
# 深度学习-优化算法

黄海广 副教授

2022年03月

# 本章目录

# 1.小批量梯度下降

# 小批量梯度下降



## 小批量梯度下降（Mini-Batch Gradient Descent)

梯度下降的每一步中，用到了一定批量的训练样本

每计算常数$b$次训练实例，便更新一次参数 $w$

**参数更新**

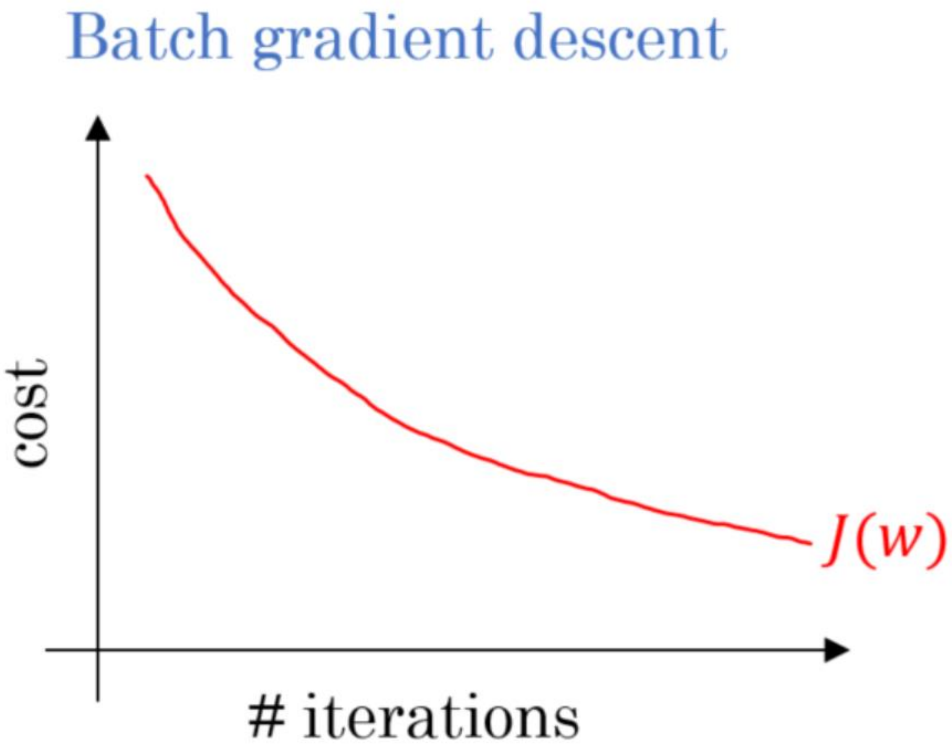
$$w_j := w_j - \alpha \frac{1}{b} \sum_{k=i}^{i+b-1} \left( h\left(x^{(k)}\right) - y^{(k)} \right) x_j^{(k)}$$

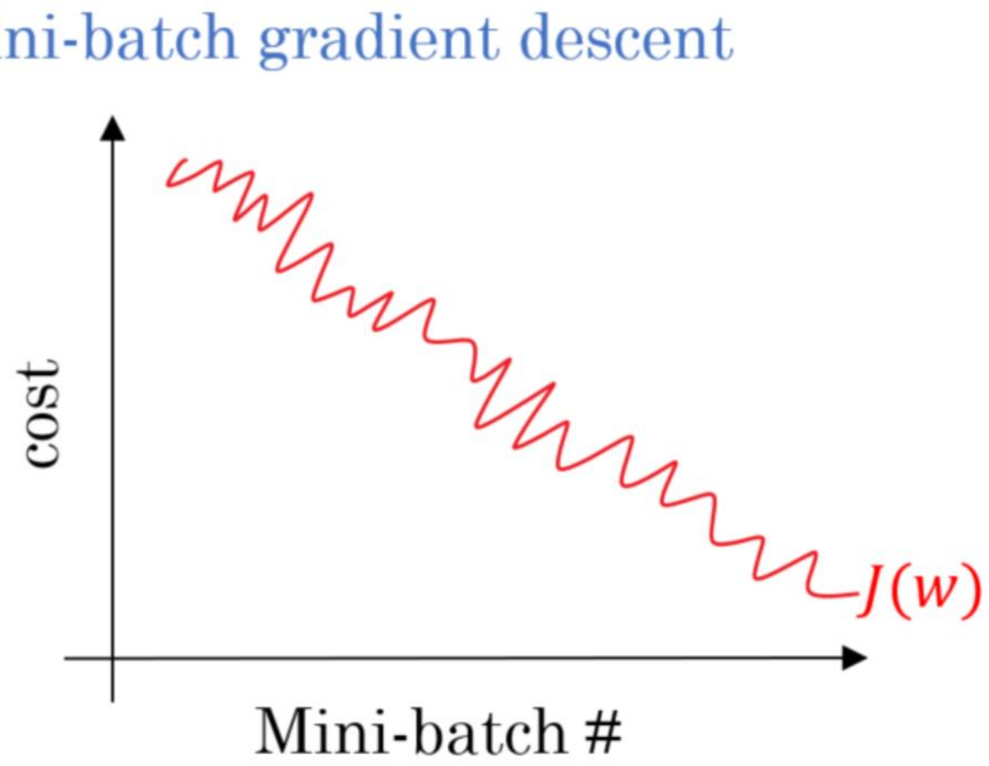
(同步更新$w_j$，($j$=0,1,...,$n$ ))

$b$=1（随机梯度下降,SGD）
$b$=m（批量梯度下降,BGD）
$b$=*batch_size*，通常是2的指数倍，常见有32,64,128等。（小批量梯度下降,MBGD）

