

 最长回文字串 Manacher 1

贪心 1

 区间贪心问题 1

 二元贪心 1

动态规划 1

 一维 2

 优化 2

 背包问题 2

数据结构 2

 分数 Fraction..... 2

 高精度整数 2

 堆 2

 并查集..... 2

 线段树 Segment Tree 2

 树状数组 Binary Indexed Tree 2

 左偏树 Leftist Tree 2

 哈夫曼树 2

图论 2

 单源非负最短路 Dijkstra..... 2

 SPFA..... 2

 最小生成树理论基础 2

 最小生成树顶点优先 Prim 2

 最小生成树边优先 Kruskal 2

网络流 3

 最大流 Dinic 3

计算几何 3

 向量 3

数论 3

 欧拉函数 3

 Miller-Rabin 素性测试..... 3

 拓展欧几里得 $ax + by = gcd(a, b)$ 3

 单变元模线性方程组 $ax \equiv b(mod\ n)$ 3

语言及黑科技 3

 C++ 3

 字符串格式工具 3

 IO 优化 3

 时空优化 3

 Java..... 3

基础与经验

枚举 折半 搜索 模拟 打表 公式 二分 尺取 构造 离散化 及其组合

扫描 顺向 逆向 旗帜
枚举后单调 [扫雷]

括号序 左 0 右 1
环的处理

区间查询
- 区间和是否整除模 考察前缀和

中位数定理 [输油管道问题]

自然数列
- [Hybrid Crystal] 取数列中的元素，如果可以凑出 [1...sum] 区间中的任何一个数，向数列加入新数 $x \leq sum + 1$ ，可以凑出 [1...sum+x] 中的任何一个数。

斐波那契数列 斐波那契数列第 n 项

$$\begin{pmatrix} f(n) \\ f(n+1) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^n \begin{pmatrix} f(0) \\ f(1) \end{pmatrix} \quad \begin{bmatrix} f(n) & f(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(0) & f(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^n$$

通项公式 $a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$

常系数齐次线性递推

最长回文字串 Manacher

优化暴力匹配

贪心

区间贪心问题

活动安排问题
若干活动占用左闭右开的时间区间，在活动时间不重叠的情况下选择尽可能多的活动：**右端点越小的区间优先**（为后续区间让出空间）

活动安排问题 2
若干活动占用左闭右开的时间区间，同一个教室安排的活动不能重叠，在使用教室尽可能少的情况下安排所有活动：**考虑活动在时间轴上的厚度**

二元贪心

独木舟问题
若干人乘若干独木舟，独木舟有载重限制且只能乘坐两人。安排乘坐方案，使占用的独木舟数量最少：**最轻与最终若能同乘则同乘**（极端化，最优解可转化）

任务执行顺序
若干任务，第 i 个任务计算时占用 $R[i]$ 空间，完成计算后储存结果占用 $O[i]$ 空间 ($R[i] > O[i]$)。安排任务，使占用的总空间尽可能少 => 设有整数 N，第 i 个操作时 N 减 $a[i]$ 加 $b[i]$ ，安排操作顺序，在操作中不能出现负数的情况下 N 尽可能小： **$b[i]$ 非递增排序** 任何可行方案不优于按 $b[i]$ 非递增排序时的方案（最优解可转化）

动态规划

树塔 矩阵取数 双向矩阵取数
 $dp[step + 1][x1][x2] = \max\{dp[step][x1'][x2']\} + v[...]$

最大子段和 最大子矩阵和 循环数组最大子段和（总和 - 最小子段和）

正整数分组
 $dp[i][j] = dp[i - 1][|j - a[i]|] \text{ or } dp[i - 1][j + a[i]]$
或背包问题，背包容量 sum/2

子序列的个数

最长公共子序列 LCS

$$dp[i][j] = \begin{cases} dp[i - 1][j - 1] + 1 & \text{若 } x[i] = y[j] \\ \max\{dp[i][j - 1], dp[i - 1][j]\} & \text{若 } x[i] \neq y[j] \end{cases}$$

编辑距离 $dp[i][j] = \min \begin{cases} dp[i-1][j-1] + same(i,j) \\ dp[i-1][j] + 1 \\ dp[i][j-1] + 1 \end{cases}$ $dp[0][0] = 0$
 $dp[i][0] = i$
 $dp[0][j] = j$

最长单增子序列 LIS $dp[len] = \min\{tail\}$

一维

优化

改进状态表示

四边形不等式

斜率优化

背包问题

01 背包问题

多重背包问题

数据结构

分数 Fraction

Numerator 分子 Denominator 分母
构造函数接受分子 num 和分母 den 作为参数，确保符号在分子上集中，并且断言分母不为零，然后进行约分。

高精度整数

// 正在整理

堆

并查集

经验 [圆环出列]