# 小批量梯度下降




Batch gradient descent
cost
J(w)
# iterations

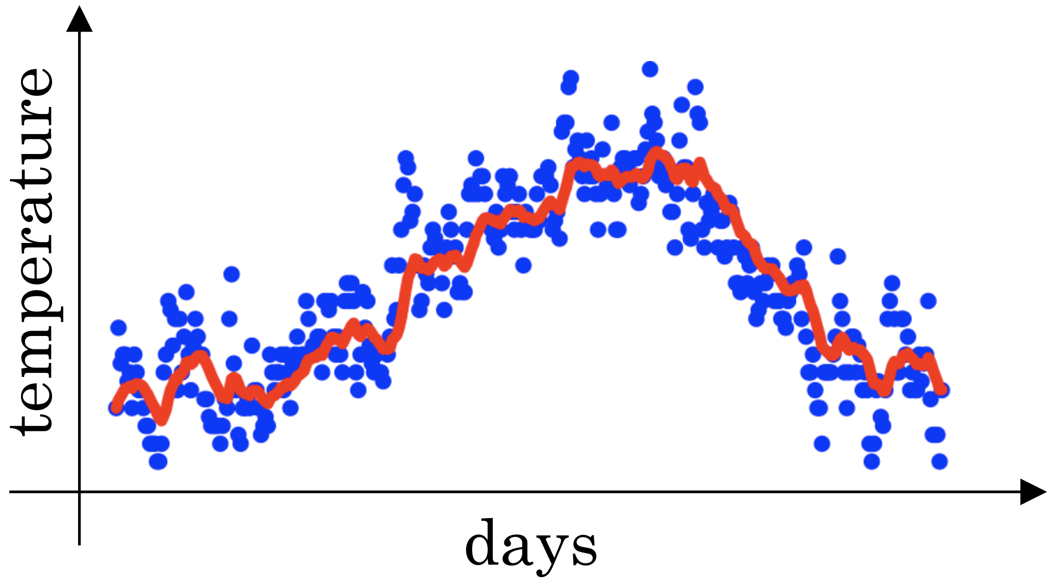

Mini-batch gradient descent
cost
J(w)
Mini-batch #

# 2.优化算法

# 伦敦温度的例子



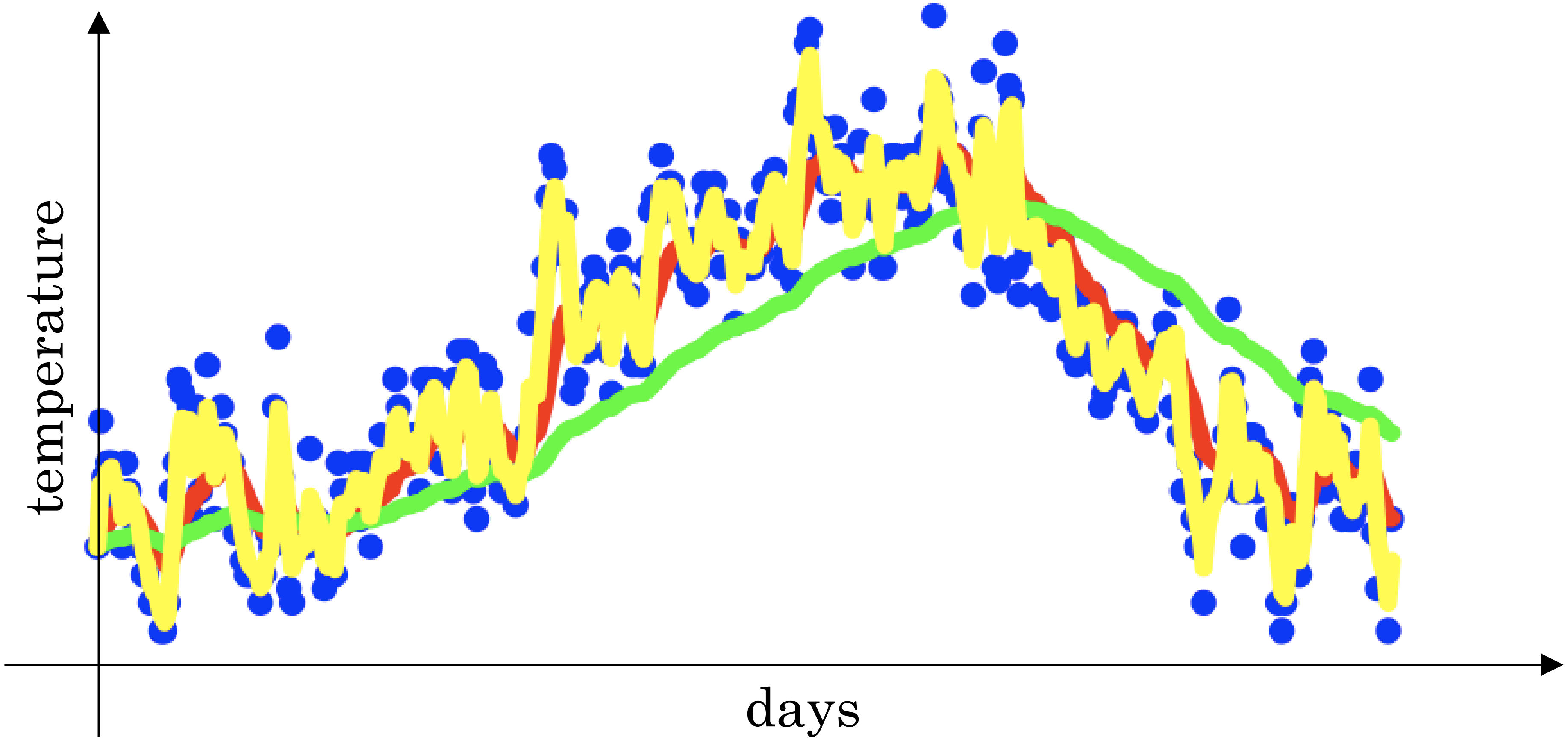
$$\theta_1 = 40°\text{F}$$
$$\theta_2 = 49°\text{F}$$
$$\theta_3 = 45°\text{F}$$
$$\vdots$$
$$\theta_{180} = 60°\text{F}$$
$$\theta_{181} = 56°\text{F}$$
$$\vdots$$



# 指数加权平均数



$$v_t = \beta v_{t-1} + (1-\beta)\theta_t$$



# 指数加权平均数



$$v_0 = 0$$
$$v_1 = \beta v_0 + (1-\beta)\,\theta_1$$
$$v_2 = \beta v_1 + (1-\beta)\,\theta_2$$
$$v_3 = \beta v_2 + (1-\beta)\,\theta_3$$
$$\dots$$

$$v_t = \beta v_{t-1} + (1-\beta)\theta_t$$

$$v_{100} = 0.9 v_{99} + 0.1\theta_{100}$$

$$v_{99} = 0.9 v_{98} + 0.1\theta_{99}$$

$$v_{98} = 0.9 v_{97} + 0.1\theta_{98}$$
$$\dots$$

# Momentum



$v_{dW} = \beta v_{dW} + (1-\beta)dW$

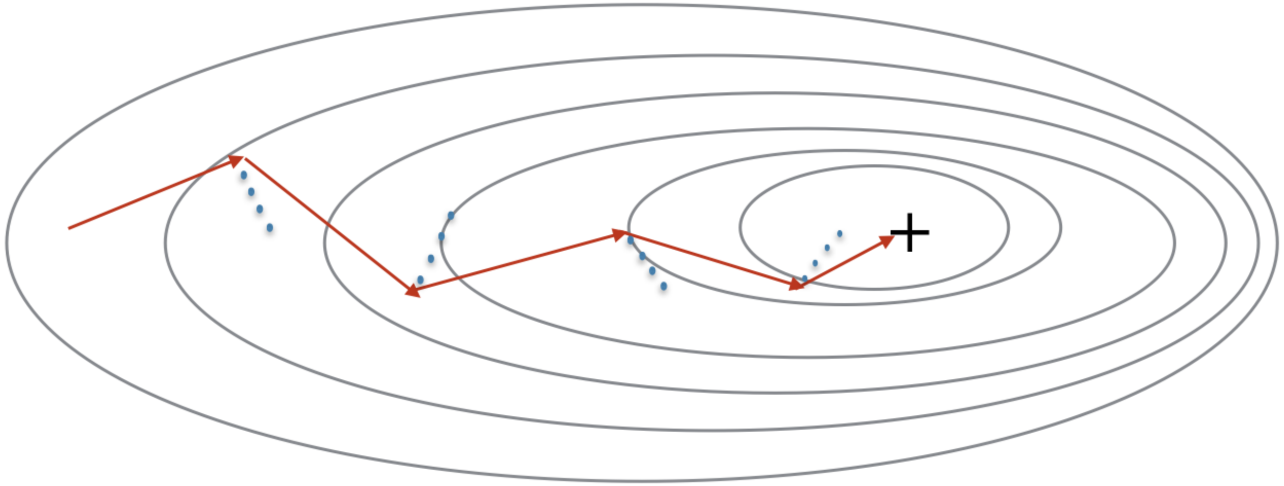
$v = \beta v + (1-\beta)\theta_t$ ,

$v_{db} = \beta v_{db} + (1-\beta)db$ ,

$W := W - a v_{dW}$ ,

$b := b - a v_{db}$ ,

这样就可以减缓梯度下降的幅度。



通常情况下：$\beta = 0.9$

# AdaGrad



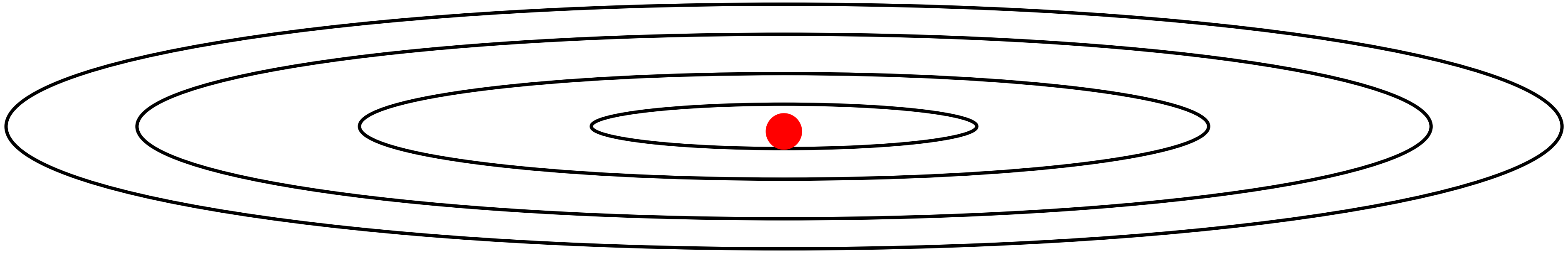
简单来讲，设置全局学习率之后，每次通过，全局学习率逐参数的除以历史梯度平方和的平方根，使得每个参数的学习率不同.

AdaGrad算法会使用一个小批量随机梯度$g_t$按元素平方的累加变量$s_t$。在时间步0， Ada Grad将$s_0$中每个元素初始化为0。在时间步$t$，首先将小批量随机梯度$g_t$按元素平方后累加到变量$s_t$：$s_t \leftarrow s_{t-1} + g_t \odot g_t$

其中⊙是按元素相乘。接着，我们将目标函数自变量中每个元素的学习率通过按元素运算重新调整一下：$x_t \leftarrow x_{t-1} - \frac{\eta}{\sqrt{s_t+\epsilon}} \odot g_t$

# RMSprop





在第$t$次迭代中，该算法会照常计算当下**mini-batch**的微分$dW$，$db$，所以我会保留这个指数加权平均数，我们用到新符号$S_{dW}$，而不是$v_{dW}$，因此$S_{dW}=\beta S_{dW}+(1-\beta)dW^2$，澄清一下，这个平方的操作是针对这一整个符号的，这样做能够保留微分平方的加权平均数，同样$S_{db}=\beta S_{db}+(1-\beta)db^2$，再说一次，平方是针对整个符号的操作。