线段树 Segment Tree

// 正在整理

树状数组 Binary Indexed Tree

区间求和单点更新

// todo

区间求和区间更新

// todo

左偏树 Leftist Tree

编号为 0 的节点表示空节点

```
struct LeftTree
{
    const static int MXN = 100100;
    int tot = 0;
    int l[MXN], r[MXN], v[MXN], d[MXN];

    // 初始化为x的元素
    int init(int x)
    {
```

```
        tot++;
        v[tot] = x;
        l[tot] = r[tot] = d[tot] = 0;
        return tot;
    }

    // 合并堆顶编号为x, y的堆
    int merge(int x, int y)
    {
        if (!x) return y;
        if (!y) return x;
        if (v[x] < v[y])
            swap(x, y);
        r[x] = merge(r[x], y);
        if (d[l[x]] < d[r[x]])
            swap(l[x], r[x]);
        d[x] = d[r[x]] + 1;
        return x;
    }

    // 向堆顶编号为x的堆中插入值为v的元素
    int insert(int x, int v)
    {
        return merge(x, init(v));
    }

    // 取编号为x的堆的堆顶元素
    int top(int x)
    {
        return v[x];
    }

    // 弹出编号为x的堆的堆顶元素，返回新堆顶的编号
    int pop(int x)
    {
        return merge(l[x], r[x]);
    }
};
```

哈夫曼树

以频率为节点权值维护节点队列。合并队列中权值最小的两个节点，将合并的新节点放入队列中，重复步骤，直至队列中只存在一个节点。

图论

单源非负最短路 Dijkstra

升级 堆优化

SPFA

//todo

最小生成树理论基础

环定理 切分定理 最小权值边定理

最小生成树顶点优先 Prim

类似于 Dijkstra，但维护的距离是顶点到已松弛顶点的集合的距离。

最小生成树边优先 Kruskal

维护顶点的集合 $S=V_0$ ， $T=(V-S)$ 。边升序遍历，对于每一条边 (s, t) ，若 $s \in S$ ， $t \in T$ ，则将边加入树中，并将 t 并入 S ； T 中没有顶点时，算法结束，所得树为最小生成树。

网络流

最大流 Dinic

计算几何

向量

点乘 叉乘

两点共线的判定

线段相交的判定

数论

二项式定理 $(x+a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$

组合数 $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$
 $C(n, m) = C(n-1, m) + C(n-1, m-1)$

错排公式 $D_n = (n-1)(D_{n-1} + D_{n-2})$

费马小定理

若 p 为质数, $a^p \equiv a \pmod{p}$

若 a 不是 p 的倍数, $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$

引理, $a^p \equiv 1 \pmod{p} \rightarrow a \equiv \pm 1 \pmod{p}$

自然数 N 因子个数 $f(n)$ 考虑分解质因数

欧拉函数

Miller-Rabin 素性测试

拓展欧几里得 $ax + by = \gcd(a, b)$

```
LL gcd(LL a, LL b, LL &x, LL &y)
{
    if (b == 0) {
        x = 1, y = 0;
        return a;
    }
    else {
        LL r = gcd(b, a%b, y, x);
        y -= (a/b)*x;
        return r;
    }
}
```

$$x = x_0 + \frac{b}{\gcd(a, b)} \cdot t, \quad y = y_0 - \frac{a}{\gcd(a, b)} \cdot t$$

单变元模线性方程组 $ax \equiv b \pmod{n}$

相当于求解 $ax + ny = b$, 当且仅当 $\gcd(a, n) | n$ 时有解, 且有 $\gcd(a, n)$ 个解。通解:

$$x_i = \left[x_0 + i \cdot \left(\frac{n}{\gcd(a, n)} \right) \right] \pmod{n}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \gcd(a, n) - 1$$

```
vector<LL> line_mod_equation(LL a, LL b, LL n)
{
```

```
    LL x, y;
    LL d = gcd(a, n, x, y);

    vector<LL> ans;
    if (b%d == 0) {
        x %= n; x += n; x %= n;
        ans.push_back(x*(b/d)%(n/d));
        for (LL i=1; i<d; ++i)
            ans.push_back((ans[0]+i*(n/d))%n);
    }
    return ans;
}
```

语言及黑科技

C++

```
set_intersection()
set_union()
set_difference()
```

字符串格式工具

```
string stoi stol stoll stod to string
*char atoi atol atof
```

IO 优化

```
template<typename T = int>
inline T read() {
    T val = 0, sign = 1; char ch;
    for (ch = getchar(); ch < '0' || ch > '9'; ch = getchar())
        if (ch == '-') sign = -1;
    for (; ch >= '0' && ch <= '9'; ch = getchar())
        val = val * 10 + ch - '0';
    return sign * val;
}
```

时空优化

展开循环: 牺牲程序的尺寸加快程序的执行速度
`#pragma GCC optimize("unroll-loops")`

Java

```
// BigInteger and BigDecimal
import java.math.*;
import java.util.Scanner;
```

add multiply subtract divide