接着**RMSprop**会这样更新参数值，$W:=W-\alpha\frac{dW}{\sqrt{S_{dW}}}$，$b:=b-\alpha\frac{db}{\sqrt{S_{db}}}$，

# ADAM



**Adam**优化算法基本上就是将**Momentum**和**RMSprop**结合在一起

最后更新权重，所以$W$更新后是$W := W - \frac{a v_{dW}^{\text{corrected}}}{\sqrt{S_{dW}^{\text{corrected}}} + \varepsilon}$（如果你只是用**Momentum**，使用$v_{dW}$或者修正后的$v_{dW}$，但现在我们加入了**RMSprop**的部分，所以我们要除以修正后$S_{dW}$的平方根加上$\varepsilon$）。

根据类似的公式更新$b$值，$b := b - \frac{\alpha v_{\text{db}}^{\text{corrected}}}{\sqrt{S_{\text{db}}^{\text{corrected}}} + \varepsilon}$。

# 学习率衰减



加快学习算法的一个办法就是随时间慢慢减少学习率，我们将之称为学习率衰减

可以将$a$学习率设为$a = \frac{1}{1+decayrate*\text{epoch}-\text{num}} a_0$

（**decay-rate**称为衰减率，**epoch-num**为代数，$\alpha_0$为初始学习率）

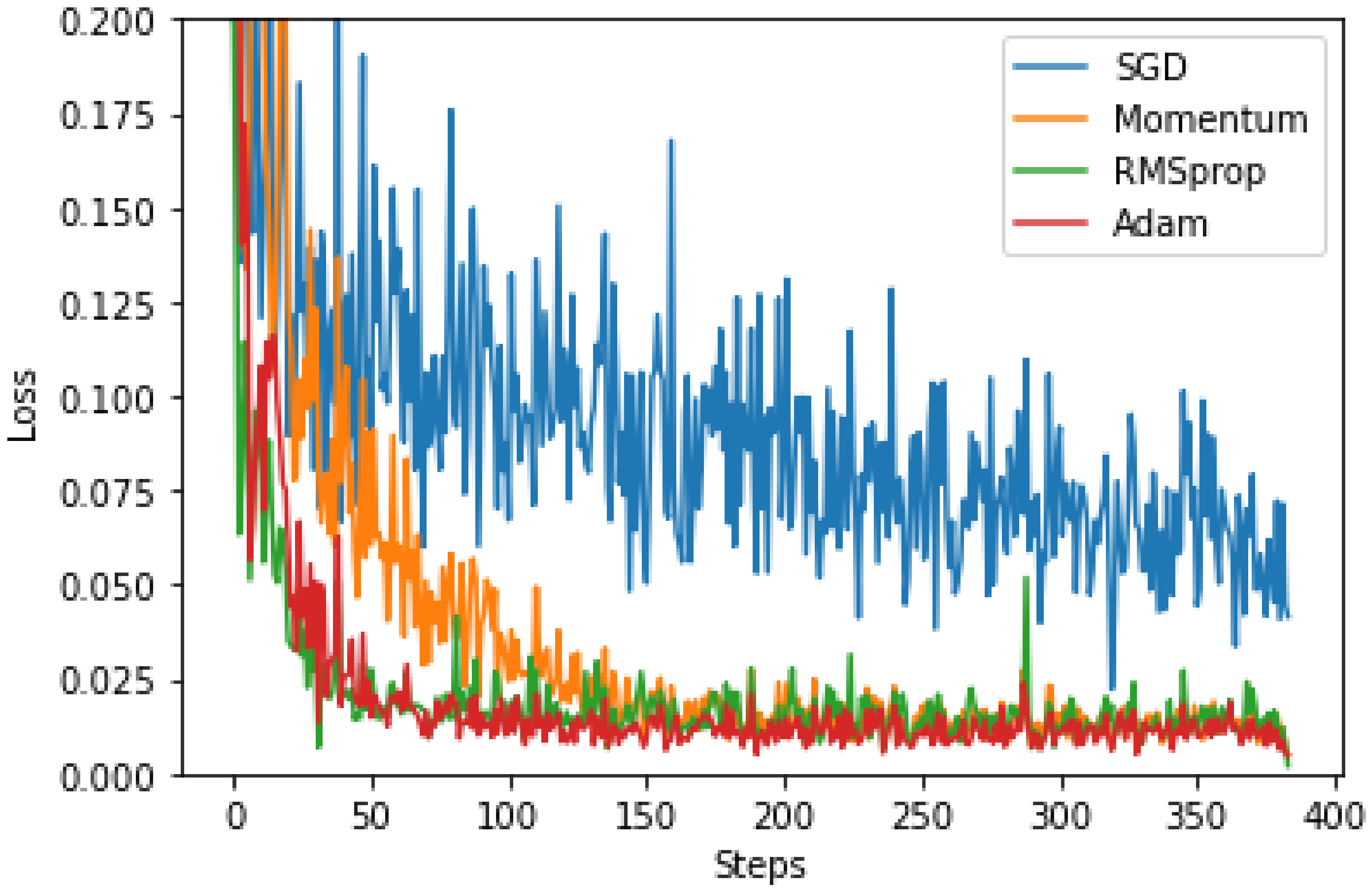
# Pytorch的优化器



```
# 超参数
LR = 0.01
opt_SGD = torch.optim.SGD(net_SGD.parameters(), lr=LR)
opt_Momentum = torch.optim.SGD(net_Momentum.parameters(), lr=LR, momentum=0.9)
opt_RMSProp = torch.optim.RMSprop(net_RMSProp.parameters(), lr=LR, alpha=0.9)
opt_Adam = torch.optim.Adam(net_Adam.parameters(), lr=LR, betas=(0.9, 0.99))
```

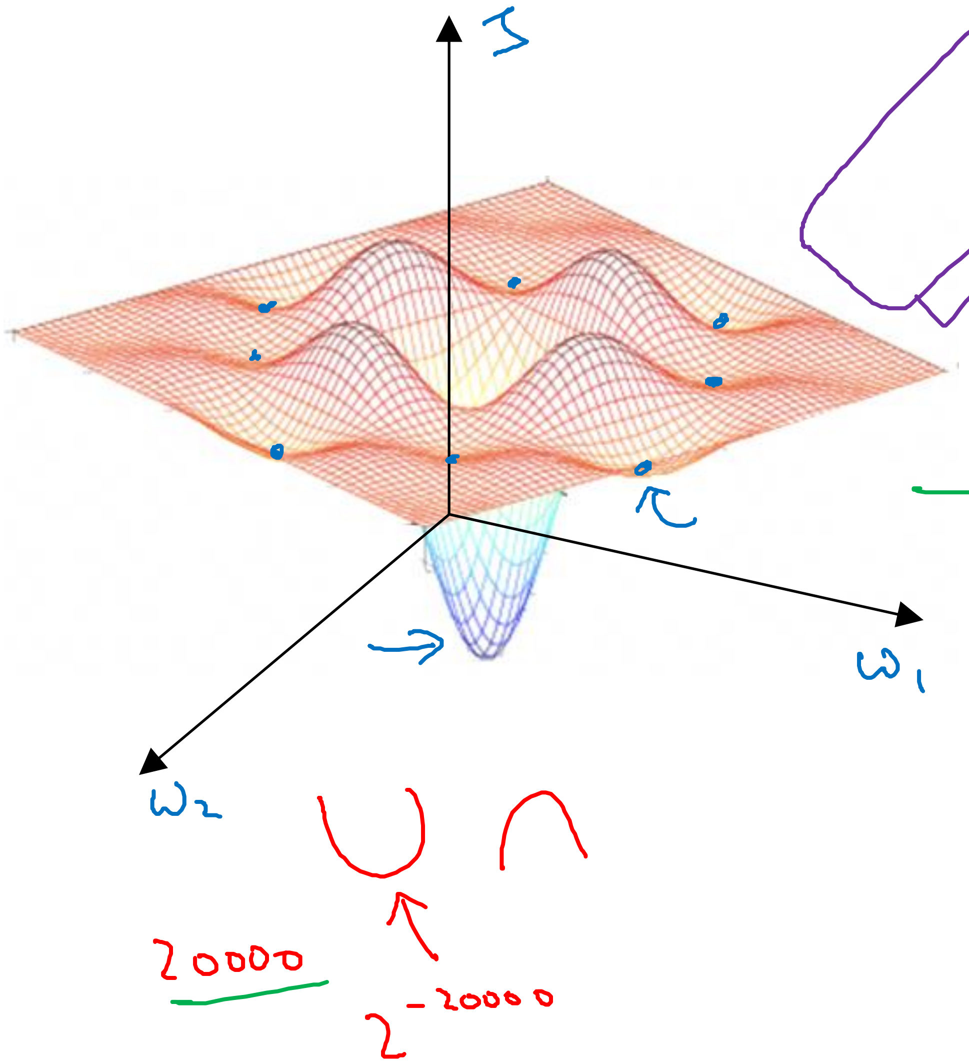
# Pytorch的优化器

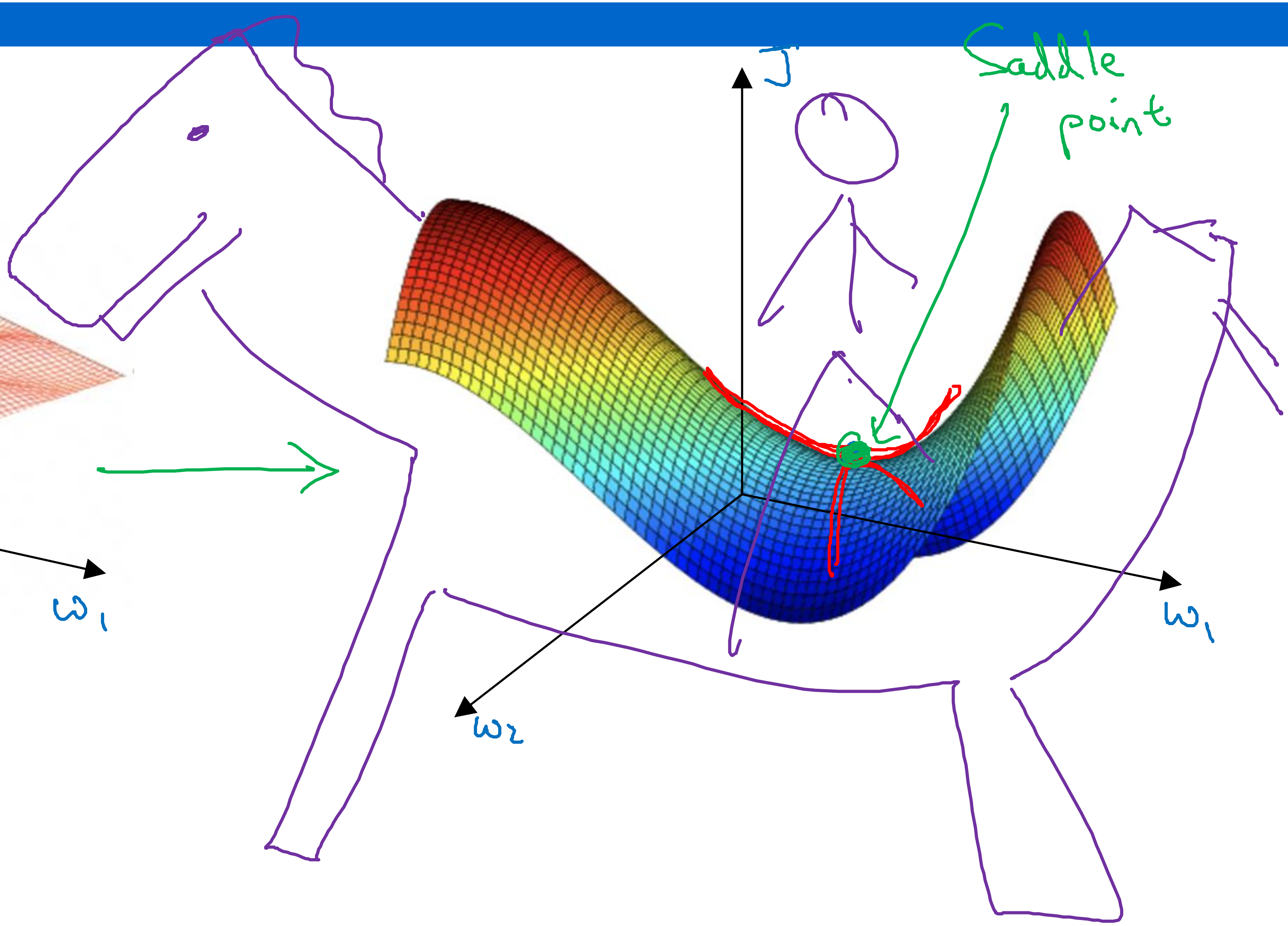




# 神经网络的局部最优问题

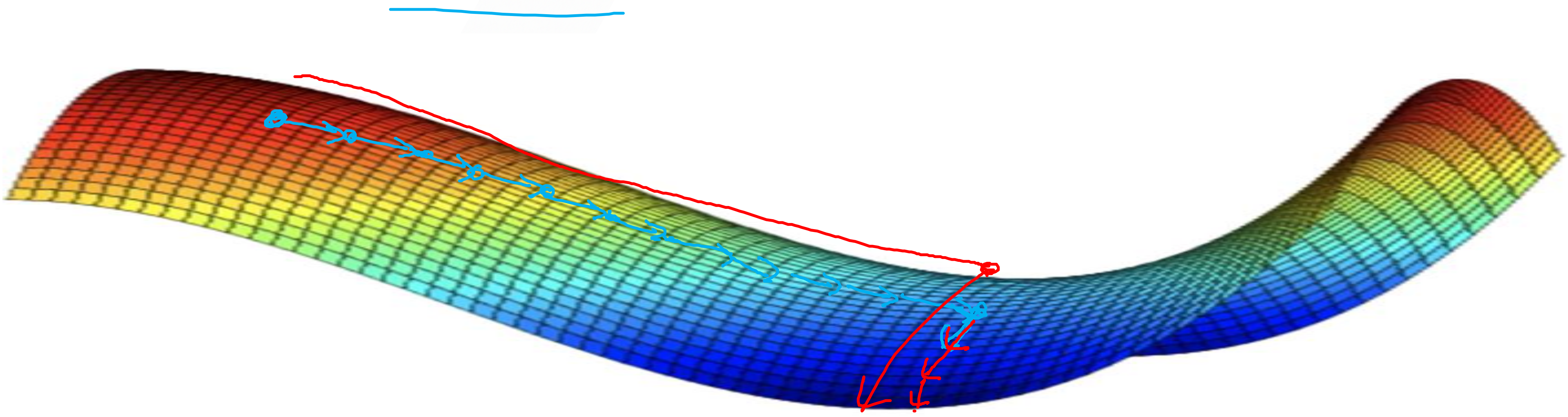




# 局部最优问题

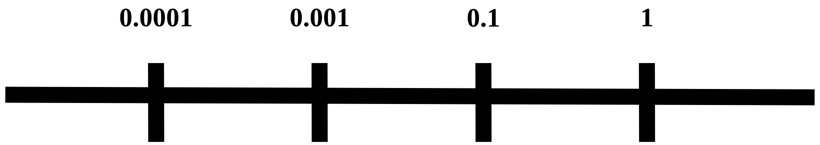




# 3.BatchNorm

# 超参数调整的方法



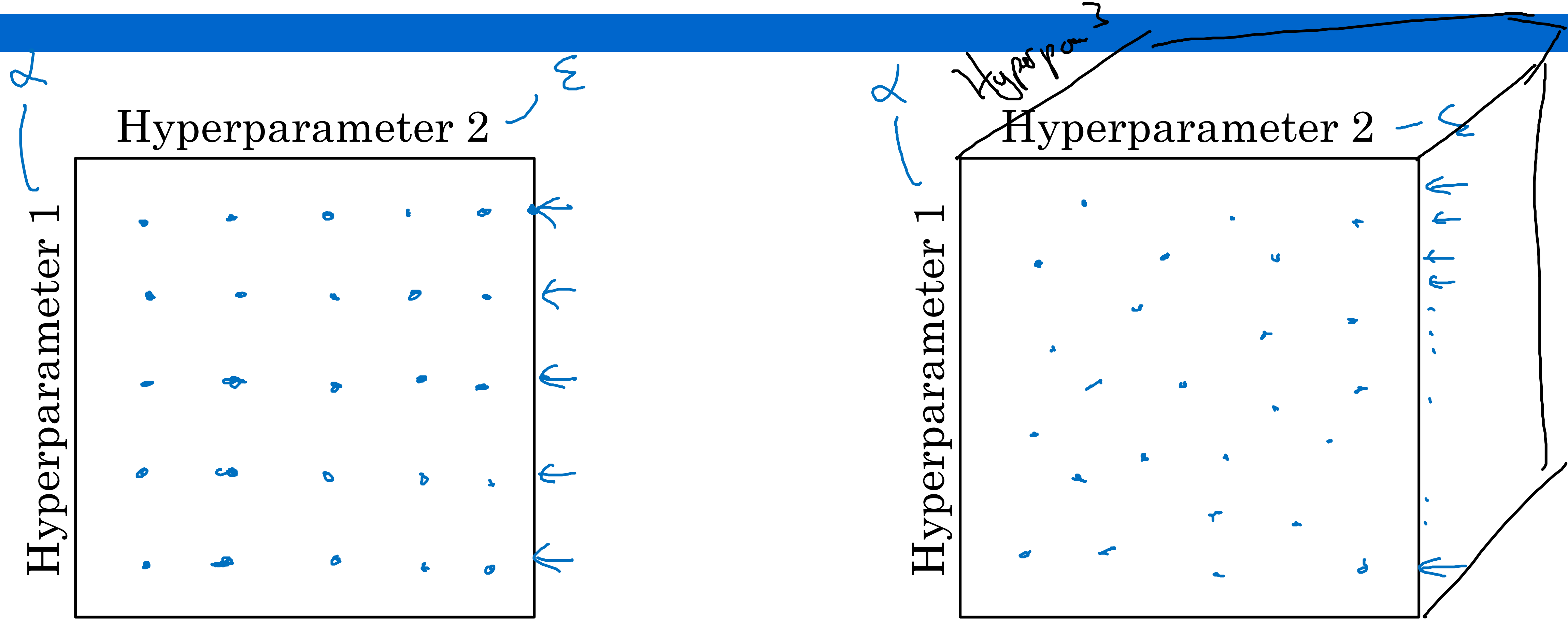



假设你在搜索超参数（学习率），假设你怀疑其值最小是0.0001或最大是1。如果你画一条从0.0001到1的数轴，沿其随机均匀取值，那90%的数值将会落在0.1到1之间，结果就是，$\alpha$在0.1到1之间，应用了90%的资源，而$\alpha$在0.0001到0.1之间，只有10%的搜索资源。

反而，用对数标尺搜索超参数的方式会更合理，因此这里不使用线性轴，分别依次取0.0001，0.001，0.01，0.1，1，在对数轴上均匀随机取点，这样，在0.0001到0.001之间，就会有更多的搜索资源可用，还有在0.001到0.01之间等等。

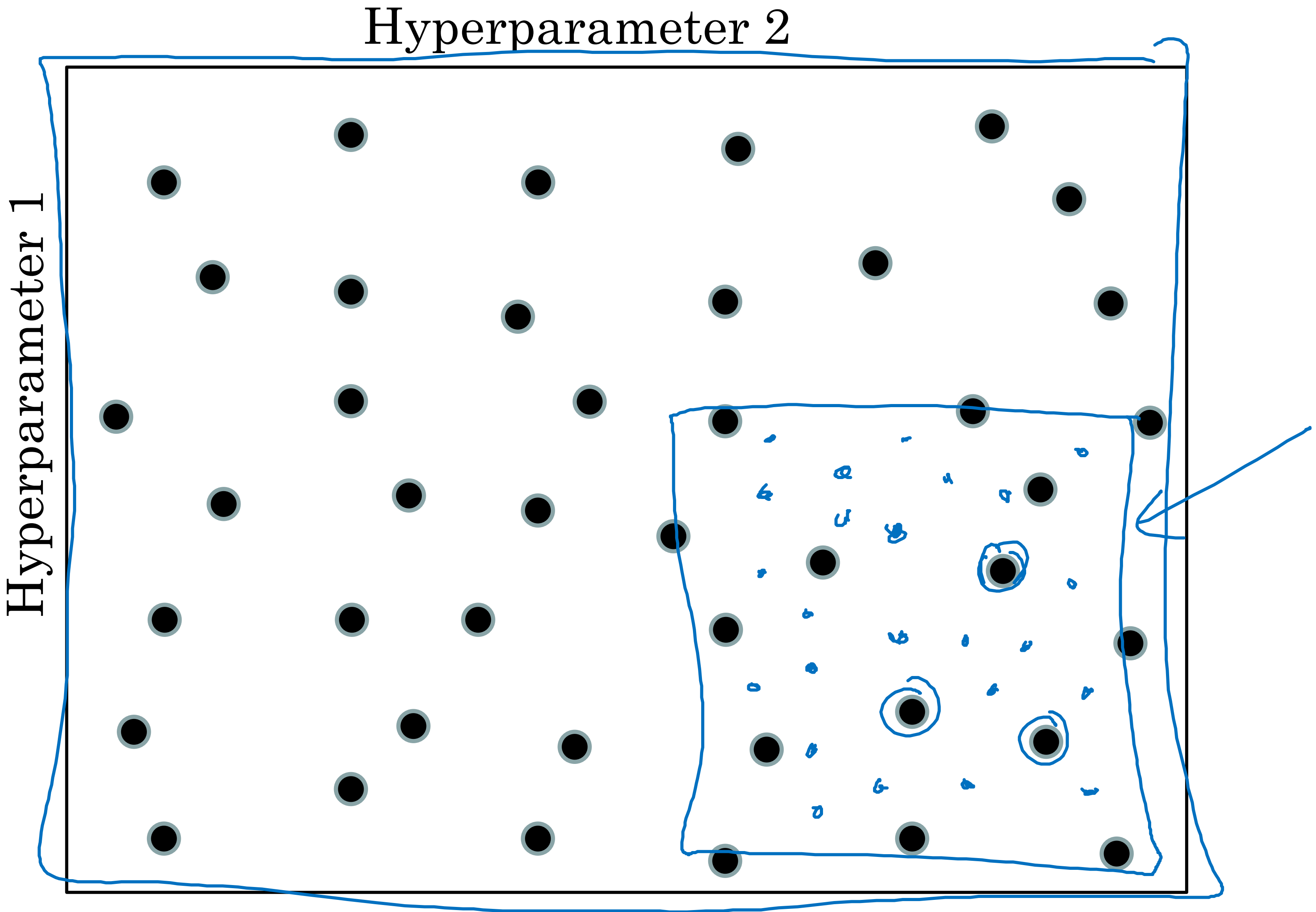
# 超参数调整的方法




α
ε
Hyperparameter 2
Hyperparameter 1
α
Hyperparam 3
Hyperparameter 2
ε
Hyperparameter 1

# 由粗到细调整超参数

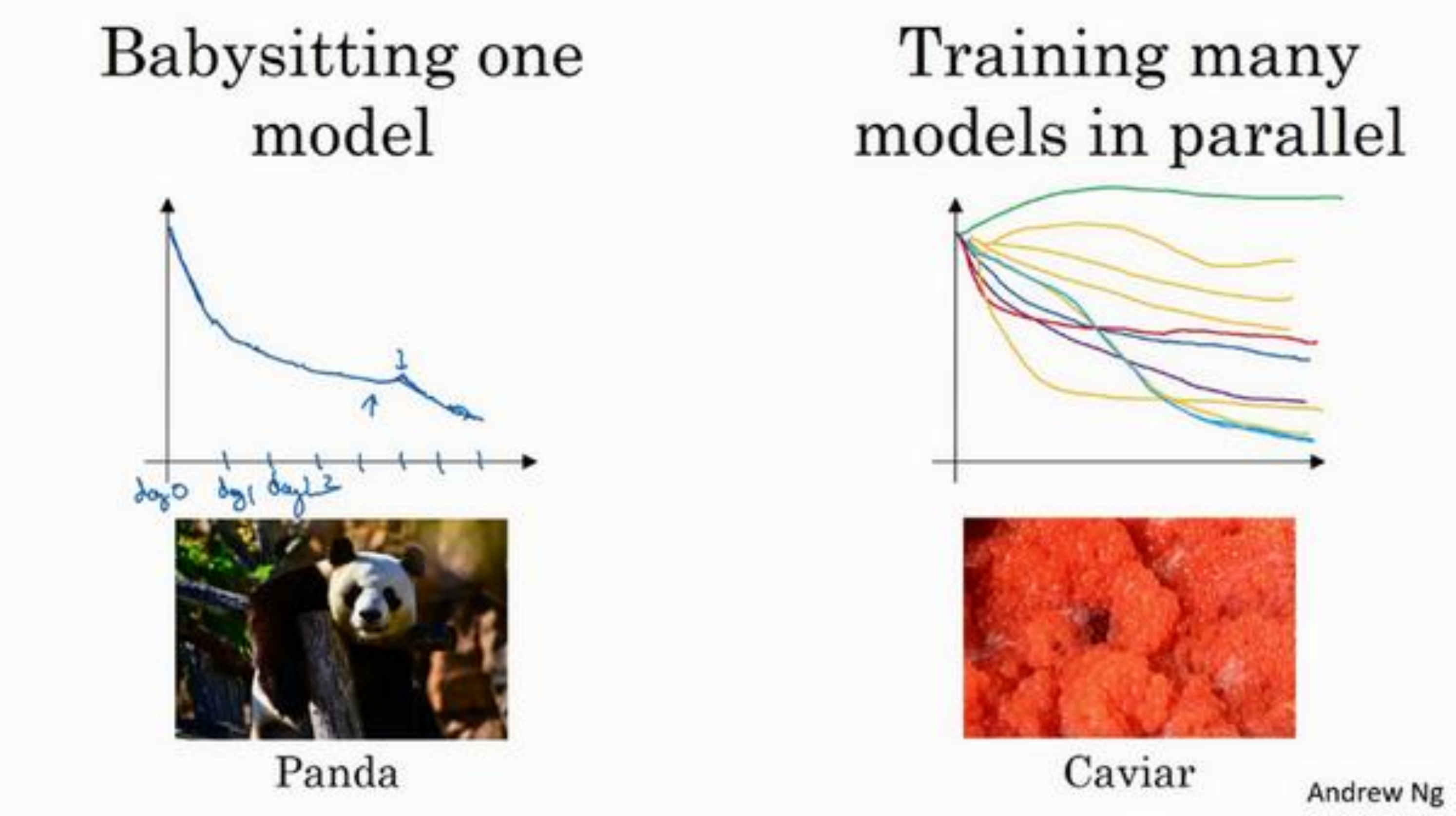




# 熊猫方式与鱼子酱方式



由计算资源决定



# Batch Norm



Batch Normalization是2015年一篇论文中提出的数据归一化方法，往往用在深度神经网络中激活层之前。其作用可以加快模型训练时的收敛速度，使得模型训练过程更加稳定，避免梯度爆炸或者梯度消失。并且起到一定的正则化作用，几乎代替了Dropout。

在深度学习中，由于采用full batch的训练方式对内存要求较大，且每一轮训练时间过长；我们一般都会采用对数据划分，用mini-batch对网络进行训练。因此，Batch Normalization也就在**mini-batch的基础上**进行计算。

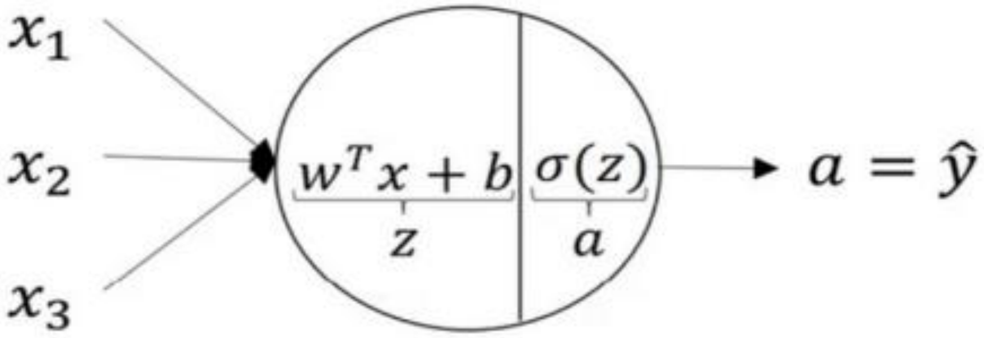
**让每个特征都有均值为0，方差为1的分布**

# Batch Norm

发生在计算$z$和$a$之间的，将每一批次数据的输入值减去这一批次均值然后除以其标准差。

$$\mu = \frac{1}{m}\sum_i z^{(i)}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{m}\sum_i (z^{(i)} - \mu)^2$$




$$z_{\text{norm}}^{(i)} = \frac{z^{(i)} - \mu}{\sqrt{\sigma^2 + \varepsilon}}$$

$$z = w^T x + b$$

$$a = \sigma(z)$$

$$\gamma = \sqrt{\sigma^2 + \varepsilon}, \beta = \mu$$

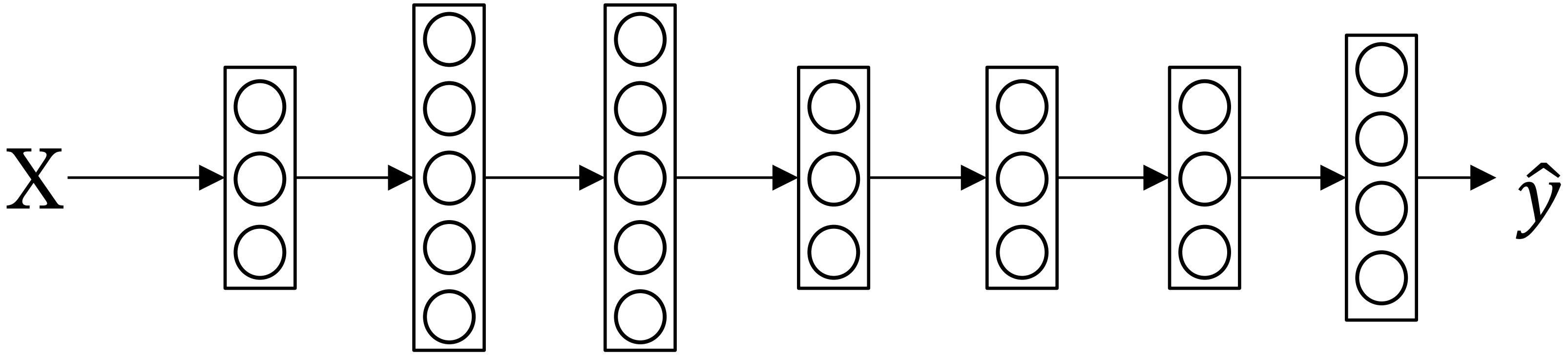
$$\tilde{z}^{(i)} = \gamma z_{\text{norm}}^{(i)} + \beta$$

# 4.Softmax

# Softmax 层

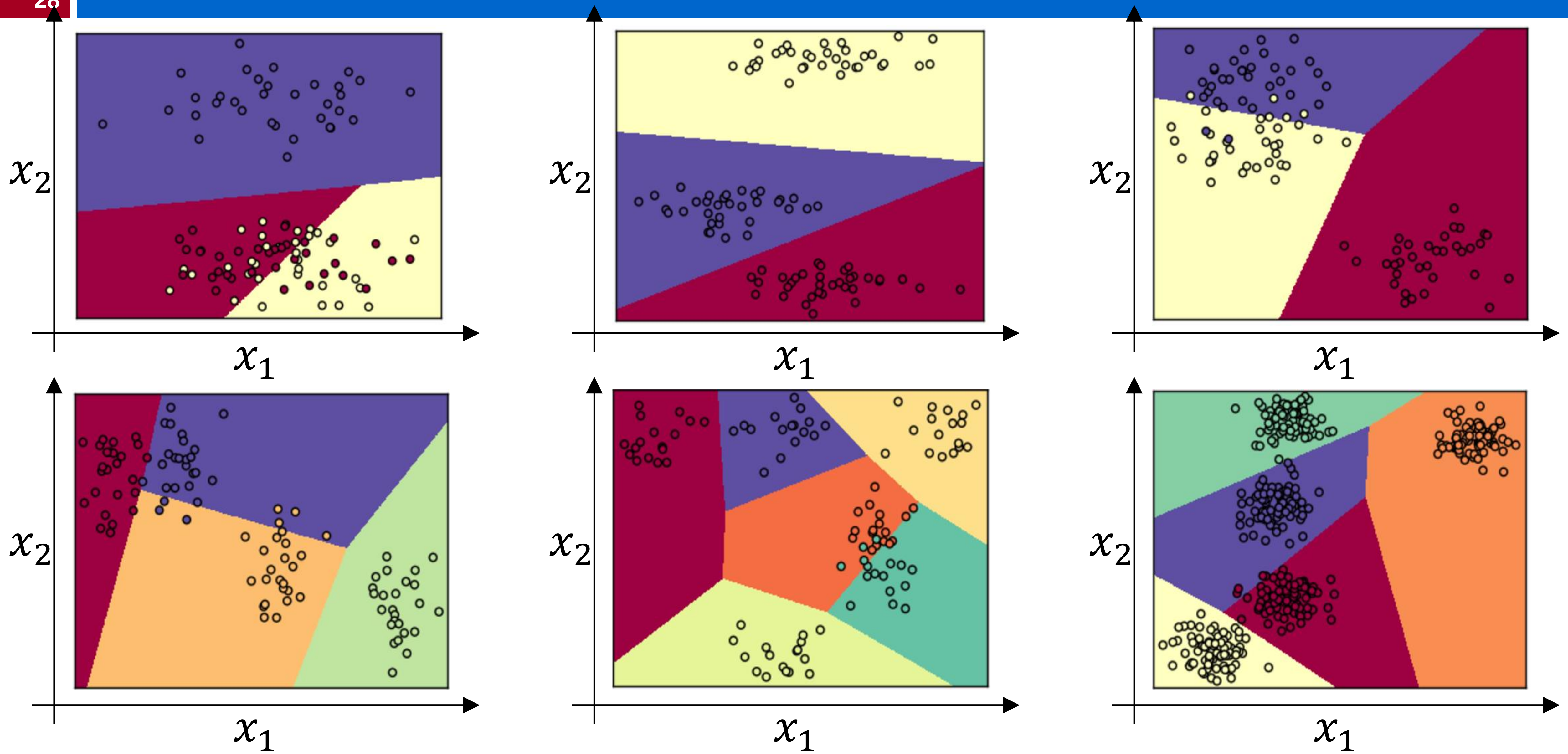


3 1 2 0 3 2 0 1



# Softmax 样本



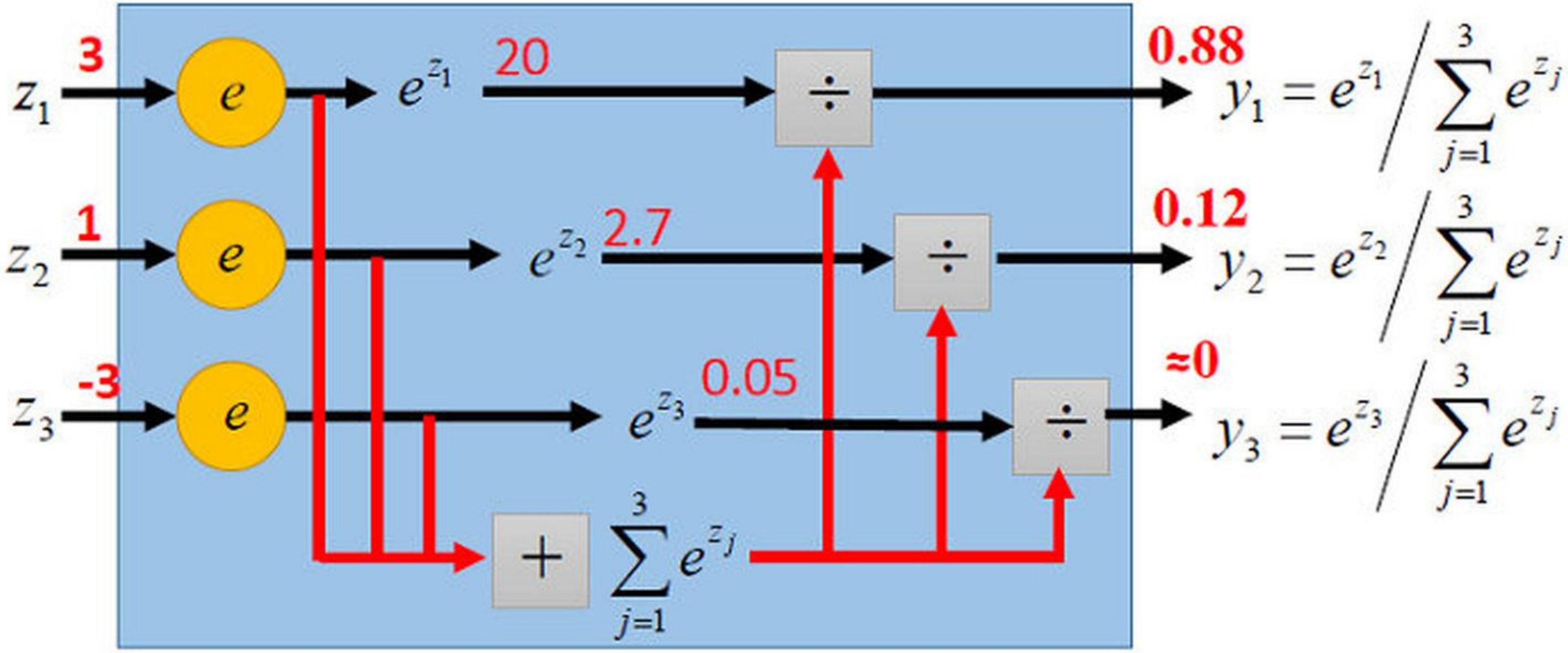


# Softmax 回归



***Probability***:

- $1 > y_i > 0$
- $\sum_i y_i = 1$



# 参考文献



1. IAN GOODFELLOW等，《深度学习》，人民邮电出版社，2017
2. Andrew Ng，http://www.deeplearning.ai

# 谢 谢！